Estructura de la Materia I

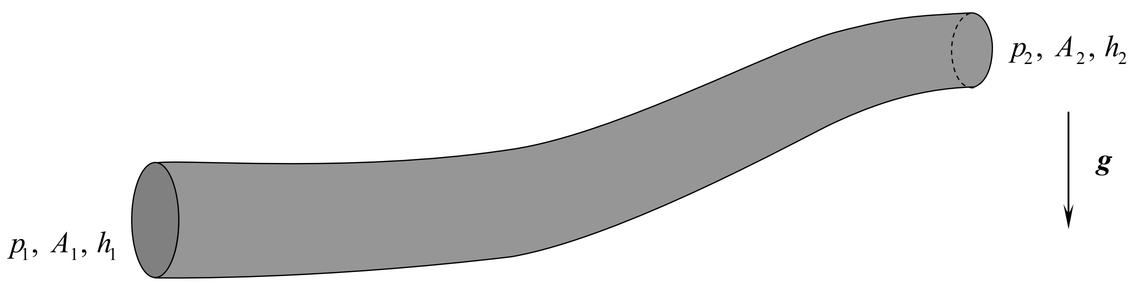
Práctica 3

1<u>as</u> Integrales de Bernoulli – Teorema de la Cantidad de Movimiento

3.1 Un líquido incompresible de densidad ρ_0, fluye de manera estacionaria por el interior de un conducto de longitud finita y de sección variable.

p_1, A_1, h_1 denotan la presión, el área y la altura a la que se encuentra uno de los extremos del conducto mientras que p_2, A_2, h_2 las correspondientes al otro extremo.

Las secciones A_1 y A_2 están localizadas en regiones del conducto en donde la sección es razonablemente uniforme, así que las velocidades $\boldsymbol{v}_1$ y $\boldsymbol{v}_2$ son aproximadamente uniformes sobre toda la sección y paralelas al conducto.



a) Aplicando el teorema de Bernouilli que corresponda, y suponiendo que $A_1 > A_2$, obtenga una expresión para el caudal en función de los datos dados en los extremos del tubo.

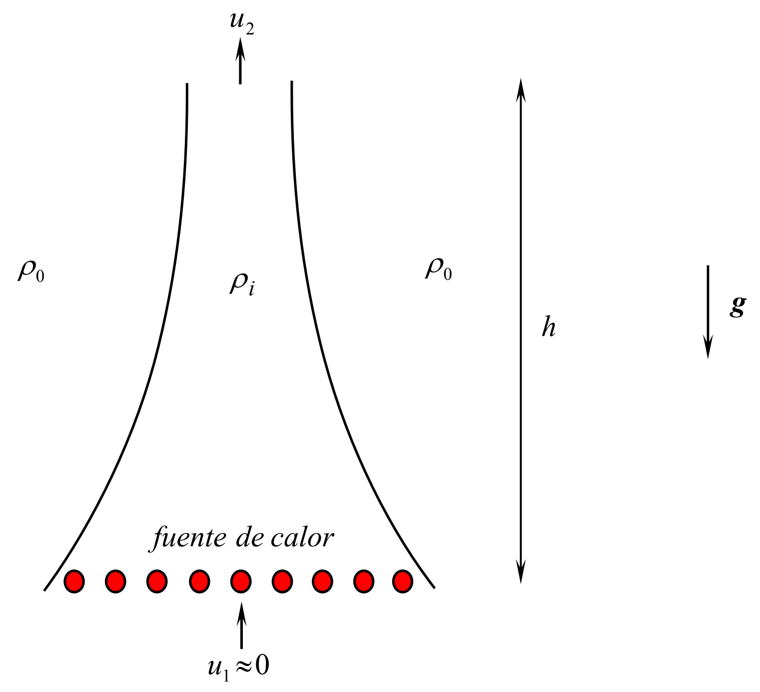
b) ¿Cuál es la condición para que exista flujo?

c) Observe que a partir de lo hallado en a), no existe ninguna restricción acerca del sentido de movimiento, (ello lo impone las condiciones iniciales, y los detalles constituyen un problema no estacionario). Suponga que el movimiento se da desde el extremo 1 al 2, ¿puede haber flujo aún cuando $h_1 < h_2$?

d) En el caso en que $A_1 = A_2$, ¿cuál es la condición para que haya flujo estacionario?

3.2 Un modelo simplificado de chimenea es el que supone que en el interior de la misma hay un fluido de densidad ρ_i que es calentado por una fuente de calor situada en la parte inferior, rodeada exteriormente por una atmósfera de densidad ρ_0, con $\rho_0 > \rho_i$.

Para una chimenea idealizada sin fricción, encuentre la velocidad de salida u_2, en términos de ρ_0, ρ_i, $\boldsymbol{g}$ y h, suponiendo que el flujo es estacionario.



3.3 Un recipiente con una suave forma de embudo y simetría axial contiene un líquido incompresible.

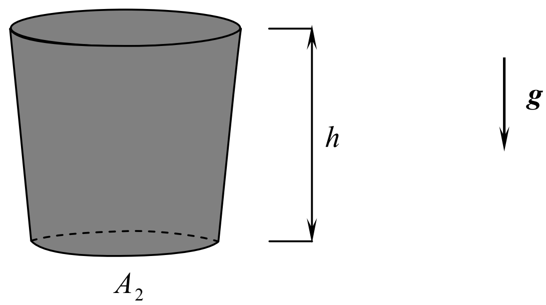
A $t=0$ se abre la ta pa inferior dejándoselo fluir, mientras que al mismo tiempo se va agregando el mismo líquido por la tapa superior, de tal manera de mantener constante el nivel.

Cuando la inclinación de las paredes respecto de la vertical es pequeña, ($A_1=(1+\varepsilon)\,A_2$, $\varepsilon<<1$) se puede obtener una solución aproximada del problema despreciando las componentes horizontales de la velocid ad. Suponga que la variación es lineal es decir obtenga $A(z)=(1+\varepsilon\; z/h)\,A_2$ (le va a resultar de utilidad…)

a) ¿Cuál es la velocidad de salida en la tapa inferior como función del tiempo?

A_1

b) ¿Se llega a un régimen estacionario?



3.4 Un gas ideal se escapa adiabáticamente a través de un pequeño agujero en un recipiente. Determine la velocidad de salida si la presión es p_0 en el interior del recipiente y p fuera de él.

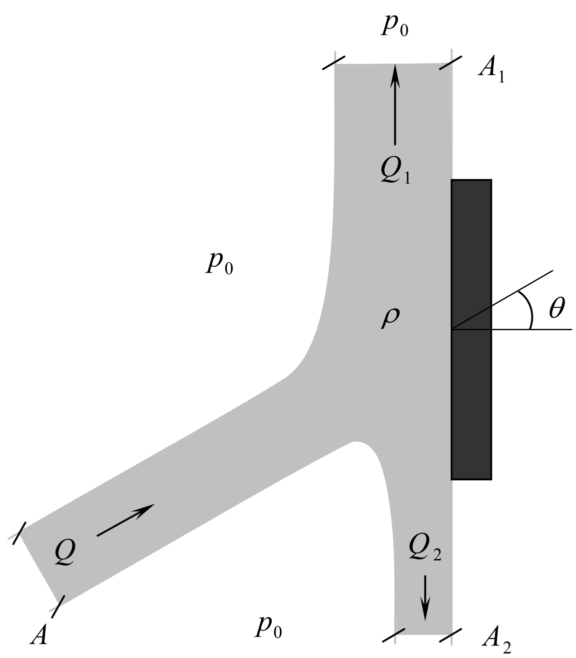
3.5 Un chorro (jet) de líquido incompresible de caudal Q y sección A, incide sobre una placa plana. Si el fluido puede ser considerado ideal y no actúan fuerzas externas:

a) ¿Qué fuerza debe aplicarse sobre la placa para que ésta permanezca en equilibrio?

b) Hallar Q_1 y Q_2 como función de Q y de θ.

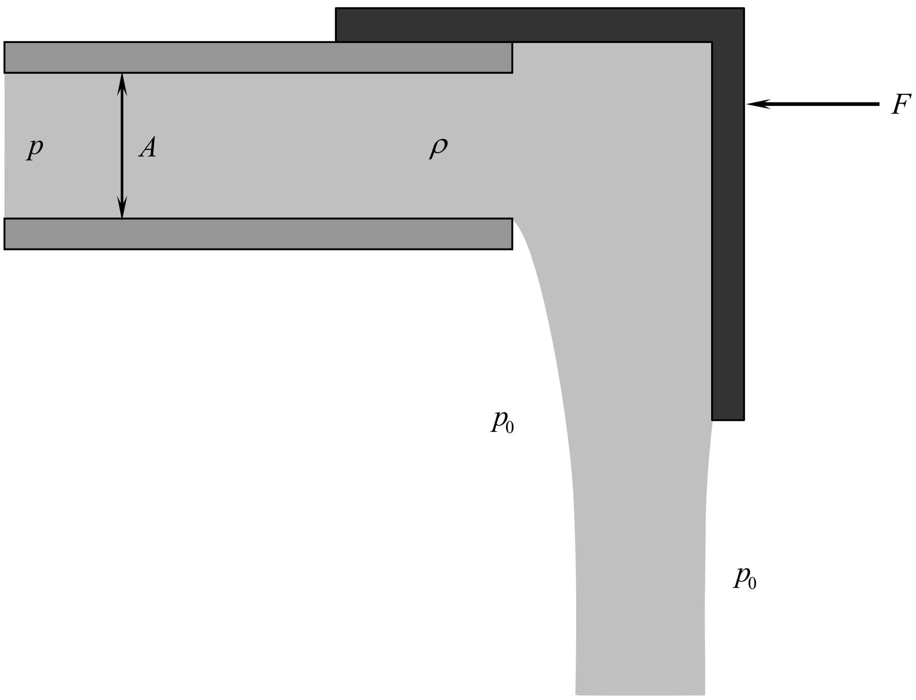
c) Haga las cuentas para $\theta = 30^{\circ}$, $Q = 10$ litros/seg, $A = 100\ \text{cm}^2$, $\rho = 1\ \text{g/cm}^3$.

Tenga en cuenta que la presión del fluido es la atmosférica en zonas suficientemente alejadas de la interacción con la placa. ¿Porqué debe ser así?

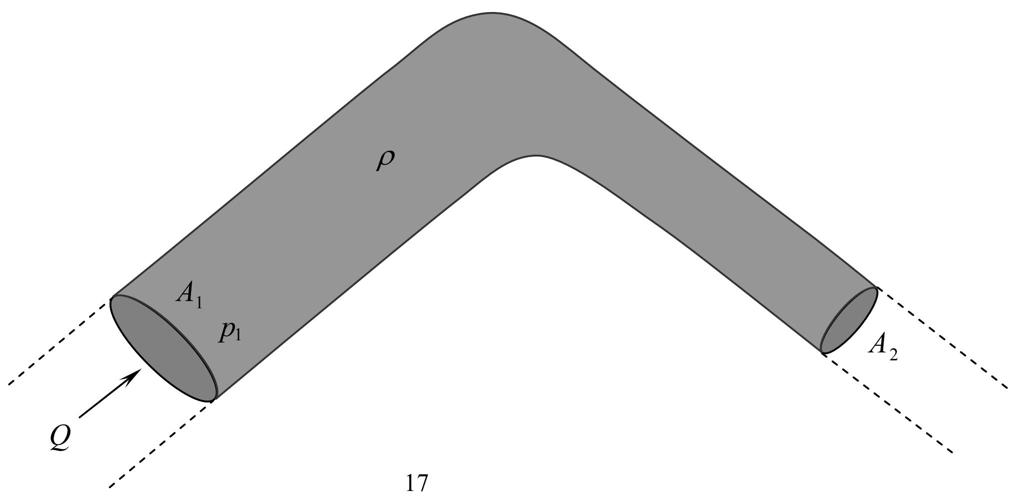


3.6 La siguiente figura muestra de manera esquemática e idealizada el efecto que se produce cuando usualmente desviamos con nuestro dedo (pulgar quizás) el agua que fluye por una manguera. (por ejemplo…)

Si se interrumpe el extremo de un tubo muy largo con una tapa deslizante, determine el caudal Q del líquido ideal e incompresible, con los datos indicados.



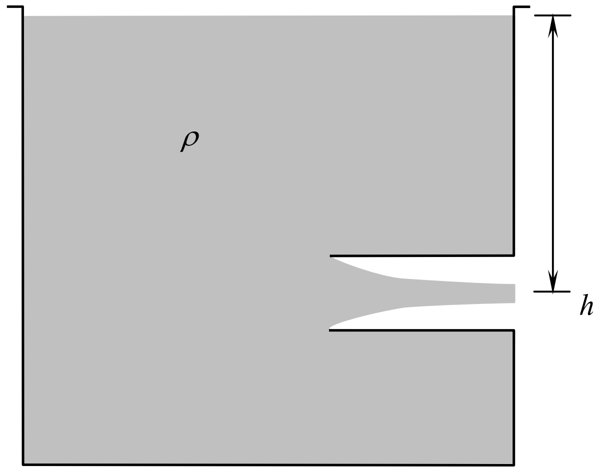
3.7 Determine la fuerza que el líquido, considerado ideal, ejerce sobre una cañería muy extensa doblada en ángulo recto, como se muestra en la siguiente figura.



3.8 EMBOCADURA DE BORDA

De un tanque como el de la figura, fluye un líquido incompresible hacia el exterior a través de una embocadura situada a una profundidad h respecto de la superficie libre. La embocadura penetra profundamente en el interior del tanque (este tipo es la llamada embocadura de Borda). El tanque es lo suficientemente grande frente a la embocadura como para que $v \cong 0$ en la superficie libre durante tiempos significativos. Como consecuencia de lo anterior, prácticamente no se registra movimiento en las paredes laterales y entonces en esa zona la presión es la hidrostática.

a) Muestre que la velocidad de salida es la dada por la fórmula de Torricelli.
b) Aplicando el teorema de la cantidad de movimiento estime la relación entre la sección final del chorro ("vena contracta") y el área de la embocadura. Este coeficiente se llama coeficiente de contracción.



3.9 Determine la ecuación de movimiento de las superficies de las columnas de líquido de la figura, y resuelva para las condiciones iniciales indicadas, suponiendo cero el campo de velocidades del líquido en dicho instante.