

Instrucciones: Resuelva los ejercicios de la manera más detallada, completa y clara posible.

1. Una máquina procesa piezas con un tiempo que sigue una distribución exponencial con media de 20 minutos/pieza. Indique cuál es la probabilidad de que una pieza cualquiera sea procesada en un tiempo mayor a 35 minutos.
2. Si la estatura de los bebés recién nacidos sigue una distribución normal (4.100,0.500) kg, indique cual es la probabilidad de que un recién nacido pese:  
(a) menos de 3.800 kg.  
(b) entre 3.900 y 4.050 kg.  
(c) mas de 5.100 kg
3. Si el tiempo entre llegadas a un restaurante sigue una distribución exponencial con media de 15 minutos, calcule la probabilidad de que el tiempo entre llegadas sea menor a 15 minutos.
4. El tiempo entre fallas de una máquina es Weibull con parámetros de forma y escala de 2 y 50, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que una máquina falle antes de 45 horas de trabajo?
5. Si el número de roturas/tonelada en la producción de hilo poliéster sigue una distribución geométrica con  $p = 0.5$ , calcule la probabilidad de:  
(a) obtener 3 defectos/tonelada,  
(b) tener entre 4 y 10 defectos,  
(c) no tener defectos.
6. Si para el problema anterior la distribución de probabilidad es Binomial con  $N = 10$  y  $p = 0.4$ , ¿qué valores de probabilidad se obtendrían?
7. Para el siguiente conjunto de números:  
5, 8, 4, 7, 8, 2, 4, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 4, 8, 7, 3, 4, 5, 6, 7, 2, 3, 4, 5  
3, 5, 6, 1, 2, 3, 2, 5, 6, 7, 8, 7, 1, 5, 6, 7, 3, 4, 2, 0, 1, 0, 0, 2, 3  
realice la prueba de bondad de ajuste para determinar si siguen una distribución uniforme entre 0 y 8, a un nivel de confianza del 95 %.
8. Realice la prueba de Kolmogorov-Smirnov a los números de la siguiente lista y demuestre a un nivel  $1 - \alpha = 95\%$  que son uniformes (0, 1).

0.778	0.897	0.951	0.234	0.395	0.234	0.783	0.405
0.899	0.277	0.341	0.456	0.482	0.789	0.456	0.479
0.895	0.907	0.002	0.345	0.404	0.982	0.123	0.345
0.678	0.845	0.963	0.298	0.622	0.045		

9. Los telares de tipo picañol detienen su producción de tela automáticamente al ocurrir una rotura, hasta que un operario va a repararla. El tiempo entre paros de las máquinas ha arrojado los siguientes resultados medidos en minutos:

1.88	3.53	1.42	0.39	0.80	0.54	0.53	1.28	0.34	5.50
1.90	1.80	0.82	0.01	4.91	0.15	0.79	2.16	0.10	0.35
0.02	0.21	0.05	1.10	0.36	2.81	0.80	0.04	0.24	0.90
1.50	0.26	1.49	0.26	1.03	0.53	0.63	0.66	0.45	1.73
2.62	0.36	2.03	0.17	0.38	2.67	2.03	1.00	4.29	0.48

Determine con un nivel de aceptación  $1 - \alpha = 90\%$  la distribución de probabilidad del tiempo entre paros.

10. Los datos en meses del tiempo entre fallas de un automóvil son:

36.33	48.00	32.02	36.78	38.52	40.33	35.78	45.39	35.99	36.68
41.52	36.54	36.60	40.56	40.42	33.92	39.82	34.48	34.35	37.73
35.89	31.75	41.91	45.70	31.50	44.58	34.04	32.03	48.53	47.29
41.91	38.45	36.10	40.57	34.28	35.90	48.47	32.86	40.91	32.80
38.69	41.33	49.31	45.99	34.06	37.46	35.97	39.22	41.92	31.08

Construya un histograma y determine la distribución de probabilidad a un nivel  $1 - \alpha = 95\%$  con la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$

11. Datos históricos en minutos del tiempo de inspección de la elongación de un hilo de nylon son:

2.71	2.12	1.66	0.34	2.24	6.92	4.01	7.96	13.51	3.57
1.12	1.18	4.18	3.08	0.80	3.86	0.57	0.57	1.80	3.50
5.31	2.52	2.40	3.10	2.34	4.48	12.09	2.62	3.13	16.47
2.19	0.32	18.24	1.87	4.90	17.21	0.53	1.97	0.00	4.24
0.71	5.13	1.87	2.73	4.83	3.76	8.88	1.94	3.73	8.94

Construya un histograma y determine la distribución de probabilidad a un nivel  $1 - \alpha = 95\%$  con la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$

12. El número de horas de vida de un componente electrónico se comporta de acuerdo

con los datos históricos siguientes:

151.3	155.1	150.1	158.7	148.8	148.7	147.9	153.1	151.6	150.9
149.2	160.3	157.7	146.9	150.6	146.8	144.5	160.9	147.7	150.0
157.1	136.6	146.7	142.8	150.0	144.5	156.2	145.6	150.2	151.7
158.8	149.6	144.8	145.2	158.8	150.1	149.6	142.1	150.6	151.6
145.5	154.6	158.4	164.2	152.6	144.5	147.5	142.3	149.3	148.5

Construya un histograma y determine la distribución de probabilidad de los datos a un nivel  $1 - \alpha = 90\%$  utilizando la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov Smirnov

13. El peso (kg) de 50 piezas se comporta aleatoriamente de acuerdo con :

0.13	45.22	8.64	93.11	39.73	43.45	108.0	0.74	46.06	32.37
120.5	56.14	33.80	12.78	7.08	2.87	77.08	18.60	55.67	5.50
45.41	28.94	151.9	17.51	32.93	19.06	17.53	8.75	3.20	14.86
20.87	6.44	3.20	103.9	20.90	47.26	120.3	0.62	29.57	33.31
35.72	16.93	17.72	10.02	33.35	55.91	3.03	20.81	34.56	9.94

¿Sería adecuado considerar que el peso se distribuye exponencialmente con  $\mu = 40$  kg?

14. El resultado de aceptación o rechazo de 50 lotes consecutivos se codifica con 1 o 0, respectivamente. A partir de los resultados siguientes,

1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0

demuestre que el evento aceptar un lote sigue una distribución Bernoulli con  $p = 0.35$  con un nivel de confianza de  $1 - \alpha$  de 95 %.

15. Se sospecha que el número de defectos/lámina en cierto proceso sigue una distribución binomial con  $p = \frac{1}{5}$  y  $N = 5$ . A partir de la siguiente muestra de 50 datos:

3	3	2	3	3	3	4	3	2	1
4	3	2	3	1	2	2	3	4	3
3	3	2	2	4	2	5	2	2	3
3	1	3	0	3	2	5	4	3	2
2	3	0	4	4	5	3	2	3	4

demuestre si las sospechas son ciertas mediante la prueba de bondad de ajuste  $\chi^2$  a un nivel de confianza del 90 %. En caso negativo, ¿qué distribución de probabilidad sería más adecuada para modelar el número de defectos?

16. Dos personas han quedado citas en un determinado lugar. Ambas tienen la misma probabilidad de llegar al lugar de la cita en el intervalo de tiempo  $[0, 30]$ .  
Determínese la probabilidad de que el tiempo que una persona espere a la otra sea como máximo 10.
17. (6.4) El número de accidentes que se producen en una vía de circulación de una ciudad es, en promedio, de dos a la semana. Determínese:
- (a) Probabilidad de que no se registre ningún accidente en una semana determinada.
  - (b) Probabilidad de que en un mes haya más de 5 accidentes.
18. (6.5) Sean cuatro variables aleatorias independientes  $\xi_i$ , todas con distribución de Poisson con media igual 1/2. Determínese  $P(\tau \leq 1)$  siendo

$$\tau = \frac{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4}{4}$$

19. Las bombillas eléctricas de un fabricante A tiene una duración media a 1400 horas con una desviación típica de 200 horas, mientras que las de otro fabricante B tiene una duración media de 1200 horas con una desviación típica de 100 horas. Si se toman muestras al azar de 125 bombillas de cada fabricante, ¿cual es la probabilidad de que las bombillas de A tengan una duración media que sea al menos (a) 160 horas, (b) 250 horas mas que las bombillas de B?
20. Los cojinetes de bolsas de una determinada casa pesan 5.50 onzas con una desviación típica de 0.02 onzas. ¿Cual es la probabilidad de que dos lotes de 1000 cojinetes cada uno difieran en un peso superior a 2 onzas?
21. A y B juegan "cara y sello", lanzando cada uno de 50 monedas. A ganará el juego si consigue 5 o mas caras que B, de otro modo gana B. Determina la proporción contra A de que gane un juego determinado.
22. Dos distancias se miden obteniéndose 27.3 pulgadas y 15.6 pulgadas, con desviaciones típicas (errores típicos) de 0.16 pulgadas y 0.08 pulgadas, respectivamente. Determinar la medida y la desviación típica de (a) la suma, (b) la diferencia de las distancias.
23. Un cierto tipo de bombilla eléctrica tiene una duración media de 1500 horas y una desviación típica de 150 horas. Se conectan tres bombillas de forma que una se funde, otra sigue alumbrando. Suponiendo que las duraciones se distribuyen normalmente, ¿cual es la probabilidad de que se tenga luz (a) al menos 5000 horas, (b) como mucho 4200 horas?

24. Los espectadores llegan a un estadio de béisbol cada  $2 \pm 1$  segundos y hacen cola para entrar. El tiempo que se requiere para pasar por la puerta giratoria del estadio es  $5 \pm 3$  segundos. Modele este sistema y simule el paso de 300 personas por la puerta. Determine la longitud promedio de la fila y la utilización de la puerta.
25. Un quiosquero vende periódicos a 1.10 euros cada uno. Cada periódico le cuesta al quiosquero 0.90 euros. Las ventas de periódicos del quiosquero a partir de su experiencia se refleja en la tabla siguiente.

Periódicos	30	40	50	60	70
$f(x)$	20 %	25 %	25 %	20 %	10 %

La tabla recoge por ejemplo que el 20 % del tiempo las ventas han sido de 30 periódicos. Teniendo en cuenta el coste de 0,20 euros por venta perdida y el coste de 0,10 euros por el reciclaje de cada periódico no vendido, determine el beneficio promedio diario si pide 50 periódicos cada día.

26. Una empresa dispone de varias máquinas herramienta cuyas herramientas de corte se desgastan constantemente. Cuando esto ocurre, la máquina es inservible. En la actualidad el mantenimiento es correctivo reemplazándose una herramienta cuando falla. Dado que cada máquina dispone de una torre con cinco herramientas, se propone reemplazar toda la torre de herramientas (las cinco herramientas de golpe) cada vez que falle una, lo que debería reducir la frecuencia de desgaste de las herramientas. El tiempo necesario para el reemplazo de una herramienta es de una hora. Las cinco pueden reemplazarse en dos horas. El coste de una hora de máquina parada es de cien euros. Cada herramienta cuesta diez euros. La tabla siguiente recoge los datos de averías en el caso de sustituir una sola herramienta cada vez.

Horas entre averías si sustituye una herramienta	20	30	40	50	60	70	80
Probabilidad	0.05	0.15	0.15	0.20	0.20	0.15	0.10

Si las cinco herramientas se cambian cada vez que una falla, la distribución de probabilidad entre fallos es la siguiente:

Horas entre averías si sustituye una herramienta	30	40	50	60	70	80	90
Probabilidad	0.05	0.15	0.15	0.20	0.20	0.15	0.10

- (a) Determine mediante simulación la mejor política de reemplazo de las herramientas de corte.

(b) Resuelva el caso sin el uso de la simulación y compare los resultados. Indique si esto afecta o no a la decisión tomada utilizando la simulación.

27. El director de producción de una pequeña empresa debe decidir cuántas unidades producir la próxima temporada. Basándose en la experiencia y en las ventas de los últimos años, quince vendedores de la empresa han estimado de forma independiente la demanda para la próxima temporada. Dichas previsiones en miles de unidades se recogen en la tabla siguiente.

Vendedor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Unidades	15	10	15	20	10	15	15	10	15	10	10	15	15	10	10

Las ventas de la empresa pueden representarse mediante una distribución normal. Los gastos fijos y variables de producción son de 6.000 euros y 3 euros cada unidad, respectivamente. El precio de venta unitario es de 50 euros. Todo producto que no se vende durante la temporada genera unos costes de manipulación y reciclaje de 60 euros. Por su parte, las ventas no satisfechas se pierden, estimándose el coste asociado a las mismas en 50 euros por unidad.

1. Determine el número de unidades a producir con el objetivo de maximizar el beneficio.
  2. En el caso de que los gastos fijos fueran de 5.000 euros hasta un nivel de producción de 10.000 unidades, y de 7.000 euros para límites de producción superiores, indique si modificaría su decisión anterior.
28. La demanda diaria de un producto sigue una distribución Binomial con parámetros  $p = 0.6$  y  $n = 5$ , y el plazo de entrega en días una distribución Poisson con  $\lambda = 1$ . El coste de mantener una unidad en el stock es de 5 euros por día, el coste de rotura 10 euros por unidad y el coste de lanzamiento 100 euros por orden. La rotura de stock en un ciclo es provista por la orden que llega en el próximo ciclo. Compare las siguientes políticas de gestión del stock del producto:
- (a) Ordenar cada 5 días hasta tener 20 unidades en stock.
  - (b) Ordenar hasta 20 productos cuando el nivel de stock sea menor o igual a 5 unidades.
29. Una empresa dedicada a la comercialización de un producto de mucho éxito quiere determinar el número de unidades que debe comprar con el objetivo de satisfacer la demanda de sus clientes los próximos meses. La distribución de las ventas de los últimos tres años se recoge en la tabla siguiente.

Unidades vendidas	100	200	300	400	500	600
Frecuencia (meses)	8	9	4	9	4	2

El coste de cada unidad de producto asciende a 750 euros, siendo su precio de venta unitario de 1000 euros. Se sabe que dentro de un mes saldrá al mercado un nuevo modelo de características muy superiores al modelo actual. Cuando esto ocurra la empresa podrá devolver al distribuidor las unidades sobrantes del modelo actual y este le indemnizará con 250 euros por cada unidad retornada.

30. El tiempo entre llegadas de piezas a una estación de ensamblado sigue una distribución exponencial con media 2 minutos. La duración de la tarea llevada a cabo por el operario en dicha estación adopta una distribución exponencial con media 1 minuto por pieza. Determine el tiempo medio de permanencia de las piezas en dicho proceso.
31. Teorema Central del Límite  $\rightarrow$  Si muestrea cualquier población un número suficiente de veces y calcula el promedio de los valores obtenidos, el promedio sigue una distribución normal. Compruebe el teorema central del límite en el caso de una población que sigue una ley de Poisson con  $\lambda = 1$