

FÍSICA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2013

GUÍA 1: TERMOMETRÍA, PRIMER PRINCIPIO

- ✓ 1. Sean x, y, z cantidades que satisfacen una relación funcional $f(x, y, z) = 0$. Sea w una función de cualquier par de variables x, y, z . Probar:

$$\cancel{a)} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{1}{\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_z}$$

$$\cancel{b)} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_y = -1$$

$$\cancel{c)} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_w = \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_w$$

$$\cancel{d)} \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_z$$

2.

~~a)~~ Estime la cantidad de aire, en kg, que hay en una habitación (la masa de 1 kmol de aire es, aproximadamente, 29 kg).

~~b)~~ Sea N_2 (nitrógeno) a temperatura y presión ambientales. Hallar el número medio de partículas que chocan con 1 cm^2 de área por segundo. Datos: $\langle |v_i| \rangle = \langle v \rangle / 2$, $i = x, y, z$. El valor medio del módulo de la velocidad es $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$.

- ✓ 3. Una serie de mediciones de los volúmenes que ocupa un mol de gas mantenido a la temperatura constante T_0 , en función de la presión, arroja la siguiente tabla:

$p(\text{atm})$	1	2	3	4	5
$V(l)$	30,0	15,0	9,9	7,2	5,1

~~a)~~ Hacer el gráfico correspondiente para obtener la zona en que el gas se comporta como ideal.

~~b)~~ ¿Cuánto vale T_0 ?

~~a)~~ La resistencia de un alambre de platino es de 7000Ω a la temperatura del hielo fundente (0°C); 9705Ω a 100°C y 18387Ω a $444,60^\circ\text{C}$ (punto del azufre). La resistencia puede parametrizarse por medio de la ecuación:

$$R(t) = R_0(1 + at + bt^2)$$

siendo R_0, a, b constantes.

~~a)~~ Hallar los valores de R_0, a, b .

~~a)~~ Suponga que el alambre se usa como termómetro. Se elige la resistencia como propiedad termométrica, y se usan como puntos fijos la temperatura del hielo en fusión y la temperatura del agua en ebullición. Calcule la temperatura que se mediría con este termómetro para el punto del azufre.

~~a)~~ Represente en un mismo gráfico ambas temperaturas en función de la resistencia.

~~b)~~ Cierta propiedad de un cuerpo indicada por X es función de su temperatura T , donde $X = k \ln(T)$. Se define una escala de temperaturas T' , tal que coincide con la escala Kelvin en los puntos 273 K y 373 K y tal que $dT' = adX$.

~~1)~~ ¿Cuál será la temperatura en Kelvin cuando la escala marque T' ?

~~2)~~ Para qué valor de T , en el intervalo $273 \text{ K} - 373 \text{ K}$ se hará máxima la discrepancia entre los números asignados a las temperaturas en las dos escalas? ¿Cuánto vale esta diferencia?

- ✓ 5. Calcular la cantidad de calor Q que se debe entregar a 20 g de hielo a 200 K para convertirlo en vapor de agua a 150°C. Representar la evolución del sistema en un gráfico T vs Q .

Datos: $c_{\text{hielo}} = c_{\text{vapor}} = 0,5 \text{ cal/g K}$; $c_{\text{agua}} = 1 \text{ cal/g K}$; $L_{fus} = 80 \text{ cal/g}$; $L_{vap} = 540 \text{ cal/g}$.

- ✓ 6. Un calorímetro de cobre cuya masa es de 300 g contiene 500 g de agua a 15°C. Se introduce en él un bloque de cobre de 530 g a 115°C, observándose que la temperatura de equilibrio es de 25°C. Calcular: el calor específico del cobre y el equivalente en agua del calorímetro.

- ✓ 7. Un recipiente está dividido en dos partes por un tabique. Una de las partes, de volumen V_i , está llena con un gas y la otra (volumen $V_f - V_i$) está vacía. Se saca el tabique y se espera el equilibrio.
adiabática

a) ¿Varía la energía interna?

b) ¿Cuál es la relación P_f/P_i ? Solo gas ideal.

- ✓ 8. Un hilo metálico está sometido a una tensión $\tau = 2 \times 10^6$ dinas al estar atado a dos soportes rígidos fijos, separados entre sí en $L = 1,2$ m. La sección del hilo es $A = 0,0085 \text{ cm}^2$, el coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1,5 \times 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, el módulo de Young $Y = 2 \times 10^{12} \text{ dinas/cm}^2$ y la temperatura es $T = 20^\circ\text{C}$. Si se reduce la temperatura en 12°C , ¿cuánto valdrá la tensión final? (No usa L , μ o α .)

- ✓ 9. Un sistema consiste en un resorte cuyas variables termodinámicas son la elongación x , la temperatura absoluta T y la fuerza F que ejerce el resorte. La ecuación de estado y la energía están dados por:

$$\begin{aligned} F &= -kx + b\mu T \\ E &= \frac{1}{2}kx^2 + cT \end{aligned}$$

donde $\mu = 2 \times 10^5 \text{ dinas/cm}$, $b = 0,025 \text{ cm/K}$, $c = 1 \text{ J/K}$.

a) ¿Cuánto vale la capacidad calorífica del resorte a $x = \text{cte}$?

b) Idem, pero a $F = \text{cte}$.

c) Halle la ecuación de las adiabáticas del resorte.

d) Inicialmente, no hay fuerzas externas aplicadas al resorte. En un cierto instante, se aplica sobre el mismo una fuerza de 300 g manteniéndose al resorte en contacto con una fuente térmica a 300K. Calcular la variación de energía y el calor absorbido por el resorte.

- ✓ 10. Una bolita de masa m y calor específico de $0,1 \text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$ cae desde una altura $h = 19,5 \text{ m}$, en un lugar donde la aceleración de la gravedad vale $g = 980 \text{ cm/s}^2$, sobre un plano horizontal más o menos elástico. La bolita rebota, se eleva a una altura h/n y se calienta. El plano no se calienta ni adquiere una deformación permanente. Calcular el aumento de temperatura de la bolita, suponiendo que su energía interna varía de la forma $\Delta U = c\theta$, siendo c la capacidad calorífica y θ la variación de temperatura. Analizar los valores que puede tomar n y los valores máximos y mínimos posibles de θ .

- ✓ 11. Calcular el trabajo realizado por N moles de gas ideal para ir de un estado inicial a otro final, en cada una de las siguientes transformaciones reversibles:

a) Evolución isocórica

b) Evolución isobárica

c) Evolución isotérmica

d) Evolución adiabática

¿En qué casos la expresión obtenida es válida aún para gases no ideales? ¿En qué casos es válida aún para procesos irreversibles?

- ✓ 12. Se tiene un sistema simple descrito por las variables termodinámicas x y T . Se conoce que para cada valor de x constante, la energía interna del sistema U es una función monótona creciente de T :

a) El sistema pasa del estado A (x_A, T_A) a otro con $x = x_B$ en forma adiabática reversible, realizando un trabajo W_1 . ¿Cuánto vale la energía interna del sistema?

b) Si el sistema hubiese pasado del mismo estado A a tener el mismo x_B en forma adiabática pero irreversible, entregando un trabajo $W_{II} < W_I$. ¿Cuánto habría variado la energía interna del sistema? ¿La temperatura final alcanzada sería igual, mayor o menor que en a)?

10. Un cilindro de volumen V , cerrado en sus dos extremos, contiene una mezcla de n_1 moles de N_2 y n_2 moles de O_2 . Un pistón semipermeable, permeable a N_2 e impermeable a O_2 está inicialmente en un extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_1 que contiene únicamente N_2 . Un segundo pistón semipermeable, permeable a O_2 e impermeable a N_2 , está al comienzo en el otro extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_2 que contiene solamente O_2 .

a) Los desplazamientos se realizan reversiblemente y a temperatura constante T . Calcular el trabajo entregado al sistema; mostrar que esto no depende del orden en que se efectuarán los desplazamientos.

b) ¿Cuánto vale el trabajo cuando los gases están completamente separados? ¿Para qué valor de V_1/V_2 el trabajo toma un valor mínimo? En este caso, ¿qué condición se cumple para las presiones?

c) La mezcla inicial de aire es $n_1/n_2 = 4$ a presión atmosférica y 20°C. Calcular el trabajo necesario en las condiciones de mínimo, para separar 1 kg de O_2 .

11. Un cilindro de volumen V cuyas paredes son rígidas y aislantes está dividido en dos partes iguales por un pistón diatérmico, inicialmente trabado. En cada una de las partes hay n_1 y n_2 moles de un gas ideal. Se destraba el pistón y se espera a que el sistema alcance el equilibrio. Datos: $V = 21$, $T_1 = T_2 = 300\text{K}$, $p_1 = 3\text{ atm}$, $p_2 = 1\text{ atm}$.

a) ¿Es este proceso reversible?

b) ¿Cuánto vale la variación de la energía interna total? ¿Cuánto la temperatura final?

c) Calcular la presión y el volumen final de cada parte del cilindro.

12. Se calienta un gas ideal a volumen V_1 constante, desde la presión inicial p_1 hasta que ésta se duplica. Luego se expande isotérmicamente hasta que la presión alcanza su valor inicial. Por último se disminuye el volumen a presión constante, hasta el valor primitivo de aquél. Todos los procesos son reversibles.

a) Representar estas transformaciones en el plano $p - V$ y en el $p - T$.

b) Calcular el trabajo que se entrega en la transformación si $p_1 = 2\text{ atm}$ y $V_1 = 4\text{ m}^3$.

c) Indique por cuál proceso o conjunto de procesos debería ser reemplazado el último de ellos para que, llevando el sistema a su estado inicial, el trabajo total sea nulo.

13. Un gas tiene la siguiente ecuación de estado:

$$p = \frac{RT}{V} \left(1 + \frac{aT}{V} \right)$$

siendo su energía interna de la forma:

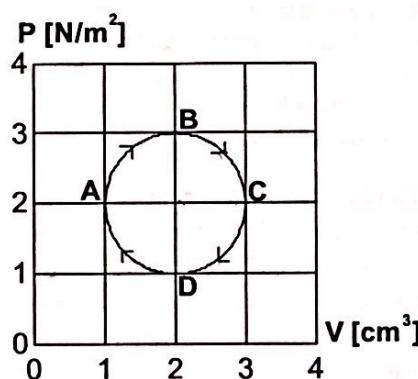
$$E(T, V) = E_0(T) - \frac{RaT^2}{V} \quad (a = \text{cte})$$

a) Hallar el trabajo entregado por el gas durante una expansión isotérmica reversible desde V_0 hasta $3V_0$.

b) Ídem, durante una expansión isotérmica contra una presión exterior constante p_0 , desde V_0 hasta $3V_0$.

c) Q y ΔE en ambos casos.

- ✓ 17. Sabemos que el calor específico molar a volumen constante de un gas ideal monoatómico es $3/2 R$. Supongamos que un mol de tal gas se somete a un proceso cíclico cuasiestático, que aparece como una circunferencia en un diagrama $p - V$, como se ve en la figura. Determinar las siguientes magnitudes:



- a) El trabajo total (en Joules) realizado por el gas en un ciclo.
 - b) La diferencia de energía interna (en Joules) del gas entre los estados C y A.
 - c) El calor absorbido (en Joules) por el gas, al pasar de A a C por el camino ABC del ciclo.
- ✓ 18. Halle la ecuación de las adiabáticas para un gas de van der Waals $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$ siendo el diferencial de energía $dU = C_V dT + n^2 \frac{a}{V^2} dV$.
- ✓ 19. Considere una expansión libre de un gas de van der Waals desde una cámara aislada térmicamente de volumen V_1 hacia una cámara aislada térmicamente de volumen V_2 . Probar que

$$\Delta T = \frac{2aN}{3R} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$$

20. El siguiente problema describe un método utilizado para medir el coeficiente $\gamma = c_p/c_V$ de un gas. El gas, supuesto ideal, está confinado dentro de un recipiente vertical cilíndrico que soporta un émbolo, libre de moverse, de masa m . El émbolo y el cilindro tienen la misma sección transversal A . La presión atmosférica es p_0 y, cuando el émbolo está en equilibrio bajo la influencia de la gravedad y las fuerzas de presión, el volumen ocupado por el gas es V_0 . Se desplaza ahora el émbolo ligeramente de su posición de equilibrio provocando oscilaciones alrededor de esta posición con frecuencia v . Las oscilaciones del émbolo son consideradas suficientemente lentas como para que el gas permanezca siempre en equilibrio interno pero también lo bastante rápidas para que el gas no pueda intercambiar calor con el exterior. Las variaciones en la presión y el volumen del gas son, por lo tanto, adiabáticas. Expresar γ en función de m, g, A, p_0, V_0 y v .

Hablar: -Hay una página web de la materia
 -Correlativas: Prácticos de Física 2 y Física 3 y Final de Física 1.
 -régimen de aprobación (Primer parcial 17/2, segundo parcial 11/3)
 -Inscriptos
 -los que no tengan actualizado su correo electrónica en el sistema, por favor enviar un mail a gpagola@df.uba.ar.

Problema 3: analizarlo brevemente.

$$PV = Nk_B T_0 = 30 \text{ atm} * l$$

Problema 4 (termometría)

Parte b) definiendo $T' = a \cdot X + b$ (4.1)

Cumpliendo que $dT' = a \cdot dX$ (4.2)

Pidiendo que: $273K = a \cdot k \ln(273K) + b$ (4.3a)

$$373K = a \cdot k \ln(373K) + b \quad (4.3b)$$

Quedando $a = 100K \cdot \ln(273/373)/k$ (4.4a)

$$b = 373K - 100K \cdot \ln(273) \quad (4.4b)$$

Lo terminan ustedes.

Calorimetría (ej. 5 y 6)

-El calor absorbido o cedido por una sustancia al aumentar su temperatura:

$$Q = m.c.(T_f - T_i) \quad Q > 0 \text{ (recibe calor)} \rightarrow \Delta T > 0$$

$$Q < 0 \text{ (entrega calor)} \rightarrow \Delta T < 0$$

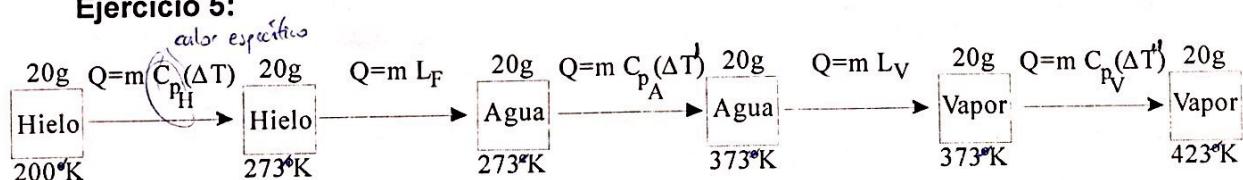
$$Q = m \int_{T_i}^{T_f} C \, dT$$

-Varios cuerpos son introducidos dentro de un "calorímetro" formando un sistema aislado. Los distintos cuerpos y el calorímetro intercambian calor entre si hasta alcanzar la temperatura de equilibrio.

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = 0$$

-Cuando una sustancia cambia de estado su temperatura se mantiene constante hasta que cambio de estado completamente. Se llama calor latente [L] al calor necesario para cambiar de estado una unidad de masa de sustancia. $Q = m \cdot L$

Ejercicio 5:



Ejercicio 6:

Calorímetro cobre, 300g, 15°C.

Aqua, 500g, 15°C. Cobre, 530g, 115°C.

T equilibrio 25°C -> Sabemos que no hay cambios de estado en ninguna sustancia.

$$Q_A + Q_{CU} + Q_{cal} = 0 \rightarrow m_a C_{pa} (T_e - T_{i_a}) + m_{CU} C_{pcv} (T_e - T_{i_{cv}}) + m_{cal} C_{pcv} (T_e - T_{i_{cal}}) = 0$$

Lo Despejan ustedes.

Primer principio:

Conservación de la energía en forma general.

Energía interna, función de estado, por ej: $U = U(T, V)$ (8.1)

$$\text{Primera ley: } \Delta U = Q_A - W_E \equiv Q_A + W_R \quad (8.2)$$

Problema 10 (bolita que cae) Energía interna de la bolita:

$$\Delta U = c(T_f - T_i) \quad (8.3)$$

En general la energía total de la bolita estará dada por:

$$\frac{1}{2}m|\vec{v}|^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh + U(T) \quad (8.4)$$

pero suponiendo que tanto en el instante inicial (se suelta la bolita) como en el

final (bolita alcanzando altura $\frac{h}{m}$), $\vec{v} = 0$, $\omega = 0$ (la bolita no está rotando), se

tiene:

$$mgh_i + U_i = mgh_f + U_f \quad (8.5)$$

$$\Delta U \equiv U_f - U_i = mgh_i - mgh_f = -mg(h_f - h_i) > 0 \quad (8.6)$$

Analizar las aproximaciones (por ej: $Q_A = 0$)

-No se olviden de suscribirse a la página de la materia

Guía 1: Primer principio: $\Delta U = Q_A - W_E$ (0.1)

Energía interna, función de estado, por ej: $U = U(T, V)$ (0.2)

Problema 7a: analizarlo brevemente.

$Q_A = 0$ recipiente adiabático (7.1)

Para cualquier gas: $W_E = \int p_{ext} dV$ (7.2) y en este caso $p_{ext} = 0 \rightarrow W_E = 0$ (7.3)

$$\Delta U = 0 \quad (7.4)$$

Problema 11: Parte c) proceso Isotérmico reversible

Si el proceso es reversible, el gas pasa por una sucesión de estados de equilibrio, por lo cual $p_{ext} = p_g = p$ (11.1). Las variables termodinámicas están definidas en cada punto del proceso, se puede usar la ecuación de estado en todo el proceso:

$$p = \frac{nRT}{V} \quad (11.2)$$

$$\text{Entonces: } W_E = \int p_{ext} dV = \int pdV = nRT_0 \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT_0 \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad (11.3)$$

En cambio si el proceso es irreversible, para poder calcular W_E habrá que tener alguna otra información del proceso.

Punto d) Caso reversible: Ídem, pero usando la ec. de las adiabáticas reversibles:

$$PV^\gamma = cte \rightarrow PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma \quad (11.4) \text{ (vista en teórica)}$$

Problema 13: supongan gas ideal.

Problema 14: antes de destrabar el tabique $T_{i1} = T_{i2} = T_i$ (14.1) (tabique diatérmico),

$$\text{pero } p_{i1} = \frac{n_1 RT_i}{V/2} \text{ y } p_{i2} = \frac{n_2 RT_i}{V/2} \quad (14.2)$$

Después de un tiempo "suficiente" de haber destrabado el tabique se alcanza nuevamente el equilibrio.

Cumpliéndose nuevamente $T_{f1} = T_{f2} = T_f$ (14.3) (tabique diatérmico)

$V_{f1} + V_{f2} = V$ (14.4) y también se cumple que $p_{f1} = p_{f2}$ (14.5) (fuerzas equilibradas sobre el tabique)

Falta relacionar T_f con T_i . Usando el primer principio:

$$\Delta U = Q_A - W_E \quad (14.6)$$

Pensando el sistema como un todo $Q_A = 0$ y $W_E = 0 \rightarrow \Delta U = 0$ (14.7)

Sabiendo que $U = U_1 + U_2$ (14.8) y por ser gases ideales

$$U_1 = n_1 c_{v1} T \text{ y } U_2 = n_2 c_{v2} T \quad (14.9), \text{ con lo cual:}$$

$$\Delta U = U_f - U_i = (n_1 c_{v1} + n_2 c_{v2})(T_f - T_i) = 0 \rightarrow T_f = T_i \quad (14.10)$$

(esto sólo vale si los gases son ideales)

Problema 15 parte a) Hacer gráfico p-v (procesos reversibles, trazo continuo porque todos los estados intermedios son de equilibrio).

$$\text{Grafico p-T: primer tramo } p = \frac{nRT}{V} = cte \cdot T \quad (15.1)$$

Parte b) Todos procesos reversibles. Entonces, en el gráfico P-V, ver que el trabajo entregado es el área encerrada por la curva.

Problema 9: $dU = \delta q - \delta w$ (9.1) (primer principio en forma diferencial)

(analizar diferencia entre d y δ)

En este caso: $dU = \delta q - Fdx$ (9.2)

Además sabemos que $dU = \frac{\partial U}{\partial T} \Big|_x dT + \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_T dx = c \cdot dT + kx \cdot dx$ (9.3)

entonces

$$\delta q = dU + Fdx = c \cdot dT + kx \cdot dx + (-kx + b\mu T)dx = c \cdot dT + b\mu Tdx \quad (9.4)$$

Parte a: $C_x = \frac{\delta q}{dT} \Big|_x = c \quad (9.5)$

Parte b: de la ec. para F , tomado el diferencial queda

$$dF = -kdx + b\mu dT \rightarrow dx = -\frac{1}{k} dF + \frac{b\mu}{k} dT \quad (9.6)$$

Con lo cual

$$\delta q = c \cdot dT + b\mu Tdx = \left(c + \frac{b^2 \mu^2 T}{k} \right) dT - \frac{b\mu T}{k} dF \quad (9.7)$$

$$C_F = \frac{\delta q}{dT} \Big|_F = c + \frac{b^2 \mu^2}{k} T \quad (9.8)$$

Parte c: adiabáticas reversibles:

$$\text{Surgen de pedir } \delta q = 0 \rightarrow c \cdot dT + b\mu Tdx = 0 \quad (9.9)$$

$$dx = -\frac{c \cdot dT}{b\mu T} \rightarrow x = -\frac{c}{b\mu} \ln(T) \quad (9.10)$$

Problema 8: algunas ayudas. Se define el coef. de dilatación lineal como:

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T} \Big|_T \quad (8.1)$$

El módulo de Young Y se define a partir de la relación:

$$\frac{d\tau}{A} = Y \frac{dL}{L} \quad (\text{a temperatura } T \text{ constante}) \quad (8.2) \quad \text{con lo cual: } \frac{1}{Y} = \frac{A}{L} \frac{\partial L}{\partial \tau} \Big|_T \quad (8.3)$$

Ayuda: recordar que $L(\tau, T) \rightarrow dL = \frac{\partial L}{\partial \tau} \Big|_T d\tau + \frac{\partial L}{\partial T} \Big|_\tau dT \quad (8.4)$

Práctica 1

Ejercicio 1: Sean x, y, z que satisfacen $f(x, y, z) = 0$. Sea w una función de cualquier par de variables x, y, z .

Si el pcr (y, z) es independiente: & Si el pcr (x, z) es independiente

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z dy + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y dz \quad (1)$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z dx + \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x dz \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z dx + \left[\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \cdot \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \right] dz$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z - 1 \right] dx + \left[\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \right] dz = 0$$

¿Qué pasa si dx y dz son independientes? $\Rightarrow \frac{dx}{dz} = \frac{dz}{dx} = 0$

$$\Rightarrow \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z - 1 = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y = 0 \quad (4)$$

a) $\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{1}{\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z}$. Usando (3) y sale trivial ✓

b) $\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_y = -1$

Partimos de (4) y reemplazamos (3)

Así $\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x = -\frac{1}{\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_y} \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_y = -1$ ✓

c) $\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_w = \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_w$ Supongamos $x = x(y, w)$ (que puede por función implícita)

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w dy + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y dz$$

Si dividido por dz $\frac{dx}{dz} = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w \frac{dy}{\partial z} + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \frac{dw}{\partial z}$

Si $w = \text{cte} \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_w = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w \frac{dy}{\partial z} + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \frac{dw}{\partial z} = 0$

(Recordando como ejemplo si $z = \text{cte}$ $\frac{dx}{dz} = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z dy + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y dz \Rightarrow \frac{dx}{dy} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z$ la derivada total es ahora nula)

$$d) \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_z$$

Supongamos nuevamente $x = x(y, w)$

$$\Rightarrow dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w dy + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y dw \quad \text{Dividiendo por } dy \text{ y con } z = \text{cte}$$

$$\boxed{\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y + \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_z} \quad \checkmark$$

Eje

Ejercicio 2 : $V = 8 \text{ m}^3$

$$PV = N k_B T$$

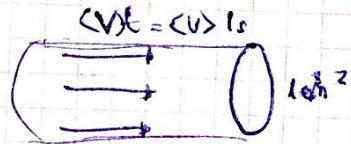
$$d = \frac{m}{V} \quad 1.1993 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{m}{8 \text{ m}^3} \Rightarrow m = 9.594 \text{ kg}$$

a 20°C , 1 atm

Si $1 \text{ kmol} \approx 24 \text{ kg} \Rightarrow 0.33 \text{ kmol}$ en mi habitación o sea 330 mol_0

b) Sea N_A la T y P ambiente.

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}}$$



$$P \cdot V = nRT$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_m}{T} = N k_B T \Rightarrow T = \frac{P_m}{N k_B} \quad V = \langle V \rangle l_s \cdot l$$

$$T \approx 25^\circ\text{C} \quad P = 1 \text{ atm}$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow d \cdot V = m$$

$$0.819 \text{ g/ml}$$

$$0.819 \text{ g/l} \Rightarrow m =$$

incognitus

$$n; V; \langle V \rangle; m$$

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}}$$

$$\Rightarrow N = \frac{PV}{k_B T}$$

$$PV = nRT$$

$$d = \frac{m}{V}$$

$$\text{as: } \langle V \rangle = \sqrt{\frac{8 PV}{\pi m N}} = \sqrt{\frac{8 P}{\pi d N}}$$

$$d) \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_z$$

Supongamos nuevamente $x = x(y, w)$

$$\Rightarrow dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_w dy + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y dw \quad \text{Dividiendo por } dy \text{ y con } z = \text{cte}$$

$$\boxed{\frac{dx}{dy} \Big|_z = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z + \frac{\partial x}{\partial w} \Big|_y \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_z}$$

Ejercicio 2: $\rho = \frac{m}{V}$; supongamos una habitación de 60 m^3

$$\Rightarrow 60 \text{ m}^3 \cdot 1.1993 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = m \Rightarrow m = 71.98 \text{ kg}$$

$\underbrace{m}_{\text{Peso}}$

Sí $1 \text{ kg} \approx 29 \text{ kg} \Rightarrow N \approx 2.481.38 \text{ kmol en mi habitación}$

$$\text{Peso} = mg \approx 708 \text{ N}$$

Observación: ¿Por qué no nos aplasta el aire? Porque la presión no se ejerce en un solo punto sino en todas las direcciones

b)  Sección de un cubo en promedio la mitad de los que trae $\frac{\langle v_x \rangle}{2} = \langle v \rangle / 2$

$$\frac{\langle v \rangle}{2}, s \quad N_a \text{ a } T, P \text{ ambiente}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}} \Rightarrow \langle N_a \rangle = p \cdot A \cdot \frac{\langle v_x \rangle}{2} \cdot \Delta t$$

$$dx = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z dy + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y dz$$

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z dx + \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x dz$$

$$\left[\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z dx + \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x dz \right] + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y dz$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z dx + \left[\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{\partial y}{\partial z} \Big|_x + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \right] dz \quad \text{como } dz=0 \text{ (z=fijo)}$$

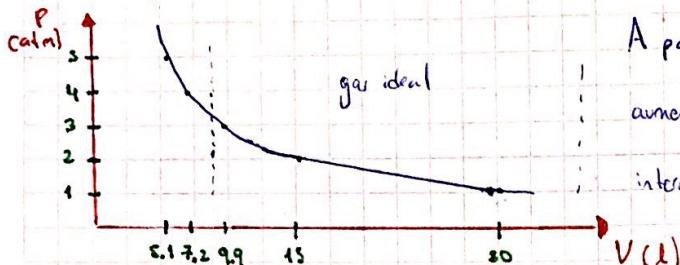
$$\frac{x}{z} \cdot \frac{1}{\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z} \quad \text{o.s.} \quad \boxed{\frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z = \frac{1}{\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z}}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{dy}{dz} \Big|_x + \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial y} \Big|_z \frac{dy}{dz} \Big|_x = - \frac{\partial x}{\partial z} \Big|_y = - \frac{1}{\frac{\partial y}{\partial x} \Big|_z}$$

Ejercicio 3

Si el gas es ideal $PV = nRT = NK_B T$.

$$T = T_0 = \text{cte}$$



A partir de 3 empieza a haber una no linearidad pues al aumentar la presión la condición de ideal de no haber interacción entre partículas se pierde.

b) ¿Cuanto es T_0 ?

Utilizaremos los datos de la zona ideal

$$1 \text{ atm}, 30 \text{ l} = n \cdot \frac{8.314 \text{ J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} T_0$$

$$T_0 = \frac{30 \text{ l} \text{ atm} K_{\text{mol}}}{1 \text{ mol} \cdot 8.314 \text{ J}} \Leftrightarrow T_0 = \frac{30 \text{ l} \text{ atm}}{0.08205 \text{ l} \text{ atm}} \text{ K} = 365.63 \text{ K}$$

Ejercicio 4

$$\text{a) } R(T) = R_0 (1 + aT + bT^2) \quad \text{Si } T = 0^\circ\text{C} ; R_{\text{alambre}} = 7000 \Omega$$

$$\text{Si } T = 100^\circ\text{C} ; R_{\text{alambre}} = 9705 \Omega$$

$$\text{Si } T = 444,60^\circ\text{C} ; R_{\text{alambre}} = 18387 \Omega$$

1) Hallar R_0, a, b

$$7000 \Omega = R_0$$

$$9705 \Omega = 7000 \Omega (1 + a(100^\circ\text{C}) + b(100^\circ\text{C})^2)$$

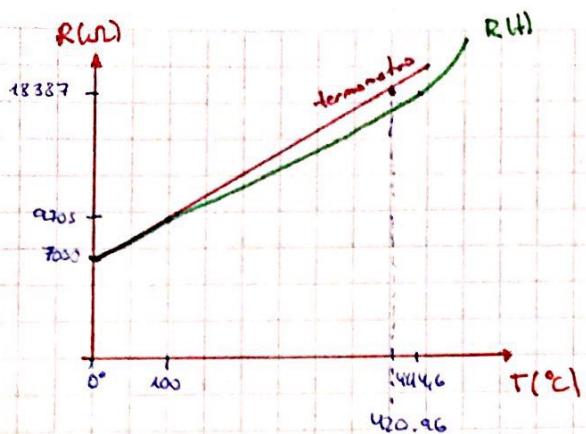
$$18387 \Omega = 7000 \Omega (1 + a(444,6^\circ\text{C}) + b(444,6^\circ\text{C})^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 100^\circ\text{C} & (100^\circ\text{C})^2 \\ 444,6^\circ\text{C} & (444,6^\circ\text{C})^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{9705}{7000} - 1 \\ \frac{18387}{7000} - 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,3863 \\ 1,6266 \end{pmatrix}$$

$$a \approx 3.922323999 \exp^{-3} \frac{\Omega}{^\circ\text{C}} ; b \approx -5.932399864 \exp^{-7} \frac{\Omega}{^\circ\text{C}^2}$$

$$2) \text{ Como termómetro } T = \frac{100^\circ\text{C} R - 7000 \Omega}{(9705 - 7000) \Omega} = \frac{100^\circ\text{C}}{2705 \Omega} (R - 7000 \Omega)$$

$$T_{\text{aufre}} = 420,96^\circ\text{C}$$



b) $X = k \ln(T)$. Definimos, T' coincidente con escala Kelvin en $273K$ y $373K$
 $\gamma dT' = adx$ Así $T' = aX + b$

Quiero así $T' = a k \ln(T) + b$ con $273k = ak \ln(273k) + b$
 $373k = ak \ln(373K) + b$

$\Leftrightarrow a =$

$$1) T = e^{\frac{T'-b}{ak}}$$

$$2) e^{\frac{x}{k}} - (ax + b) = T - T' \quad \frac{d(T - T')}{dx} = 0 \Leftrightarrow \frac{d(e^{\frac{x}{k}} - ax - b)}{dx} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{e^{\frac{x}{k}}}{k} - a = 0 \Leftrightarrow ka = e^{\frac{x}{k}} \Leftrightarrow x = k \ln(ka) \approx k$$

Ejercicio 5

Calcular el Q necesario para calentar a 20g de hielo a 200K para que vapor de agua a 150°C.

①

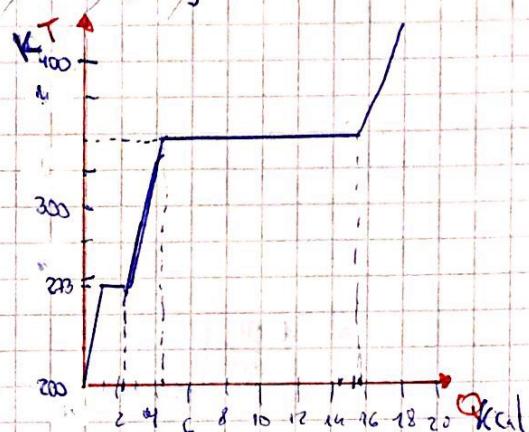
$$Q_1 = C_H (T_f - T_i) \Rightarrow Q_1 = 0.5 \frac{\text{cal}}{\text{gK}} (273\text{K} - 200\text{K}) \cdot 20\text{g} = 730\text{cal}$$

$$Q_2 = mL_f = 20\text{g} \cdot 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 1600\text{cal}$$

$$Q_3 = 20\text{g} \cdot \frac{1 \text{cal}}{\text{gK}} (873\text{K} - 273\text{K}) = 2000\text{cal}$$

$$Q_4 = 20\text{g} \cdot \frac{540 \text{cal}}{\text{g}} = 10800\text{cal}$$

$$Q_5 = 20\text{g} \cdot \frac{0.5 \text{cal}}{\text{gK}} (423\text{K} - 373\text{K}) = 500\text{cal}$$

Ejercicio 6

Cilindro de cobre 300g, 15°C

Agua 500g, 15°C

Cobre 53g, 15°C

Equilibrio en 25°C, no hay cambios de estado

$$\text{Así } Q_A + Q_{Cu} + Q_{c,d} = 0 \text{ en } 25^\circ\text{C}$$

$$\Leftrightarrow C_{H_2O} \cdot m_{H_2O} (298\text{K} - 288\text{K}) + C_{Cu} \cdot m_{Cu} (298\text{K} - 288\text{K}) + m_{c,d} C_{c,d} (298\text{K} - 288\text{K}) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \frac{\text{cal}}{\text{gK}} \cdot 500\text{g} \cdot 10\text{K} + C_{Cu} \cdot 53\text{g} \cdot (-90\text{K}) + 300\text{g} \cdot C_{c,d} \cdot 10\text{K} = 0$$

$$\Leftrightarrow 5000\text{cal} + C_{Cu} \cdot (-47700 \frac{\text{cal}}{\text{gK}}) + 3000\text{gK} C_{c,d} = 0$$

Por otro lado

$$C_{c,d} = C_{Cu} \Rightarrow \frac{5000\text{cal}}{44700 \frac{\text{cal}}{\text{gK}}} = C_{Cu} \Rightarrow C_{Cu} = 5.11 \frac{\text{cal}}{\text{gK}}$$

Ejercicio 7

V_i	$V_f - V_i$

Como el recipiente es adiabático, no intercambia calor con nadie,

así $Q=0$. Por todo lo anterior $W_E = \int P_{ext} dV$, como

esta cierra $P_{ext} = 0 \rightarrow W_E = 0$. Así $\Delta E = Q - W = 0$

no varía la energía interna

b) ¿Cuál es la relación $\frac{P_f}{P_i}$?

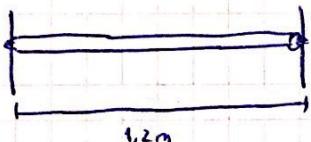
Si es gas ideal $P_f = \frac{nRT_f}{V_f}$ $P_i = \frac{nRT_i}{V_i}$

~~$\Delta E = 0 = mC_v \Delta T \Rightarrow \Delta T = 0$~~

$$\Rightarrow \frac{P_f}{P_i} = \frac{\frac{nRT_0}{V_f \cdot nRT_0}}{V_i} = \frac{V_i}{V_f}$$

Eso para gas ideal, si no, como es una expansión libre $W=0$ y al estar aislado $Q=0$

Ejercicio 8 $\alpha = \pm \left. \frac{\partial L}{\partial T} \right|_z$ $Y \frac{dL}{L} = \frac{dG}{A}$ $\alpha T = cte \Leftrightarrow \left. \frac{dL}{L} \right|_T = \frac{1}{AY}$



$$L = L(z, T)$$

$$dL = \left. \frac{\partial L}{\partial z} \right|_T dz + \left. \frac{\partial L}{\partial T} \right|_z dT$$

$$\Rightarrow dL = \frac{1}{AY} dG + \alpha L dT \Leftrightarrow \frac{dL}{L} = \frac{1}{AY} dG + \alpha dT$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \frac{1}{AY} (z - z_0) + \alpha (T - T_0)$$

Como $L=L_0 \Rightarrow G = -\alpha AY(T-T_0) + z_0$ y todo es constante

Ejercicio 9: $F = -kx + b_T T$; $E = \frac{kx^2}{2} + cT$

a) Capacidad calorífica a $R=cte$

$$\Rightarrow dE = \cancel{dQ} - F dx \quad (\text{Antes } PdV) \Rightarrow \cancel{dQ} = dE + F dx \\ = \cancel{dQ} - \cancel{dx}$$

T y x son mis variables independientes, $\therefore dE = \left. \frac{\partial E}{\partial x} \right|_T dx + \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_x dT = kx dx + c dT$

$$\therefore \cancel{dQ} = cdT + (kx + F) dx \quad \text{como } dx = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\left. \frac{\cancel{dQ}}{dT} \right|_x = C_x = C}$$

b) Ahora con $F = \text{cte}$

Tomo F y T variables indep

$$dQ = kx dx + cdT + F dx = kx dx + cdT - kx dx + b\mu T dx$$

$$\Rightarrow dQ = cdT + b\mu T dx$$

$$-kx dx = \cancel{kx} - b\mu dT \Rightarrow dx = \frac{b\mu}{k} dT$$

$$\text{así } dQ = cdT + \frac{b^2 \mu^2 T}{k} dT$$

$$\text{Luego } C_F = \left. \frac{\partial Q}{\partial T} \right|_F = c + \frac{b^2 \mu^2 T}{k}$$

se calcula con F

$$(d) E(F) - E(dx, 0)$$

Q depues con dato

Halle la ecuacion de los adiabáticos

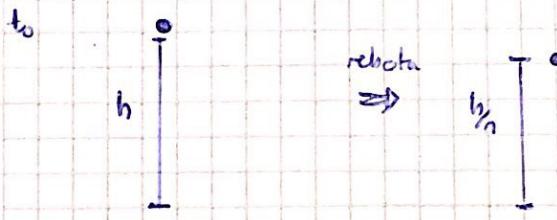
Si $dQ=0 \Rightarrow dE + F dx = 0$ Tomo x, T independientes

$$\Rightarrow kx dx + cdT - kx dx + b\mu T dx = 0$$

$$\Leftrightarrow cdT = -b\mu T dx \Leftrightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{b\mu}{c} dx$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = -\frac{b\mu}{c} (x - x_0) \Leftrightarrow \boxed{-\frac{c}{b\mu} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) = x - x_0}$$

Ejercicio 10 datos: m, h, c, g



$$\Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} m V_0^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + mgh + U(T_0)$$

Si dejamos la bola en reposo $V_0 = 0$,

$$E_f = \frac{1}{2} m V_f^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + mgh_{f/n} + U(T_f)$$

y además $V_f = 0$.

Ademas como es una mola pura $\omega \neq 0$

pero si no, supongamos que no rot.

$$\Rightarrow \Delta E = E(f) - E(0) = mc\theta + mgh\left(\frac{1}{n} - 1\right)$$

$$\text{Pues extraido } \Delta E = 0 \Rightarrow mc\theta = mgh\left(1 - \frac{1}{n}\right) \Leftrightarrow \theta = \frac{mgh}{mc} \left(n - 1\right)$$

Para conservar se calienta $\Rightarrow n > 1$ (si no calentara $n=1$). No puede ser menor o la bola se enfriaría.

$$\frac{d\sigma}{dn} = \frac{\text{high}}{\text{low}^2} \quad n > 1 \quad \text{Si } n > 0 \quad \sigma_{\max} \text{ (la mayor T adquirida)}$$

Si $n=1$ choque elástico ($T=0$)

$$\sigma_{\max} = \frac{\text{high}}{\text{low}} = \text{algo}$$

Ejercicio 11 N molles

a) Evolución isotérmica $P=c$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = P \int_{V_1}^{V_2} dV \Rightarrow W = P(V_2 - V_1) \quad \text{Valida para gas ideal y no ideal}$$

b) Evolución isocórica $V=c$ $\Rightarrow W = \int_P (dV) = 0$ gas ideal y no ideal

c) Evolución isotérmica

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{Nk_B T_0}{V} dV = Nk_B T_0 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

solo gas ideal, si no lo es,
habría que conocer la ecuación
de estado del gas

d) Evolución adiabática

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{c}{V^\gamma} dV = \frac{c}{(\gamma+1)} \left[V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1} \right]$$

si es o gas ideal, habrá
que conocer la ecuación
de estado de adiabática

Ejercicio 12

x,T. $U(x=\text{cte}) = U(x=\text{cte}, T)$ constante monótona

a) (x_A, T_A) a otro $x=x_B$ adiabática y rev, realizando un W_I . U ?

$$\Delta U = Q - W \stackrel{=0}{\rightarrow} U(x_B, T_B) = -W_I + U(x_A, T_A)$$

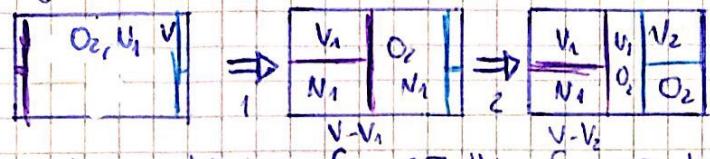
b) Ahor para rev / $W_{II} < W_I$ ΔU_2 ? Como serán T_2 respecto a T_A ?

$$U(x_B, T_B) = -W_{II} + U(x_A, T_A) \quad \Rightarrow W_{II} < W_I \Leftrightarrow -U(x_B, T_{II}) + U_0 < -U(x_B, T_I) + U_0$$

así $U(x_B, T_{II}) > U(x_B, T_I)$ \Rightarrow por ser monótonas crecientes

$$T_{II} > T_I$$

Ejercicio 13 Supongo gas ideal a) rev y a T=de



$$\Rightarrow W_{\text{TOT}} = W_1 + W_2 = \int_V^{V-V_1} n_2 RT_0 dV + \int_V^{V-V_2} n_1 RT_0 dV = RT_0 \left(n_2 \ln \left(\frac{V-V_1}{V} \right) + n_1 \ln \left(\frac{V-V_2}{V} \right) \right)$$

y se ve claramente que no importa el orden

$$\Rightarrow W = RT_0 \left(n_2 \ln \left(\frac{V-V_1}{V} \right) + n_1 \ln \left(\frac{V-V_2}{V} \right) \right)$$

$$b) W \text{ si } V_1 + V_2 = V \Rightarrow W = RT_0 \left(n_2 \ln \left(\frac{V_2}{V_1+V_2} \right) + n_1 \ln \left(\frac{V_1}{V_1+V_2} \right) \right)$$

$$\delta' W = RT_0 n_2 \ln \left(\frac{V_2}{V} \right) + n_1 \ln \left(\frac{V-V_2}{V} \right) RT_0$$

$$\text{trabajo minimo con } V_2? \quad \frac{dW}{dV_2} = \frac{RT_0 n_2}{V_2} - \frac{RT_0 n_1}{V-V_2} = 0 \Leftrightarrow (V-V_2) n_2 = V_2 n_1$$

$$V n_2 = V_2 (n_1 + n_2)$$

$$\Leftrightarrow V_2 = \frac{V n_2}{n_1 + n_2} \Rightarrow \text{Si } V_2 \text{ es esa}$$

$$W_{\min} = RT_0 n_2 \ln \left(\frac{n_2}{n_1+n_2} \right) + RT_0 n_1 \ln \left(1 - \frac{n_1}{n_1+n_2} \right) -$$

$$\text{y } V = \frac{(n_1+n_2)}{n_2} V_2 = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \left[\frac{(n_1+n_2)}{n_2} + 1 \right] V_2 = V_1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2}}$$

$$P_1 = \frac{n_1 RT_0}{V_2} ; \quad P_2 = \frac{n_2 RT_0}{V_1} \Leftrightarrow \frac{P_1 V_2}{n_1 R} = \frac{P_2 V_1}{n_2 R} \Leftrightarrow \frac{P_1}{n_1} \cdot \frac{n_2}{P_2} = \frac{V_1}{V_2} \Leftrightarrow \boxed{\frac{P_1}{P_2} = \frac{n_2^2}{n_1^2}}$$

$$c) \text{ Al inicio } \frac{n_1}{n_2} = 4 \quad P_{20} = 1 \text{ atm}$$

$$T_0 = 20^\circ C \quad W \text{ en condiciones de minimo para separar 1kg de O}_2$$

$$\Rightarrow \text{Minimo } V_2 = \frac{V n_2}{n_1 + n_2} \quad 1 \text{ mol de O}_2 = 31.9988 \text{ g} = 0.031988 \text{ kg}$$

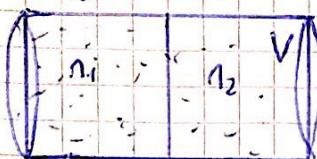
~~31.9988 mol de O₂ = 1kg~~

$$n_1 = 31.25 \text{ mol} \Rightarrow n_2 = 7.8125 \text{ mol}$$

$$W = R \cdot 20^\circ C \cdot 7.8125 \text{ mol} \left(\frac{7.8125}{39.0625} \right) + R \cdot 20^\circ C \cdot 31.25 \text{ mol} \left(\frac{31.25}{39.0625} \right)$$

$$R = \frac{8.314 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \Rightarrow W = \frac{293 \text{ K} \cdot 8.314 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} [7.8 \dots] = -222894 \text{ J} = -W_{\text{externo}}?$$

Ejercicio 14



gas ideal

Se desplaza y alcanza el equilibrio

$$V = 2l, T_1 = T_2 = 300K$$

$$P_1 = 3 \text{ atm}, P_2 = 1 \text{ atm}$$

a) ¿Es este proceso reversible?

No, pues no pasa por una sucesión de estados de equilibrio.

b) $\Delta E = 0$ pues es una expansión libre, como el sistema está aislado $P_e = 0$, y el volumen total no cambia. $Q = 0$ pues está aislado y no intercambia calor con el exterior. En un gas ideal $\Delta E = \Delta E(T)$ y como $\Delta E = 0 \Rightarrow T_f = T_i$.

c) P_f y V_f de cada parte del cilindro

Al final se llega a un nuevo estado de equilibrio $T_{1f} = T_{2f} = T_f = T_i, P_1 = P_2 = P_f$

$$V_{f1} + V_{f2} = V \quad V_{o1} = \frac{V}{2} \quad V_{o2} = \frac{V}{2}$$

$$P_{o1} = \frac{n_1 RT}{V_{o1}} \quad P_{o2} = \frac{n_2 RT}{V_{o2}} \quad ; \quad P_{f1} = \frac{n_1 RT}{V_{f1}} \quad P_{f2} = \frac{n_2 RT}{V_{f2}}$$

$$\Delta U = n_1 C_V (T_f - T_o) + n_2 C_V (T_f - T_o) \Leftrightarrow T_f = T_b$$

$$\Leftrightarrow P_{f1} = P_{f2} \Leftrightarrow \frac{n_1 RT}{V_{f1}} = \frac{n_2 RT}{V_{f2}} \Leftrightarrow n_1 (V - V_{f1}) = n_2 V_{f1}$$

$$\Leftrightarrow V_{f1} (n_1 + n_2) = n_1 V \quad \Leftrightarrow V_{f1} = \frac{n_1 V}{n_1 + n_2} \quad \text{Hallenos } n_1 \text{ y } n_2$$

$$n_1 = \frac{P_{o1} V}{2 RT} = \frac{3 \text{ atm} \cdot 2l}{2 \cdot 300K} = 0.3 \text{ mol}$$

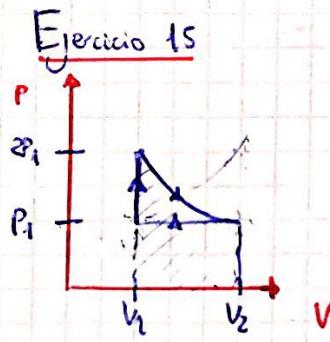
$$n_2 = \frac{P_{o2} V}{2 RT} \quad \Leftrightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{P_{o1}}{P_{o2}}$$

$$\therefore n_1 = 3n_2 \quad \Rightarrow V_{f1} = \frac{3n_2 V}{4n_2} = \frac{3}{2} l$$

$$\Rightarrow V_{f2} = \frac{1}{2} l \quad \Rightarrow P_f = \frac{P_{o1} V}{\frac{3}{2} l} \cdot \frac{RT}{\frac{3}{2} l} = \frac{3 \text{ atm} \cdot 2l}{3l} = 2 \text{ atm}$$

$$\boxed{\text{Rta: } n_1 = 3n_2; P_f = 2 \text{ atm}; V_{f1} = \frac{3}{2} l; V_{f2} = \frac{1}{2} l; T_f = 300K}$$

Ejercicio 15



$$P = \frac{nRT}{V}$$

b) $W_{\text{que se entrega}} \text{ si } P_1 = 2 \text{ atm} \quad V_1 = 4 \text{ m}^3$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV - (V_2 - V_1) \cdot P_1 \quad 4 \text{ atm} = \frac{nRT_2}{4 \text{ m}^3} \quad (1)$$

$$2 \text{ atm} = \frac{nRT_2}{V_2} \quad (3)$$

$$2 \text{ atm} = \frac{nRT_1}{4 \text{ m}^3} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(3)} \Rightarrow \frac{4 \text{ atm}}{2 \text{ atm}} = \frac{nRT_2}{4 \text{ m}^3} \cdot \frac{nRT_2}{V_2} \Leftrightarrow 2 \cdot 4 \text{ m}^3 = V_2 \Rightarrow V_2 = 8 \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow W = \underbrace{nRT_2 \ln \left(\frac{8 \text{ m}^3}{4 \text{ m}^3} \right)}_{4 \text{ atm}, 4 \text{ m}^3} - (4 \text{ m}^3) \cdot 2 \text{ atm}$$

$$\Rightarrow W = 18 \text{ atm m}^3 \ln(2) - 8 \text{ atm m}^3 = \boxed{3,1 \text{ atm m}^3}$$

c) Llegado a V_2 , se debería aumentar la presión hacia

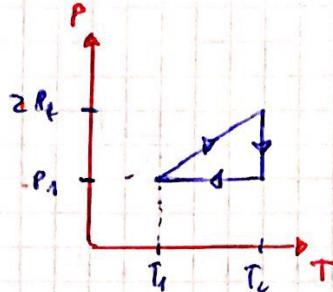
$$\int_{V_2}^{V_1} \frac{nRT'}{V} dV = nRT' \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \cdot nRT' = 2P_1 \cdot V_2 = 4 \text{ atm} \cdot 8 \text{ m}^3 = 32 \text{ atm m}^3$$

La única forma es volver reversiblemente por el mismo camino

Ejercicio 16 gas tal que

$$P = \frac{RT}{V} \left(1 + \frac{\alpha T}{V} \right) ; E(T, V) = E_0(T) - \frac{R\alpha T^2}{V} \quad (\alpha = \text{cte})$$

a) Trabajo del sist en un isotérmico reversible desde V_0 a $3V_0$



$$W_{S,I,T} = \int_{V_0}^{3V_0} P dV = \int_{V_0}^{3V_0} \left(\frac{RT}{V} + \frac{\alpha RT^2}{V^2} \right) dV = RT \ln\left(\frac{3V_0}{V_0}\right) - \frac{\alpha RT^2}{3V_0} + \frac{\alpha RT^2}{V_0}$$

$$\therefore W = RT \ln(3) + \frac{2\alpha RT^2}{3V_0}$$

b) Isotérmica a P_e constante = P_0 desde V_0 a $3V_0$ (no se irrev)

$$W_{SUT} = \int_{V_0}^{3V_0} P dV = 2P_0 V_0$$

Q y ΔE en ambos casos para a) $\Delta E = Q - W$

$$\Delta E = -\frac{R_a T^2}{3V_0} + \frac{R_a T^2}{V_0} = \frac{2}{3} \frac{R_a T^2}{V_0} \Rightarrow Q = RT \ln(3) + \frac{4}{3} \frac{\alpha RT^2}{V_0}$$

$$\text{en b)} \Rightarrow Q = 2P_0 V_0 + \frac{2}{3} \frac{R_a T^2}{V_0}$$

Ejercicio 17 $C_V = \frac{3}{2} R$

a) W_{tot} en un ciclo. Como tenemos un gráfico P.V en un proceso reversible, el trabajo total no será nada más que el área encerrada por debajo de la curva

$$A = \pi r^2 = \pi \cdot 1 \frac{N \cdot cm^3}{m^2} = \frac{\pi N}{m^2} \cdot \exp^{-6} m^2 = \pi \exp^{-6} J$$

$$\text{b) } \Delta E_{ca} = n C_V (T_c - T_A) \quad 2 \frac{N}{m^2} = \frac{1 \text{ mol} \cdot R \cdot T_A}{1 \text{ cm}^3}$$

$$\frac{2N}{m^2} = \frac{1 \text{ mol} \cdot R \cdot T_c}{3 \text{ cm}^3}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{ca} = 1 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} R \left(\frac{2N \cdot cm^3}{m^2 \cdot mol \cdot K} - \frac{2N \cdot cm^3}{m^2 \cdot mol \cdot K} \right)$$

$$\Leftrightarrow \Delta E_{ca} = \frac{6N \cdot cm^3}{m^2} = 6 \exp^{-6} J$$

$$\text{c) } Q_{ca} = \Delta E_{ca} + W_{ca} = 6 \exp^{-6} J + \text{Área cuadrado} + \text{mitad del círculo de área}$$

Ejercicio 18: Halla ecuación de adiabáticas para gas de Van der Waals

$$\left(P + \frac{n^2a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT ; dE = nC_v dT + n^2 \frac{a}{V^2} dV$$

Si son adiabáticas $Q = 0$

$$dE = dQ - dW \quad \text{Si fueso un proceso reversible}$$

$$P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{n^2a}{V^2} \Rightarrow W = \int_V$$

$$dW = PdV \Rightarrow dE = dW$$

$$\Rightarrow \left(\frac{nRT}{V-nb} + \frac{n^2a}{V^2}\right)dV = nC_v dT + n^2 \frac{a}{V^2} dV$$

$$\Leftrightarrow -\frac{nRT}{V-nb} = \frac{dT}{dV} C_v \Leftrightarrow \frac{1}{V-nb} dV = -\frac{dT}{nRT}$$

$$\ln\left(\frac{V-nb}{V_0-nb}\right) = \ln\left(\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{nR}{C_v}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{V-nb}{V_0-nb} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{nR}{C_v}}$$

$$\Rightarrow (V-nb)T^{\frac{nR}{C_v}} = \text{cte}$$

Ejercicio 19:

Expansión libre de gas de Van der Waals de V_i a V_f

$$dE = nC_v dT + n^2 \frac{a}{V^2} dV$$

Como es una expansión libre $\Delta E = 0$, no hay W realizado y $Q = 0$ ya esté aislado y no intercambiar calor con el medio

$$\Rightarrow dT = -\frac{n^2a}{C_v V^2} dV$$

$$C_v = \frac{3}{2}R \Rightarrow \Delta T = \frac{2na}{3R} \left(\frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$$