上机实验安全教育【按学校要求】

一、机房内注意防火和用电安全。比如，电源周边需防止水杯等容器中的液体撒在电源周围而引发隐患。

二、不得有乱拉乱接电线，若有用电故障等突发情况，切记不要私自处理，应及时联系管理机房的老师。（学研九层靠西南的第一个房间）

三、不得携带易爆物品进入机房，不要将可燃物品堆放在电源附近。

四、机房内禁止吸烟及随意动火。

五、擦拭机器注意防火。

六、放学后关机。

七、地板砖如有翘起，注意预防摔跤，务必及时报修学校机房管理老师。

八、仔细阅读 学校发布的如下安全注意事项：

（1）计算中心网页发布的【计算中心防火安全预案】

（http://www.ccbfu.com/NewsInfo.aspx?NewsID=15000009&ColumnName=%B9%DC%C0%ED%D6%C6%B6%C8）

（2）【开放机房学生上机守规】

（http://www.ccbfu.com/NewsInfo.aspx?NewsID=15000011&ColumnName=%B9%DC%C0%ED%D6%C6%B6%C8）

附：概率统计常见概念、方法纲要

1. 随机变量、概率分布

随机变量 *X* (random variable)

在自然界中，有些变量在每次观察前，不可能事先确定其取值；经过大量反复观察，其取值又有一定的规律，这种变量称为**随机变量*X***。

例 (1). 掷骰子出现某点数的概率为1/6，若掷100次，则出现该点数的次数*X*是随机变量;**离散型随机变量**

(2). 332路公车每10分钟发一趟车，某人在随机的时间到达车站等车，则等车时间*X*是随机变量。**连续型随机变量**

概率密度函数

对连续型随机变量，考察事件{a<*X*<b}的概率。若存在非负的可积函数***p(x)***，使得：对任意的a, b(a<b)，都有

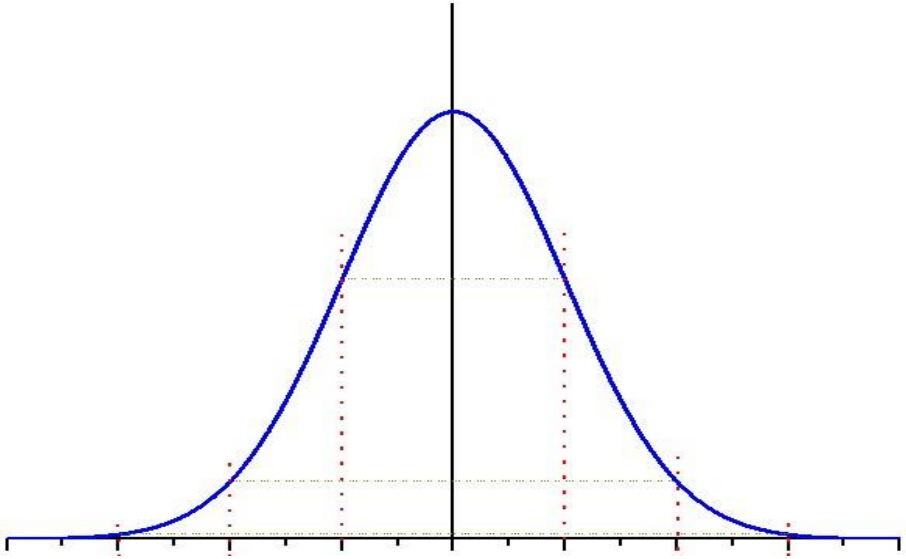
$$P\{a < X < b\} = \int_a^b p(x)dx$$

则称***p(x)***为随机变量***X***的概率密度函数。

P(x)的性质：

$$P(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1$$



正态分布

设随机变量X的概率密度为：

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < +\infty$$

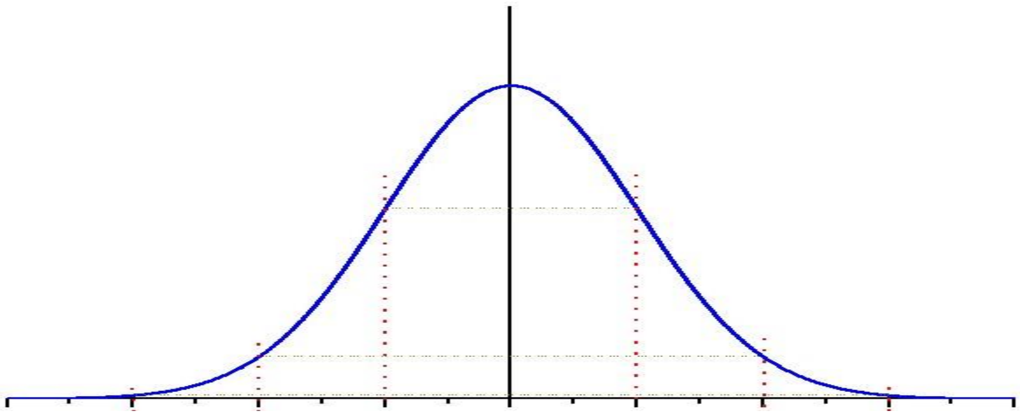
称X服从参数为μ，σ的正态分布，记作X~N(μ，σ²).
μ：均值；σ：方差，

正态分布函数为：

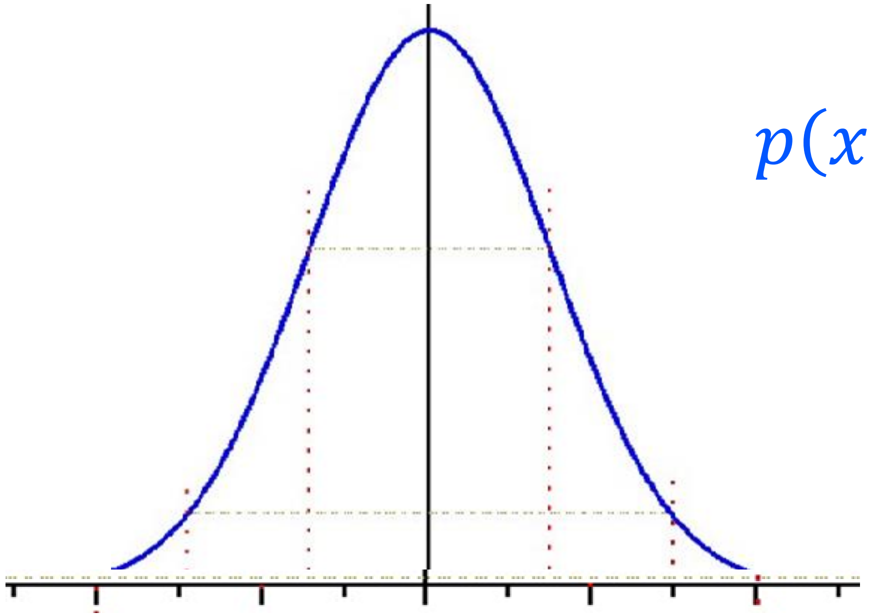
$$\mathrm{P}(X < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt, -\infty < x < +\infty$$

μ=0；σ²=1时，称为标准正态分布，记为X~N(0，1)。

一班

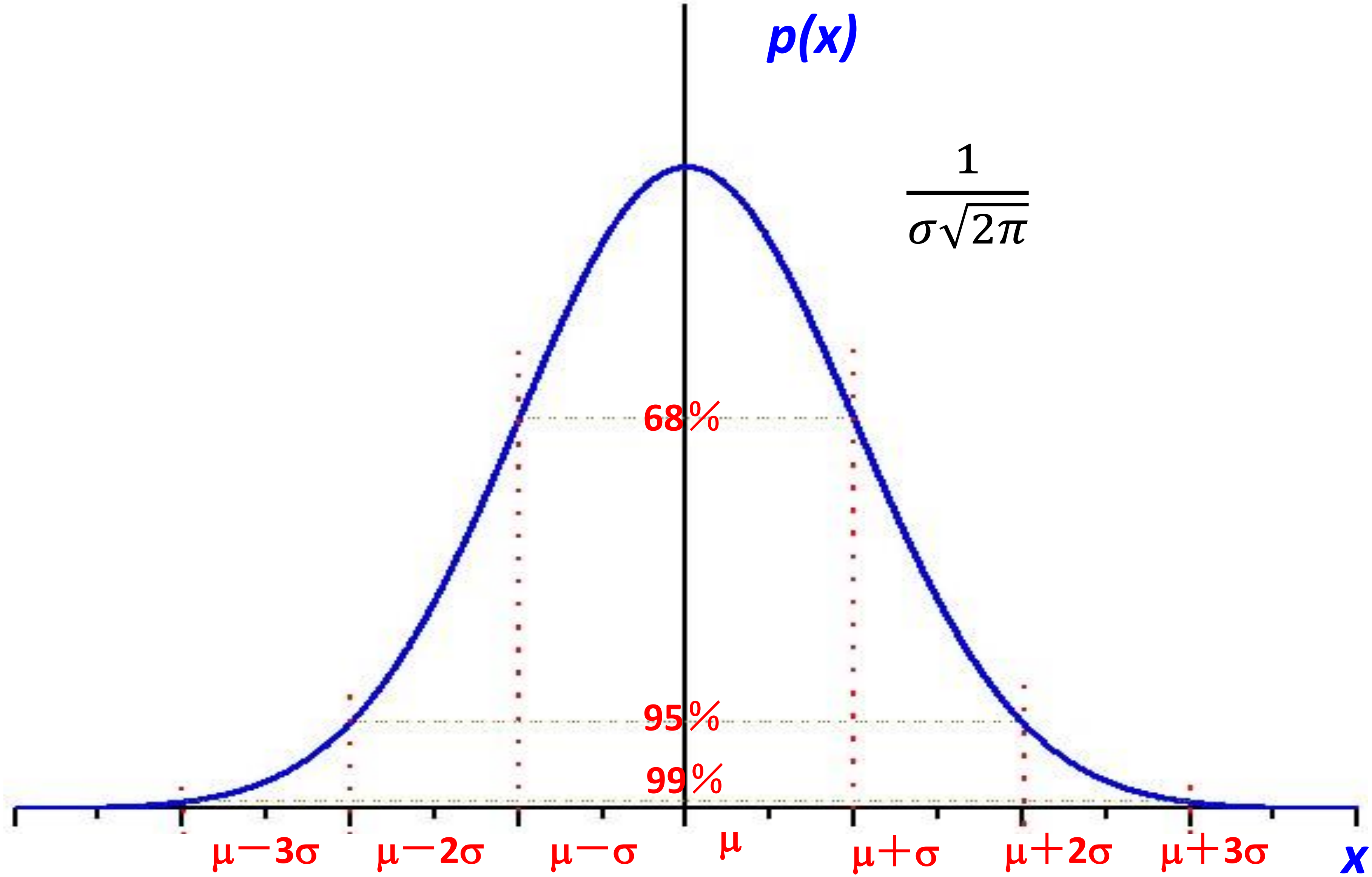


二班



$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

$$-\infty < x < +\infty$$



p(x)
$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$
68%
95%
99%
μ−3σ
μ−2σ
μ−σ
μ
μ+σ
μ+2σ
μ+3σ
x

2. 随机变量的数字特征

例如：离散型随机变量的数学期望/均值

设离散型随机变量*X*的分布律为：

$$P(X = x_i) = p_i, \qquad i = 1,2,3,\ldots$$

若

$$\boldsymbol{E(X) = \sum_{i=1}^{+\infty} x_i p_i}$$

收敛，则称E(X)为随机变量X的**均值**或**数学期望**。

例如：连续型随机变量的数学期望/均值

设X为连续型随机变量，它的概率密度函数为$p(x)$，若

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xp(x)dx$$

收敛，则称E(X)为随机变量X的**均值**或**数学期望.**

小结：

E(X)反映随机变量X的统计平均性质，代表随机变量取值的一般水平或集中的位置，略去了随机变量概率分布规律的具体细节。

例如：方差(variance)

设随机变量X的均值为E(X)，则

X的方差：$D(X) = E(X - E(X))^2$

X的标准差或均方差：$\sqrt{D(X)}$

对于离散型随机变量X，其方差为：

$$\sum_{i=1}^{\infty}(x_i - E(X))^2 p_i$$

小结：

D(X)反映随机变量X的相对于均值E(X)的偏离程度，代表随机变量取值的分散性，也是统计平均的性质

3. 总体和样本

- **总体X** (population)
  研究对象的某种特征值的全体组成的集合。用X表示。

- **样本$X_1, X_2, \ldots, X_n$** (sample)
  在总体中选取部分有代表性的子集称为（随机）样本。
  一个样本是来自总体X的一组相互独立同X分布的随机变量。

样本值$x_1, x_2, \ldots, x_n$
从总体X随机抽取的一组观测值，常用$x_1, x_2, \ldots, x_n$来表示样本或样本值。

4. 统计量及其参数估计

- **统计量(statistical quantity)**

设$X_1, X_2, \ldots, X_n$为总体X的n个样本，$g(x_1, x_2, \ldots, x_n)$为连续函数，则称$g(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ 为一个统计量。

显然，统计量$g(X_1, X_2, \ldots, X_n)$也是一个随机变量。

- **总体X的数字特征——参数**

总体期望μ：刻划总体的平均取值

总体方差σ^2：刻划总体取值的分散（涨落）程度

根据样本值推断总体性质——参数估计

样本均值 $\bar{x}$ ：

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

样本方差**S2**：

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

$$s_*{}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

5. 假设检验

1）提出原假设（或称零假设）和备选假设（或称对立假设）

2）指定显著性水平α（一般取α ＝0.05, 0.01, …）

3）构造检验统计量W

4）进行统计试验——收集数据、计算检验统计量及显著性概率值p-value

5）根据显著性水平α值进行判断

6. 一元回归分析

变量与变量
确定性关系

函数关系

U=IR

v=gt

……

变量与变量
非确定性关系

统计相关

（具有统计规律）

Y=f(x)+ε

回归分析方法：

线性、曲线、……

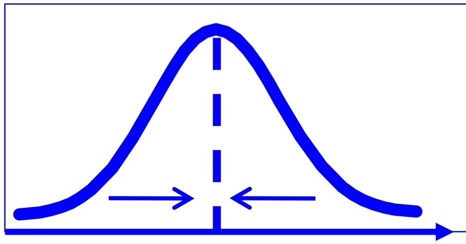
7.描述统计

数据描述的数值方法

- 集中趋势
  - 均　值
  - 中位数
  - 众　数
- 离散程度
  - 极差
  - 四分位距
  - 方差和标准差
  - 离散系数
- 分布的形状
  - 偏　态
  - 峰　度

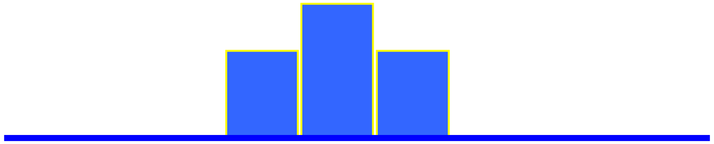
集中趋势

- 集中趋势：一组数据向其中心值靠拢的倾向和程度。
- 集中趋势测度：寻找数据水平的代表值或中心值。



常用的集中趋势的测度指标：

- 算术平均数
- 中位数
- 众数



算术平均数(均值，Arithmetic Mean)

总体均值常用 $\overline{\overline{X}}$ 或 μ 表示。样本均值常用 $\bar{x}$ 表示。样本均值的计算公式：

- 简单平均数：

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

- 加权平均数(分组数据)：

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

算术平均数(例子)

某企业的工会随机调查了20名工人2005年6月加班的小时数，结果如下：

13	18	12	15	7
15	5	12	17	7
12	10	9	13	12
19	6	7	11	12

该组数据算术平均数等于

（13+18+ ··· +12）/20=11.6（小时）。

加权算术平均数(例子)

在前面的例子中，假设我们只得到了分组后的资料：

分组	人数	组中值	xf
5-10	6	7.5	45
10-15	9	12.5	112.5
15-20	5	17.5	87.5
合计	20	-	245

该组数据算术平均数等于245/20=12.25（小时）。

根据原始数据和分组资料计算的结果一般不会完全相等，根据分组数据得到的是近似结果。

算术平均数的性质

1、 所有的定量数据都有算术平均数。

2、计算算术平均数时使用了所有数据。

3、一组数只有一个均值。

4、各变量值与均值的离差之和等于零。

$$\sum (x-\bar{x})=0$$

- 缺点：
  - 易受极端值的影响。
  - 严格来说无法根据有开口组的分组数据计算算术平均数。

张村有个张千万，
九个邻居穷光蛋；
统计平均算资产，
个个都是张百万。

中位数(Median)

一组数据按大小顺序排列后，处在数列中点位置的数值。

特点：

- 对一组数据是唯一的。
- 不受极端值的影响。
- 主要用于顺序数据，也可用数值型数据，但不能用于分类数据。

根据原始数据计算中位数

- n为奇数时等于第(n+1)/2个数。
- n为偶数时等于第n/2和n/2+1个数的平均值

1，2，5，9，11

中位数=5

1，2，5，9，11，18

中位数=（5+9）/2=7

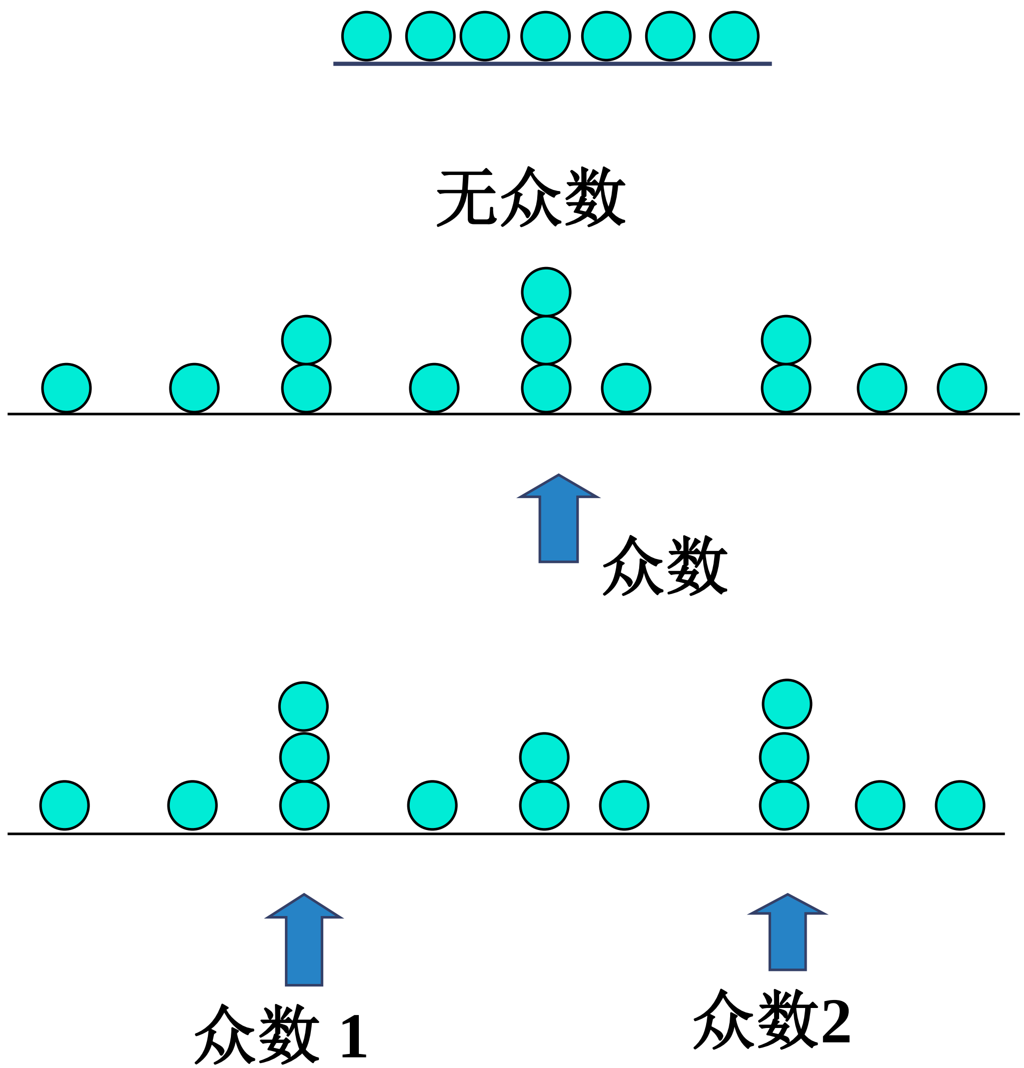
众数(Mode)

一组数据中出现次数最多的变量值。

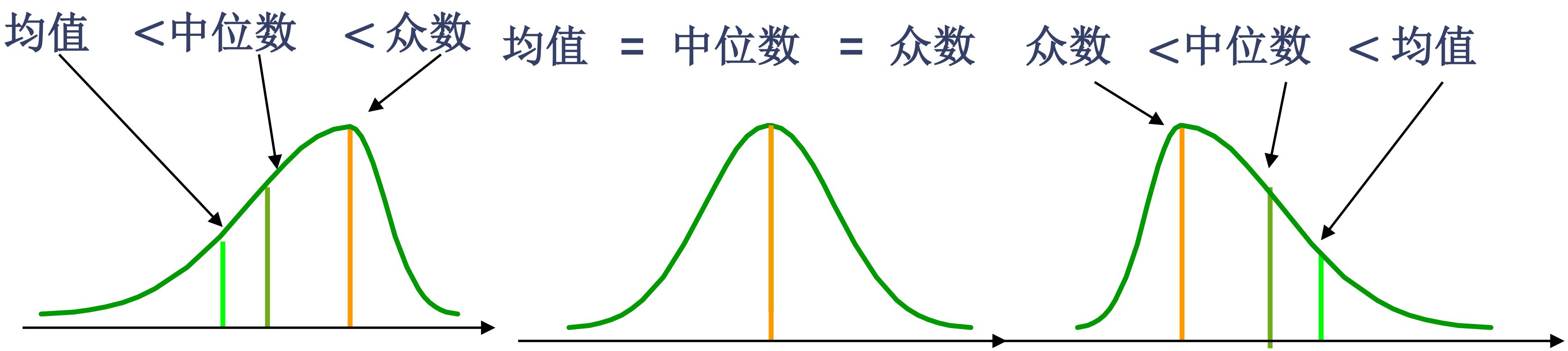
主要特点：

- 不受极端值的影响。
- 有的数据无众数或有多个众数。
- 对未分组定量资料很少使用。

众数的不惟一性



众数、中位数和算术平均数的关系



左偏分布　　对称分布　　右偏分布

$\bar{x} < M_e < M_0$　　$\bar{x} = M_e = M_0$　　$M_0 < M_e < \bar{x}$

分配为钟形、轻微不对称的经验公式：

$M_o - M_e = 2(M_e - \bar{x})$　　$M_o = 3M_e - 2\bar{x}$

小结：平均数、中位数、众数的特点

算术平均数：

- 易受极端值影响(使用了全部数据)
- 数学性质优良,主要用于数值型数据
- 数据对称分布或接近对称分布时应用

中位数:

不受极端值影响

- 数据分布偏斜程度较大时应用;主要用于顺序数据

众数:

- 不受极端值影响
- 不具有惟一性
- 数据分布偏斜程度较大时应用;主要用于分类数据

分位数（Quantile)

把顺序排列的一组数据分割为若干相等部分的分割点的数值。

分位数可以反映数据分布的相对位置（而不单单是中心位置）。

- 常用的有四分位数、十分位数、百分位数。
- 四分位数（Quartile)：Q_1 Q_2 Q_3
- 十分位数(Decile): D_1 D_2 ………D_9
- 百分位数(percentile)：
  P_1 P_2 …………P_{99}

四分位数（Quartile)

数据按大小顺序排序后把分割成四等分的三个分割点上的数值 。

在实际应用中四分位数的计算方法并不统一（数据量大时这些方法差别不大）。对原始数据：

- SPSS中四分位数的位置为(n+1)/4， 2(n+1)/4， 3 (n+1)/4。
- Excel中四分位数的位置分别为(n+3)/4，2(n+1)/4，（3 n+1)/4。

如果四分位数的位置不是整数，则四分位数等于前后两个数的加权平均。

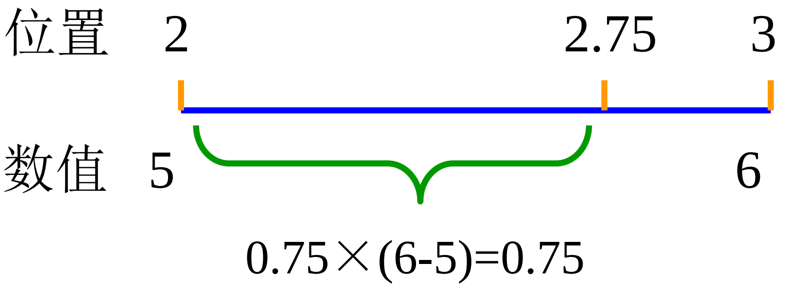
四分位数计算（例子）

排序后的数据：2，5，6，7，8，9，10，12，15，16

$$Q_1\text{位置}=\frac{10+1}{4}=2.75$$

$$Q_2\text{位置}=\frac{2\times(10+1)}{4}=5.5$$

$$Q_3\text{位置}=\frac{3\times(10+1)}{4}=8.25$$



不能整除时需加权平均：

$$Q_1=5+0.75\times(6-5)=5.75$$

$$Q_2=(8+9)/2=8.5$$

$$Q_3=12+0.25\times(15-12)=12.75$$

数据描述的数值方法

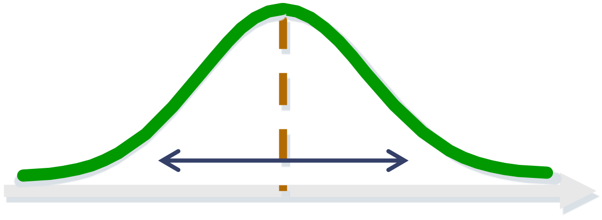
- 集中趋势
  - 均　值
  - 中位数
  - 众　数
- 离散程度
  - 极差
  - 四分位距
  - 方差和标准差
  - 离散系数
- 分布的形状
  - 偏　态
  - 峰　度

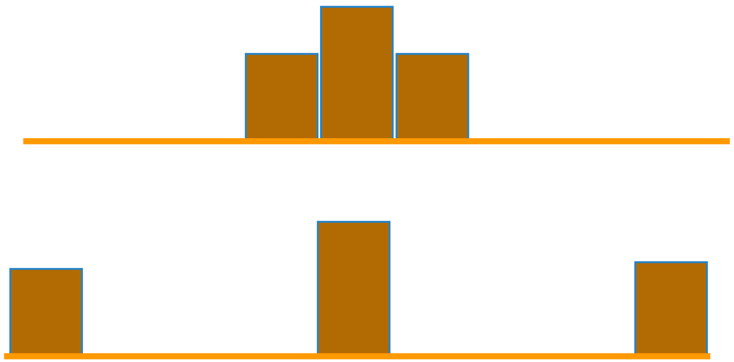
离散程度

反映各变量值远离其中心值的程度（离散程度），从另一个侧面说明了集中趋势测度值的代表程度。

不同类型的数据有不同的离散程度测度指标。

- 常用指标：
  - 全距（极差）
  - 四分位距
  - 方差和标准差
  - 离散系数





全距（Range）

全距也称极差，是一组数据的最大值与最小值之差。

- R=最大值-最小值
- 组距分组数据可根据最高组上限 -最低组下限计算。
- 受极端值的影响。

全距=？

2，5，6，7，8，9，10，12，15，16，20

四分位距(Inter-Quartile Range, IQR)

等于上四分位数与下四分位数之差

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

- 反映了中间50%数据的离散程度，数值越小说明中间的数据越集中。
- 不受极端值的影响。
- 可以用于衡量中位数的代表性。

2，5，6，7，8，9，10，12，15，16，20

Q_1=6, Q_2=9, Q_3=15

方差和标准差

方差是一组数据中各数值与其算术平均数离差平方的平均数，标准差是方差正的平方根。

- 总体方差和样本方差的符号不同，计算公式也不一样。
- 是反映定量数据离散程度的最常用的指标。

	总体方差	样本方差
未分组数据	$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2}{N}$	$s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$
分组数据	$\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{K}(X_i - \overline{X})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{K} f_i}$	$s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$

样本方差用（**n-1**）去除，从数学角度看是因为它是总体方差**σ²**的无偏估计量。

标准差(例子)

某工会随机调查了5名工人上月的加班时间如下表，平均加班时间为13小时。计算数据的标准差。

加班小时数	绝对离差	离差平方
13	0	0
18	5	25
12	1	1
15	2	4
7	6	36
合计	14	66

$$s=\sqrt{\frac{66}{5-1}}=4.06$$

离散系数（Coefficient of Variation)

标准差与其相应的均值之比，表示为百分数。

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{X}}（总体） \quad 或 \quad cv = \frac{s}{\overline{x}}（样本）$$

特点：

- 反映了相对于均值的**相对离散程度**；
- 可用于比较计量**单位不同**的数据的离散程度；
- 计量单位相同时，如果两组数据的**均值相差悬殊**，离散系数可能比标准差等绝对指标更有意义。

数据描述的数值方法

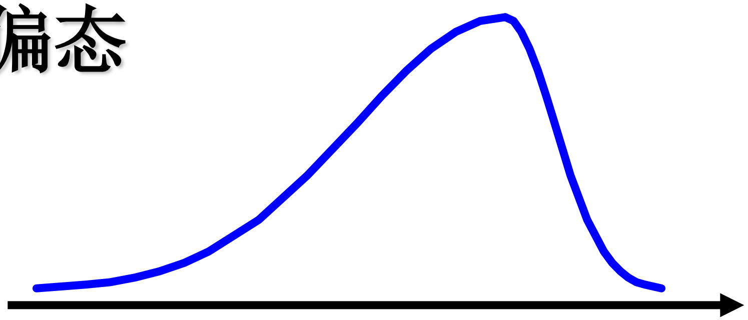
集中趋势
- 均　值
- 中位数
- 众　数

离散程度
- 极差
- 四分位距
- 方差和标准差
- 离散系数

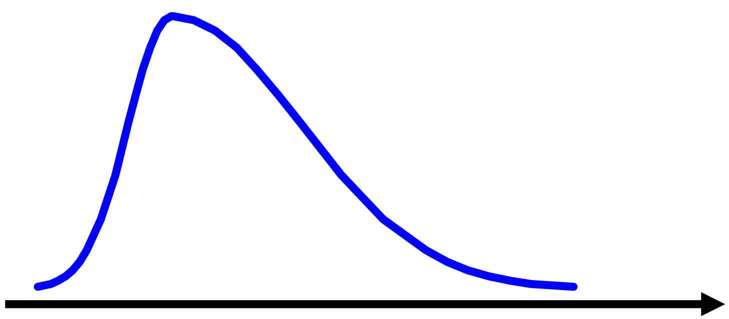
分布的形状
- 偏　态(偏度)
- 峰　度

偏态和峰度的类型

偏态

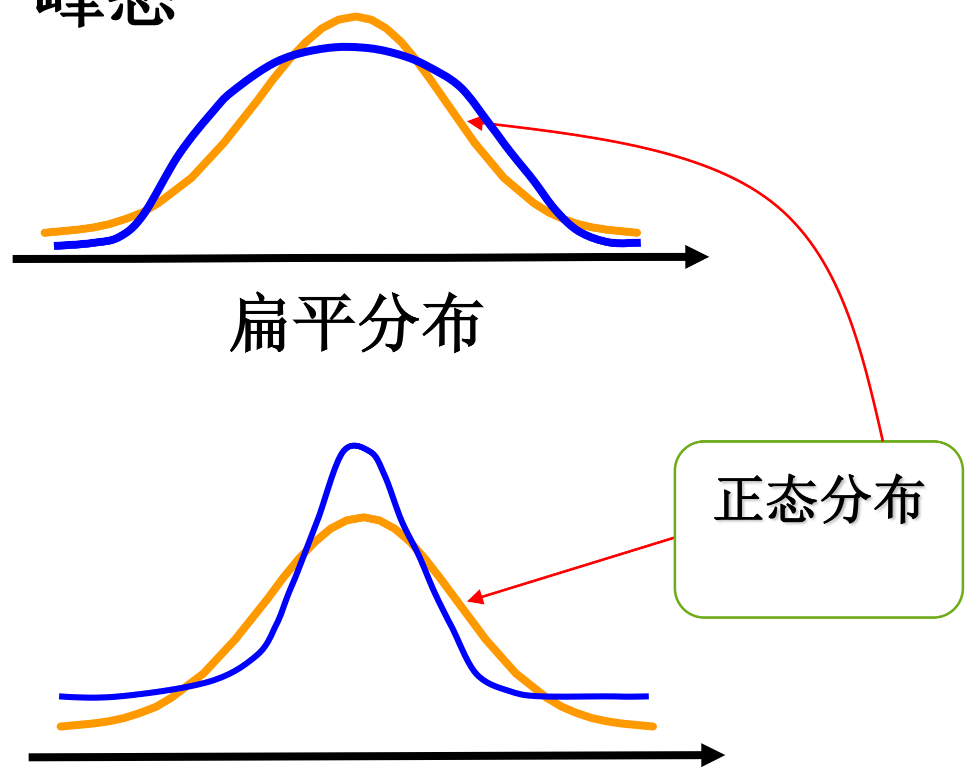


左偏分布



右偏分布

峰态



尖峰分布

偏态及其测定（Skewness)

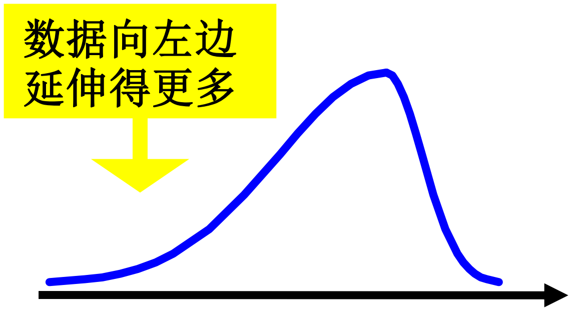
数据分布的不对称性称作偏态。

偏态系数(偏度)就是对数据分布的不对称性（即偏斜程度）的测度,，一般用SK表示。

偏度系数有多种计算方法，在统计软件中（如Excel等）通常采用以下公式：

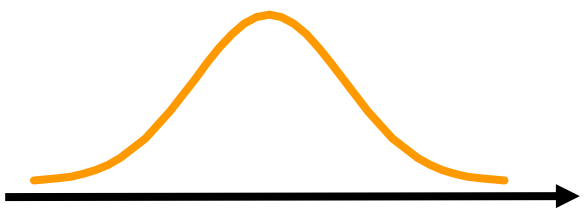
$$SK = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^3$$

偏度的含义

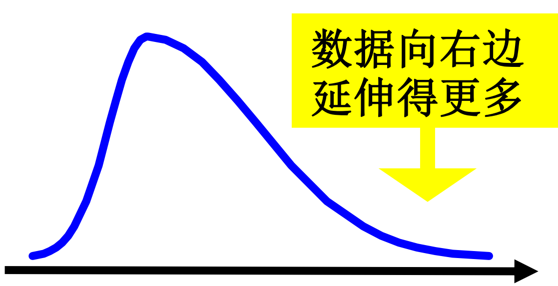


左偏分布(也称负偏分布):

偏度SK< 0；偏度的绝对值越大，偏斜越严重



对称分布：偏度=0。



右偏分布(也称正偏分布)：

偏度SK> 0；偏度的绝对值越大，偏斜越严重。

峰度及峰度系数(Kurtosis)

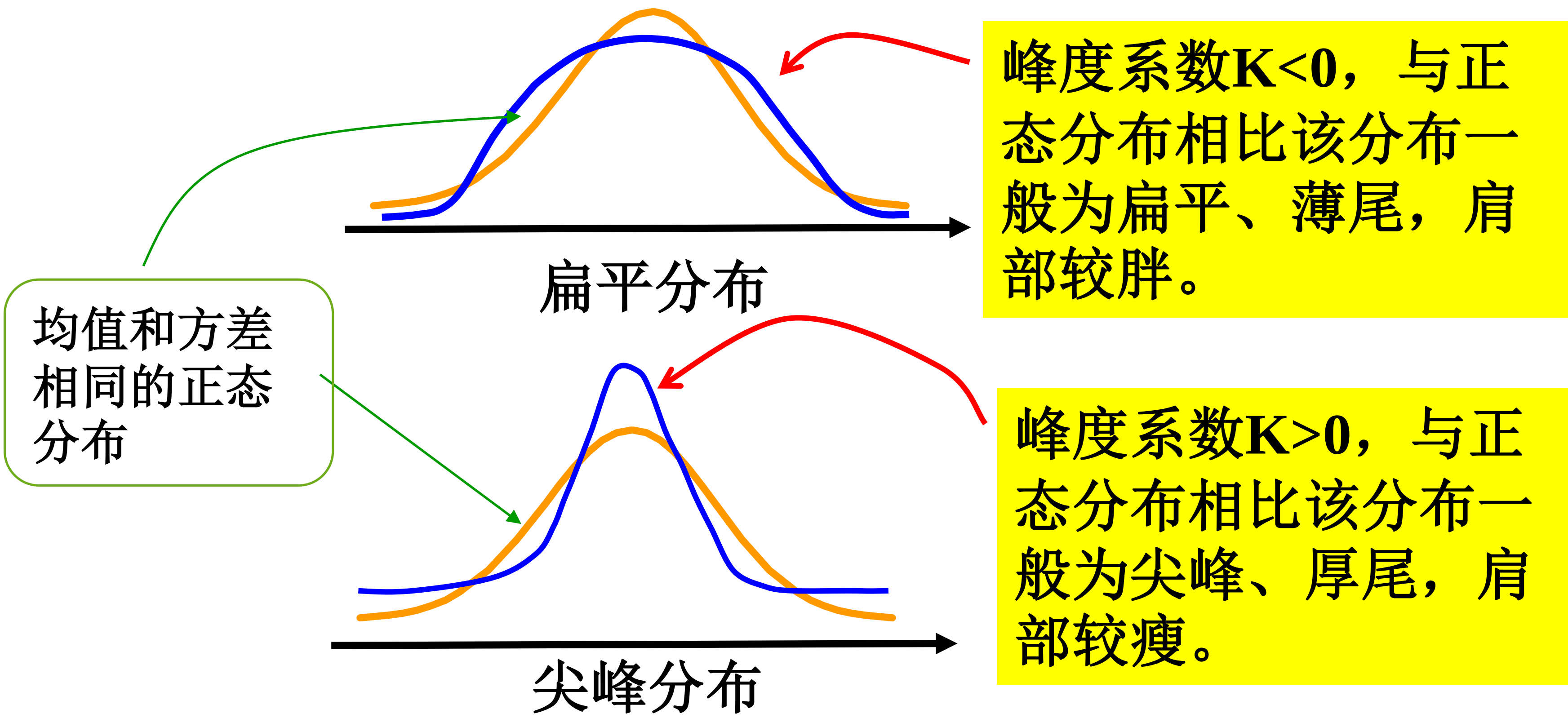
峰度：数据分布的扁平或尖峰程度。

峰度系数：数据分布峰度的度量值，对数据分布尖峰或扁平程度的测度，一般用K表示。

统计软件(如Excel等）中常用以下公式计算：

$$K = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

峰度系数的含义


峰度系数K<0，与正态分布相比该分布一般为扁平、薄尾，肩部较胖。
扁平分布
均值和方差相同的正态分布
峰度系数K>0，与正态分布相比该分布一般为尖峰、厚尾，肩部较瘦。
尖峰分布

箱线图（Box Plot)

用于描述数据分布特征的一种图形。

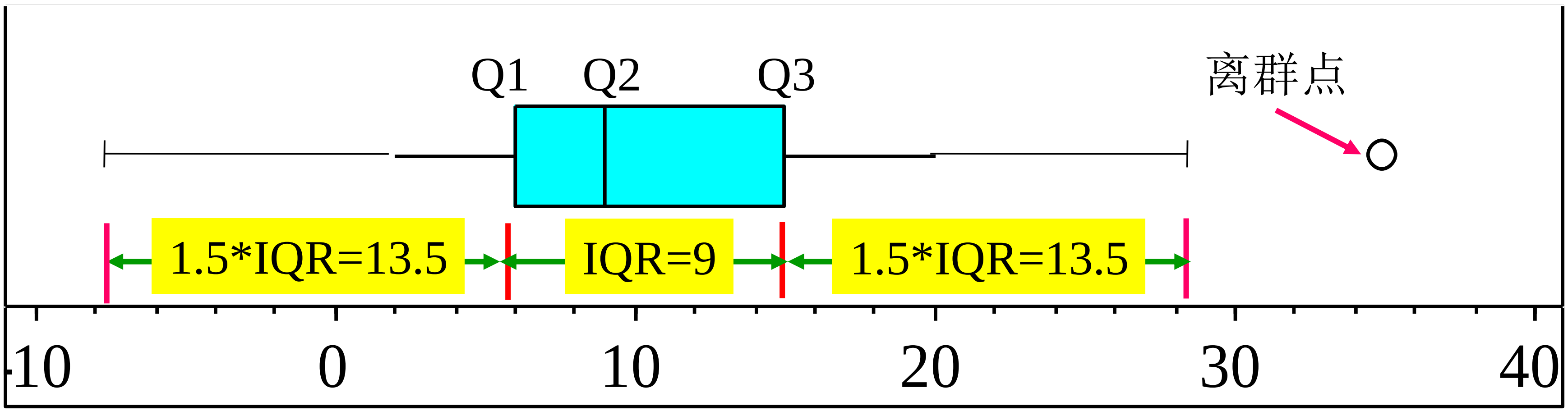
最简单的箱线图可以根据数据的最大值、最小值和三个四分位数绘制的：先根据三个四分位数Q_1、Q_2、Q_3画出中间的盒子，然后由盒子两端分别向最大、最小值连线。

在SPSS中标准的箱线图一般是这样绘制的：

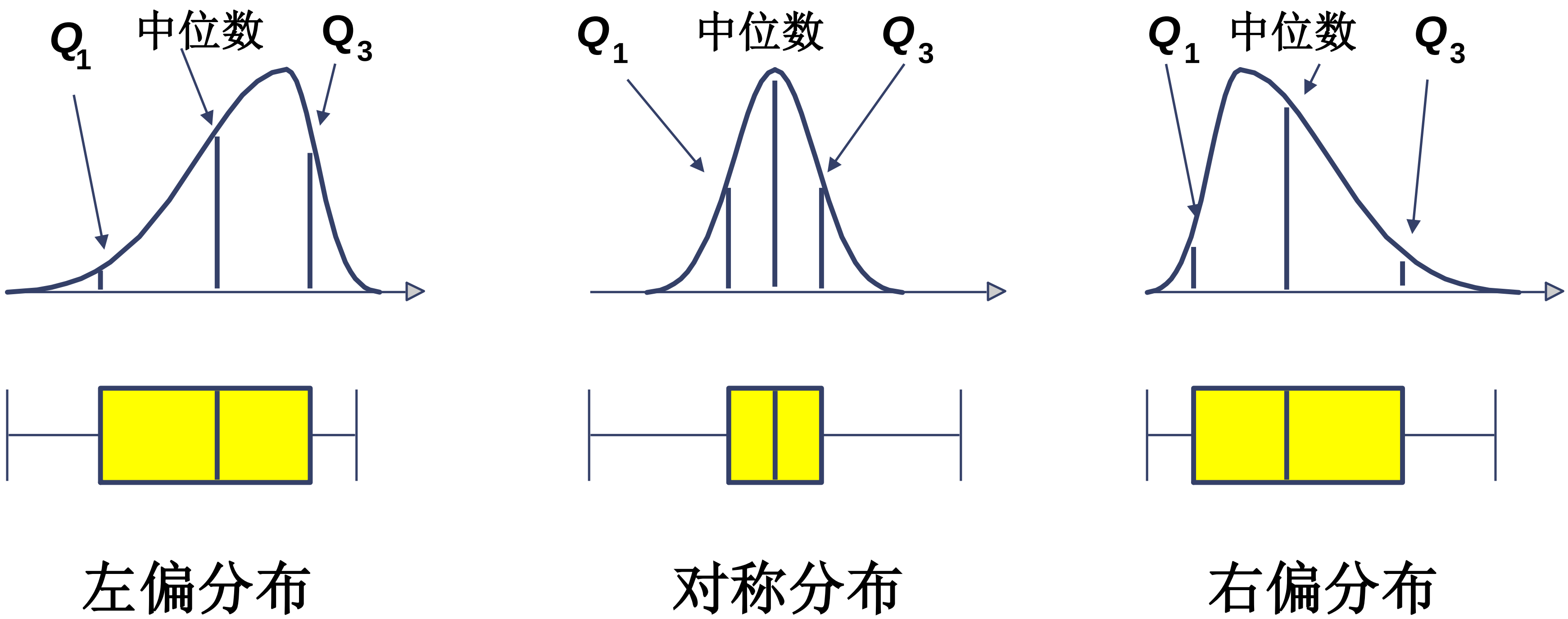
- 先根据三个四分位数Q_1、Q_2、Q_3画出中间的盒子；
- 由Q_3至Q_3+1.5*IQR区间内的最大值向盒子的顶端连线，由Q_1至Q_1-1.5*IQR区间内的最小值向盒子的底部连线；
- 处于Q_3+1.5*IQR至Q_3+3*IQR或者 Q_1-1.5*IQR至Q_1-3*IQR范围内的数据用圆圈标出；
- 大于Q_3+3*IQR或者小于Q_1-3*IQR的用星号标出。

箱线图

数据：2， 5， 6， 7， 8， 9， 10， 12， 15， 20， 35



分布的形状与箱线图



数据的Z值：标准化

Z值也称标准化值，等于变量值与其平均数的离差除以标准差，用Z表示。 Z值的均值等于0，标准差等于1。

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

是对某一个值在一组数据中相对位置的度量。例如，

- z>0说明观测值大于均值。
- z<0说明观测值小于均值。
- z=1.2说明观测值比均值大1.2倍的标准差。

工人加班时间的标准化值

工人加班时间的数据，均值等于13，s=4.06。

加班小时数	$x-\bar{x}$	$z_i=\dfrac{x_i-\bar{x}}{s}$
13	0	0.00
18	5	1.23
12	−1	−0.25
15	2	0.49
7	−6	−1.48

end

附：自测练习

设随机向量$X=(X_1,X_2,X_3)'$的协差阵为

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{pmatrix}4&0&1\\0&4&0\\1&0&9\end{pmatrix},$$

令$Y_1=X_1-X_2+2X_3,Y_2=X_1+3X_2-X_3,$

求：(1) $Y=(Y_1,Y_2)'$的协差阵.

(2) X,Y 各自的相关阵.

附：自测练习

设随机向量$X=(X_1,X_2,X_3)'$的协差阵为

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ 1 & 9 & -3\\ 2 & -3 & 25\end{pmatrix},$$

令$Y_1=2X_1-X_2+4X_3, Y_2=X_2-X_3, Y_3=X_1+3X_2-2X_3$,

求:(1) $Y=(Y_1,Y_2,Y_3)'$的协差阵.

(2) X，Y各自的相关阵.

【作业】：

证明： $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2$经单位变换后为$\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2$，即有

$$\boldsymbol{\Sigma}_y = \boldsymbol{C}\boldsymbol{\Sigma}_x\boldsymbol{C}'$$

$$\boldsymbol{y}_1 = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_1 + \boldsymbol{b}, \quad \boldsymbol{y}_2 = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{b}$$

则：$\left(\boldsymbol{y}_1 - \boldsymbol{y}_2\right)' \boldsymbol{\Sigma}_y^{-1}\left(\boldsymbol{y}_1 - \boldsymbol{y}_2\right) = ?$

(答案：$= \left(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2\right)' \boldsymbol{\Sigma}_x^{-1}\left(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2\right)$)

例：设 $X \sim N_3(\mu, \Sigma)$，

$$\text{其中 } \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

问：哪些变量间是相互独立的？

练习

2-2 设$X=(X_1,X_2)'\sim N_2(\mu,\Sigma)$，其中

$$\mu=\begin{pmatrix}\mu_1\\ \mu_2\end{pmatrix},\Sigma=\sigma^2\begin{pmatrix}1&\rho\\ \rho&1\end{pmatrix}.$$

（1）试证明X_1+X_2和X_1-X_2相互独立.

（2）试求X_1+X_2和X_1-X_2的分布.

练习

2-2 设$X=(X_1,X_2)'\sim N_2(\mu,\Sigma)$，其中

$$\mu=\begin{pmatrix}\mu_1\\ \mu_2\end{pmatrix},\Sigma=\sigma^2\begin{pmatrix}1 & \rho\\ \rho & 1\end{pmatrix}.$$

（1）试证明X_1+X_2和X_1-X_2相互独立.

（2）试求X_1+X_2和X_1-X_2的分布.

解: (1) 记$Y_1= X_1+X_2 =(1,1)'X$,

$$Y_2= X_1-X_2 = (1,-1)'X,$$

利用性质2可知Y_1, Y_2为正态随机变量。又

$$\mathrm{Cov}(Y_1,Y_2)=(1\ \ 1)\Sigma\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}=\sigma^2(1+\rho\ \ 1+\rho)\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}=0$$

故X_1+X_2和X_1-X_2相互独立.

练习

或者记

$$Y=\begin{pmatrix}Y_1\\Y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}X_1+X_2\\X_1-X_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}=CX$$

则 $Y\sim N_2(C\mu,C\Sigma C')$

因$\Sigma_Y=C\Sigma C'=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}\sigma^2\begin{pmatrix}1&\rho\\\rho&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$

$$=\sigma^2\begin{pmatrix}1+\rho&1+\rho\\1-\rho&\rho-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}=\sigma^2\begin{pmatrix}2(1+\rho)&0\\0&2(1-\rho)\end{pmatrix}$$

由定理2.3.1可知X_1+X_2和X_1-X_2相互独立.

练习

(2) 因

$$Y=\begin{pmatrix} X_1+X_2 \\ X_1-X_2 \end{pmatrix} \sim N_2\left(\begin{pmatrix} \mu_1+\mu_2 \\ \mu_1-\mu_2 \end{pmatrix}, \sigma^2\begin{pmatrix} 2(1+\rho) & 0 \\ 0 & 2(1-\rho) \end{pmatrix}\right)$$

$$\therefore X_1+X_2 \sim N(\mu_1+\mu_2, 2\sigma^2(1+\rho));$$

$$X_1-X_2 \sim N(\mu_1-\mu_2, 2\sigma^2(1-\rho)).$$

【作业】：设 $X \sim N_3(\mu,\Sigma)$,

其中 $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

问：哪些变量间是相互独立的？

设$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$，则：$AX$服从什么分布？

作业

2-3 设$X^{(1)}$和$X^{(2)}$ 均为p维随机向量,已知

$$X=\begin{pmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \end{pmatrix} \sim N_{2p}\left(\begin{pmatrix} \mu^{(1)} \\ \mu^{(2)} \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_2 \\ \Sigma_2 & \Sigma_1 \end{bmatrix}\right),$$

其中$\boldsymbol{\mu}^{(i)}$ ($i=1$，2)为p维向量,Σ_i ($i=1$，2)为p阶矩阵，

(1) 试证明$X^{(1)}+X^{(2)}$和$X^{(1)}-X^{(2)}$ 相互独立.

(2) 试求$X^{(1)}+X^{(2)}$ 和$X^{(1)}-X^{(2)}$ 的分布.