

Optimisation de portefeuille Black–Litterman basée sur les copules

C. Cegarra H. Bouhadda C. Dexposito S. Benmoussa

24 mars 2025

Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Données
- 3 Modélisation GARCH
- 4 Copule Vine
- 5 Vues et Black–Litterman
- 6 Optimisation
- 7 Évaluation hors-échantillon
- 8 Résultats
- 9 Conclusion et perspectives

- Gestion de portefeuille classique : modèle moyenne-variance (Markowitz), CAPM
- Limites : hypothèses de normalité, dépendances linéaires, insensibilité aux queues épaisses
- Black–Litterman : fusion bayésienne des rendements d'équilibre et des vues investisseur
- Objectif : intégrer des dépendances non linéaires via les copules
Vine pour mieux modéliser les rendements multivariés

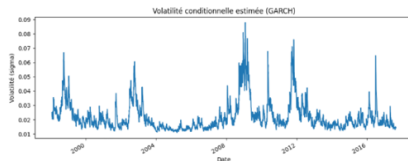
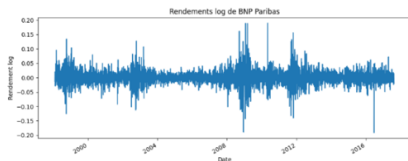
- ① Modéliser la volatilité conditionnelle des actifs via GARCH(1,1)
- ② Estimer une copule multivariée Vine (R-vine) pour capturer les dépendances complexes
- ③ Générer des vues via un modèle VECM sur les niveaux de prix
- ④ Intégrer ces éléments dans un cadre Black–Litterman étendu
- ⑤ Optimiser des portefeuilles sous contraintes réalistes et comparer leurs performances hors-échantillon

- Six actions européennes appartenant à l'indice Eurostoxx 50 : BNP, Airbus, Deutsche Bank, Enel, LVMH, Sanofi
- Données quotidiennes, de 1998 à 2017 : elles couvrent plusieurs cycles de marché, incluant des phases de croissance et de crise
- Calcul des rendements logarithmiques :

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Exploration des données

- Illustration : Rendements log et volatilité dynamique pour BNP Paribas
- Pics de volatilité au moment des grandes crises (2008, 2011)
- Phénomène de clustering de volatilité : les périodes instables tendent à se concentrer dans le temps plutôt qu'à apparaître de manière isolée
- Nécessité de modèles capturant l'hétéroscédasticité



Formules :

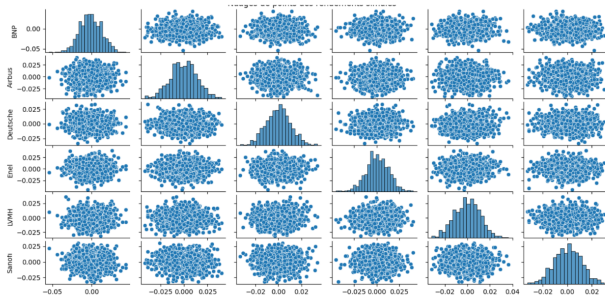
$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad \sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

- Extraction des résidus standardisés pour modéliser les marges
- Estimation par maximum de vraisemblance
- Capture la volatilité conditionnelle variable dans le temps
- Transformation de ces résidus en pseudo-observations comprises entre 0 et 1 (nécessaire pour les copules)

- Capturer des relations non linéaires, asymétriques, ou concentrées dans les extrêmes
- Structure hiérarchique combinant plusieurs copules bivariées sous forme d'arbres
- Critère mBICV utilisé pour choisir la meilleure famille (Clayton, Gaussienne, Student-t)

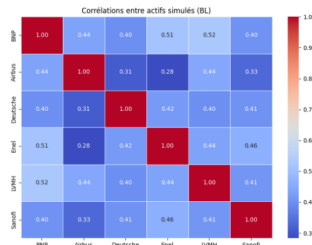
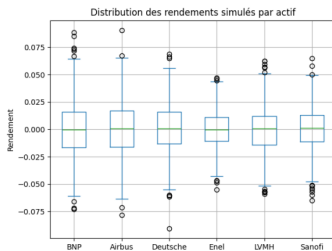
Copules Vine - Simulation

Simulation de rendements multivariés à partir de la copule Vine ajustée sur les résidus GARCH



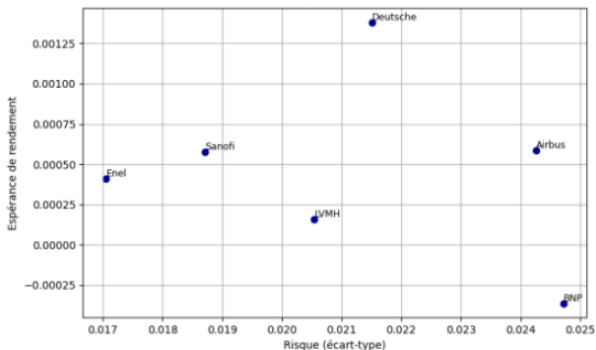
Ces rendements simulés vont ensuite pouvoir être utilisés dans le modèle Black-Litterman pour optimiser le portefeuille en tenant compte à la fois des marges et des dépendances réalistes.

Structure des rendements simulés



- Les rendements simulés sont globalement symétriques et centrés autour de zéro, avec une dispersion comparable entre actifs. La présence d'outliers indique une certaine variabilité extrême bien capturée par le modèle.
- La heatmap des corrélations révèle des relations modérées à fortes entre certains actifs, en particulier entre Enel, LVMH et BNP, confirmant que la copule Vine saisit des co-mouvements réalistes dans la structure simulée.

Profil rendement / risque des actifs simulés



- Deutsche affiche le meilleur couple rendement/risque simulé selon le modèle Black-Litterman.
- BNP présente un profil peu attractif, avec un risque élevé et un rendement légèrement négatif.
- Enel et Sanofi offrent une volatilité réduite pour un rendement modéré, adaptés à des portefeuilles défensifs.

- VECM ajusté sur niveaux de prix pour capturer co-intégration entre actifs
- Prédiction des prix à $t + 1$, conversion en rendements attendus

$$q = \frac{\hat{P}_{t+1}}{P_t} - 1$$

- Matrice $P = I_6$ (vue directionnelle unitaire par actif)
- Incertitude $\Omega = \text{diag}(\tau\Sigma)$ avec $\tau = 0.05$

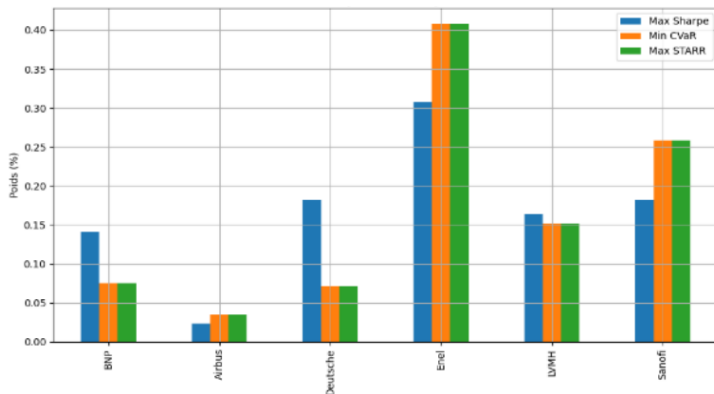
$$\pi = \delta \Sigma w_{\text{marché}}, \quad \delta = 2.5$$

- Rendements d'équilibre issus du CAPM
- Fusion bayésienne des rendements d'équilibre et des vues pour obtenir $\mu_{\text{post}}, \Sigma_{\text{post}}$
- Base des simulations pour l'optimisation de portefeuille

- 1 000 simulations de rendements conditionnels à partir de la copule Vine et paramètres BL postérieurs
- Stratégies long-only ($\sum w = 1, w \geq 0$) :
 - ① Maximisation du ratio de Sharpe (optimisation quadratique DCP)
 - ② Minimisation de la CVaR à 1 % (optimisation linéaire)
 - ③ Maximisation du ratio STARR (rendement ajusté par la CVaR)

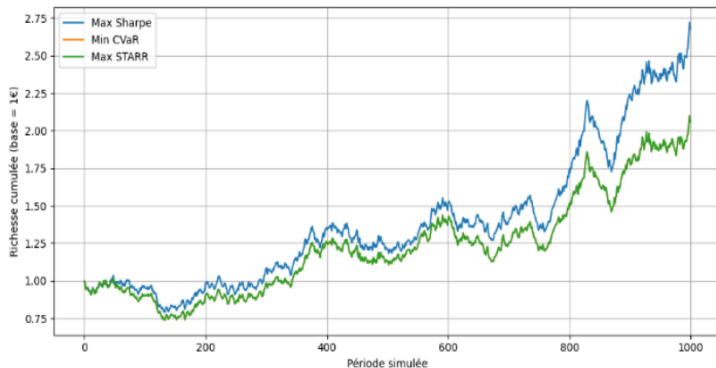
- Fenêtre glissante de 250 jours
- Réestimation à chaque étape des modèles GARCH, copule, VECM-BL
- Recalibrage et test du portefeuille sur la journée suivante
- Comparaison des performances (Sharpe ratio réalisé) avec benchmarks :
 - Portefeuille équipondéré
 - Modèle Black-Litterman classique

Poids des portefeuilles optimisés



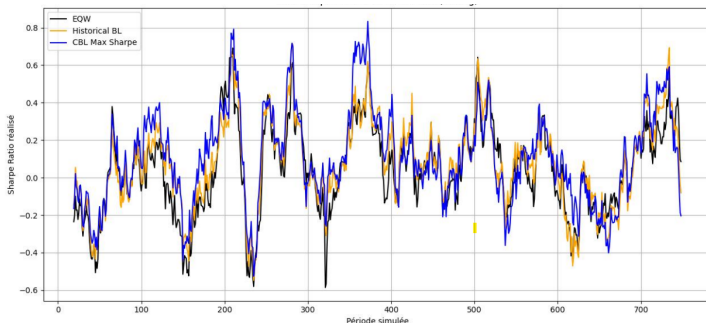
- Enel est fortement surpondéré dans les trois stratégies, tandis qu'Airbus reste faiblement pondéré quelle que soit l'approche.

Courbes de richesse simulées



- La stratégie de maximisation du Sharpe Ratio (courbe bleue) surperforme les deux autres sur l'horizon simulé.
- Rechercher le meilleur compromis rendement/volatilité permet une croissance plus soutenue du capital.

Performance hors-échantillon (Sharpe ratio)



- La stratégie CBL (courbe bleue) présente généralement un Sharpe supérieur, avec des pics plus élevés et des phases de sous-performance moins marquées.
- L'intégration de la dépendance via les copules apporte un gain de performance ajustée du risque par rapport aux approches traditionnelles.

- Intégration des copules Vine améliore la modélisation des dépendances complexes
- Vues VECM enrichissent les anticipations dans Black–Litterman
- Performances supérieures et plus stables hors-échantillon, notamment avec copule Student-t
- Perspectives : copules dynamiques, extension à d'autres actifs et horizons

Merci pour votre attention

Questions ?