

Chapitre 6 : Amplificateur Opérationnel

- I. Quelques généralités
- II. AO idéal
- III. Montages **linéaires** fondamentaux
- IV. Montages **non linéaires** fondamentaux
- V. Défauts des AO réels

Cours présenté par Vincent Canel (SJTU SPEIT 2023-2024)

Chapitre 6 : Amplificateur Opérationnel

I. Quelques généralités

Abréviations courantes en français :

Amplificateur Opérationnel = “ampli-op” = AOP = AO

运算放大器

I. Quelques généralités

1. Invention

- Invention dans les années 1940
- Production industrielle dans les années 1950
- Utile dans les calculateurs analogiques (remplacés par des calculateurs numériques aujourd'hui)



AO à tubes K2-W (1952)

May 1947

PROCEEDINGS OF THE I.R.E.

Analysis of Problems in Dynamics by Electronic Circuits*

JOHN R. RAGAZZINI†, MEMBER, I.R.E., ROBERT H. RANDALL‡, AND
FREDERICK A. RUSSELL§, MEMBER, I.R.E.

Summary—This paper describes a method for obtaining an engineering solution for integrodifferential equations of physical systems using an electronic system. The components consist of standard plug-in feed-back amplifier units. As the interconnections are wires, resistors, and capacitors, no complicated mechanical layout problem is involved and a generally flexible analyzer need not be set up, for it is a simple matter to assemble the particular circuit for any system of equations for which solutions are desired. The system should, therefore, be of interest to those involved in a study of the dynamics of physical systems.

I. INTRODUCTION

THE FORMULATION of electrical analogs of dynamic problems in fields other than electrical has long been used to obtain solutions for such problems.¹ Then, in most cases, a physically realizable network may be synthesized to fit the equations and a network used to obtain the electrical outputs representing the solution of the equations.² For complicated problems this method does not usually result in a network whose individual parameters correspond to the individual parameters of the original system, so that experimentation in the nature of varying the parameters is not simple. This objection is largely overcome through the generous use of isolating amplifiers within the electrical network. Until the modern methods of feed-back stabilization were developed, the use of amplifiers introduced complicating circuit elements which altered with variation in tube characteristics. The other method of attack on problems of this type has been through the use of the mechanical differential analyzer³ having as its basic tool an ingenious mechanical integrator, recently improved through the use of a polarized-light servo-operated torque amplifier.^{4,5}

The technique described herein employs as its basic tool a stabilized feed-back amplifier of standard design,⁶

which by mere external changes in connection will serve as integrator, differentiator and sign changer. Professor J. B. Russell of Columbia University first brought these techniques to the attention of the authors in the circuits employed in the Western Electric M-IX anti-aircraft gun director.⁷ As an amplifier so connected can perform the mathematical operations of arithmetic and calculus on the voltages applied to its input, it is hereafter termed an "operational amplifier."⁸ The operations can be performed to any desired degree of precision, providing power supplies of excellent regulation and circuit components of high precision are used. For most engineering computations, ordinary circuit components are adequate.

II. OPERATIONAL AMPLIFIERS

The term "operational amplifier" is a generic term applied to amplifiers whose gain functions are such as to enable them to perform certain useful operations such as summation, integration, differentiation, or a combination of such operations. In view of the fact that

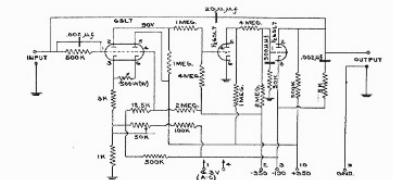


Fig. 1—Direct-current amplifier for use in electronic computers.

many operations involve steady or slowly changing inputs, the inherent frequency response of such amplifiers must extend down to zero frequency. The base unit in the operational amplifier is generally a direct-current amplifier having an odd number of stages. The unit shown in Fig. 1 was developed specifically for general laboratory use. However, any well-designed, stable, direct-current amplifier having an odd number of stages, or an equivalent phase shift, is adaptable to the uses which will be described.

* Instruction booklet prepared by the Bell Telephone Laboratories for the Western Electric M-IX anti-aircraft gun director.

* Decimal classification: 621.375.2. Original manuscript received by the Institute, April 30, 1946; revised manuscript received, September 25, 1946.

† Columbia University, New York, N. Y.

‡ City College of New York, New York, N. Y.

§ Newark College of Engineering, Newark, N. J.

1 M. F. Gardner and J. L. Barnes, "Transients in Linear System," John Wiley and Sons, New York, N. Y., 1942.

2 H. W. Bode, "Network Analysis and Feedback Amplifier Design," D. Van Nostrand Co., Inc., New York, N. Y., 1945.

3 V. Bush, "The differential analyzer," *Jour. Frank. Inst.*, vol. 212, pp. 447-448; October, 1931.

4 H. P. Kuehni and H. A. Peterson, "A new differential analyzer," *Trans. A.I.E.E. (Elec. Eng.)*, vol. 63, pp. 221-228; May, 1944.

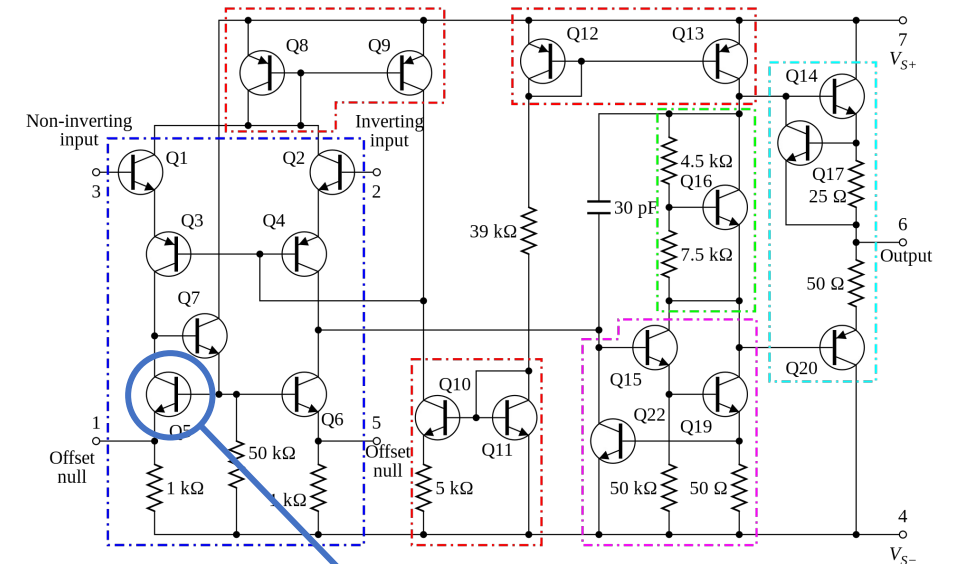
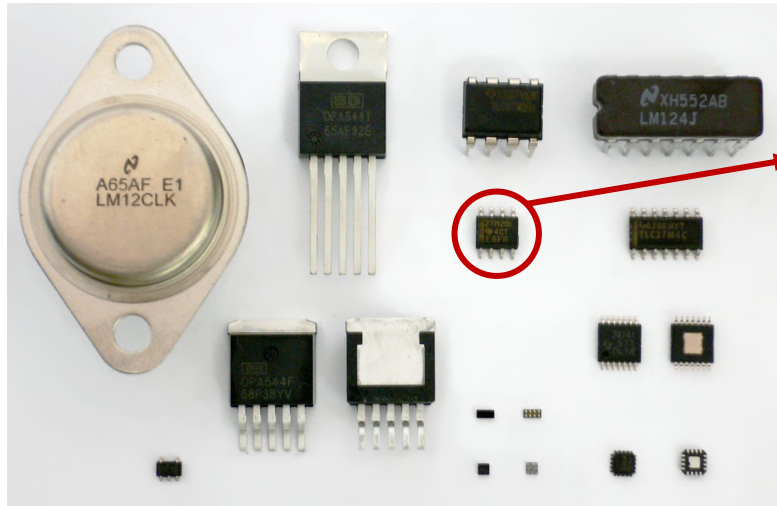
5 T. M. Berry, "Polarized light servo-system," *Trans. A.I.E.E. (Elec. Eng.)*, vol. 63, pp. 195-197; April, 1944.

6 E. L. Ginzton, "DC amplifier techniques," *Electronics*, pp. 98-102; March, 1944.

I. Quelques généralités

2. Aujourd'hui

- Usage : commande de moteurs, régulation de tension, sources de courants ou oscillateurs, etc.
- Coût moyen d'un modèle basique : 0,50 € ~ 4 ¥ mais peut atteindre 100 €
- Petit car « intégré », l'AO est aussi appelé amplificateur linéaire intégré (ALI)

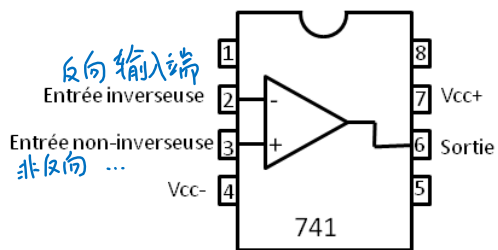
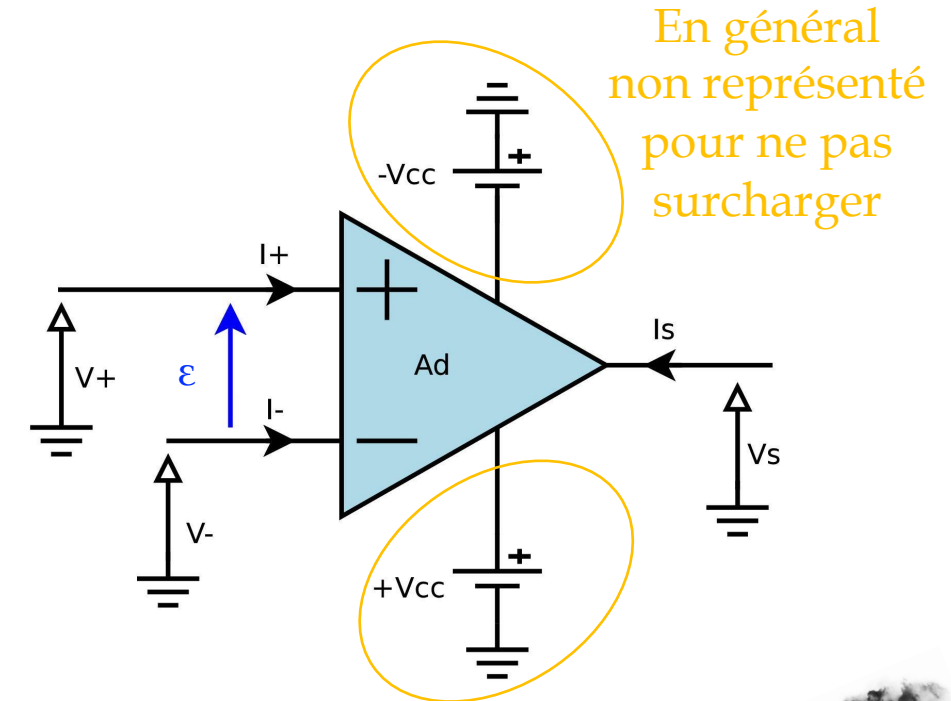
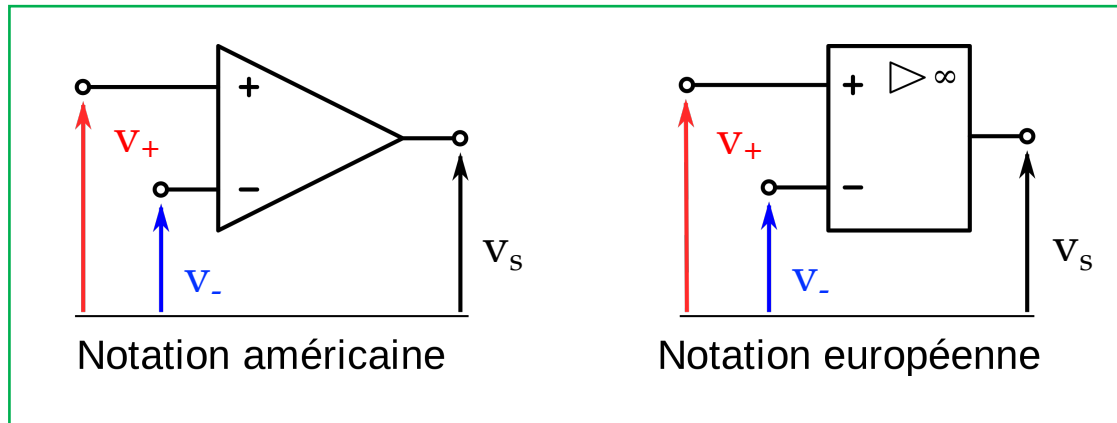


un transistor (semi-conducteur)

I. Quelques généralités

3. Description de l'AO

À vous de choisir



L'AO est un composant actif qui doit **AVANT TOUT** être alimenté par une alimentation symétrique constante ($\pm V_{cc}$) avec en général $V_{cc} = +15\text{ V}$.

Il possède deux bornes d'entrée : l'entrée inverseuse – au potentiel v_- et l'entrée non inverseuse + au potentiel v_+ ; et une borne de sortie v_s . La tension différentielle d'entrée est $\epsilon = v_+ - v_-$. Ces tensions sont exprimées par rapport à une référence commune (masse \perp) et sont accompagnées des courants i_+ , i_- et i_s .



Chapitre 6 : Amplificateur Opérationnel

I. Quelques généralités

II. AO idéal

*Pour un AO idéal, v_s dépend seulement de la **tension différentielle d'entrée $\varepsilon = v_+ - v_-$** .*

II. AO idéal

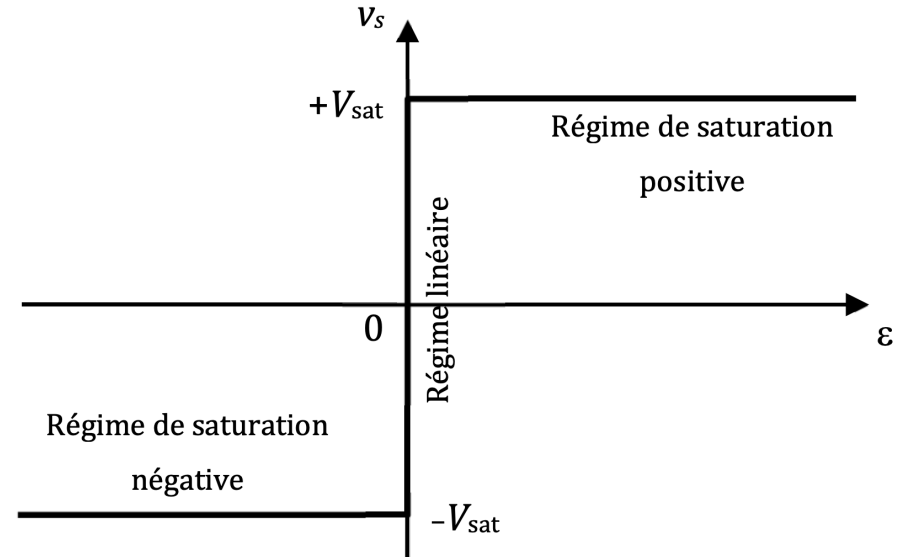
1. Hypothèses de l'AO idéal

- Trois régimes de fonctionnement : $\varepsilon = V_+ - V_-$

$$\varepsilon = 0 \text{ et } -V_{\text{sat}} < v_s < V_{\text{sat}} \quad (\text{régime linéaire})$$

$$\varepsilon > 0 \text{ et } v_s = +V_{\text{sat}} \quad (\text{régime de saturation positive})$$

$$\varepsilon < 0 \text{ et } v_s = -V_{\text{sat}} \quad (\text{régime de saturation négative})$$



avec V_{sat} constante, dite « **tension de saturation** » de l'AO ($V_{\text{sat}} = 13 \sim 14 \text{ V}$ pour $V_{\text{cc}} = 15 \text{ V}$).

- Ces relations sont valables si les grandeurs dépendent du temps, notamment en régime sinusoïdal établi (RSE), quelle que soit la fréquence (pour l'AO idéal). 建立的稳定正弦状态.
- Quel que soit le régime, les intensités des courants d'entrée sont toujours nulles : $i_+ = 0$ et $i_- = 0$. ☆
- Aucune relation ne permet de déterminer i_s à partir des tensions, i_s reste une inconnue... inutile en pratique ! Par conséquent, on n'appliquera jamais la loi des nœuds ou le théorème de Millman à la sortie d'un AO.

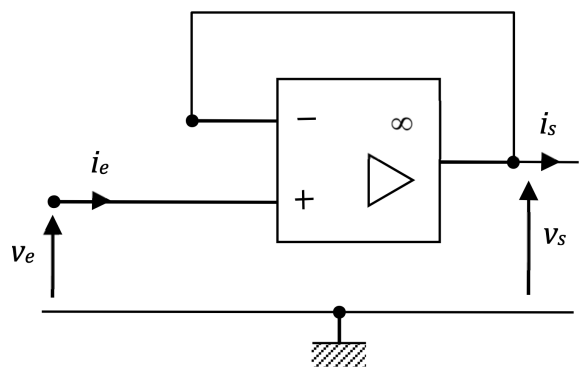
II. AO idéal

2. Conditions de fonctionnement

- Un AO ne peut fonctionner en régime **linéaire** que s'il existe une liaison entre la sortie de l'amplificateur et la borne inverseuse. Cette liaison est appelée **rétro-action négative** (ou contre-réaction).

Alors $\varepsilon = 0$ et $v_+ = v_-$. 负反馈

Exemple :

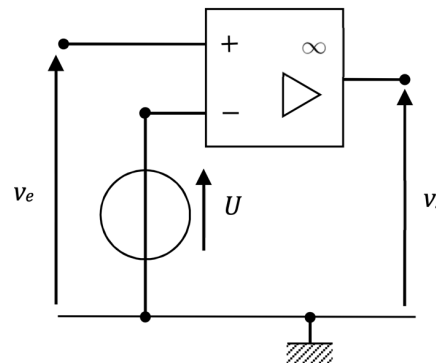


montage « suiveur »

随动放大器

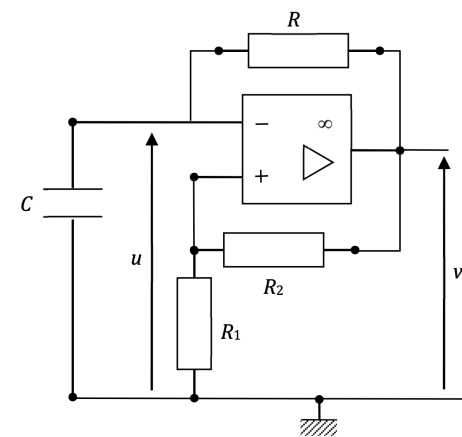
- Sans rétro-action négative simple (pas de rétro-action ou rétro-actions positive et négative), le régime est **saturé** (non-linéaire) ou **indéterminé** (auquel cas il faut faire des hypothèses pour les calculs et vérifier par l'expérience). 饱和 非确定

Exemples :



comparateur simple

简单比较器



multivibrateur astable

多谐振荡器

Chapitre 6 : Amplificateur Opérationnel

I. Quelques généralités

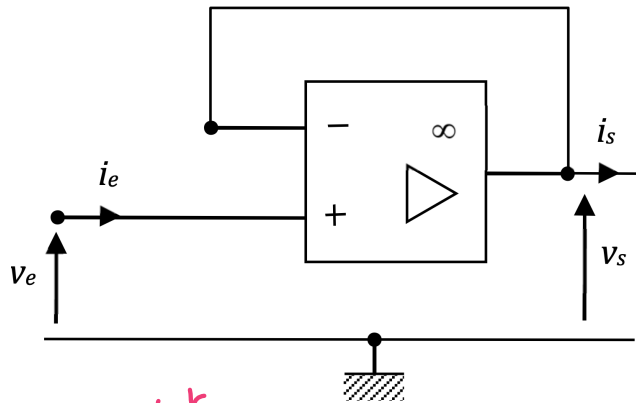
II. AO idéal

III. Montages linéaires fondamentaux

*Les AO sont considérés **idéaux** dans cette partie,
avec une **rétro-action négative** simple et donc en fonctionnement **linéaire**.*

III. Montages linéaires fondamentaux

1. Suiveur 跟随器



优点

- Intérêt du suiveur : ses impédances d'entrée Z_e et de sortie Z_s

$$i_e = i_+ \xrightarrow{\text{AD idéal}} 0 \quad \text{donc} \quad Z_e = \frac{V_e}{i_e} \rightarrow +\infty$$

De plus v_s est indépendante de i_s (donc du dipôle branché à la sortie qui pourrait avoir une impédance d'entrée non nulle) donc $Z_s = 0$. 因此不受连接到输出器件的非零输入阻抗的影响

- **Fonction de transfert :**

Il y a rétro-action négative, donc le montage fonctionne en régime linéaire.

$$\xi = 0 \quad \text{donc} \quad V_+ = V_-$$

$$\text{or } V_+ = V_e, \text{ et } V_- = V_s$$

$$\text{donc } V_s = V_e$$

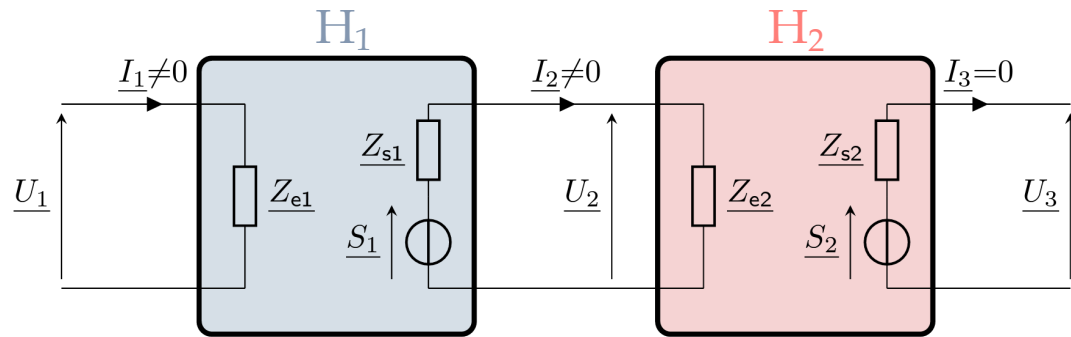
$$\underline{H = \frac{V_s}{V_e} = 1}$$

Conclusion : le montage suiveur est idéal en entrée et en sortie.

III. Montages linéaires fondamentaux

1. Suiveur

- Application :** cascade deux quadripôles de fonctions de transfert H_1 et H_2 en sortie ouverte $\frac{Z_{e2}}{Z_{e2} + Z_{s1}} S_1$



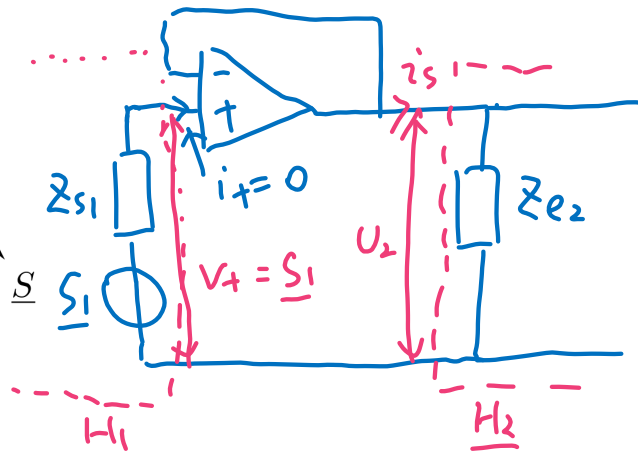
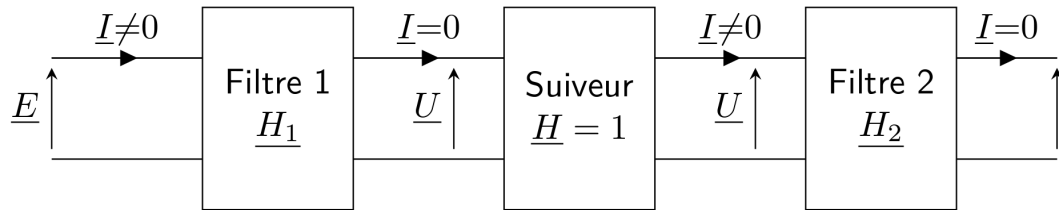
$$\begin{aligned} \underline{S_1} &= \underline{H_1} \underline{U_1} \\ \underline{S_2} &= \underline{H_2} \underline{U_2} \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} \underline{U_3} &= \underline{S_2} = \underline{H_2} \underline{U_2} = \underline{H_2} \frac{Z_{e2}}{Z_{e2} + Z_{s1}} \underline{S_1} \\ &= \frac{Z_{e2}}{Z_{e2} + Z_{s1}} \underline{H_2} \underline{H_1} \underline{U_1} \end{aligned} \right.$$

$$\underline{H_{tot}} = \frac{\underline{U_3}}{\underline{U_1}} = \frac{Z_{e2}}{Z_{e2} + Z_{s1}} \underline{H_2} \underline{H_1}$$

$$\simeq \underline{H_2} \underline{H_1} \quad \text{si } |Z_{e2}| \gg |Z_{s1}|$$

C'est-à-dire, $\underline{U_2} = \underline{S_1}$

On règle ce problème en ajoutant un suiveur :



$$\underline{U_2} = \underline{V_s} = \underline{V_-} = \underline{V_+} = \underline{S_1}$$

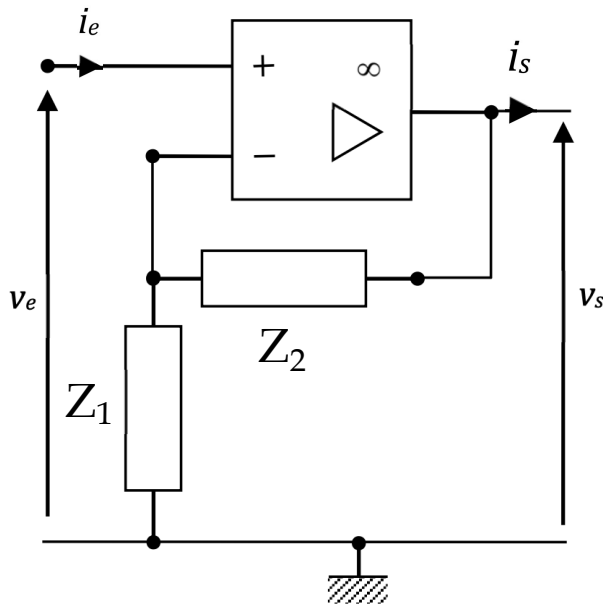
$$\begin{aligned} \xi &= 0 \\ V_+ - V_- &= 0 \end{aligned}$$

L'étage 2 ne prélève plus de puissance à l'étage 1 mais à alimentation ($\pm V_{cc}$) de l'AO.

III. Montages linéaires fondamentaux

2. Amplificateur non inverseur 同相放大器

C'est le montage ci-dessous avec $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$.



- **Fonction de transfert en RSE :**

Il y a rétro-action négative, donc le montage fonctionne en régime linéaire.

Le théorème de Millman appliqué sur l'entrée inverseuse donne :

$$v_e = v_+ = v_- = \frac{\frac{v_s}{Z_2}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} v_s$$

$$\text{Donc, } \underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

De plus $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$:

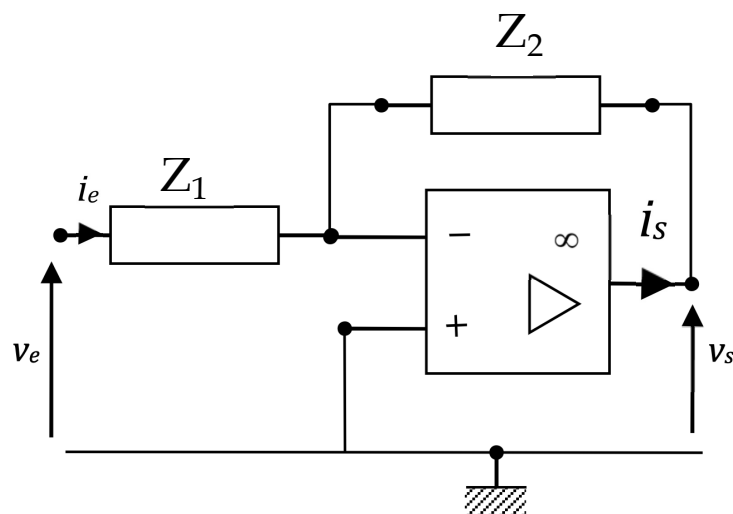
De plus, $\underline{H} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \geq 1$: amplification 放大
 $\underline{H} \geq 0$: non inverseur 同相

Comme le suiveur, ce montage est idéal en entrée et en sortie.

III. Montages linéaires fondamentaux

3. Amplificateur inverseur 反向放大器

C'est le montage ci-dessous avec $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$.



- **Fonction de transfert en RSE :**

Il y a rétro-action négative, donc le montage fonctionne en régime linéaire.

Le théorème de Millman appliqué sur l'entrée inverseuse donne :

$$0 = V_+ = V_- = \frac{V_s}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_1}} + \frac{V_e}{\frac{1}{Z_1}}$$

$$\text{Donc } V_s = - \frac{Z_2}{Z_1} V_e$$

$$\text{donc } H = \frac{V_s}{V_e} = - \frac{Z_2}{Z_1}$$

De plus $Z_1 = R_1$ et $Z_2 = R_2$. Si $R_2 > R_1$: $|H| = \frac{R_2}{R_1} > 1$: amplificateur 放大
 $|H| < 1$: inverseur 反向
 $H = -1$ pour $R_2 = R_1$

Ce montage est idéal en sortie (v_s est indépendante de i_s donc $Z_s = 0$) mais pas en entrée :

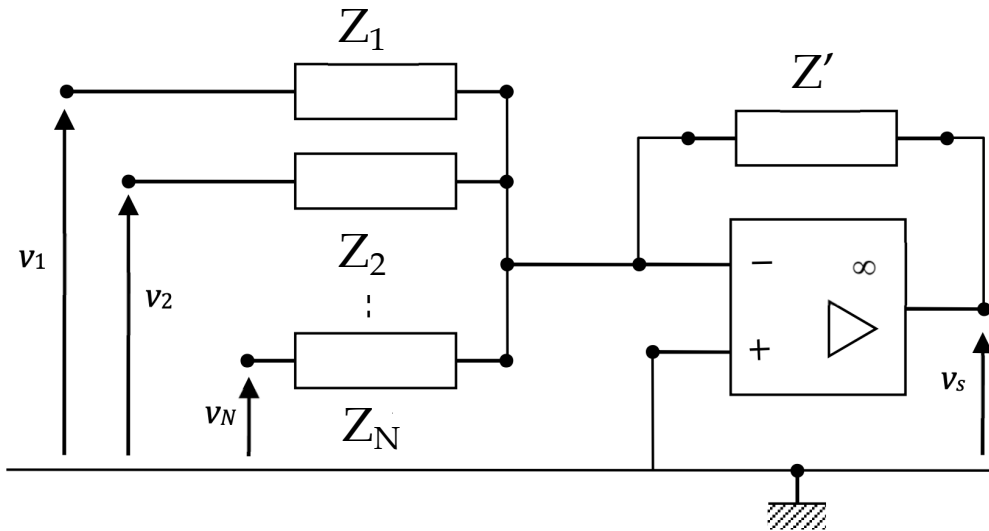
$$Z_e = \frac{V_e}{i_e} = \frac{V_e - V_-}{i_e} = \frac{Z_1 i_e}{i_e} = Z_1 = R_1$$

mais comme pour les autres montages à AO, les relations établies ne dépendent pas de ce qui est branché en entrée et en sortie de ce quadripôle. C'est l'un des intérêts des montages à AO.

III. Montages linéaires fondamentaux

4. Additionneur 加法器

C'est le montage ci-dessous avec $Z_i = R_i$ et $Z' = R'$



Fonction de transfert en RSE :

Il y a **rétro-action négative**, donc le montage fonctionne en **régime linéaire**. Le théorème de Millman appliqué sur l'entrée inverseuse donne :

$$0 = V_+ = V_- = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{V_i}{Z_i} + \frac{V_s}{Z'}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{Z_i} + \frac{1}{Z'}}$$

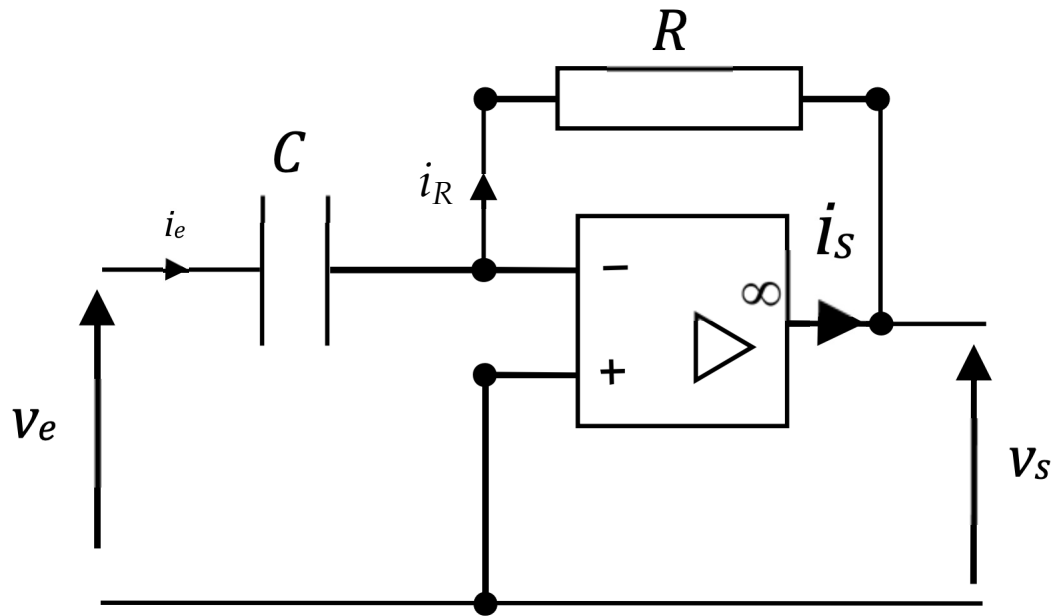
$$\text{donc } \underline{V_s} = - \sum_{i=1}^N \frac{Z'}{Z_i} V_i$$

Si $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_N = Z'$:

$$\underline{V_s} = - \sum_{i=1}^N V_i$$

III. Montages linéaires fondamentaux

5. Dérivateur 微分回路



On reconnaît le montage amplificateur inverseur en remplaçant :
C'est l'ampli. inv. avec $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$ et $Z_2 = R$

$$\frac{V_s}{V_e} = \underline{H} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -jRC\omega \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

donc $\underline{V_s} = -jRC\omega \underline{V_e}$

donc $\underline{V_s} = -RC \frac{dV_e}{dt}$ dérivateur

Autre méthode :

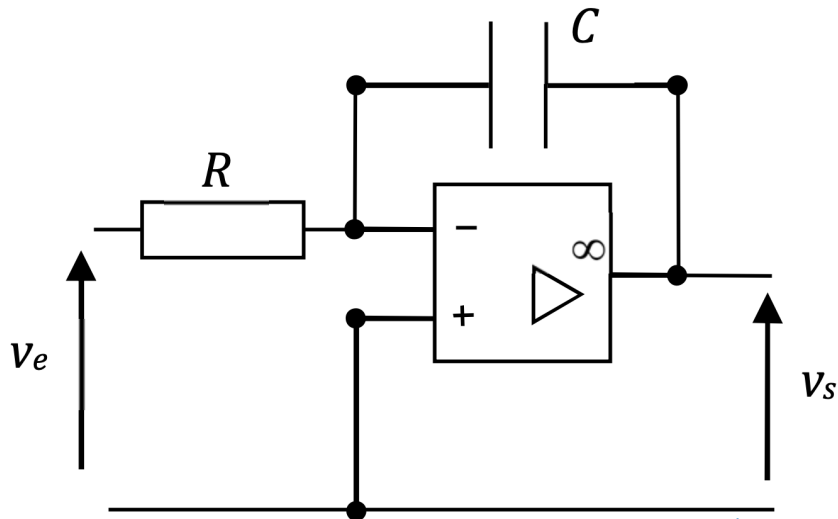
$$* i_e = \frac{dq}{dt} = C \frac{d(V_e - V_-)}{dt} \underset{V_+ = V_- = 0}{=} C \frac{dV_e}{dt}$$

$$* i_e = i_R + i_{\text{in}} = i_R$$

$$\underline{V_s} = V_s - V_- = -R i_R = -R i_e = -RC \frac{dV_e}{dt}$$

III. Montages linéaires fondamentaux

6. Intégrateur 积分器



On raisonne comme pour le dérivateur :

$$Z_1 = R, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\underline{H} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

$$\underline{V_s} = -\frac{1}{j\omega RC} \underline{V_e}$$

$$-j\omega RC \underline{V_s} = \underline{V_e}$$

$$\text{donc } V_e = -RC \frac{dV_s}{dt}$$

$$\int_0^t dt' \quad \int_0^t V_e(t') dt' = -RC [V_s(t) - V_s(0)]$$

$$V_s(t) = V_s(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t V_e(t') dt'$$

Ce montage idéal ne fonctionne pas bien en pratique (cf. TP « Montage pseudo-intégrateur »).