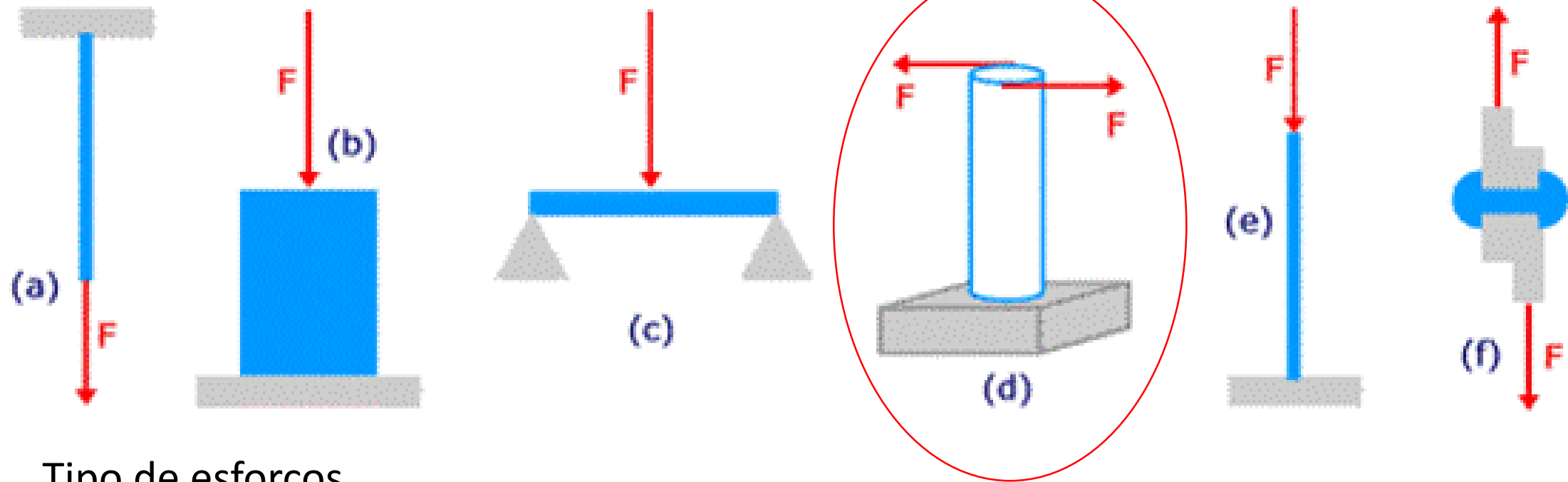




TORÇÃO

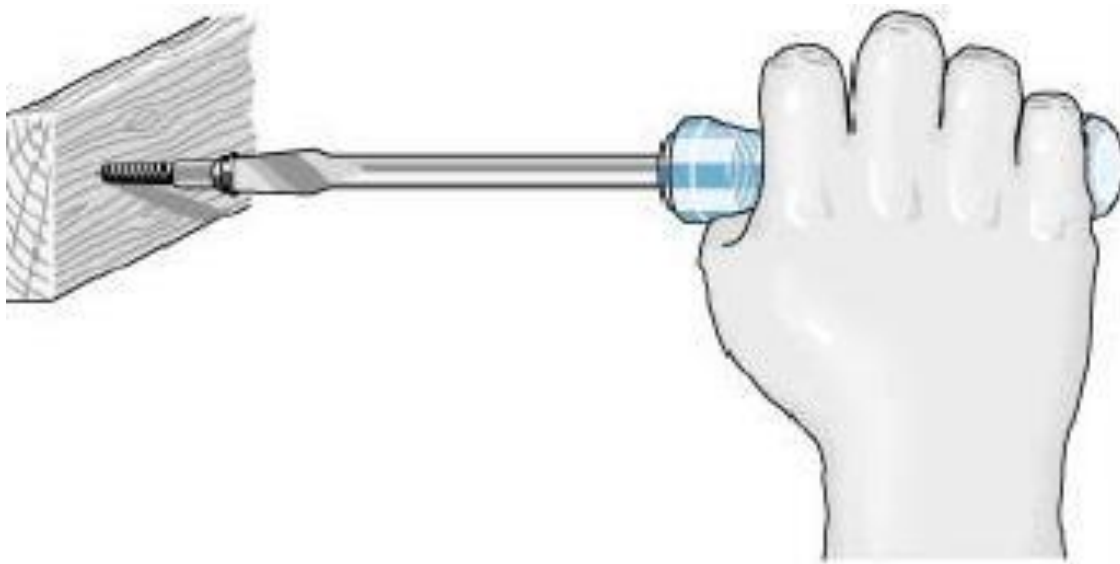
Prof. Dr. Carlos A. Nadal



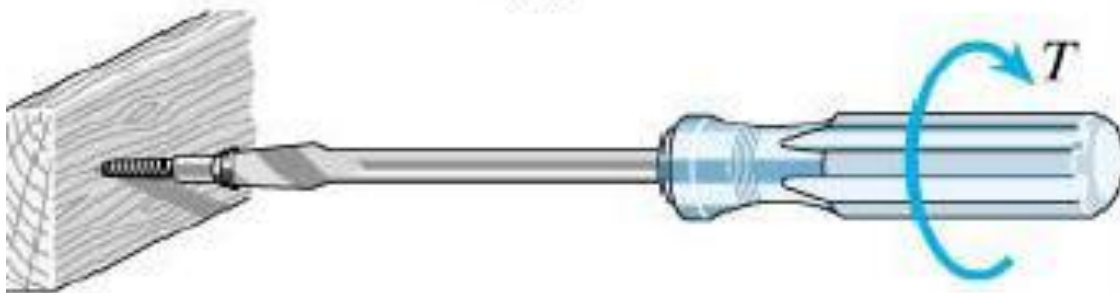
Tipo de esforços

- a) Tração
- b) Compressão
- c) Flexão
- d) Torção
- e) Compressão
- f) flambagem

Esforços axiais



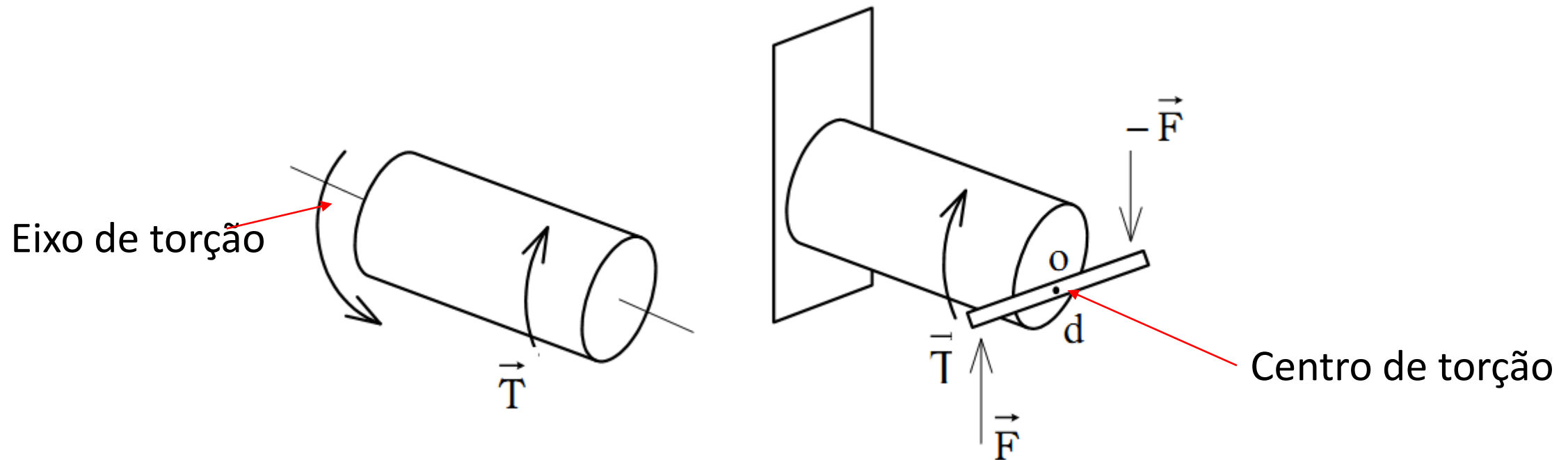
(a)



(b)

existe uma torção quando uma seção transversal de uma peça está sob a ação de um conjugado que tende a torce-la.

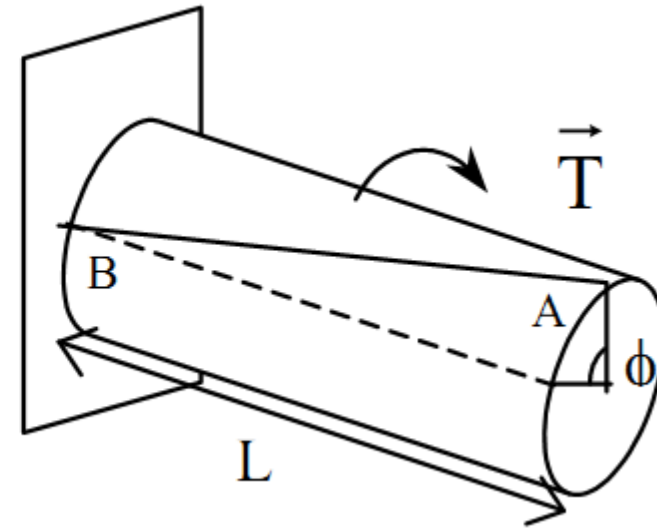
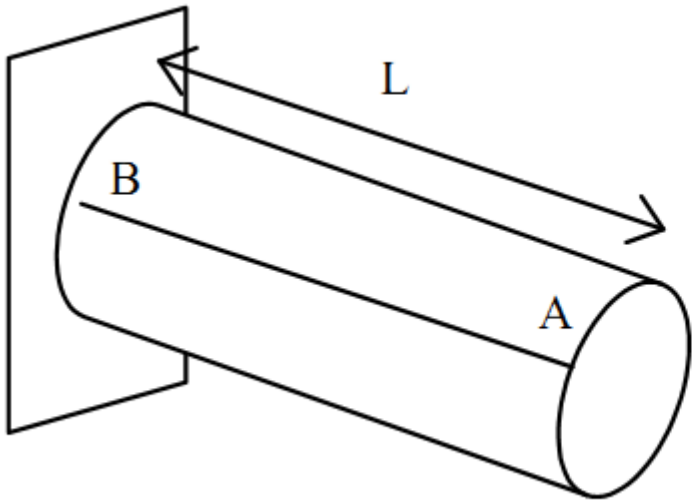
O plano de ação do conjugado = plano da seção transversal.
Os conjugados são chamados de momentos de torção, momentos torcionais ou torque T , $'T$, e que têm a mesma intensidade T e sentidos opostos (Nash,1982).



CENTRO DE TORÇÃO (o) é o ponto em torno do qual a seção transversal gira.
Para seções simétricas, coincide como o centro de gravidade.
EIXO DE TORÇÃO é o lugar geométrico dos centros de torção.

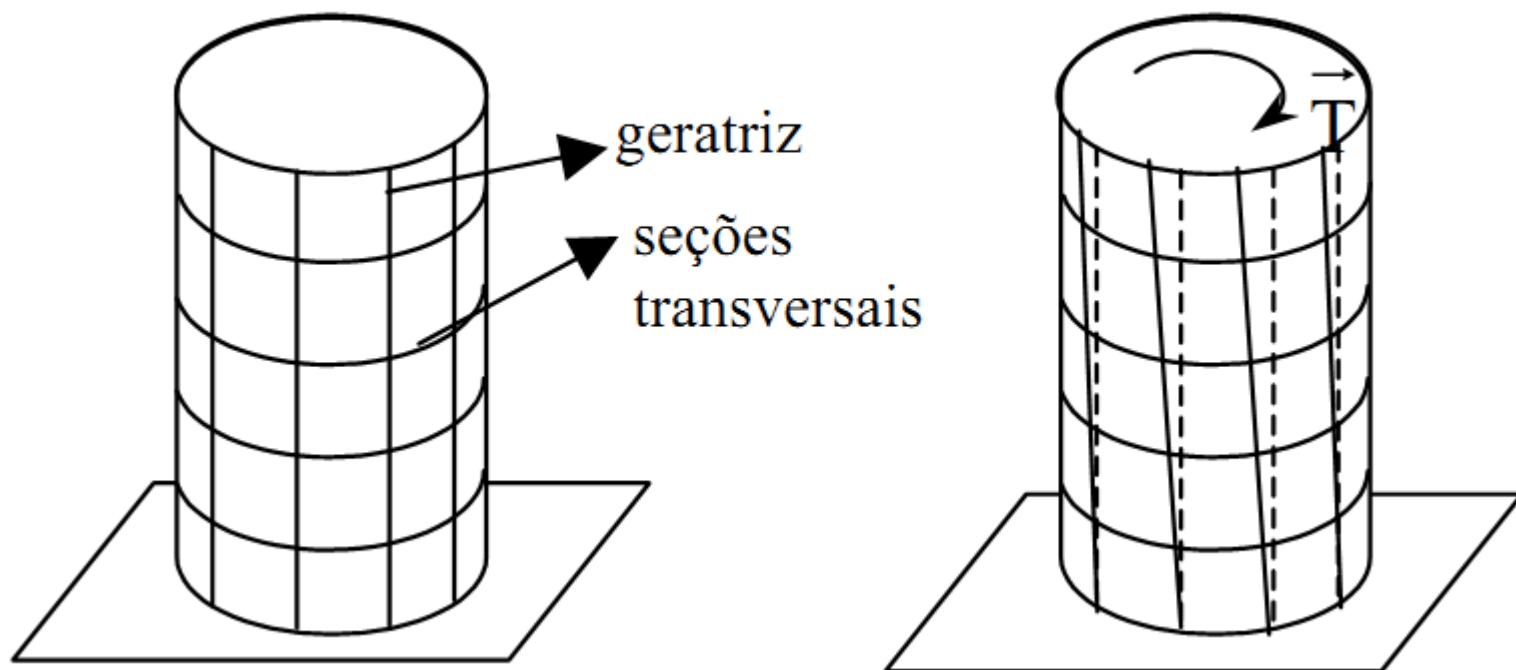
DEFORMAÇÕES NOS EIXOS CIRCULARES

Um eixo circular está fixado a um suporte por uma de suas extremidades e aplicando-se à extremidade livre um momento de torção T , o eixo gira, e a seção transversal da extremidade apresenta uma rotação representada pelo ângulo ϕ , chamado ângulo de torção (Beer and Johnston, 1989).

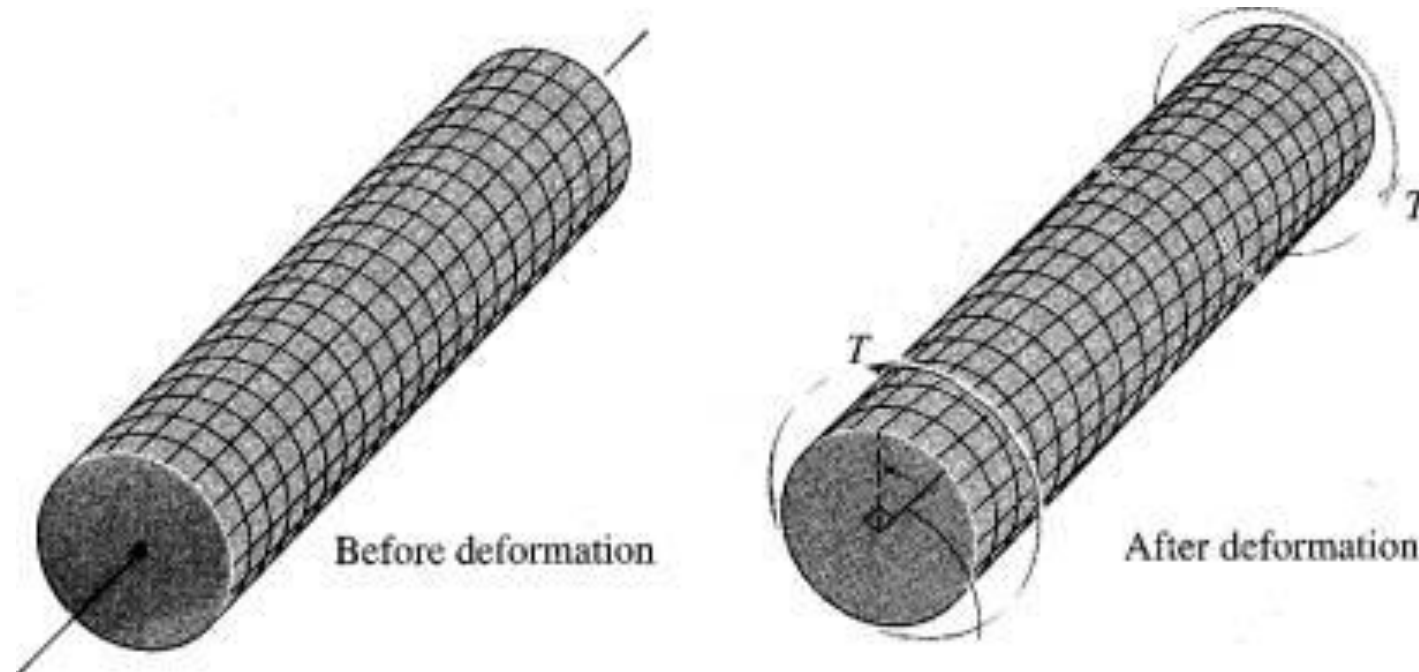


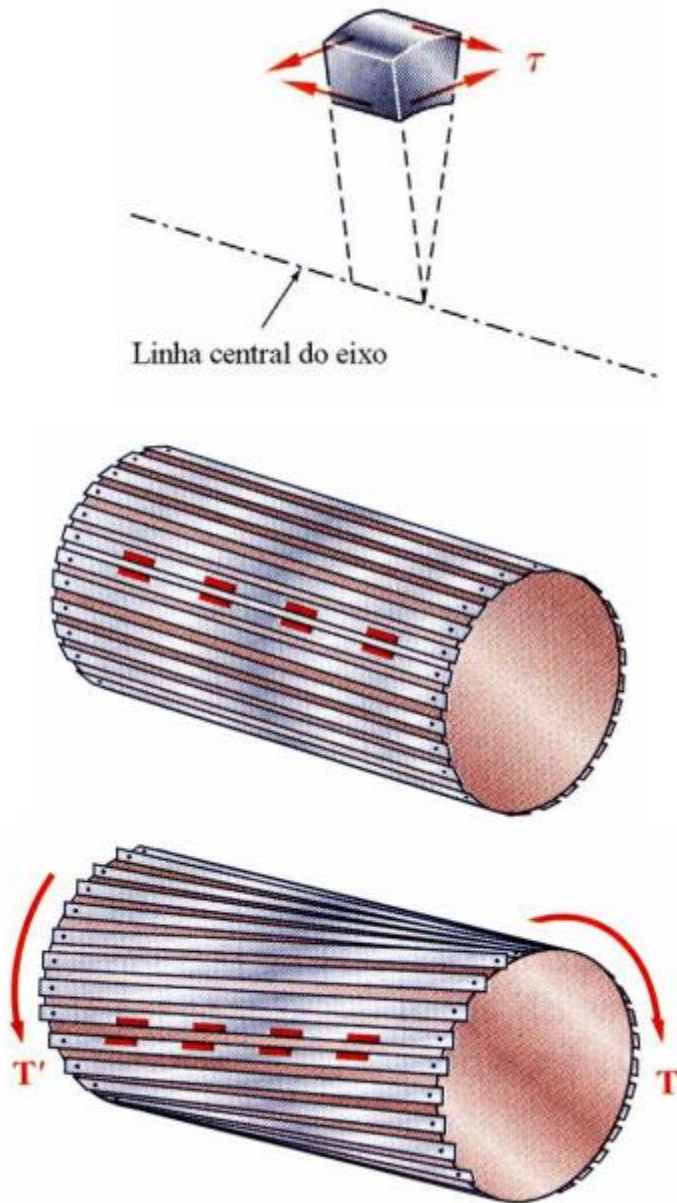
O ângulo de torção, para uma certa faixa de variação de T , é proporcional tanto a T como ao comprimento do eixo L .

Um prisma de seção circular, tendo uma de suas extremidades fixas, submetido a um momento de torção T .



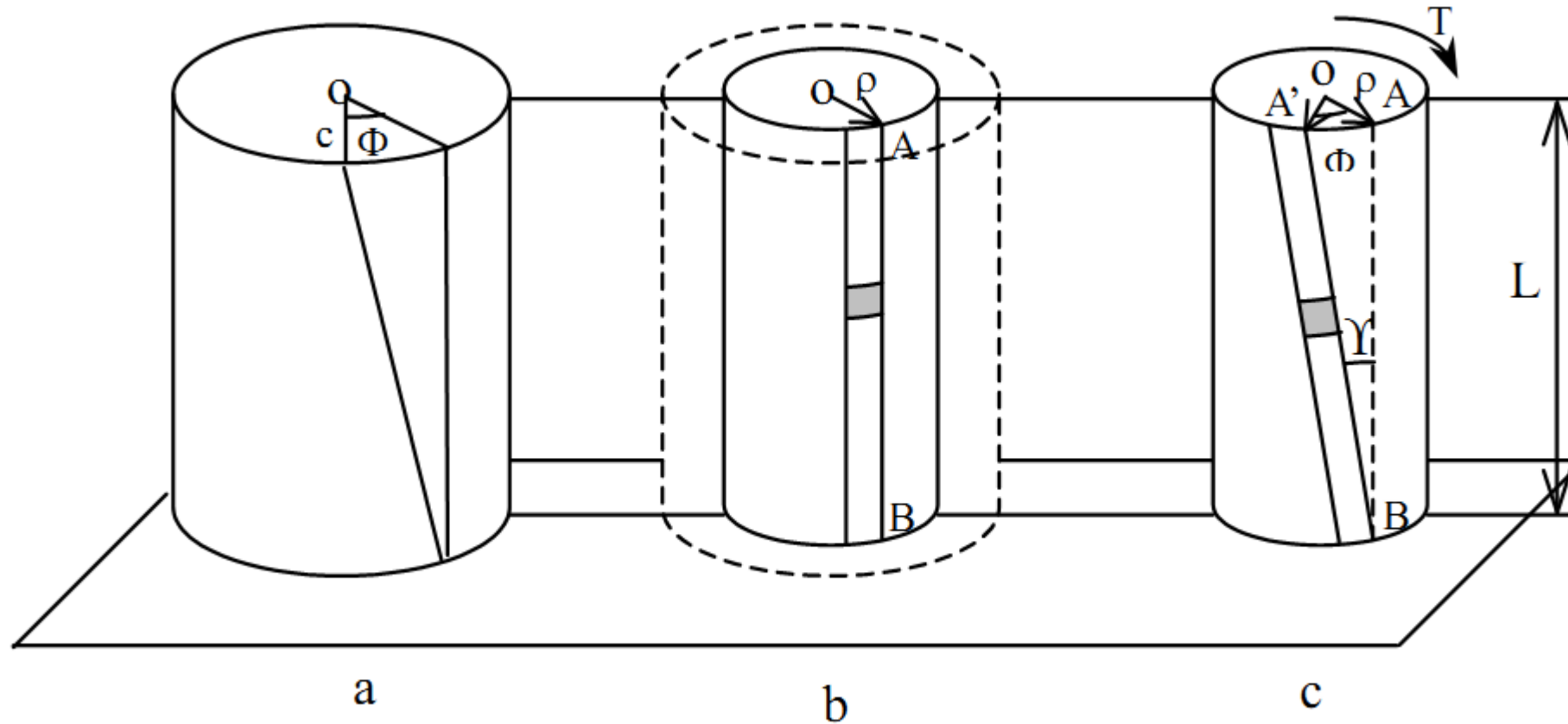
- a) as geratrizes se transformam em hélices;
- b) o “quadrado” se transforma em um “losango” com os lados sofrendo a mesma deformação angular;
- c) as seções normais permanecem planas e normais ao eixo de rotação e conservam sua forma. Neste caso, é preciso assegurar que os momentos sejam aplicados de tal forma que as extremidades também permaneçam planas sem deformação.





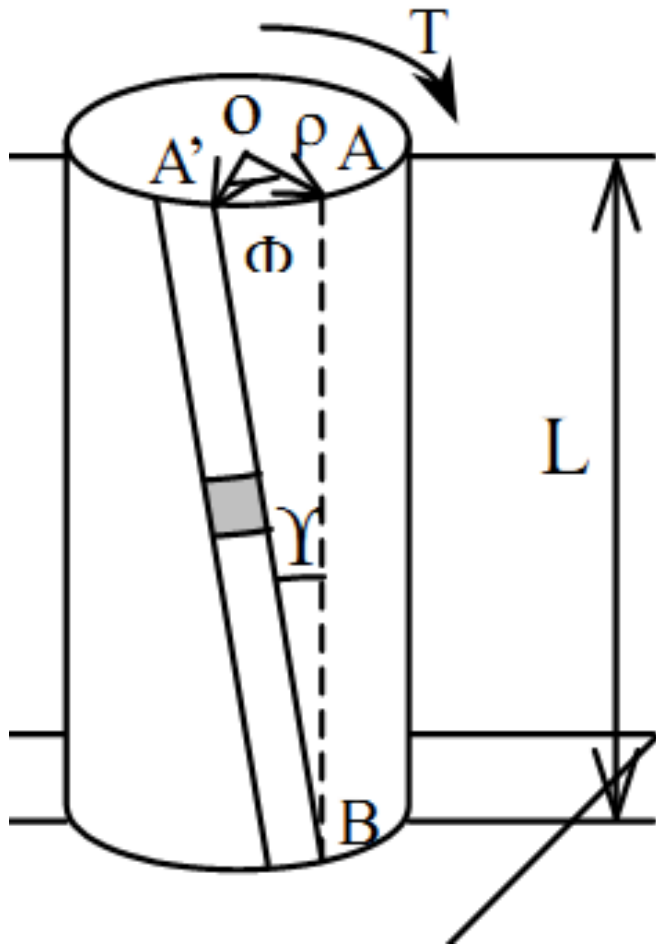
- O torque aplicado ao eixo produz tensões de cisalhamento nas faces perpendiculares ao eixo.
- As condições de equilíbrio requerem a existência de tensões iguais nas faces dos dois planos que contêm a linha central do eixo.
- A existência dos componentes de cisalhamento axiais é demonstrada considerando um eixo composto de varetas axiais.
- As varetas deslizam umas em relação às outras, quando torques iguais e opostos são aplicados às extremidades do eixo.

Determinação da distribuição de tensões de cisalhamento na seção transversal
deformação de cisalhamento γ deve ser igual ao ângulo formado por AB e A'B.



- a) eixo circular de comprimento L e raio c , que foi torcido em um ângulo de torção ϕ
- b) Retirando do interior do eixo um cilindro de raio ρ , marcando-se um “quadrado” sobre a superfície do mesmo, sem atuação de momento de torção.
- c) Aplica-se a torção o “quadrado” se transforma em “losango”, as deformações de cisalhamento são medidas pela variação de dois lados;

Pela figura observa-se que quando γ é pequeno, o comprimento de arco AA' é dado por $AA' = L \cdot \gamma$ e na seção transversal $AA' = \rho \cdot \phi$



$$\gamma = \frac{\rho \cdot \phi}{L}$$

γ e ρ em radianos

pode –se concluir que a deformação de cisalhamento em uma barra circular varia linearmente com a distância ao eixo da barra

γ é máximo na superfície da barra circular, onde $\rho = c$

$$\gamma_{\max} = \frac{c \cdot \phi}{L}$$

e

$$\gamma = \frac{\rho}{c} \cdot \gamma_{\max}$$

TENSÕES NO REGIME ELÁSTICO

Se a torção T tem um valor tal que as tensões no material se mantêm abaixo da tensão de cisalhamento de escoamento τ_e .

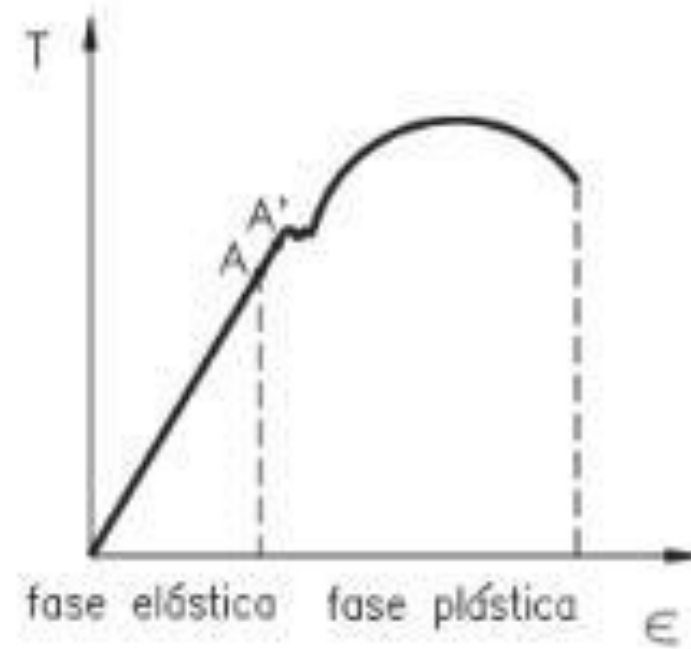
Nesse caso, as tensões no material permanecem abaixo dos limites de proporcionalidade e elasticidade (Lei de Hooke)

$$\tau = G.\gamma$$

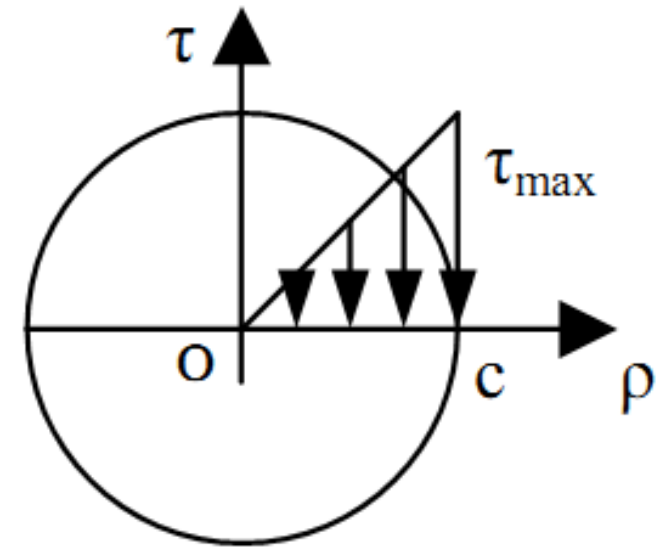
$$G.\gamma = \frac{\rho}{c}.G.\gamma_{\max}$$

$$\tau = \frac{\rho}{c}.\tau_{\max}$$

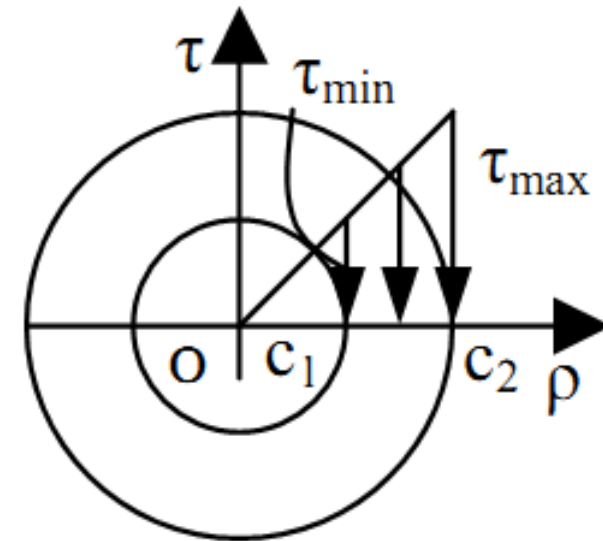
a tensão de cisalhamento na barra varia linearmente com a distância ρ do eixo da barra



distribuição das tensões de cisalhamento na seção transversal de eixo circular maciço



distribuição das tensões de cisalhamento para um eixo circular vazado, de raio interno c_1 , e raio externo c_2



$$\tau_{\min} = \frac{c_1}{c_2} \cdot \tau_{\max}$$

Tensão máxima de torção

$$\tau_{\max} = \frac{T.c}{J}$$

Tensão de cisalhamento a uma distância ρ do eixo da barra

$$\tau = \frac{T.\rho}{J}$$

T	⇒	N.m,
c, ρ	⇒	m,
J	⇒	m ⁴ ,
τ	⇒	N/m ² ,
γ, φ	⇒	radianos.

momento de inércia polar de círculo de raio c

$$J = \frac{1}{2}.\pi.c^4$$

momento de inércia polar de um eixo circular de seção vazada com raio interno c1 e raio externo c2.

$$J = \frac{1}{2}.\pi.(c_2^4 - c_1^4)$$

ÂNGULO DE TORÇÃO NO REGIME ELÁSTICO

eixo circular de comprimento L , seção transversal uniforme de raio c . O eixo está sujeito à ação de um momento de torção T .

O ângulo de torção ϕ e a deformação de cisalhamento máxima γ_{\max} estão relacionados por:

$$\gamma_{\max} = \frac{c.\phi}{L}$$

No regime elástico

$$\gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G}$$

$$\gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{T.c}{J.G}$$

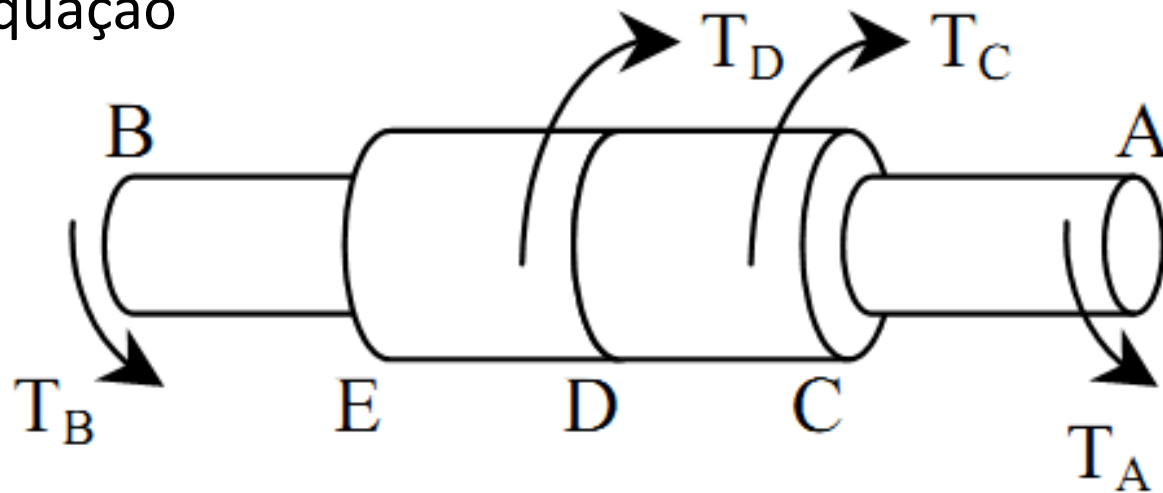
e

$$\phi = \frac{T.L}{J.G}$$

ϕ é expresso radianos.

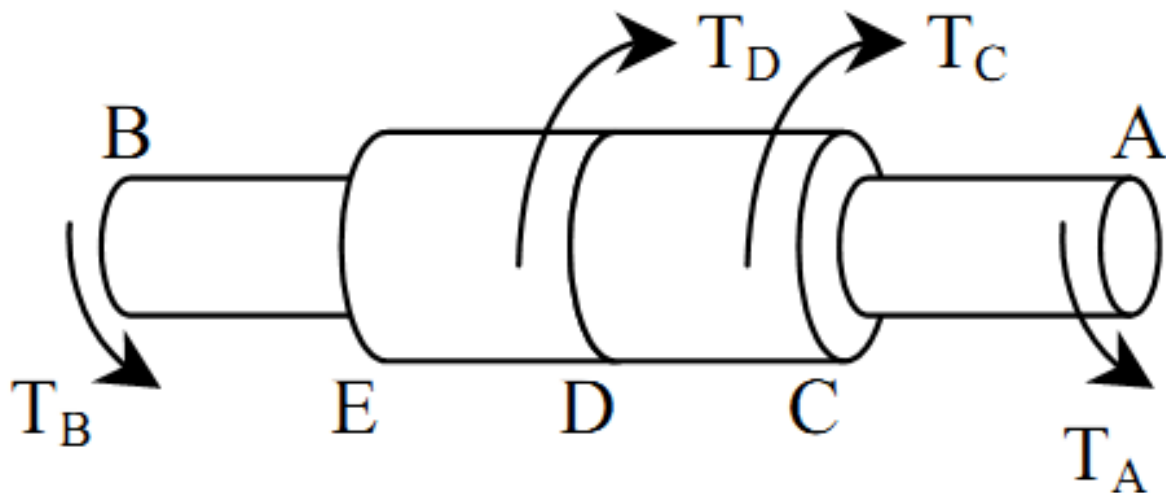
- No regime elástico, o ângulo de torção ϕ é proporcional ao momento de torção T aplicado no eixo circular.
- A equação só pode ser usada no caso de material homogêneo, para eixos de seção transversal constante e momentos aplicados nas extremidades da barra.
- eixos submetidos a momentos de torção aplicados em outros pontos, com seções transversais compostas de materiais diferentes, ou seções transversais variáveis (divididos em várias partes), onde cada uma delas, individualmente, satisfaça as condições de emprego da equação

$$\phi = \frac{T.L}{J.G}$$



o ângulo de torção ϕ do eixo circular é igual ao ângulo de rotação da extremidade livre.

No caso do eixo AB, deve-se considerar quatro partes diferentes: AC, CD, DE e EB. O ângulo de torção total do eixo, isto é, o ângulo segundo o qual a seção A gira em relação a seção B, será obtido somando algebricamente os ângulos de torção de cada parte componente. Então o ângulo de torção total será dado por:

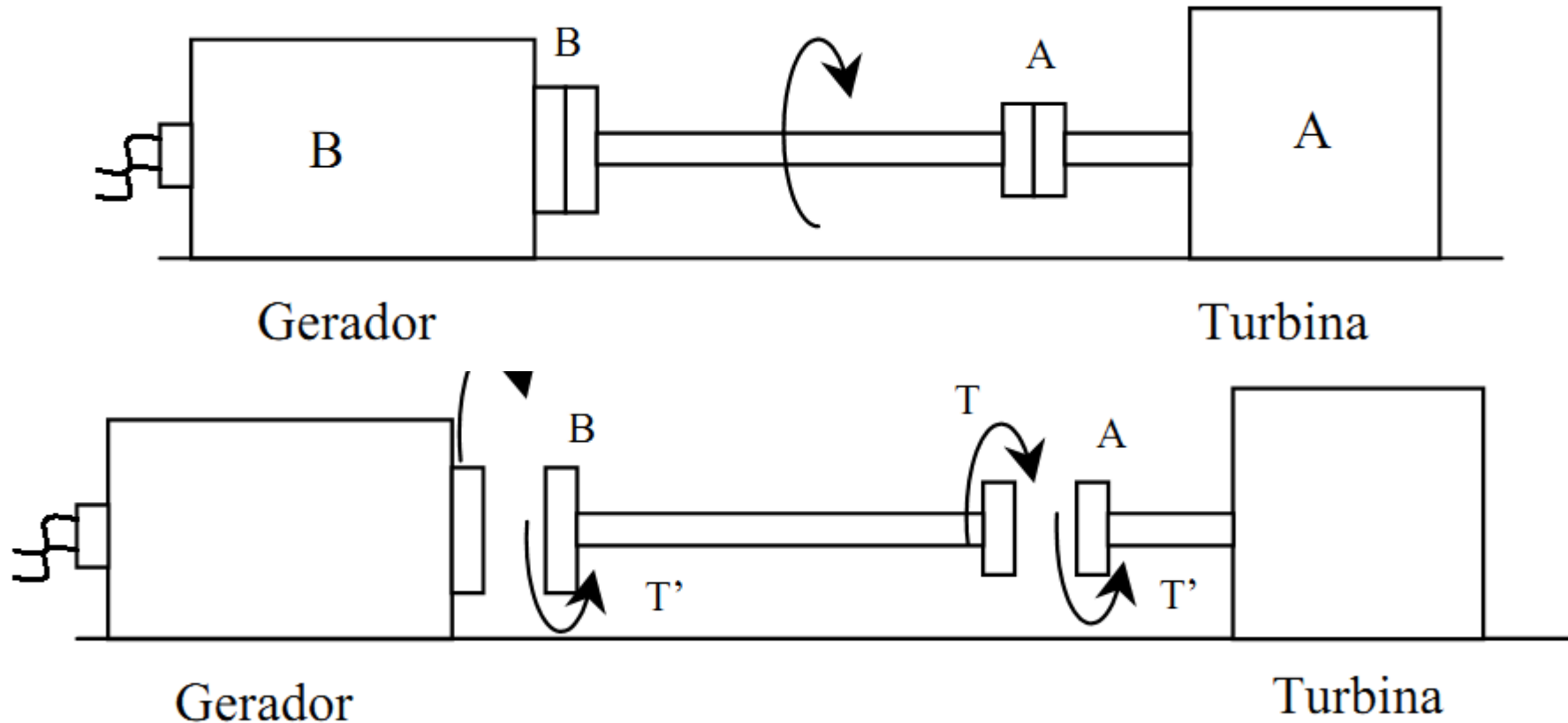


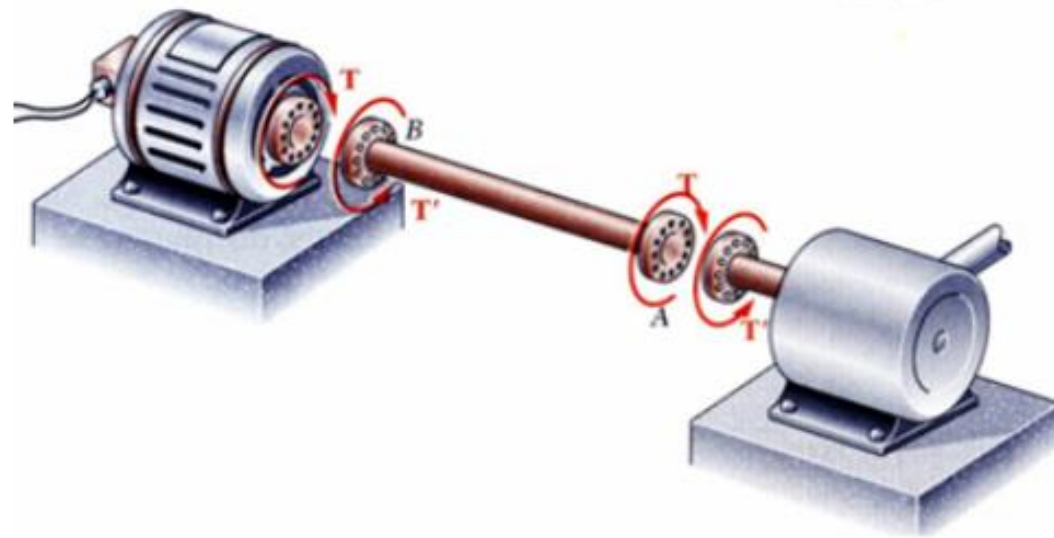
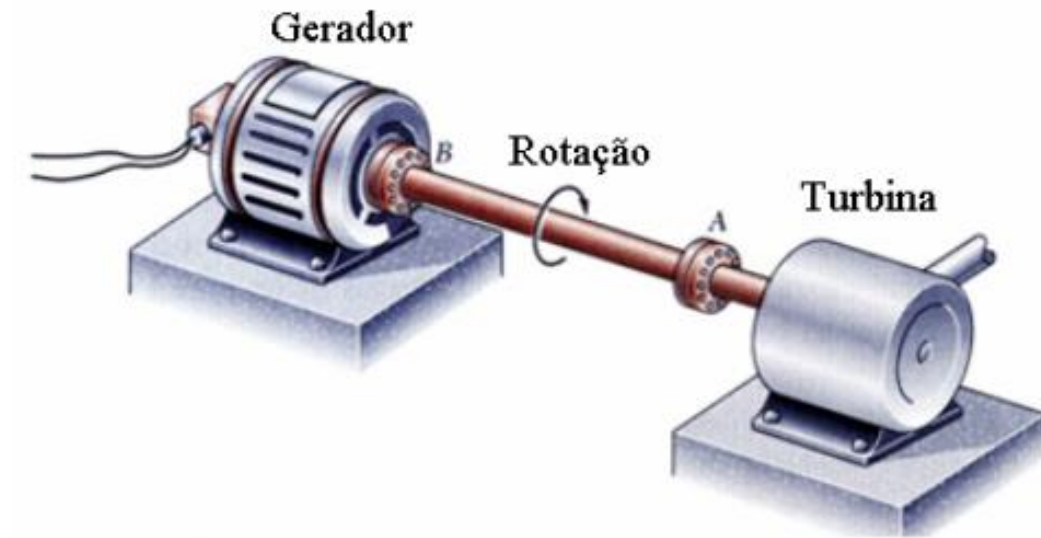
$$\phi = \sum_i \frac{T_i \cdot L_i}{J_i \cdot G_i}$$

onde T_i , L_i , J_i e G_i correspondem a parte i do eixo

Os eixos de transmissão podem ser maciços ou vazados.

A turbina A é conectada ao gerador B por meio do eixo de transmissão AB. Dividindo o conjunto nas três partes componentes, observa-se que a turbina exerce sobre o eixo um momento torcional ou torque T , e o eixo exerce sobre o gerador um torque de mesma intensidade. O gerador reage, exercendo sobre o eixo o momento torcional contrário T' , da mesma maneira que a reação do eixo à ação da turbina é também o torque T' .

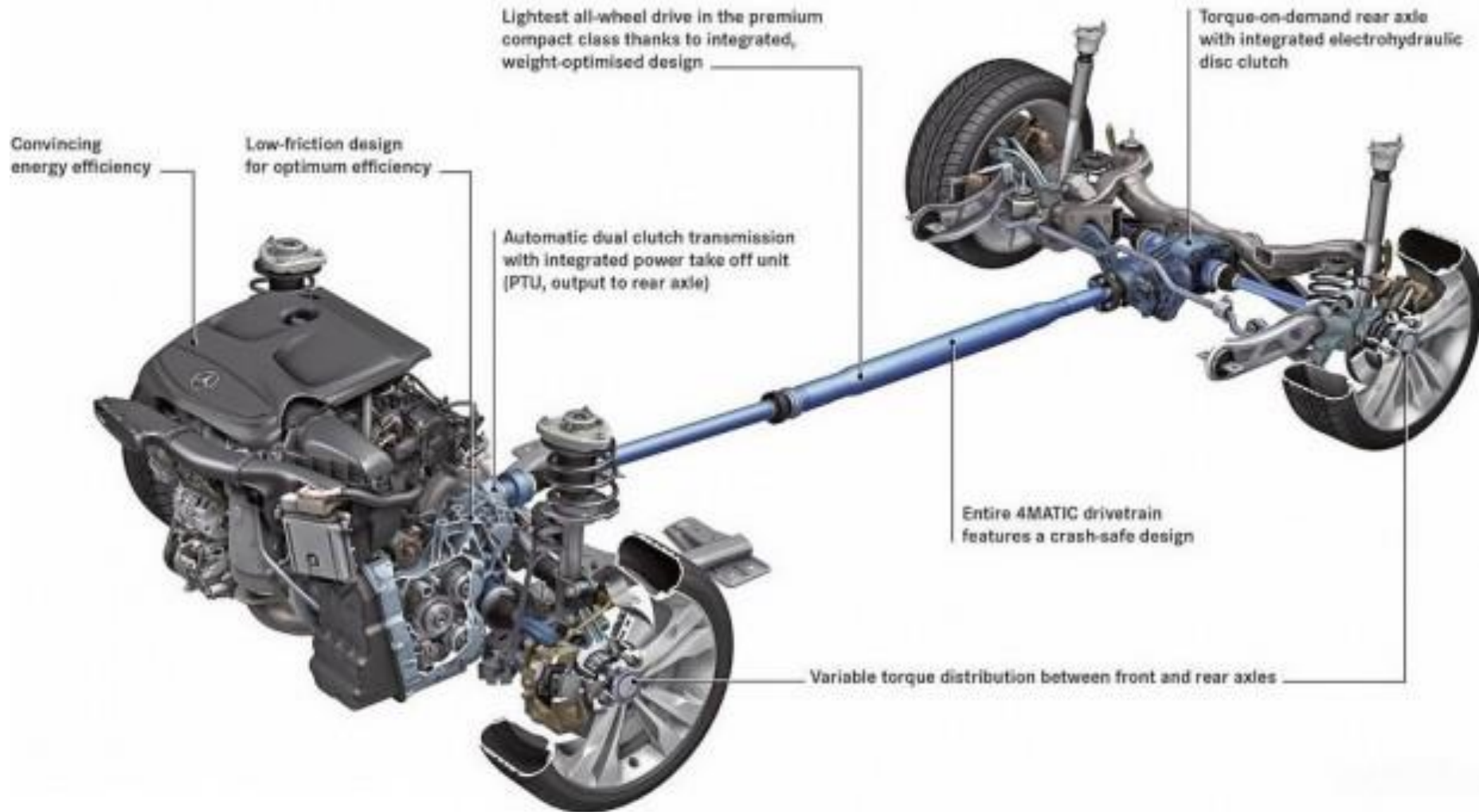




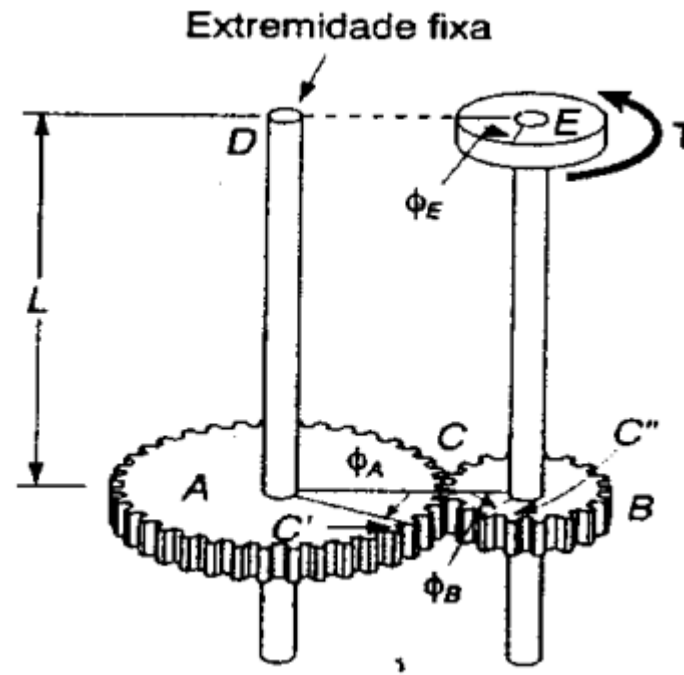
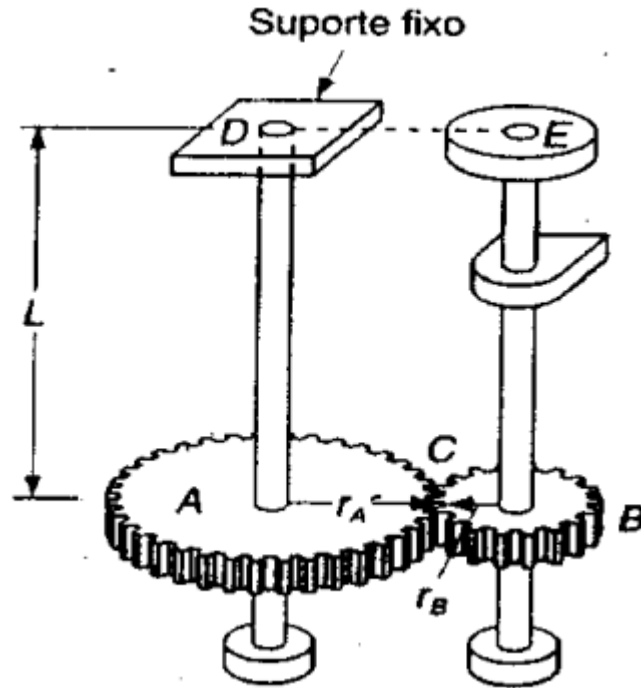
- Análise das tensões e deformações em eixos circulares sujeitos a momentos de torção ou *torques*.
- A turbina exerce torque T no eixo.
- O eixo transmite o torque para o gerador.
- O gerador reage com um torque igual e oposto T' , que é transmitido à turbina.

SISTEMA DE TRANSMISSÃO DE UM VEÍCULO

▲ All-wheel drive for all: the new 4MATIC from Mercedes-Benz Modern, permanent all-wheel drive with variable torque distribution



Quando as duas extremidades do eixo giram, o ângulo de torção do eixo é igual ao ângulo segundo o qual um extremidade girou em relação a outra



$$\phi_{E/B} = \phi_E - \phi_B = \frac{T.L}{J.G}$$

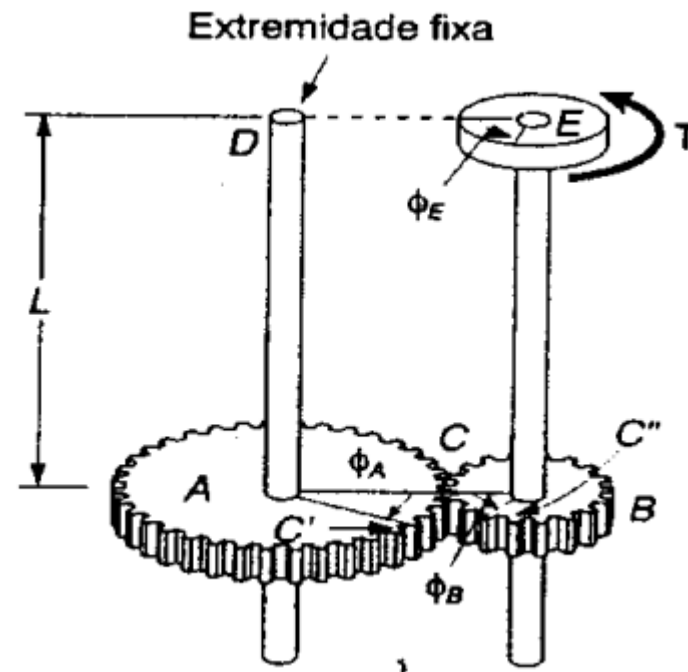
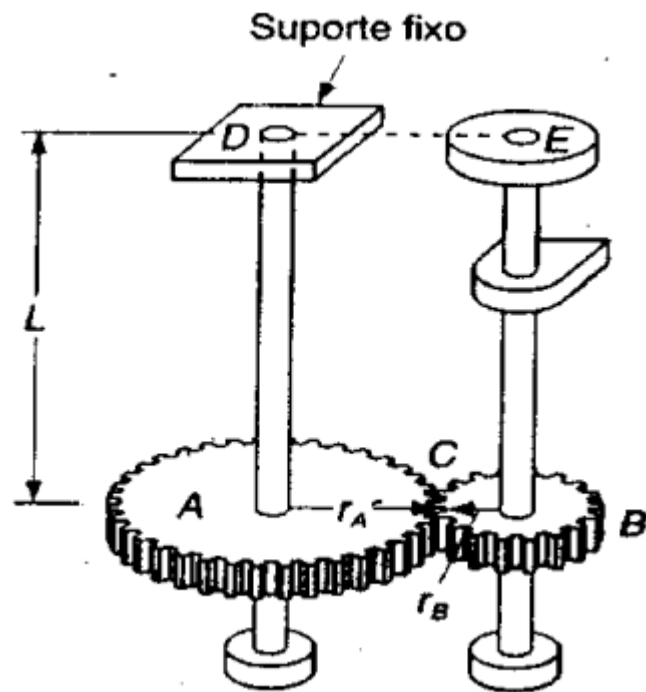
Ângulo de torção da seção A é medido pelo ângulo de rotação ϕ_A . Para o eixo BE, que tem as extremidades livres, o ângulo de torção é igual a diferença entre os ângulos de rotação ϕ_A e ϕ_B , isto é, segundo a extremidade E gira em relação à extremidade B. Chamando esse ângulo relativo de $\phi_{B/E}$

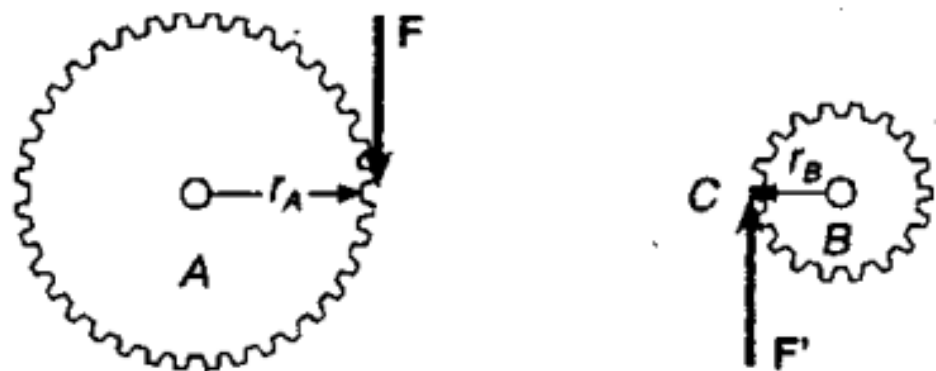
Exemplo: No conjunto da figura, se $r_A = 2.r_B$, determinar o ângulo de rotação da extremidade do eixo BE, quando o momento de torção T é aplicado em E.

Calculo do momento de torção T_{AD} que atua no eixo AD.

No ponto de contato, C, das duas rodas dentadas ocorrem duas forças iguais e de sentido contrário, F e F' .

Sabe-se que $r_A = 2.r_B$ e $T_{AD} = 2.T$, onde T é o momento de torção do eixo BE.





Extremidade D fixa \Rightarrow ângulo de rotação de A $\Rightarrow \phi_A$

$$\phi_A = \frac{T_{AD} \cdot L}{J \cdot G} = \frac{2 \cdot T \cdot L}{J \cdot G}$$

$$\text{Arco } CC' = \text{Arco } CC'' \Rightarrow r_A \cdot \phi_A = r_B \cdot \phi_B,$$

$$\Phi_B = \frac{r_A}{r_B} \cdot \phi_A = 2 \cdot \Phi_A$$

então:

$$\phi_B = 2.\phi_A = \frac{4.T.L}{J.G}$$

$$\text{E no eixo BE : ângulo de torção} \Rightarrow \phi_{E/B} \Rightarrow \phi_{E/B} = \frac{T_{BE}.L}{J.G} = \frac{T.L}{J.G}$$

$$\phi_{E/B} = \phi_E - \phi_B \Rightarrow \phi_E = \phi_{E/B} + \phi_B$$

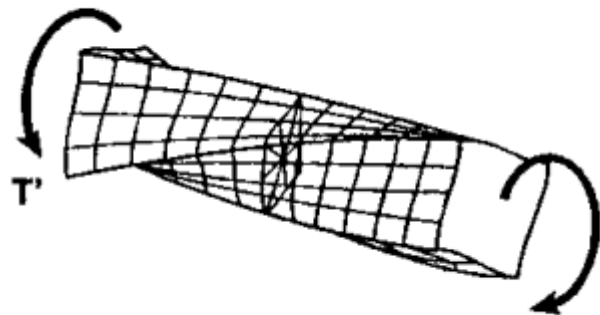
$$\phi_E = \frac{T.L}{J.G} + \frac{4.T.L}{J.G} = \frac{5.T.L}{J.G}$$

TORÇÃO EM BARRAS DE SEÇÃO TRANSVERSAL NÃO CIRCULAR

As equações deduzidas nas seções anteriores, para a determinação das tensões e distribuição das deformações provocadas por carregamento torcional, são válidas para eixos de seção circular, e foi estabelecido que estas seções transversais permanecem planas após a deformação e mantêm sua forma.

Essa hipótese depende da assimetria da barra.

Em uma barra de seção transversal quadrada, quando submetida a uma torção, as suas diagonais bem como as linhas que ligam os pontos médios dos lados se conservam retas. Porém, qualquer outra linha se deformará quando a barra for torcida, devido a falta de assimetria, e a própria seção transversal sairá do seu plano original (Popov, 1976).



Deste modo, as equações que definem a distribuição de deformações e tensões em um eixo circular de material elástico, não podem ser usadas para seções não circulares. Assim, seria errado adotar uma barra de seção quadrada, uma distribuição de tensões linear a partir do eixo da barra, variando com a distância ao centro da seção, que levassem a um máximo de tensões nos vértices do quadrado.

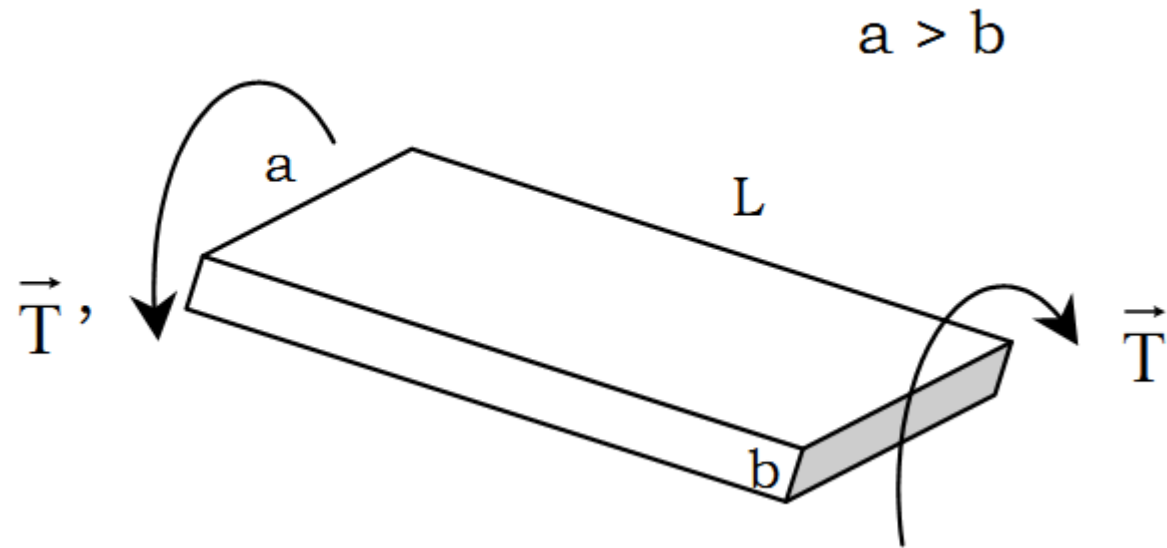
A determinação das tensões nas barras não circulares submetidas à torção, está além do alcance deste curso.

Por conveniência, indicam-se aqui alguns resultados da Teoria da Elasticidade, para o caso de barras de eixo reto, com seção retangular constante.

A barra abaixo, tem comprimento L e lados a e b (respectivamente lado maior e lado menor), está submetida ao torque T . A tensão máxima de cisalhamento e o ângulo de torção são dados por:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 \cdot a \cdot b^2}$$

$$\phi = \frac{T \cdot L}{c_2 \cdot a \cdot b^3 \cdot G}$$



onde os coeficientes c_1 e c_2 , dados na tabela, dependem da relação a/b , G é o módulo de elasticidade transversal.

Coeficientes para a torção de barras retangulares

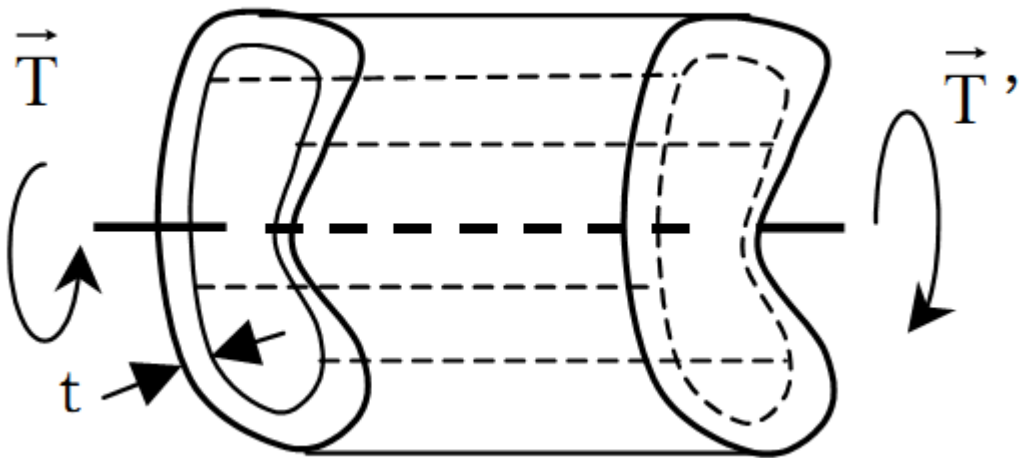
a/b	C_1	C_2
1,0	0,208	0,141
1,2	0,219	0,166
1,5	0,231	0,196
2,0	0,246	0,229
2,5	0,258	0,249
3,0	0,267	0,263
4,0	0,282	0,281
5,0	0,291	0,291
10,0	0,312	0,312
∞	0,333	0,333

TEOREMA DE BREDT

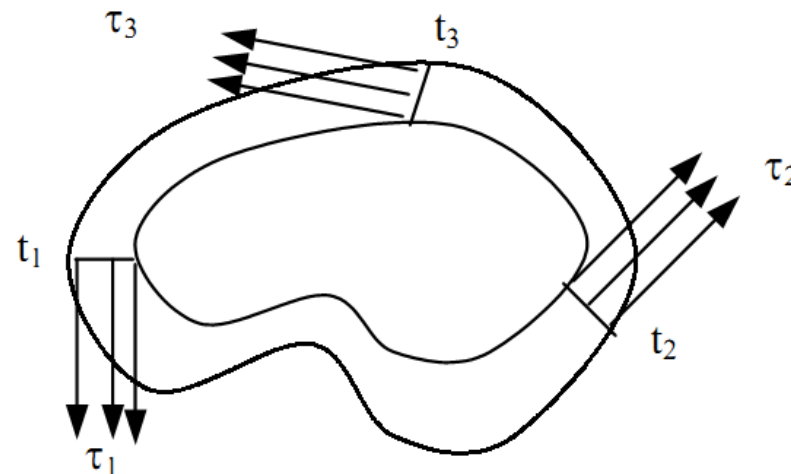
“Em uma barra cilíndrica vazada de seção não-circular de espessura t fina, submetida a torção, as tensões de cisalhamento nos pontos de uma mesma espessura, são representadas por um valor médio da tensão de cisalhamento.”

$$\tau = \frac{T}{2tA}$$

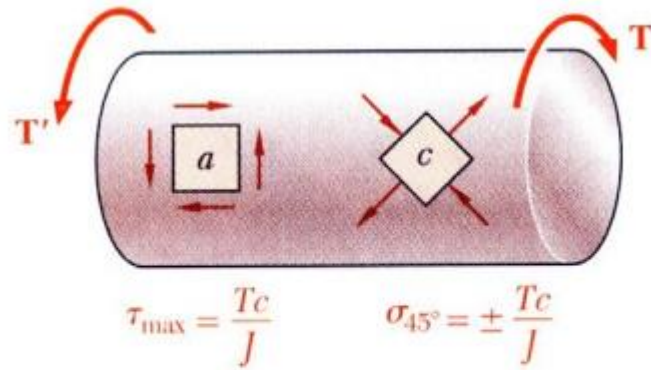
A é a área limitada pela linha central, ou seja, é aproximadamente uma média das duas áreas entre as paredes interna e externa da barra.



Distribuição de tensões

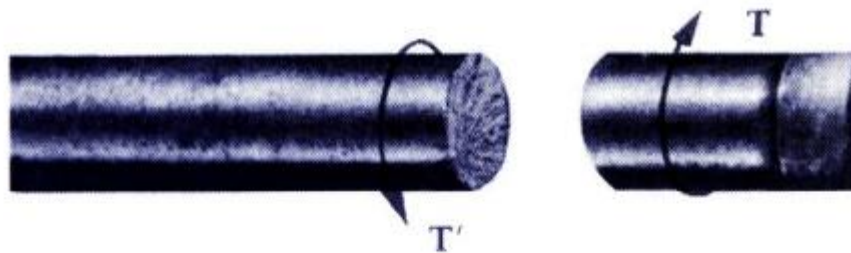


Fraturamento na Torção – resultados de ensaio



- Materiais dúteis geralmente falham por cisalhamento, e materiais frágeis por tração.

- Quando sujeita à torção, uma amostra dútil quebra ao longo de um plano de cisalhamento máximo, isto é, um plano perpendicular à linha central do eixo.



- Quando sujeita à torção, uma amostra frágil quebra ao longo de planos perpendiculares à direção na qual a tensão normal é máxima, isto é, ao longo das superfícies a 45° da linha central do eixo.





Viga sujeita a
Torção
acidental

Onde está o efeito de torção nesta imagem?

Ensaio de torção numa viga de concreto



Torquímetro digital



Visor digital que permite perfeita visualização do torque aplicado.

São acionados LEDs verdes e após, vermelhos, combinados com um sinal sonoro quando o torque é atingido.

Medidor de ângulo de torque



Balança de torção

