FÍSICA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2013

GUÍA 6: SCATTERING DE RUTHEFORD, ÁTOMO DE BOHR, DE BROGLIE

1. Un haz de partículas α del polonio (energía cinética: 5,30MeV) de una intensidad de 10000 partículas por segundo, incide normalmente sobre una lámina de oro de densidad $19{,}3\,\mathrm{g/m^3}$ y espesor 10^{-5}cm. A 10cm de distancia de la lámina se coloca un detector para partículas α, con una apertura de $1\,\mathrm{cm^2}$, de tal manera que la dirección del haz de partículas forme un ángulo de ϕ grados con la recta que une el centro del detector con el punto de la lámina donde inciden las partículas. Calcúlese el número de impulsos por hora registrados por el detector para $\phi = 5, 10, 15, 30$ y $60°$.

2. ¿Cuál es la distancia correspondiente al máximo acercamiento de las partículas α de 5,30MeV al núcleo de los elementos oro, plata, cobre, plomo y uranio?¿Cuánto vale esta distancia para partículas α de 7,0MeV y los mismos núcleos?

3. Calcular la fracción de partículas α dispersadas según un ángulo comprendido entre 90° y 180°.

4. Calcular los valores de las energías de los 7 primeros niveles del hidrógeno y del helio ionizado (He^+) y hacer un gráfico en escala. Indicar cuáles son las transiciones correspondientes a las series de Lyman, Balmer, Paschen.

5. En el modelo de Bohr se supone un núcleo de masa inmensamente superior a la del electrón, ubicado en el centro de masa del sistema. En el caso general (masa del núcleo M, masa del electrón m) ¿qué modificaciones se deben hacer en el postulado de cuantificación del impulso angular orbital para que en el límite ambos coincidan?

6. De acuerdo con la conservación del impulso, al ser emitido un fotón, el núcleo del átomo debería retroceder. Determinar la corrección a la longitud de onda del fotón emitido cuando este retroceso se tiene en cuenta.

7. Una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje x entre los puntos $x = 0$ y $x = a$, donde rebota elásticamente. Mediante las reglas de cuantificación de Sommerfeld y Wilson, encuentre los valores posibles de la energía de la partícula.

8. Considere el modelo de órbitas elípticas para un electrón de un átomo. (SIN HACER LAS CUENTAS)

   a) Empleando la regla de Wilson-Sommerfeld calcule el cociente entre el semieje menor y el semieje mayor. Haga un esquema de las órbitas que corresponden al caso en que el número cuántico principal es $n = 3$.

   b) Calcule la expresión de la energía de las órbitas elípticas. Compare el resultado con lo que obtuvo Bohr para las energías de las órbitas en su modelo.

9. Calcule la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de fase asociadas a:

   a) un electrón que va a una velocidad de 400 m/s.

   b) un proyectil de rifle que pesa 20 g y se mueve con una velocidad de 400 m/s.

10. Deteminar qué potencial acelerador hay que aplicarle a un electrón para asociarle una onda de De Broglie de 1Å de longitud de onda.

11. Se quiere ver un objeto cuyo tamaño es 2,5 Å. ¿Cuál es la menor energía que debe tener el fotón a usarse? ¿Cuál es la menor energía cinética si se emplean electrones?

12. ¿Qué le pasaría a un hombre de 70 kg que entra por la puerta de su casa a una velocidad de 5 m/s si vive en un mundo donde $h = 175\,\mathrm{J\,s}$?

13. Empleando los postulados de De Broglie encontrar:

a) Los estados de energía permitidos para una partícula confinada en un segmento de longitud a.

b) Los estados de energía de un electrón en un átomo de hidrógeno.

14. Sea una partícula de masa en reposo m y cuya longitud de onda asociada es λ. Demuestre que la correspondiente velocidad de fase puede escribirse como

$$v_f = c\sqrt{1+\left(\frac{mc\lambda}{h}\right)^2}$$

donde h es la constante de Planck y c es la velocidad de la luz en el vacío.
Ayuda: utilice la relación energía - impulso para el caso relativista.

15. Considere el paquete de ondas descripto por la función $\Phi(k) = A\exp\left[-\frac{a^2}{4}(k-k_0)^2\right]$.

a) Calcular A para que la función esté normalizada.

b) Calcular $|\psi(x,0)|^2$

c) Calcular el valor medio de la coordenada x, el de la coordenada p y el producto $\Delta x\Delta p$.

16. Considere el paquete de onda unidimensional $\psi(x,t)$ cuya distribución espectral de número de onda k está dada por:

$$\Phi(k) = \begin{cases} A & \text{si } k \in (k_0-\Delta k, k_0+\Delta k) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

con $\Delta k \ll k_0$.

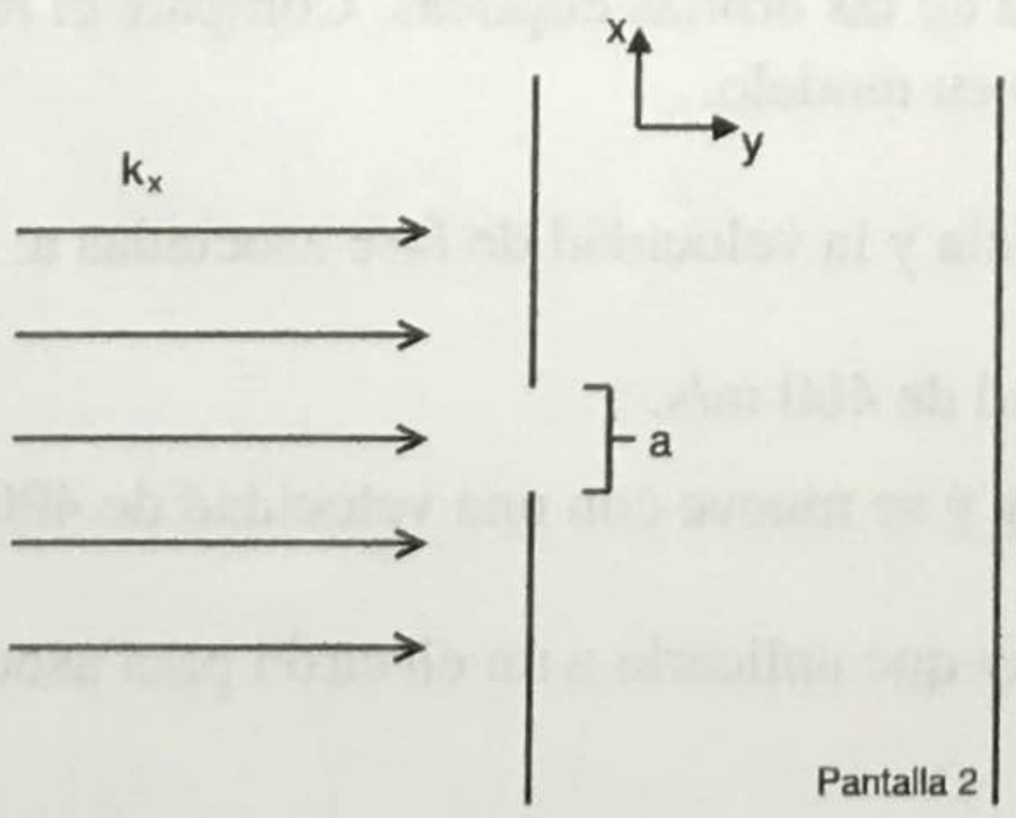
a) Calcular $\psi(x,t)$ suponiendo al paquete no dispersivo. Graficar cualitativamente su módulo al cuadrado. Hacer lo mismo en el caso de paquete dispersivo (en este caso, realizar las aproximaciones que considere necesarias).

b) Calcular la velocidad de propagación de $\psi(x,t)$

c) Calcular el producto entre el ancho espectral y el ancho significativo de $|\psi(x,0)|^2$. Interpretar el resultado.

17. A partir de las relaciones de incerteza probar que la energía mínima de un oscilador armónico es $E_{min} \approx \hbar\omega/2$.

18. Un haz homogéneo de partículas de longitud de onda asociada λ incide sobre una pantalla en la cual se ha practicado una ranura de ancho a (ver figura).

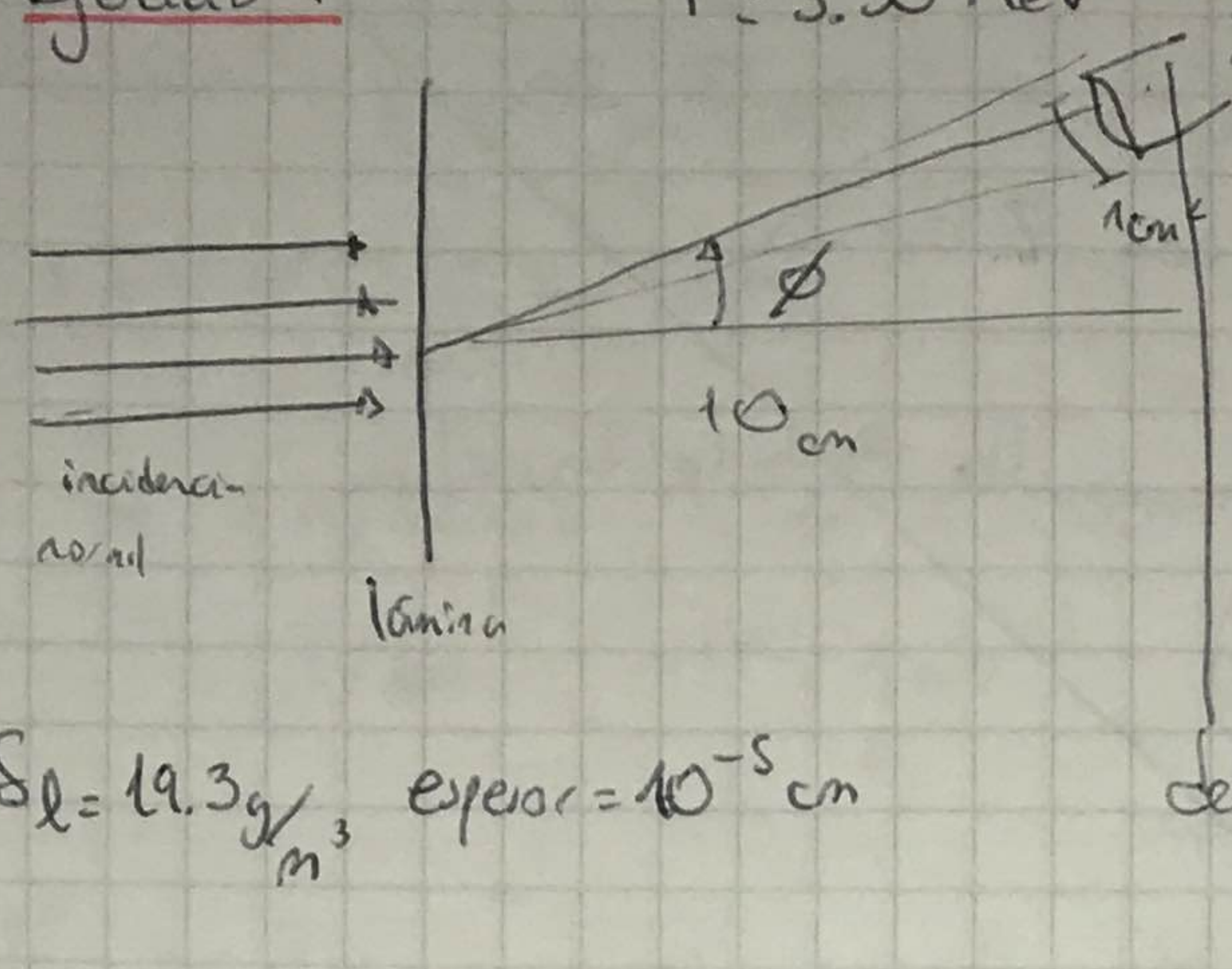


a) Midiendo la cantidad de partículas que se observan inmediatamente detrás de la pantalla, proponer una forma para $\psi(x, y=0, t=0)$.

b) A partir de esta expresión, calcular $\phi(k_x)$ $(k_x = 2\pi/\lambda)$. A partir de ésta, mostrar cualitativamente que la "intensidad" de partículas que se observa sobre la pantalla 2 corresponde al patrón de difracción de la rendija.

c) Discutir las relaciones entre el ancho de la rendija y el ancho significativo de $\phi(k_x)$. ¿Qué hipótesis sería incorrecta si se pudiera medir simultáneamente x y p_x con una precisión mayor que la establecida por el principio de incerteza?

Ejercicio 1 $\quad T = 5.30\ MeV \quad I = 10000$ partículas por seg



$\delta_l = 19.3\ g/m^3$ espesor $= 10^{-5}$ cm

calcular número de impulsos por hora si $\phi = 5, 10, 15, 30, 60°$ respectivamente

$$\mathcal{N}(\phi)d\phi = \mathcal{N}\frac{\pi}{8}\rho t\left(\frac{zZe^2}{\underbrace{\frac{1}{2}Mv^2}_{T}}\right)\frac{\sin(\phi)d\phi}{\sin^4(\phi/2)}$$

⇒ por segundo

$$\mathcal{N}(\phi)d\phi = 10000\frac{\pi}{8}\cdot\rho.10^{-5}cm\ \frac{zZe^2}{5.30MeV}\ \frac{\sin(\phi)}{\sin^4(\phi/2)}d\phi$$

ρ = densidad de átomos $\quad 2\exp^{17}\ kg/m^3$

$Z_{oro} = 79$

$Z_\alpha = 2 \quad \Rightarrow \mathcal{N}(\phi)d\phi = 10000\frac{\pi}{8}$

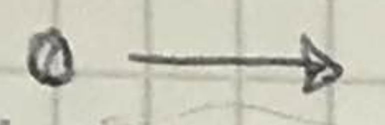
$$\Rightarrow \mathcal{N} = \frac{C\sin(\phi)}{\sin^4(\phi/2)} \Rightarrow$$

Ejercicio 2

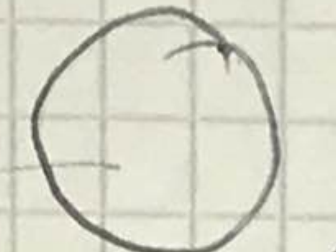
Una partícula alfa no es más que una partícula con carga ⊕ $2e$ y el núcleo de un átomo no es más que una cargada con Ze $\rightarrow$

Conservación de energía

inamovible $\Rightarrow$ Electrostática



α



núcleo

$T_0 = 5.30 MeV$

$\Rightarrow$ máximo acercamiento cuando $T_0 = U_{máx}$

$$\bar{F} = q\bar{E} = k\frac{qq'}{r^2}\hat{r}$$

$$\Rightarrow 5.30 MeV = 2e\left(\frac{Ze}{r}\right.$$

$$\Rightarrow F = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

$\Rightarrow$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r} \quad \Rightarrow r = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 5.30 Mev}$$

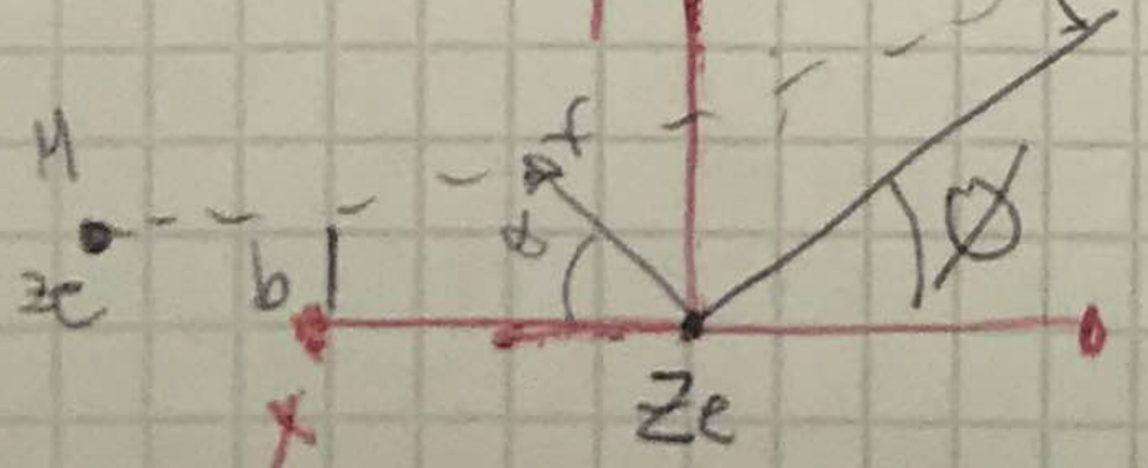
Ejercicio 3

$$\frac{N(\phi)\,d\phi}{N} = \frac{C}{N}\frac{\sin(\phi)}{\sin^4(\phi/2)}d\phi \Rightarrow \frac{\int_{90^\circ}^{180^\circ} C\frac{\sin(\phi)}{\sin^4(\phi/2)}d\phi}{N} = \frac{C}{N}\left(-2\csc^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right)\Bigg|_{\pi/2}^{\pi}$$

$$= \frac{\pi}{8}\rho t\frac{z_\alpha Z e^4}{T_\alpha}\cdot(-2)\cdot\left[\frac{1}{\sin^2(\pi/2)} - \frac{1}{\sin^2(\pi/4)}\right] = \text{algo}$$

Ejercicio 2

Partícula α = partícula con carga $2e$ ⊕. Los átomos tienen núcleos con m>> a la partícula α y así los podemos considerar quietos (electrostática). Si suponemos que la partícula α no puede atravesar el núcleo



b parámetro de impacto

$$v_{\text{Partícula}} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\frac{d\theta}{dt}\hat{\theta}$$

La fuerza sobre la partícula es siempre radial $\Rightarrow d\Omega = 0 \Rightarrow$ impulso angular = cte

$$|\bar{l}| = Mr^2\frac{d\theta}{dt} = L \text{ cte}$$

$\Rightarrow$ el impulso inicial es igual al final $\quad Mbv = Mb'v' = L$

$$T_0 = T_f \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv'^2 \Rightarrow v = v', \; b = b'$$

$$F = \frac{zeZe}{r^2 4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = M\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]$$

$$\Rightarrow V = \frac{zZe^2}{r 4\pi\varepsilon_0}$$

$\therefore$ $E = T + V$ cte $\Rightarrow$ en máx acercamiento $T = 0$

$\Rightarrow$ por conservación $5.30\,MeV = \dfrac{zZe^2}{r4\pi\varepsilon_0}$

despejar