设齐次马氏链$\{X(n), n=0,1,2\ldots\}$的状态空间为$E=0,1,2\ldots$，转移矩阵为P。

1. 遍历性与遍历态

马氏链具有遍历性：$\lim\limits_{n\to\infty} p_{ij}^{(n)}=\pi_j>0,\ \forall i,j\in E$

遍历态：状态i正常返非周期

具体分析：

（1）若马氏链状态空间分解为$E=C$，且C为正常返非周期不可约闭集，则该马氏链具有遍历性；

（2）若马氏链有两个及以上常返闭集，则该马氏链不具有遍历性。

总结：遍历性$\Leftrightarrow$正常返非周期不可约。若马氏链具有遍历性，则马氏链所有状态均为遍历态；反之不然，如$E=C_1\cup C_2$，其中C_1,C_2为正常返非周期闭集。

2. 极限分布与平稳分布

极限分布：$\lim\limits_{n\to\infty} p_{ij}^{(n)}=\pi_j\geq 0,\ \forall i,j\in E$，且$\sum\limits_{j\in E}\pi_j=1$

平稳分布：$\Pi=\Pi P,\ \pi_j\geq 0, \forall j\in E,\ \sum\limits_{j\in E}\pi_j=1$

区别与联系：

（1）极限分布是平稳分布；

（2）若马氏链状态空间分解为$E=N\cup C_1\cup C_2\cup\cdots\cup C_k,\ k\geq 1$，其中$N$为非常返态集合，$C_s(s=1,2,\cdots k)$为不可约正常返闭集。则平稳分布可表示为

$$\Pi=(\vec{0},\lambda_1\Pi_1,\lambda_2\Pi_2,\cdots,\lambda_k\Pi_k),\ 0\leq\lambda_s\leq 1,\sum_{s=1}^{k}\lambda_s=1,$$

其中向量$\vec{0}$对应非常返态集合N，$\Pi_s(1\leq s\leq k)$为马氏链限制在正常返闭集C_s上的平稳分布；若$k\geq 2$，即马氏链有两个及以上常返闭集，则没有极限分布；

（3）若马氏链状态空间分解为$E=N\cup C$，非常返态集合N中元素个数有限，且C为正常返非周期不可约闭集，则极限分布存在且等于(唯一的)平稳分布。

例题分析：设齐次马氏链$\{X(n), n\in\mathbb{Z}^+\}$状态空间为$E=\{1,2,3,4\}$，转移矩阵

$$P=\begin{bmatrix}0.5 & 0.5 & 0 & 0\\ 0.3 & 0 & 0.7 & 0\\ 0 & 0 & 0.8 & 0.2\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

该马氏链状态空间分解为$E=N\cup C=\{1,2,3\}\cup\{4\}$，状态 1，2，3 非常返，非周期，状态 4 为遍历态。因此，该马氏链不具有遍历性，但极限分布存在且等于平稳分布$\Pi=(0,0,0,1)$。