第二章　矩阵及其运算

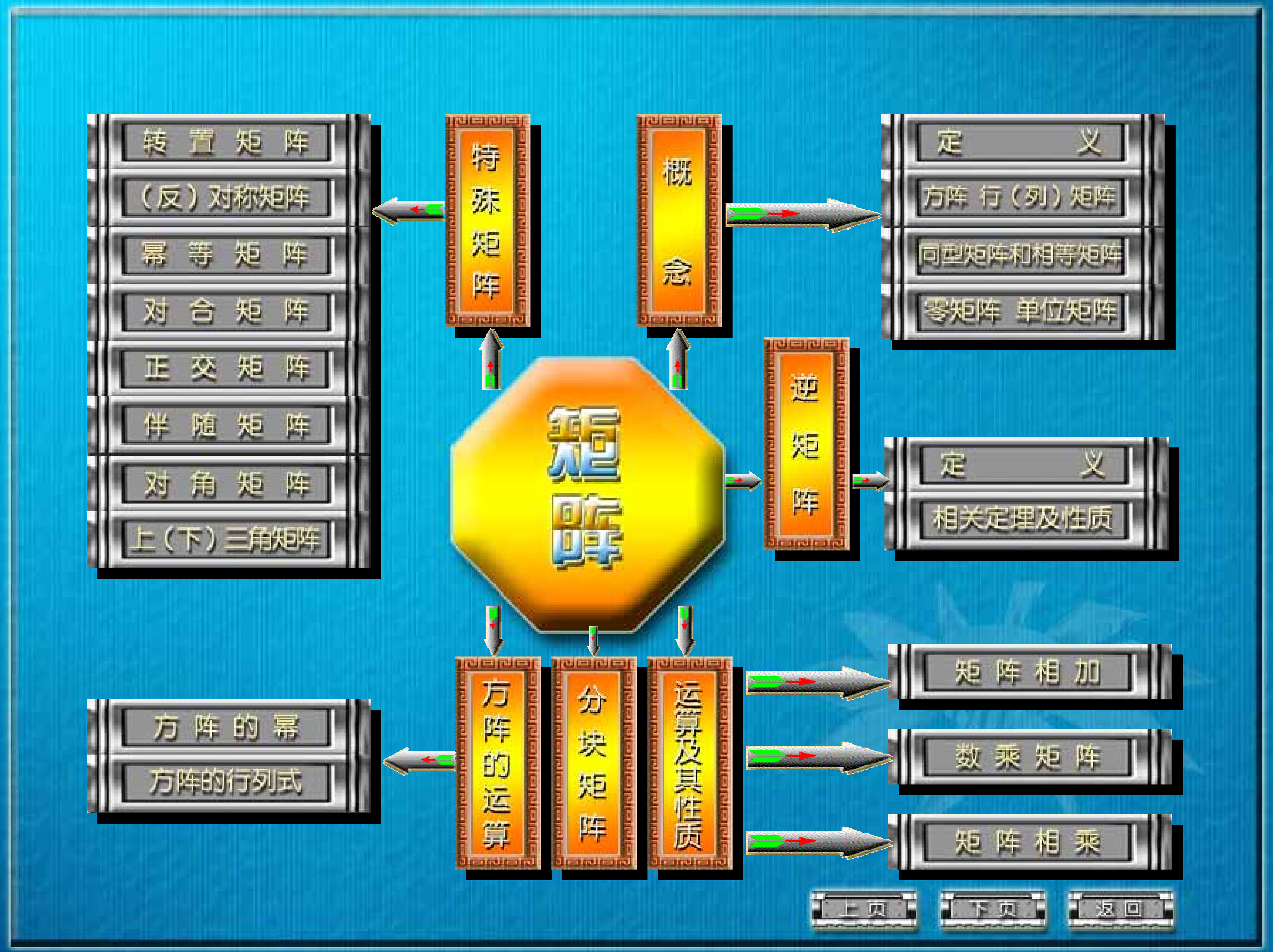
习 题 课

主 要 内 容

x+y= 典 型 例 题

测 验 题

帮助 返回


矩阵
特殊矩阵
转置矩阵
（反）对称矩阵
幂等矩阵
对合矩阵
正交矩阵
伴随矩阵
对角矩阵
上（下）三角矩阵
概念
定义
方阵 行（列）矩阵
同型矩阵和相等矩阵
零矩阵 单位矩阵
逆矩阵
定义
相关定理及性质
方阵的运算
方阵的幂
方阵的行列式
分块矩阵
运算及其性质
矩阵相加
数乘矩阵
矩阵相乘
上页
下页
返回

1　矩阵的定义

由$m \times n$个数$a_{ij}(i=1,2,\cdots m; j=1,2,\cdots n)$排成$m$行$n$列的数表

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

叫做m行n列矩阵,简称$m \times n$矩阵.

其中$m\times n$个数叫做矩阵 A的元素，a_{ij}叫做矩阵A的第i行第j列元素.

元素是实数的矩阵叫做 实矩阵.

元素是复数的矩阵叫做 复矩阵.

(1)式可简记为

$$A=(a_{ij})_{m\times n}\text{或}A=(a_{ij}),$$

$m\times n$矩阵A也记作$A_{m\times n}$.

2　方阵　列矩阵　行矩阵

对(1)式,当$m=n$时,A称为n阶方阵.

只有一列的矩阵 $A=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$叫做列矩阵;

只有一行的矩阵 $A=(a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n)$叫做行矩阵.

3　同型矩阵和相等矩阵

两个矩阵的行数相等、列数也相等时，就称它们是同型矩阵.

如果$A=(a_{ij})$与$B=(b_{ij})$是同型矩阵，并且它们的对应元素相等，即

$$a_{ij}=b_{ij} \quad (i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n).$$

那么就称矩阵 A与矩阵B相等，记作$A=B$.

上页 下页 返回

4　零矩阵　单位矩阵

元素都是零的矩阵称为零矩阵，记作O.

主对角线上的元素都是1，其余元素都是零的n阶方阵，叫做n阶单位阵，简记作E.

上页 下页 返回

5　矩阵相加

设$A=(a_{ij})_{m\times n}$，$B=(b_{ij})_{m\times n}$为两个同型矩阵，矩阵加法定义为　$A+B=(a_{ij}+b_{ij})_{m\times n}$，$A+B$称为$A$与$B$的和.

交换律　$A+B=B+A$

结合律　$(A+B)+C=A+(B+C)$

设$A=(a_{ij})$，记$-A=(-a_{ij})$，$-A$称为矩阵A的负矩阵，从而有$A+(-A)=O$，并规定

$$A-B=A+(-B).$$

6 数乘矩阵

数λ与矩阵A的乘积记作λA或$A\lambda$,规定为

$$\lambda A = A\lambda = (\lambda a_{ij}).$$

运算规律

$$(\lambda\mu)A = \lambda(\mu A);$$

$$(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A;$$

$$\lambda(A + B) = \lambda A + \lambda B.$$

7　矩阵相乘

设$A=(a_{ij})_{m\times s}$,$B=(b_{ij})_{s\times n}$,规定A与B的乘积是一个$m\times n$矩阵$C=(c_{ij})_{m\times n}$,其中

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}$$

$$(i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots n),$$

记作　　$C=AB.$

上页　下页　返回

运算规律

$$(AB)C = A(BC);$$

$$\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B), \quad (其中\lambda为数);$$

$$A(B + C) = AB + AC,$$
$$(B + C)A = BA + CA;$$

$$E_m A_{m\times n} = A_{m\times n} = A_{m\times n} E_n.$$

8　方阵的运算

n阶方阵的幂

设A是n阶方阵,定义

$$A^1 = A, A^2 = A^1 A^1, \cdots, A^{k+1} = A^k A^1,$$

其中k是正整数.

$$A^k A^l = A^{k+l}, \quad (A^k)^l = A^{kl},$$

其中k,l为正整数.

一般地 $\qquad (AB)^k \neq A^k B^k.$

方阵的行列式

由n阶方阵A的元素所构成的行列式，叫做方阵A的行列式，记作$|A|$或$\det A$.

运算规律

设λ为数，A，B为n阶方阵，则

$$|\lambda A| = \lambda^n |A|;$$

$$|AB| = |A||B|.$$

上页 下页 返回

9　一些特殊的矩阵

转置矩阵

把矩阵A的行换成同序数的列得　到一个新矩阵,叫做A的转置矩阵 ,记作 A^T.

$$(A^T)^T = A;$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T;$$

$$(\lambda A)^T = \lambda A^T;$$

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

对称矩阵

设A为n阶方阵,如果 $A^T = A$,则称A为对称矩阵.

反对称矩阵

设A为n阶方阵,如果 $A^T = -A$,则称A为反对称矩阵.

对角矩阵

设A为n阶方阵,如果除了主对角线以外,其余元素全为零,则称A为对角矩阵.

上三角矩阵

主对角线以下的元素全为零的方阵称为上三角矩阵.

下三角矩阵

主对角线以上的元素全为零的方阵称为下三角矩阵.

伴随矩阵

行列式$|A|$的各元素的代数余子式 A_{ij} 所构成的方阵

$$A^{*}=\begin{vmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{vmatrix}$$

叫做方阵A的伴随矩阵.

伴随矩阵具有重要性质：$AA^{*}=A^{*}A=|A|E.$

１０　逆矩阵

定义　设A为n阶方阵,如果存在矩阵B,使

$$AB = BA = E$$

则称矩阵A是可逆的(或非奇异的、非退化的、满秩的),且矩阵B称为A的逆矩阵.

若A有逆矩阵,则A的逆矩阵是唯一的 ,A的逆矩阵记作 A^{-1}.

相关定理及性质

方阵A可逆的充分必要条件是$|A| \neq 0$.

若矩阵A可逆,则$A^{-1} = \dfrac{A^*}{|A|}$.

$$(A^{-1})^{-1} = A; (\lambda A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} \cdot A^{-1} (\lambda \neq 0);$$

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$

若同阶方阵A与B都可逆,那么AB也可逆,且

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}.$$

1 1　分块矩阵

矩阵的分块，主要目的在于简化运算及便于论证.

分块矩阵的运算规则与普通矩阵的运算规则相类似.

典　型　例　题

- 一、矩阵的运算
- 二、逆矩阵的运算及证明
- 三、矩阵的分块运算

一、矩阵的运算

例 1　计算

$$\begin{pmatrix} \frac{n-1}{n} & -\frac{1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} \end{pmatrix}_{n\times n}^{2}$$

解

$$\begin{pmatrix} \frac{n-1}{n} & -\frac{1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\ -\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} \end{pmatrix}_{n\times n}^2$$

$$= \left[\frac{1}{n} \begin{pmatrix} n-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & n-1 & \cdots & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & -1 & \cdots & n-1 \end{pmatrix} \right]^2$$

上页 下页 返回

$$=\frac{1}{n^2}\begin{pmatrix} n-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & n-1 & \cdots & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & -1 & \cdots & n-1 \end{pmatrix}^2$$

$$=\frac{1}{n^2}\begin{pmatrix} n(n-1) & -n & \cdots & -n \\ -n & n(n-1) & \cdots & -n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -n & -n & \cdots & n(n-1) \end{pmatrix}$$

上页 下页 返回

$$
=\begin{pmatrix}
\frac{n-1}{n} & -\frac{1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\
-\frac{1}{n} & \frac{n-1}{n} & \cdots & -\frac{1}{n} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
-\frac{1}{n} & -\frac{1}{n} & \cdots & \frac{n-1}{n}
\end{pmatrix}
$$

在此例中, $A^2 = A$, 所以A是幂等矩阵.

上页 下页 返回

例2 设$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$,试将$f(\lambda)=|\lambda E-A|$写成$\lambda$的多项式,并验证$f(A)=0$.

解
$$f(\lambda)=|\lambda E-A|=\begin{vmatrix} \lambda-a & -b \\ -c & \lambda-d \end{vmatrix}$$
$$=\lambda^2-(a+d)\lambda+ad-bc,$$

由此得

$$f(A)=A^2-(a+d)A+(ad-bc)E$$

上页 下页 返回

$$=\begin{pmatrix} a^2+bc & ab+bd \\ ac+cd & bc+d^2 \end{pmatrix}-(a+d)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$+(ad-bc)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

即$f(A)=0.$

二、逆矩阵的运算及证明

例3 求$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}(ad-bc\neq 0)$的逆矩阵.

解 方法一 用定义求逆阵

设 $A^{-1}=\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$,

由$A^{-1}A=E$,得

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

则有 $\begin{cases} a x_1 + b x_3 = 1, \\ c x_1 + d x_3 = 0, \\ a x_2 + b x_4 = 0, \\ c x_2 + d x_4 = 1. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1 = \dfrac{d}{ad - bc}, \\ x_2 = \dfrac{-b}{ad - bc}, \\ x_3 = \dfrac{-c}{ad - bc}, \\ x_4 = \dfrac{a}{ad - bc}. \end{cases}$

上页 下页 返回

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

注　依定义求A的逆,实质上是求解n个系数相同而常数项分别为单位矩阵的各列的n元方程组.

方法二

求二阶矩阵逆矩阵可用 "两调一除 "的方法，其做法是 ：先将矩阵 A中的主对角元素调换其 位置,再将次对角元素调换其 符号,最后用$|A|$去除A的每一个元素 ,即可得 A的逆矩阵 .

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, |A| = ad - bc.$$

$$A \xrightarrow{\text{调换主对角元}} \begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{次对角元调符号}} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{用}|A|\text{去除}} \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix},$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

注　此法仅适用于二阶矩阵，对二阶以上的矩阵不适用.

例4　解矩阵方程$AX=B, XA=B, AXB=C$,其中A、B均为可逆矩阵.

分析　解矩阵方程时,应注意已知矩阵与X的位置关系.例如解$AX=B$,要先考察A是否可逆(这个过程可以不写出),只有A可逆时才可解这个矩阵方程,这时将方程两边同时左乘A^{-1},得

$$A^{-1}AX=A^{-1}B, \text{即} X=A^{-1}B,$$

而不能右乘A^{-1},因为矩阵的乘法不满足交换律.

上页　下页　返回

矩阵方程	解
$AX = B$	$X = A^{-1}B$
$XA = B$	$X = BA^{-1}$
$AXB = C$	$X = A^{-1}CB^{-1}$

上页 下页 返回

三、矩阵的分块运算

例 5　设A,B都是n阶可逆矩阵，证明$D=\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}$必为可逆矩阵，并求$D$的逆矩阵.

证　因为$\det D=\det A\cdot\det B\neq 0$($\because A,B$均可逆，$\det A\neq 0,\det B\neq 0$)，所以$D$为可逆矩阵.

设　$D^{-1}=\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix}$，其中$X_{ij}$均为$n$阶矩阵$(i,j=1,2)$，

$$D\cdot D^{-1}=\begin{pmatrix} A & 0 \\ C & B \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} AX_{11} & AX_{12} \\ CX_{11}+BX_{21} & CX_{12}+BX_{22} \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}(E\text{是}n\text{阶单位阵})$$

依矩阵相等的定义有 $\begin{cases} AX_{11}=E, AX_{12}=O, \\ CX_{11}+BX_{21}=O, \\ CX_{12}+BX_{22}=E, \end{cases}$

从而得 $X_{11}=A^{-1}$, $X_{12}=O$,

$X_{21}=-B^{-1}CA^{-1}$, $X_{22}=B^{-1}$,

故 $$D^{-1}=\begin{pmatrix} A^{-1} & O \\ -B^{-1}CA^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix}.$$

上页 下页 返回

同理可得：

设A、B均可逆，对分块矩阵 D：

(1)设$D=\begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix}$，则 $D^{-1}=\begin{pmatrix} A^{-1} & -A^{-1}CB^{-1} \\ O & B^{-1} \end{pmatrix}$；

(2)设$D=\begin{pmatrix} C & A \\ B & O \end{pmatrix}$，则 $D^{-1}=\begin{pmatrix} O & B^{-1} \\ A^{-1} & -A^{-1}CB^{-1} \end{pmatrix}$.

例 6　设A,B,C,D都是n阶方阵，A是非奇异的，E是n阶单位阵，并且

$$X=\begin{pmatrix} E & O \\ -CA^{-1} & E \end{pmatrix},\quad Y=\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix},$$

$$Z=\begin{pmatrix} E & -A^{-1}B \\ O & E \end{pmatrix}.$$

(1)求乘积XYZ；

(2)证明：$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}=|A|\cdot|D-CA^{-1}B|$.

解　（1）根据分块矩阵的乘法，得

$$XYZ=\begin{pmatrix} E & O \\ -CA^{-1} & E \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & -A^{-1}B \\ O & E \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} A & B \\ O & D-CA^{-1}B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E & -A^{-1}B \\ O & E \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} A & O \\ O & D-CA^{-1}B \end{pmatrix}.$$

（2）由（1）可得

$$\because \left|XYZ\right| = \begin{vmatrix} A & O \\ O & D - CA^{-1}B \end{vmatrix} = \left|A\right| \cdot \left|D - CA^{-1}B\right|,$$

$$\left|XYZ\right| = \left|X\right|\left|Y\right|\left|Z\right|,$$

而 $\left|X\right| = \left|Z\right| = 1,$

$$\therefore \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \left|A\right| \cdot \left|D - CA^{-1}B\right|.$$

上页 下页 返回

第二章　测试题

一、填空题(每小题4分，共32分).

1. 设A为n阶方阵,A^*为其伴随矩阵,$\det A=\dfrac{1}{3}$,则

$$\det\left(\left(\frac{1}{4}A\right)^{-1}-15A^*\right)=\underline{\qquad\qquad}$$

2. 设3阶方阵$A\neq O$,$B=\begin{pmatrix}1&3&5\\2&4&t\\3&5&3\end{pmatrix}$,且$AB=O$,则

$t=\underline{\qquad\qquad}$

3.已知$A^3=E$,则$A^{-1}=$________

4.矩阵$A=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&5&0\\8&0&0\end{pmatrix}$的逆矩阵$A^{-1}=$________

5. 设4阶矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&1&0&0\\1&1&0&0\\-1&2&2&5\\2&-1&1&3\end{pmatrix}$

则A的逆矩阵 $A^{-1}=$______

上页 下页 返回

6. 若n阶矩阵A满足方程$A^2+2A+3E=0$,则

$A^{-1}=$________

7. 设A为三阶矩阵,且$|A|=1$, $|2A^{-1}+3A^*|=$________

8. 设$A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$,则$A^n=$____________

二、(6分) 设A、B均为n阶方阵,且$B=B^2$, $A=E+B$,证明A可逆,并求其逆.

上页 下页 返回

三、(6分) 设n阶实方阵$A \neq O$，且$A^* = A^T$，证明A可逆.

四、(8分)解下列矩阵方程.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

五、(每小题5分，共20分)求下列矩阵.

(1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n$， (2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}(-1, \quad 2)$;

上页 下页 返回

$$(3)\lim_{n\to\infty}\begin{pmatrix}1/2 & 1 & 1\\ 0 & 1/3 & 1\\ 0 & 0 & 1/5\end{pmatrix}^n; \qquad (4)\ A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}^n.$$

六、(6分)设$A=\begin{pmatrix}4 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 3\end{pmatrix}$, $AB=A+2B$, 求 B.

七、(每小题3分,共6分)设n阶矩阵 A的伴随矩阵为 A^*，证明：

$$(1)\text{若}|A|=0,\text{则}|A^*|=0; \qquad (2)\ |A^*|=|A|^{n-1}.$$

八、(每小题5分，共10分)求下列矩阵的逆矩阵.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 3 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1 & 3 & 0 & 0 & 0\\ 2 & 8 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2\\ 2 & 3 & 3 & 1 & 1\end{pmatrix}.$$

九、(6分)设$P^{-1}AP=B$,求A^{11}.其中

$$P=\begin{pmatrix}-1 & -4\\ 1 & 1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}.$$

上页 下页 返回

测试题答案

一、1. $(-1)^n 3$; 2. $t=4$; 3. A^2; 4. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/5 & 0 \\ 1/8 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;

5. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 24 & -35 & 3 & -5 \\ -9 & 13 & -1 & 2 \end{pmatrix}$;

6. $-\dfrac{1}{3}(A+2E)$;

7.125;　　8. $\begin{pmatrix} 3^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4^n \end{pmatrix}$.

二、$A^{-1} = (B+E)^{-1} = E - \dfrac{B}{2} = \dfrac{1}{2}(3E - A)$.

四、$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

五、1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}^n = \begin{cases} E, & (n\text{为偶数}) \\ \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, & (n\text{为奇数}) \end{cases}$;

$$2.\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix};\qquad 3.\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$4.\begin{pmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

六、$B=\begin{pmatrix} 3 & -8 & -6 \\ 2 & -9 & -6 \\ -2 & 12 & 9 \end{pmatrix}.$

$$
\text{八、1.}\begin{pmatrix} 3/4 & -1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};
$$

$$
\text{2.}\begin{pmatrix} 4 & -3/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 7/12 & -1/6 & -1/6 & 1/2 \\ 3 & -7/6 & -2/3 & 1/3 & 0 \\ -2 & 11/12 & 7/6 & 1/6 & -1/2 \end{pmatrix}.
$$

九、$\begin{pmatrix} 2731 & 2732 \\ -683 & -684 \end{pmatrix}$.

上页 下页 返回