

TRAVAIL PRATIQUE

GESTION DU RISQUE FINANCIER II
ACT-2011

ÉQUIPE 9

Rapport Travail pratique

Par

Lorélie Gélinas
Charliane Larose
Émie Leclerc

Numéro d'identification

537 005 871
XXX XXX XXX
XXX XXX XXX

*Travail présenté à
Monsieur*

THAI NGUYEN

22 AVRIL 2025

Table des Matières

1.Approximation des paramètres	2
2.Arbres binomiaux	2
Arbres binomiaux à 4 périodes	2
3.Relation du prix de l'option et du prix d'exercice	6
Option d'achat	6
Option de vente	7
4. Arbre binomial option vente américaine	8

1.Approximation des paramètres

Le premier paramètre à estimer est la volatilité. Celle-ci est défini par

$$\hat{\sigma} = \frac{Stdev(\ln(S_{t+h}/S_t))}{h^{1/2}}.$$

Comme les données fournies avec l'énoncé sont mensuelles, on a que $h = 1/12$. La valeur finale de $\hat{\sigma}$ est 23.38%.

La valeur du taux sans risque est estimée grâce à la moyenne des taux d'intérêts effectifs annuels de chaque mois des cinq dernières années (2019-03 au 2024-02). L'estimation du taux sans risque a pour valeur $r = 2.16\%$. Comme le taux est utilisé sous forme continue dans les formules d'arbre binomial, r a une valeur de 2.14% de façon continue.

Pour construire les arbres binomiaux, les valeurs de u , d et p sont nécessaires. Les formules suivantes permettent d'obtenir ces valeurs

$$\begin{aligned} u &= e^{(r-\delta)h+\sigma\sqrt{h}}, \\ d &= e^{(r-\delta)h-\sigma\sqrt{h}}, \\ p &= \frac{e^{rh} - d}{u - d}. \end{aligned}$$

Pour construire les arbres binomiaux, les valeurs de u , d et p sont nécessaires. Les formules suivantes permettent d'obtenir ces valeurs

$$\begin{aligned} u &= e^{(r-\delta)h+\sigma\sqrt{h}}, \\ d &= e^{(r-\delta)h-\sigma\sqrt{h}}, \\ p &= \frac{e^{rh} - d}{u - d}. \end{aligned}$$

Comme l'énoncé mentionne une absence de dividende, on suppose que $\delta = 0$.

Pour l'arbre binomial à 4 périodes, on obtient que $u = 1.13$, $d = 0.89$ et $p = 47.08\%$.

Pour l'arbre binomial à 52 périodes, on obtient que $u = 1.03$, $d = 0.97$ et $p = 49.19\%$.

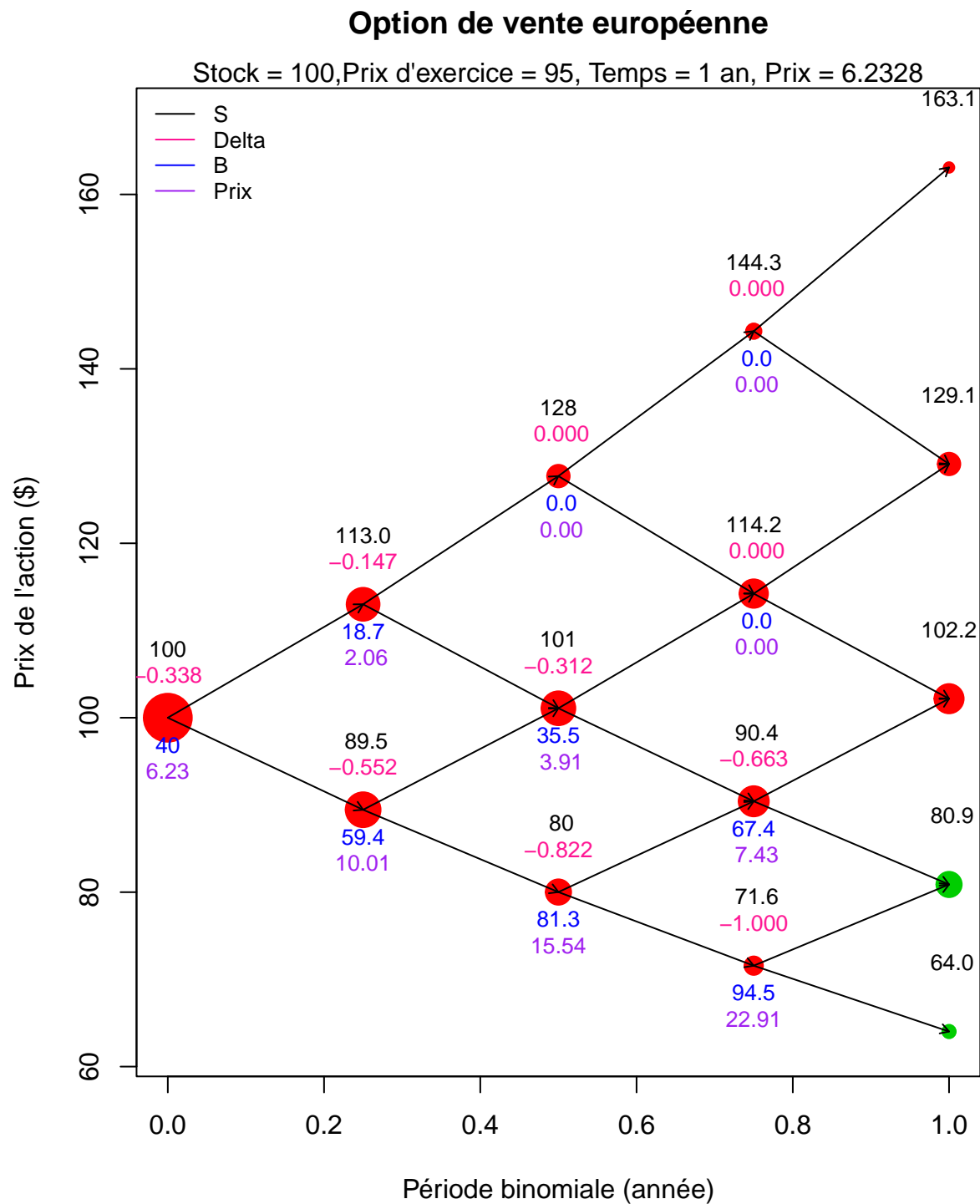
2.Arbres binomiaux

La présente section montre la démarche et les graphiques des arbres binomiaux demandés. La fonction `binomopt` du paquetage `derivmks` a été grandement utilisée.

Arbres binomiaux à 4 périodes

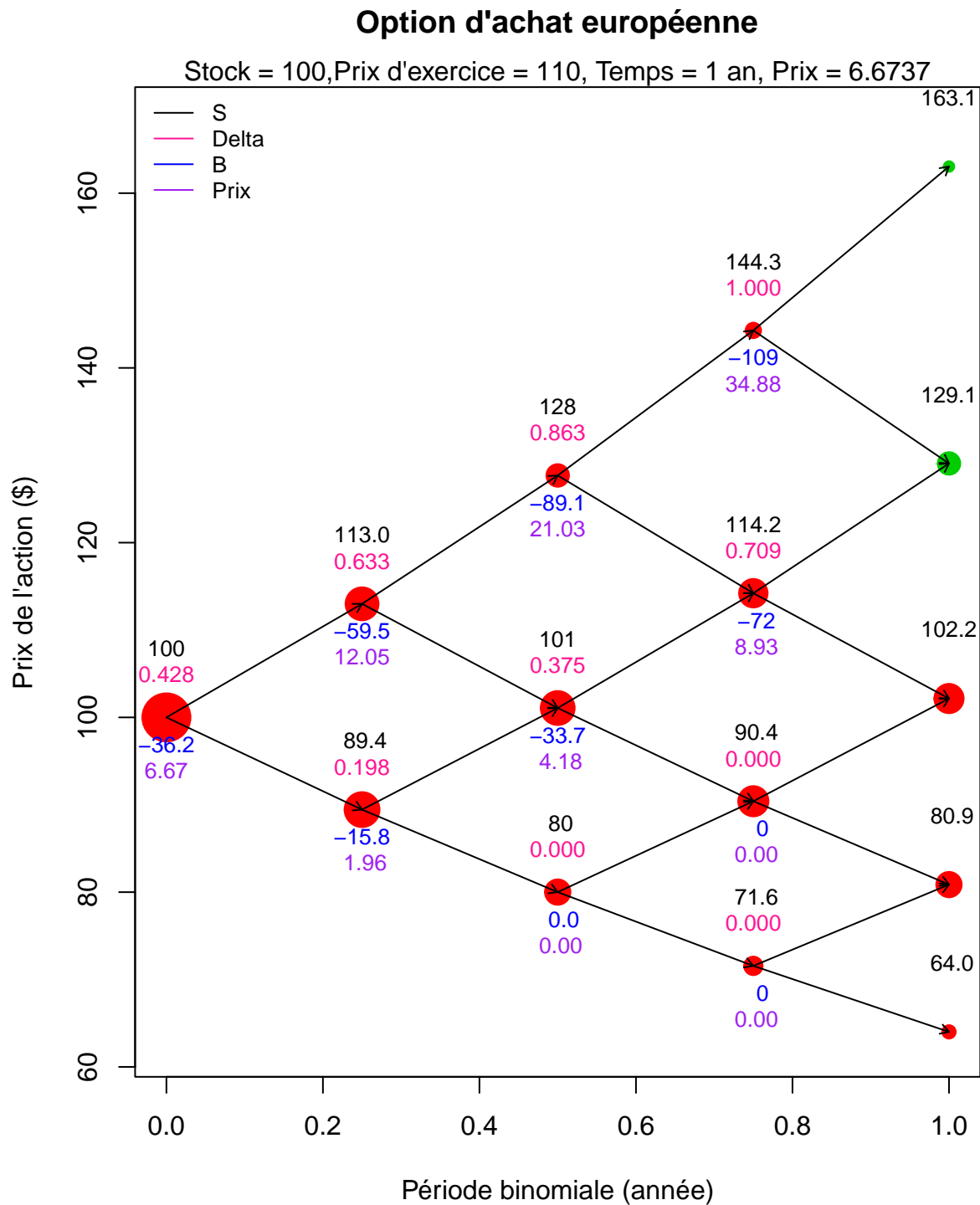
Les fonctions `binomplot` et `binomopt` du paquetage `derivmks` permettent de construire les arbres binomiaux demandés et d'en faire les graphes.

L'évolution du prix du sous-jacent pour l'option de vente avec 4 périodes avec un prix d'exercice de 95\$ est illustré ci-dessous.



On relève que l'option de vente européenne est levée pour seulement deux prix du sous-jacent. Les points sont en vert. Les informations pertinentes à l'arbre binomial sont soulevées directement sur la figure ci-dessus.

L'évolution du prix du sous-jacent pour l'option d'achat européenne avec 4 périodes avec un prix d'exercice de 110\$ est illustré ci-dessous.



On observe que l'option de d'achat européenne est levée pour seulement deux prix du sous-jacent. Les points où que l'option est levée sont en vert. Les informations pertinentes à l'arbre binomial sont soulevées directement sur le graphe ci-dessus.

Arbres binomiaux à 52 périodes

Le prix pour l'option de vente européenne avec un prix d'exercice de 95\$, mais avec 52 périodes, est de 5.8938\$. Le prix de l'option d'achat européenne avec prix d'exercice de 110\$ est 6.2972\$.

3.Relation du prix de l'option et du prix d'exercice

Option d'achat

On constate la relation du prix à payer pour l'option d'achat européenne présentée à la section 2, celle avec le modèle 52 périodes, grâce à la **figure x**.

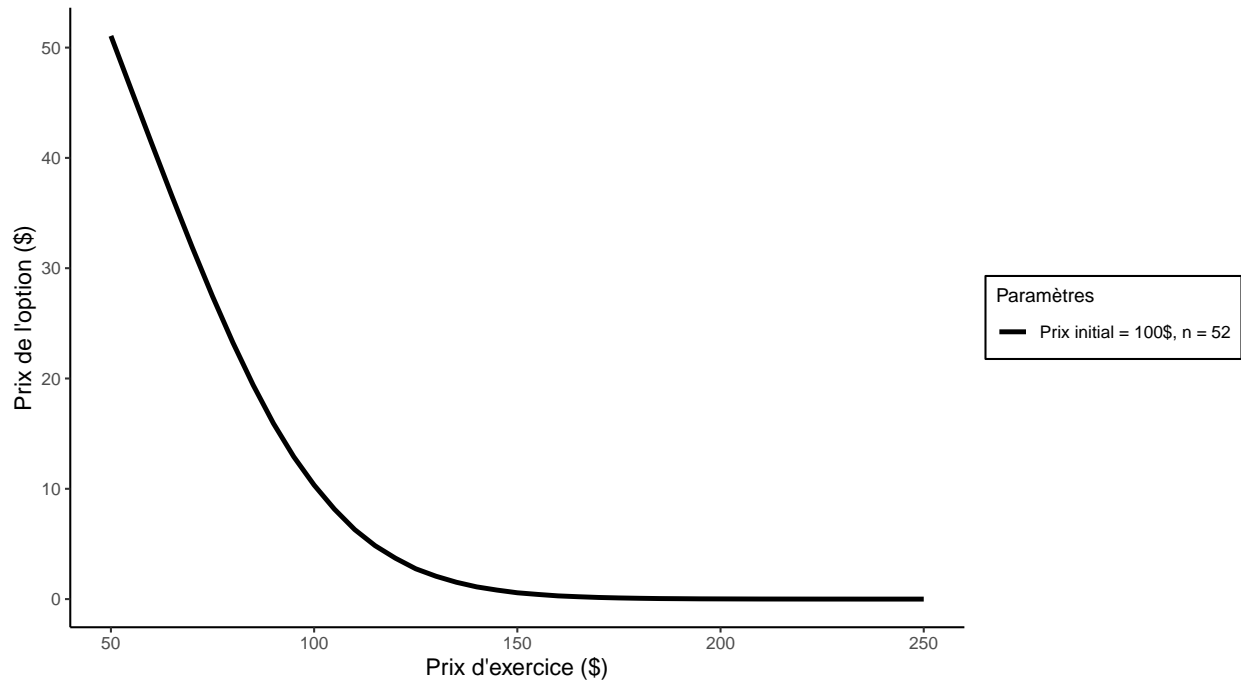


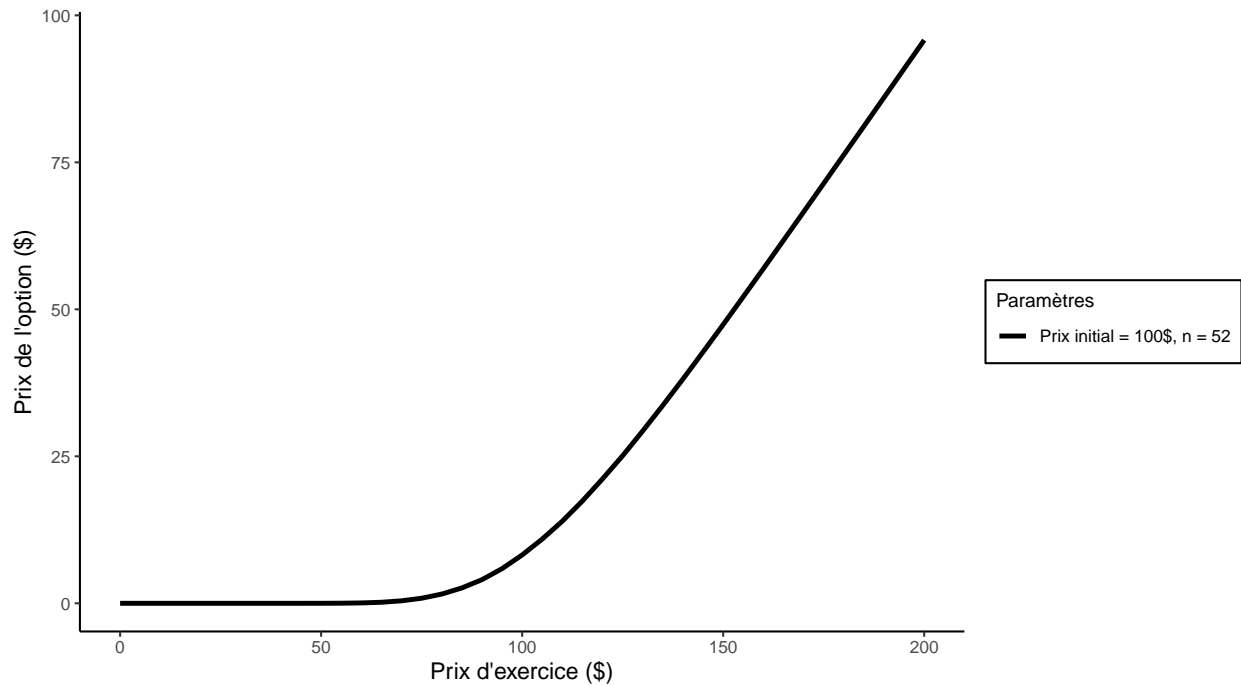
Figure 1: Graphique du prix d'une option d'achat européenne en fonction du prix d'exercice

La figure X illustre une relation inversement proportionnelle entre le prix à payer pour l'option d'achat et le prix d'exercice. Ce comportement est attendu : plus le prix d'exercice est faible, plus le prix à payer pour l'option sera élevé, car il est plus avantageux d'acheter l'actif sous-jacent à un prix inférieur que sa valeur actuelle. Donc, il y a une augmentation des probabilités que l'option soit levée.

À l'inverse, un prix d'exercice élevé entraîne une diminution du prix de l'option puisqu'il est moins probable qu'elle soit exercée, car il est moins avantageux d'acheter l'actif sous-jacent à un prix supérieur que sa valeur actuelle.

Option de vente

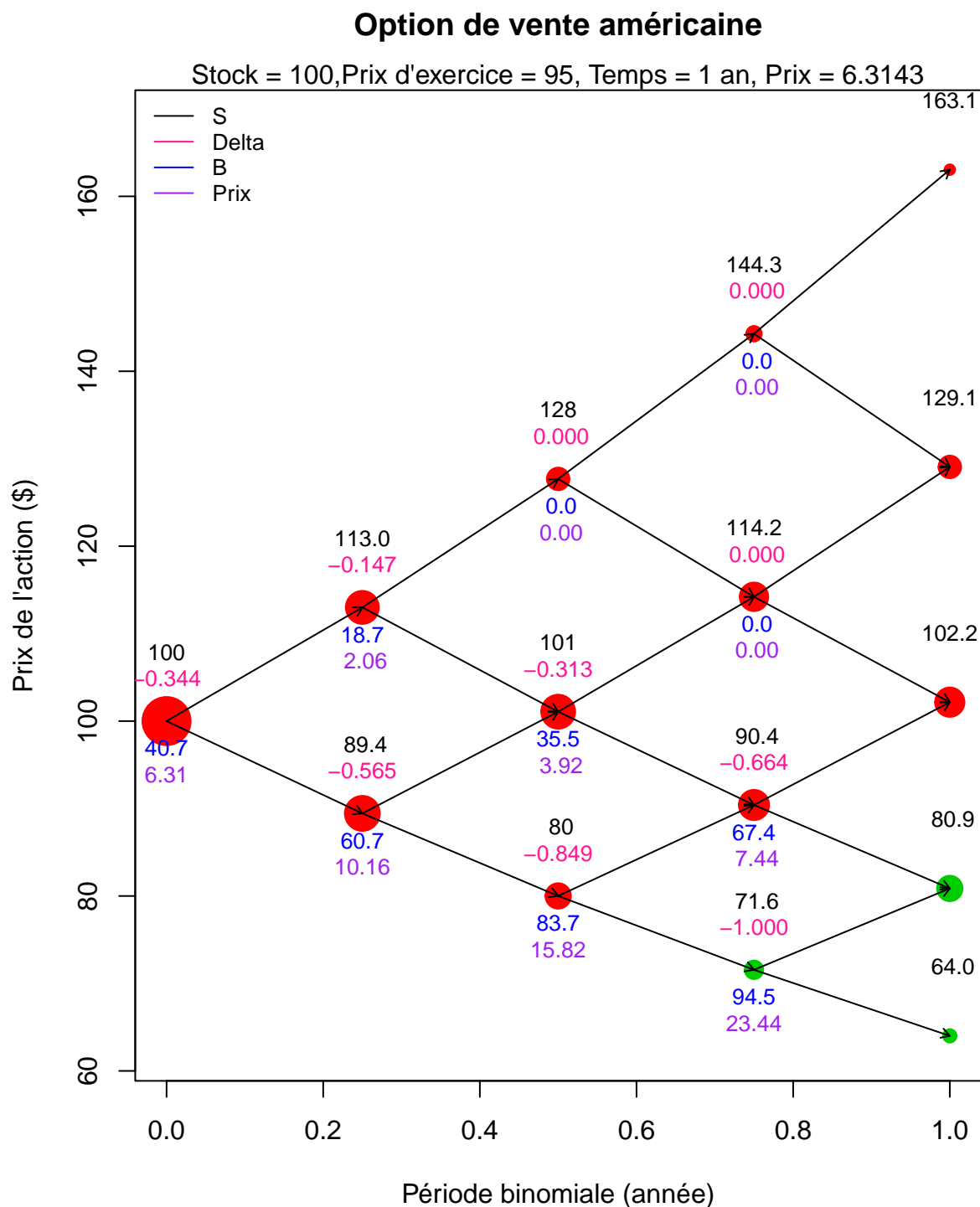
On constate la relation du prix à payer pour l'option de vente européenne présentée à la section 2, celle avec le modèle 52 périodes, grâce à la **figure x**.



La figure illustre une relation directement proportionnelle entre le prix à payer pour l'option de vente et le prix d'exercice. Ce comportement est attendu : plus le prix d'exercice est élevé, plus il y a de chances que l'option soit exercée. En effet, il est plus avantageux de vendre l'actif à un prix supérieur que sa valeur actuelle, il y a donc plus de chances que l'option de vente soit exercée lorsque le prix d'exercice augmente. À l'inverse, il est moins avantageux de vendre l'actif à un prix inférieur que sa valeur actuelle. Donc, lorsque le prix d'exercice diminue, le prix de l'option diminue, car il y a moins de chance qu'elle soit exercée.

4. Arbre binomial option vente américaine

Avec les mêmes fonctions utilisées pour construire les arbres binomiaux présentés à la section 2, un arbre binomial 4 périodes pour une option de vente américaine a été construit. La figure ci-dessous présente les détails de l'arbre :



Les paramètres de l'arbre sont les suivants :

Une première différence entre l'option de vente américaine et l'option de vente européenne (présentée à la section 2) est leur prix d'achat. L'option de vente américain a un prix d'achat plus élevée que l'option de vente européenne, soit **afficher les valeurs**. Ceci est dû au fait qu'il y a plus de chances que l'option de vente américaine soit levée en raison de la possibilité d'exercer l'option avant l'échéance. Cette différence est reflétée dans chacun des noeuds. En effet, comme les prix des options sont différents à chacun des noeuds, les portefeuilles réplcatifs sont aussi différents.

Ceci introduit la deuxième différence, soit le nombre de possibilités où les options sont levées. En effet, l'option de vente américaine est levée hâtivement à 0,8 année. Il y a donc une seule option d'exercice hâtif. Cependant, à l'échéance, les deux options sont exercées pour les mêmes valeurs, soient 80,9 et 64.

Une ressemblance entre les deux options est le haut du graphique. En effet, aucune des options n'est exercée pour les valeurs supérieures de l'actif, donc il n'y a aucun portefeuille réplcatif et aucune possibilité d'exercice hâtif, donc lorsque le sous-jacent augmente de valeur, aucune des options n'est exercées.