

2017-2018 学年秋季学期组合数学考试

18th December 2023 整理

1. 求:

(a) 若 7 个人中有 1 对夫妇, 试求从中取出 6 个人的夫妇不相邻的 6-线排列的种数。

(b) 若 7 个人中有 3 对夫妇, 试问从中取出 6 个人的夫妇均不相邻的圆排列有多少种。

2. 现有重集 $B = \{k_1 \cdot b_1, k_2 \cdot b_2, k_3 \cdot b_3, \dots, k_n \cdot b_n\}$, 试根据母函数给出求该重集 B 的 r -组合数的算法。

3. 某工厂欲在 31 天内完成 50 个产品。每天至少完成 1 个产品。试证明无论工厂怎样安排, 一定有连续的几天完成 11 个产品。

4. 求下列方程的正整数解的个数:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 1 \leq x_1 \leq 4, 2 \leq x_3 \leq 6, 0 \leq x_2 \leq 2 \end{cases}$$

5. 证明: 广义 Ramsey 数 $R(C_4, C_4) \geq 6$, 其中 C_4 为 4 个顶点的无向回路图。

6. 求不包含 2,5,7, 出现 3,4 次数之和为偶数, 至少出现两次 6,9 的 r 位十进制数的个数

7. 求解递归关系式:

$$\begin{cases} a_n = 6a_{n-1} + 7a_{n-2} + (-1)^n \\ a_0 = 7, a_1 = \frac{7}{8} \end{cases}$$

8. 亚洲、欧洲、非洲、北美洲、南美洲准备承办接下来五届奥运会。已知亚洲不能承办第 1 和 3 届的奥运会，欧洲不能承办第 2 届的奥运会，非洲不能承办第 4 届奥运会，南美洲不能承办第 1 和 4 届奥运会，北美洲不能承办第 5 届奥运会，其他不参与承办，试问共有多少种承办方案