Theorem 2.1

3. August 2014

Teil 2.3

Um Teil (2.3) aus [1, Kapitel 11] nachzuweisen, verwenden wir zunächst aus dem selben Abschnitt die Darstellung von ν_t^K als unskalierten Prozess $K \cdot \nu_t^K = \hat{\nu_t}^K \in \mathbb{N}^2$ durch

$$\hat{\nu_t}^K = \hat{\nu}_0^K + \sum_l lY \left(n \int_0^t \beta_l \left(\frac{\hat{\nu_s}^K}{K} \right) ds \right) \tag{1}$$

Dabei sind die Y_l unabhängige standard Poisson Prozesse, die unsere Tode und Geburten auf jedem Merkmal bestimmen. Wir erkennen dass die Summe tatsächlich den Verlauf unseres Markov Prozesses darstellt.
Schließlich wird für Teil (2.3) aus [1, Kapitel 11] lediglich gefordert, dass unser Prozess ν_t^K durch $\nu_t^K = \frac{\hat{\nu_t}^K}{K}$ die Gleichung

$$\nu_t^K = \nu_0^K + \sum_l \frac{l}{K} \widetilde{Y}_l \left(n \int_0^t \beta_l(\nu_s^K) ds \right) + \int_0^t F(\nu_s^K) ds, \tag{2}$$

wobei $\widetilde{Y}_l(u) = Y_l(u) - u$ ein am Erwartungswert zentrierter Poisson Prozess ist, erfüllt.
Wir bemerken, dass hier neben der Skalierung $\frac{1}{K}$, nur das Superpositionsprinzip Anwendung gefunden hat. Statt mit dem Poisson Prozess die Entwicklung der Geburten und Tode zu beschreiben, wird hier die skalierte Abweichung der Geburten und Tode beschrieben und zum erwarteten Wert ergänzt. Also ist die Annahme (2.3) für unseren Prozess zutreffend.

Literatur

[1] Stewart N Ethier and Thomas G Kurtz. *Markov processes: characterization and convergence*, volume 282. John Wiley & Sons, 2009.