

# 数据结构项目二文档

同济大学 软件学院 15级2班 1552651 王依睿

## 使用说明

### 操作手册

#### 开始

运行程序后，显示电网造价模拟系统的操作说明。

```

**          电网造价模拟系统          **
=====
**          A---创建电网顶点          **
**          B---添加电网的边          **
**          C---构造最小生成树        **
**          D---显示最小生成树        **
**          E---退出程序              **
=====

```

#### 创建电网顶点

- 选择操作A。
- 输入顶点个数。
- 依次输入顶点名称。

```

请选择操作：A
请输入顶点个数：4
请依次输入个顶点名称：
a b c d

```

#### 添加电网的边

- 选择操作B。
- 输入两个顶点及边。

```
请选择操作： B
请输入两个顶点及边： a b 8
请输入两个顶点及边： b c 7
请输入两个顶点及边： c d 5
请输入两个顶点及边： d a 11
请输入两个顶点及边： a c 18
请输入两个顶点及边： b d 12
请输入两个顶点及边： ? ? 0
```

## 构造最小生成树

- 选择操作C。
- 输入起始顶点。

```
请选择操作： C
请输入起始顶点： a
```

- 输出“生成prim最小生成树！”字样，表示程序已经用prim方法生成最小生成树。

```
生成prim最小生成树！
```

## 显示最小生成树

- 选择操作D。

```
请选择操作： D
```

- 输出最小生成树的顶点及边。

```
最小生成树的顶点及边为：
a-<8>->b      b-<7>->c      c-<5>->d
```

## 退出程序

选择操作E。

请选择操作: E  
请按任意键继续. . .

## 整体预览

```
C:\WINDOWS\system32\cmd.exe

**          电网造价模拟系统          **
=====
**          A---创建电网顶点          **
**          B---添加电网的边          **
**          C---构造最小生成树        **
**          D---显示最小生成树        **
**          E---退出程序              **
=====

请选择操作: A
请输入顶点个数: 4
请依次输入个顶点名称:
a b c d

请选择操作: B
请输入两个顶点及边: a b 8
请输入两个顶点及边: b c 7
请输入两个顶点及边: c d 5
请输入两个顶点及边: d a 11
请输入两个顶点及边: a c 18
请输入两个顶点及边: b d 12
请输入两个顶点及边: ? ? 0

请选择操作: C
请输入起始顶点: a
生成prim最小生成树!

请选择操作: D
最小生成树的顶点及边为:
a-<8>->b      b-<7>->c      c-<5>->d

请选择操作: E
请按任意键继续. . .
```

## 注意事项

- 输入的图必须是连通图。
- 顶点个数最多不能超过100人。
- 顶点名称在程序内的存储类型为string。
- 将图中输入两个顶点及边全部输入后，输入“??0”表示输入结束。

---

## 概述

---

假设一个城市有 $n$ 个小区，要实现 $n$ 个小区之间的电网都能够相互接通，构造这个城市 $n$ 个小区之间的电网，使总工程造价最低。请设计一个能够满足要求的造价方案。

## 项目功能要求

提示：输入的图必须是连通图，采用邻接矩阵或邻接表表示法表示图，定义一个最小堆用来得到权值最小的边，构造最小生成树(Prim算法)实现

在每个小区之间都可以设置一条电网线路，都要付出相应的经济代价。 $n$ 个小区之间最多可以有 $n(n-1)/2$ 条线路，选择其中的 $n-1$ 条使总的耗费最少。

## 程序设计目的

实现一个生成最小生成树的简单程序，练习使用邻接表实现图的存储。

## 算法思路

以Prim算法为基本算法，实现生成最小生成树。

## 数据结构

- 将prim算法中各顶点状态封装成一个结构体。
- 利用由二维数组实现的邻接表实现图的存储。
- 利用一维数组存储顶点名字、顶点是否被访问过、顶点在最小生成树中的父亲节点、prim算法中各顶点状态。
- 利用map存储最小生成树的边长度及边的两顶点信息。
- 利用priority\_queue（优先队列）存储未知顶点到已知顶点的最短相连距离。

## 文件目录

- 8\_1552651\_wangyirui.cpp（主文件）
  - 8\_1552651\_wangyirui.exe（可执行文件）
  - 8\_1552651\_wangyirui.pdf（项目文档）
- 

## 实现

---

# Prim算法

## 描述

从单一顶点开始，普里姆算法按照以下步骤逐步扩大树中所含顶点的数目，直到遍及连通图的所有顶点。

- 1. 输入：一个加权连通图，其中顶点集合为V，边集合为E；
- 2. 初始化：Vnew = {x}，其中x为集合V中的任一节点（起始点），Enew = {}；
- 3. 重复下列操作，直到Vnew = V：
  - 1. 在集合E中选取权值最小的边（u, v），其中u为集合Vnew中的元素，而v则是V中没有加入Vnew的顶点（如果存在有多条满足前述条件即具有相同权值的边，则可任意选取其中之一）；
  - 2. 将v加入集合Vnew中，将（u, v）加入集合Enew中；
- 4. 输出：使用集合Vnew和Enew来描述所得到的最小生成树。

## 时间复杂度

最小边、权的数据结构	时间复杂度（总计）
邻接矩阵、搜索	$O(V^2)$
二叉堆（后文伪代码中使用的数据结构）、邻接表	$O((V + E) \log(V)) = O(E \log(V))$
斐波那契堆、邻接表	$O(E + V \log(V))$

本程序利用邻接矩阵实现，故时间复杂度为 $O(V^2)$

## Prim算法实现最小生成树代码实现

```
#include<iostream>
#include<string>
#include<map>
#include<queue>
using namespace std;
const int maxn = 100;

#define INF 1 << 30

struct node {
    int vnum;
    int key;//到已经访问过的顶点边的长度最小值
    friend bool operator<(node a, node b) {
        return a.key > b.key;
    }
};
```

```

int n;//顶点个数
int rootnum;//开始点，即最小生成树的根节点
int graph[maxn][maxn]);//邻接表，存储两点间是否相连以及两点间边的长度的信息
string vname[maxn]);//顶点名字对应节点序号
bool visited[maxn]);//顶点是否访问过
int dad[maxn]);//顶点在最小生成树中的父亲节点
node v[maxn]);//prim算法中各顶点状态
map<int, int> tree;//存储最小生成树的边及边的两顶点
priority_queue <node> q;//选择已知顶点

void prim(int beginnum){

    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        v[i].vnum = i;
        v[i].key = INF;
        dad[i] = -1;
        visited[i] = false;
    }

    v[beginnum].key = 0;
    q.push(v[beginnum]);

    while (!q.empty()) {

        node cur_nd = q.top();
        q.pop();
        int cur_vnum = cur_nd.vnum;
        int dad_vnum = dad[cur_vnum];
        if (dad_vnum != -1)
            tree.insert(make_pair(dad_vnum, cur_vnum));
        if (visited[cur_vnum])
            continue;
        visited[cur_vnum] = true;

        for (int i = 0; i < n; ++i) {

            if (i != cur_vnum && !visited[i] && graph[cur_vnum][i] < v[i].key) {

                dad[i] = cur_vnum;
                v[i].key = graph[cur_vnum][i];
                q.push(v[i]);
            }
        }
    }
}

```

```

int main() {

    printf("\n**          电网造价模拟系统          **\n");
    printf("=====\n");
    printf("**          A---创建电网顶点          **\n");
    printf("**          B---添加电网的边          **\n");
    printf("**          C---构造最小生成树          **\n");
    printf("**          D---显示最小生成树          **\n");
    printf("**          E---退出程序          **\n");
    printf("=====\n");

    char op;
    while (true) {

        printf("\n请选择操作: ");
        scanf("%c", &op);

        if (op == 'A') {

            printf("请输入顶点个数: ");
            scanf("%d", &n);
            printf("请依次输入个顶点名称: \n");
            for (int i = 0; i < n; ++i)
                cin >> vname[i];
            for (int i = 0; i < n; ++i)
                for (int j = 0; j < n; ++j)
                    graph[i][j] = INF;
            getchar();
        }

        if (op == 'B') {
            string v1, v2;
            int v1num, v2num;
            int len;
            while (true) {
                printf("请输入两个顶点及边: ");
                cin >> v1 >> v2 >> len;
                if (v1 == "?")
                    break;
                for (int i = 0; i < n; ++i) {
                    if (vname[i] == v1)
                        v1num = i;
                    if (vname[i] == v2)
                        v2num = i;
                }
                graph[v1num][v2num] = len;
                graph[v2num][v1num] = len;
            }
        }
    }
}

```

```

        getchar();
    }
    if (op == 'C') {
        string root;
        printf("请输入起始顶点: ");
        cin >> root;
        getchar();
        for (int i = 0; i < n; ++i) {
            if (vname[i] == root) {
                rootnum = i;
                break;
            }
        }
        prim(rootnum);
        printf("生成prim最小生成树! \n");
    }
    if (op == 'D') {
        printf("最小生成树的顶点及边为: \n");
        for (auto vpair : tree) {
            int v1num = vpair.first;
            int v2num = vpair.second;
            cout << vname[v1num] << "-<" << graph[v1num][v2num] << ">->" << vname[v2num] << " ";
        }
        cout << endl;
        getchar();
    }
    if (op == 'E')
        break;
}
}

```