EEE5062计算方法 作业八

习题P238：1、3、7(1)(2)

作业提交DDL：2022/5/17　16:00前

姓名：江宇辰　　　学号：11812419　　　提交时间：2022.05.16

Q1

1. 用二分法求方程 $x^2-x-1=0$ 的正根，要求误差小于 0.05.

解：设$f(x)=x^2-x-1$，则$f(1)=-1<0, f(2)=1>0$且$f'(x)=2x-1$，对于$x>\frac{1}{2}$，$f(x)$单调递增,故$f(x)$的正根在区间$[1,2]$中

根据二分法误差估计式，误差小于0.05时，需$\frac{1}{2^{(k+1)}}<0.05$，得$k>6.322$，故至少二分6次以满足误差小于0.05

计算结果见下表：

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$**符号**
0	1	2	1.5	-
1	1.5	2	1.75	+
2	1.5	1.75	1.625	+
3	1.5	1.625	1.5625	-
4	1.5625	1.625	1.59375	-
5	1.59375	1.625	1.609375	-

故正根$x=x_5=1.609375$

Q3

3. 比较求 $e^x+10x-2=0$ 的根到三位小数所需的计算量：
(1) 在区间[0,1]内用二分法；
(2) 用迭代法 $x_{k+1}=(2-e^{x_k})/10$，取初值 $x_0=0$.

解：（1）由题意得：

k	a_k	b_k	x_k	$f(x_k)$**符号**	$\frac{1}{2^{k+1}}$
0	0	1	0.5	+	0.5
1	0	0.5	0.25	+	0.25
2	0	0.25	0.125	+	0.125
3	0	0.125	0.0625	-	0.0625
4	0.0625	0.125	0.09375	+	0.03125
5	0.0625	0.09375	0.078125	-	0.015625
6	0.078125	0.09375	0.0859375	-	0.0078125
7	0.859375	0.09375	0.08984375	-	0.00390625
8	0.08984375	0.09375	0.091796875	+	0.001953125
9	0.08984375	0.091796875	0.090820312	+	0.000976562
10	0.08984375	0.090820312	0.090332031	-	0.000488281
11	0.090332031	0.090820312	0.090576171	+	0.00024414
12	0.090332031	0.090576171	0.090454101	-	0.00012207
13	0.090454101	0.090576171	0.090515136	-	0.000061035
14	0.090515136	0.090576171	0.090545653	+	0.000030517

由$|x_{14}-x| \leq \frac{1}{2^{15}} = 0.000030517 < \frac{1}{2} * 10^{-4}$得：使用二分法15次的计算量可以满足三位小数的精度。

（2）当$x \in [0, 0.5]$，$\varphi(x) \in [0, 0.5]$，故$|\varphi'(x)| = \frac{1}{10}|-e^x| \leq L = 0.825$，故迭代式在$[0, 0.5]$上整体收敛。

迭代结果如下表所示：

k	x_k
0	0
1	0.1
2	0.089482908
3	0.090639135
4	0.090512616
5	0.090526468
6	0.090524951

当$k=6$时，$|x_6-x|\le \frac{L}{1-L}|x_6-x_5|\le 0.00000720<\frac{1}{2}*10^{-4}$，故使用迭代法6次的计算量可精确到三位小数。

Q7（1）（2）

7. 用下列方法求 $f(x)=x^3-3x-1=0$ 在 $x_0=2$ 附近的根. 根的准确值 $x^*=1.87938524\cdots$,要求计算结果准确到四位有效数字.

(1) 用牛顿法；

(2) 用弦截法,取 $x_0=2, x_1=1.9$；

解：（1）取$x_0=2$,使用牛顿法时，迭代公式为$x_{k+1}=x_k-\frac{x_k^3-3x_k-1}{3x_k^2-3}=\frac{2x_k^3+1}{3x_k^2-3}$

故$x_1=1.8889, x_2=1.8795, x_3=1.8794$，$|x_3-x^*|=4.8367*10^{-9}<\frac{1}{2}*10^{-3}$

故取$x=x_3=1.8794$

（2）取$x_0=2, x_1=1.9$，使用弦截法时，迭代公式为$x_{k+1}=x_k-\frac{(x_k-x_{k-1})f(x_k)}{f(x_k)-f(x_{k-1})}$

故$x_2=1.8811, x_3=1.8794$，$|x_3-x^*|=2.5820*10^{-5}<\frac{1}{2}*10^{-3}$

故取$x=x_3=1.8794$