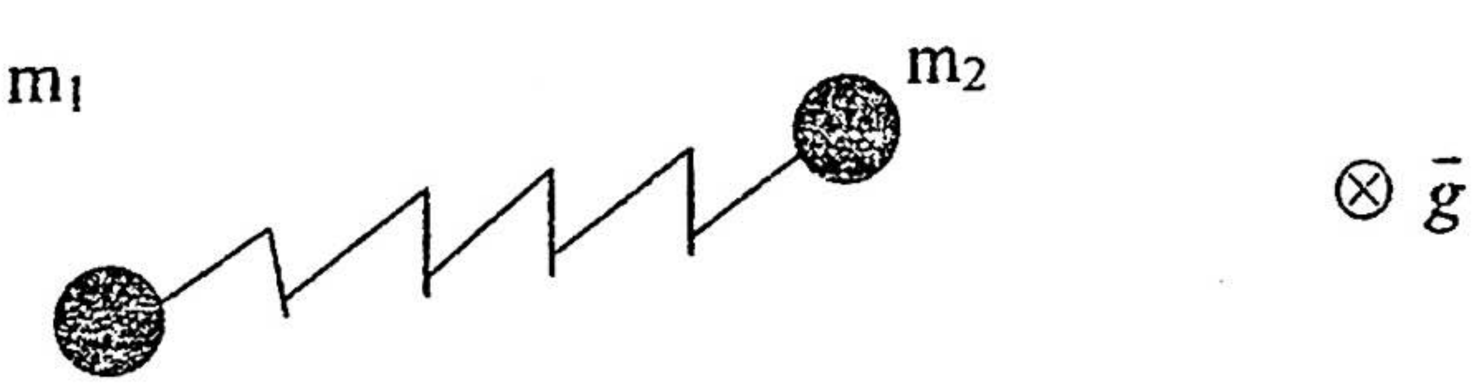
1. Para el sistema de la figura, dos masas que interactúan entre sí con una interacción tipo ley de Hooke, que pueden moverse en cualquier dirección sobre una superficie horizontal sin rozamiento,

~~a)~~ Encuentre qué magnitudes se conservan para el sistema formado por i) una sola masa, ii) las dos masas. Justifique

~~b)~~ Escriba la expresiones de las magnitudes conservadas para el sistema de las dos masas, considerándolo como un sistema de dos masas interactuantes (centro de masa y masa reducida)..

c) Grafique el potencial efectivo y, a partir de él, estudie todos los posibles movimientos de las masas m_1 y m_2. Cómo es el movimiento si el impulso angular vale cero?



~~2.~~ Considere un sistema oscilante sometido a una fuerza excitadora $F(t) = f_0 \cos\omega t$. Estudie el régimen estacionario del sistema.

~~a)~~ Estudie las respuestas a alta y a baja frecuencia. ¿Qué condiciona la respuesta en cada caso?

~~b)~~ Estudie la condición de resonancia.

3. Un cilindro de masa M_1 y radio R se encuentra verticalmente sobre una mesa sin rozamiento y tiene una cuerda inextensible arrollada alrededor de su perímetro, de tal forma que no desliza. Del otro extremo de la cuerda cuelga un cuerpo de masa M_2.

a) ¿Se conserva la energía del sistema? Justifique y escriba su expresión.

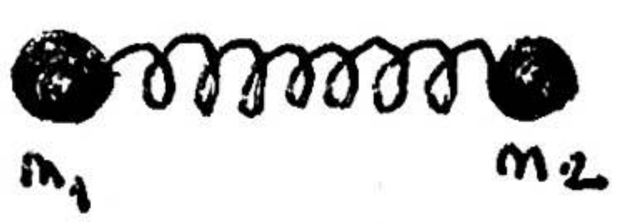
b) Escriba las ecuaciones necesarias para encontrar la aceleración del CM de M_1, su aceleración angular y la aceleración de la masa M_2.

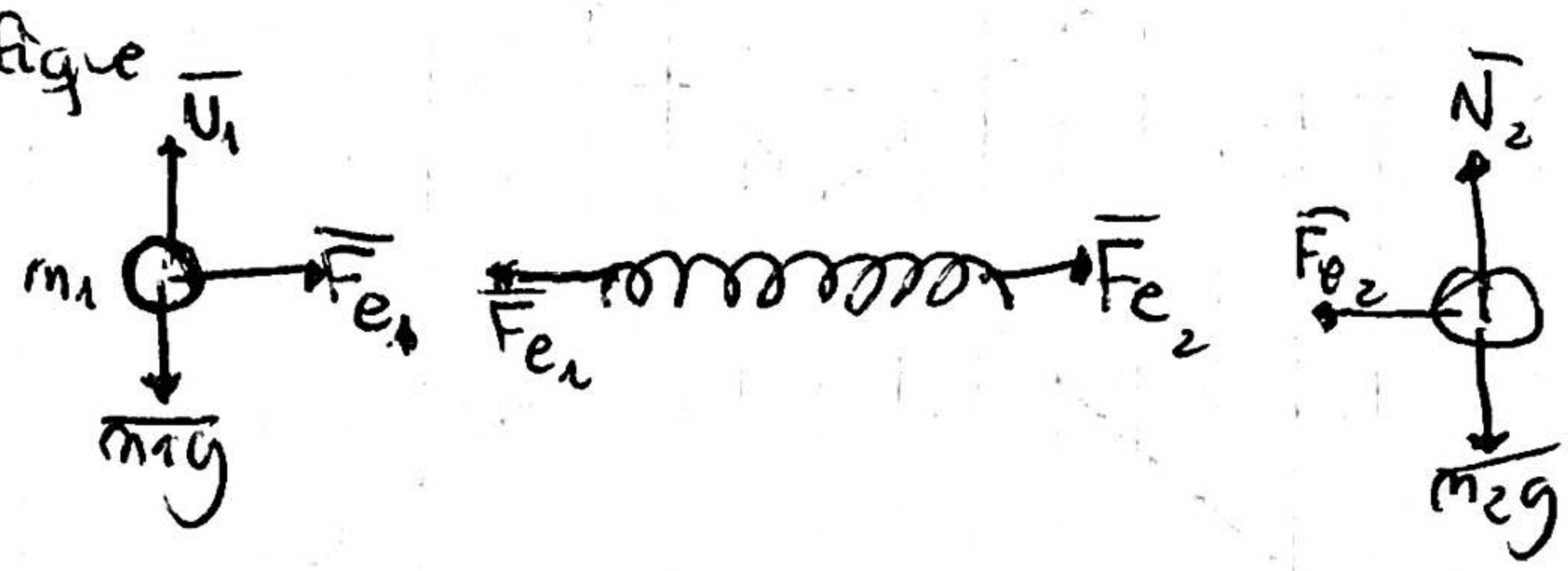
c) Encuentre la tensión de la cuerda.

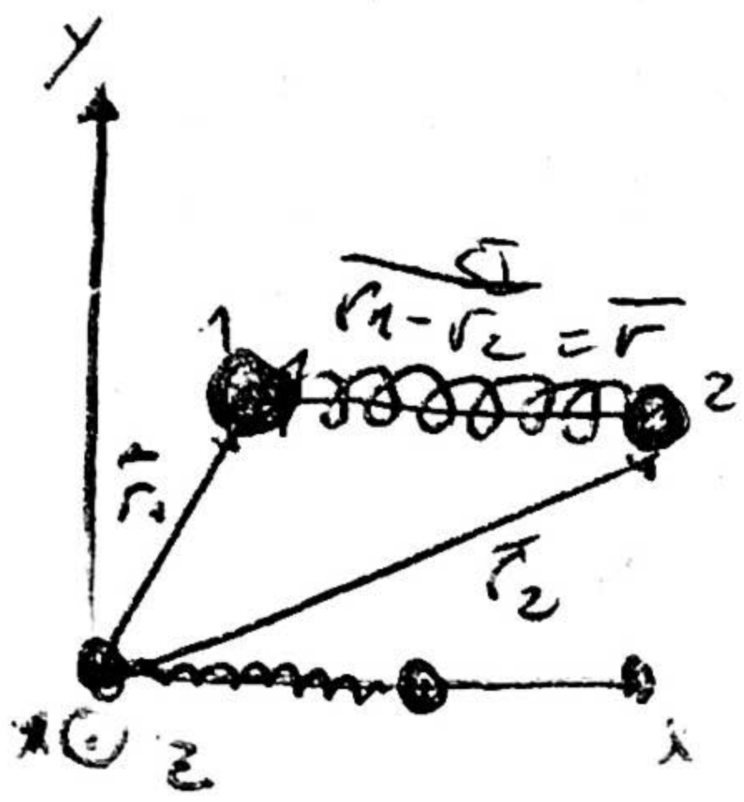
4. Explique el fenómeno de contracción de longitudes relativista.

① Para el sistema de la figura, dos masas que interaccionan entre sí mediante Ley de Hooke, que pueden moverse en cualquier dirección sobre una sup horizontal sin roz

a) Halle las magnitudes que se conservan para el sist formado por i) una masa, ii) las dos masas. Justifique







Si el resorte tiene masa despreciable

$\overline{F}_{e1} + \overline{F}_{e_2} = \underset{\approx 0}{m}\,\overline{a}$

$\Rightarrow \overline{F}_{e1} = \overline{F}_{e_2}$ $\quad \overline{F}_{e1} = \overline{F}$

~~$\overline{F}$~~ $\quad \overline{F}_{e_2} = -\overline{F}$

• Para una masa

$\overline{p}_1 = m_1 \overline{v}_1$

$\frac{d\overline{p}_1}{dt} = \overline{F}_{e_1} = \overline{F} \neq 0 \therefore \overline{p}_1$ no se conserva

y el de 2 tampoco

$\overline{L}_0$ donde 0 es algún punto ~~sobre~~ la recta que une m_1 y m_2

$\Rightarrow \frac{d\overline{L}_0}{dt} = \overline{N}^{ext} = \overline{0}$ ya que $\overline{F}_e$ sería central

$\therefore \overline{L}_0$ para m_1 y m_2 se conserva N y Mg anulan sus torques entre sí

$M^{Para\,1}$ $dW = \overline{F}_e d\overline{r}_1 = F\hat{r}\, d(r\hat{r}) = F\hat{r}(dr\hat{r} + r\,d\theta\,\hat{\theta}) = F dr \neq 0 \therefore$ La M para una masa no se conserva

• Para ambas masas

$\overline{p_{sist}} = \overline{p}_1 + \overline{p}_2 = m_1\overline{v}_1 + m_2\overline{v}_2$

$\frac{d\overline{p_{sist}}}{dt} = \overline{F}_{e_1} + \overline{F}_{e_2} = \overline{0} \quad \therefore \quad \overline{p}_{sist}$ se conserva

$\frac{d\bar{L}_{CM}}{dt} = \bar{0}$ ∴ se conserva

$H \geq d$ $\quad dW = \bar{F}\, d(\bar{r}_1 - \bar{r}_2) = \bar{F}\, d\bar{r} = k(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2| - l_0)\, d(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2|)$

$\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2 \qquad = k(r - l_0)\, d(r)\, \hat{r}$

$\dot{\bar{r}} = \dot{\bar{r}}_1 - \dot{\bar{r}}_2$

$$\bar{F}_{e1} = -\frac{dV}{dr_1}\hat{r} = -k(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2| - l_0)\hat{r}$$

$$\bar{F}_{e2} = -\frac{dV}{dr_2}\hat{r} = k(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2| - l_0)\hat{r}$$

$dW_1 = \bar{F}_{e1}\, d\bar{r}_1 = -\frac{dV}{dr_1}\, d\bar{r}_1$ (depende de x_2 → no es un dif exacto ∴ no es cons)

Sin embargo $dW = dW_1 + dW_2 = \left(-\frac{dV}{dr_1}dr_1 - \frac{dV}{dr_2}dr_2\right)$ dif exacto.

$dW = \bar{F}_{e1}\, d\bar{r}_1 + \bar{F}_{e2}\, d\bar{r}_2 = -k(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2| - l_0)\,\hat{r}\; d\bar{r} = -k(r - l_0)\, dr$

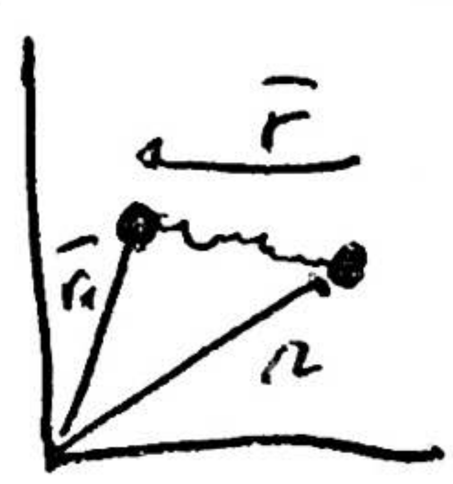
Notamos que el trabajo si es un dif exacto y W va a ser indep del campo

∴ el gto es cons.

b) Escriba las exp de las magnitudes conservad para el sist de dos masas

→ $\bar{r} = \bar{r}_1 - \bar{r}_2$ $\qquad$ visto desde un SI

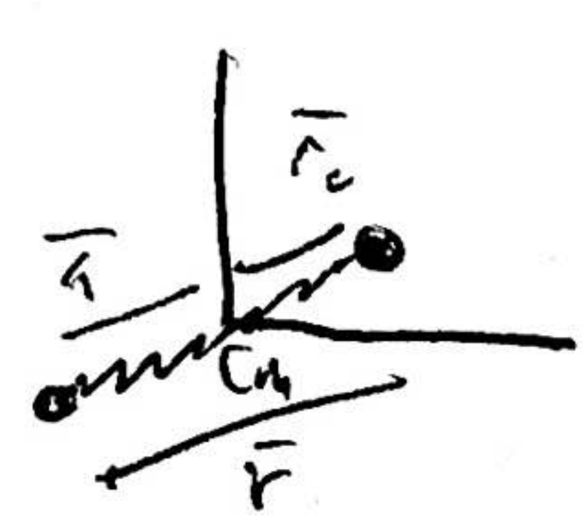
$$\bar{R} = \frac{m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2}{m_1 + m_2}$$



$$\bar{r}_1 = \bar{R} + \frac{m_2\bar{r}}{m_1 + m_2} \qquad \bar{r}_2 = \bar{R} - \frac{m_1\bar{r}}{m_1 + m_2}$$

visto desde CM

$\bar{R} = \bar{0}$ y el CM está quieto respecto de el mismo ∴ $\dot{\bar{R}} = 0$



y $\bar{R} = 0$ $\quad \bar{r}_1' = \frac{m_2\bar{r}}{m_1 + m_2} \qquad r_2' = \frac{-m_1\bar{r}}{m_1 + m_2}$

$$\overline{P_{CM}} = (m_1+m_2)\dot{\overline{R}} = 0 = \frac{m_1\overline{r}'_1 + m_2\overline{r}'_2}{m_1+m_2}$$

$$\overline{r}'_1 = \frac{-m_2\overline{r}'_2}{m_1}$$

$$\overline{L_{CM}} = m_1\overline{r}'_1 \times \overline{p}'_1 + \overline{r}'_2 \times \overline{p}'_2 = m_1\overline{r}'_1 \times \dot{\overline{r}}'_1 + m_2\overline{r}'_2 \times \dot{\overline{r}}'_2$$

$$\cancel{= m_2\overline{r}'_2 \times \frac{m_1\overline{r}\times}{m_1+m_2}\dot{\overline{r}}}$$

$$m_1\left(\frac{m_2\overline{r}}{m_1+m_2}\right) \times \left(\frac{m_2\dot{\overline{r}}}{m_1+m_2}\right) \ldots$$

$$\overline{L_{CM}} = \mu\,\overline{r} \times \dot{\overline{r}}$$ si fuesen polares $\overline{r} = r\hat{r}$ $\dot{\overline{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\varphi}\hat{\varphi}$

$$\overline{L_{CM}} = cte = l\hat{n} = \mu r^2\dot{\varphi}\hat{n}$$

H=

$$V(r) = -\int_{r_0}^{r} -k(r-l_0)\,dr + V(r_0)$$

$$\cancel{V(r) = +\left(k\left(\frac{r^2}{2} - l_0 r\right) - k\left(\frac{r_0^2}{2} - l_0 r_0\right) + V(r_0)\right)}$$

$$\cancel{= \frac{kr^2}{2} - kl_0 r - \frac{kr_0^2}{2} + kl_0 r_0 + V(r_0)}$$

$$V(r) = -\frac{-k(r-l_0)^2}{2} + V(r_0) = 0$$

$$V(r) = \frac{k(r-l_0)^2}{2}$$

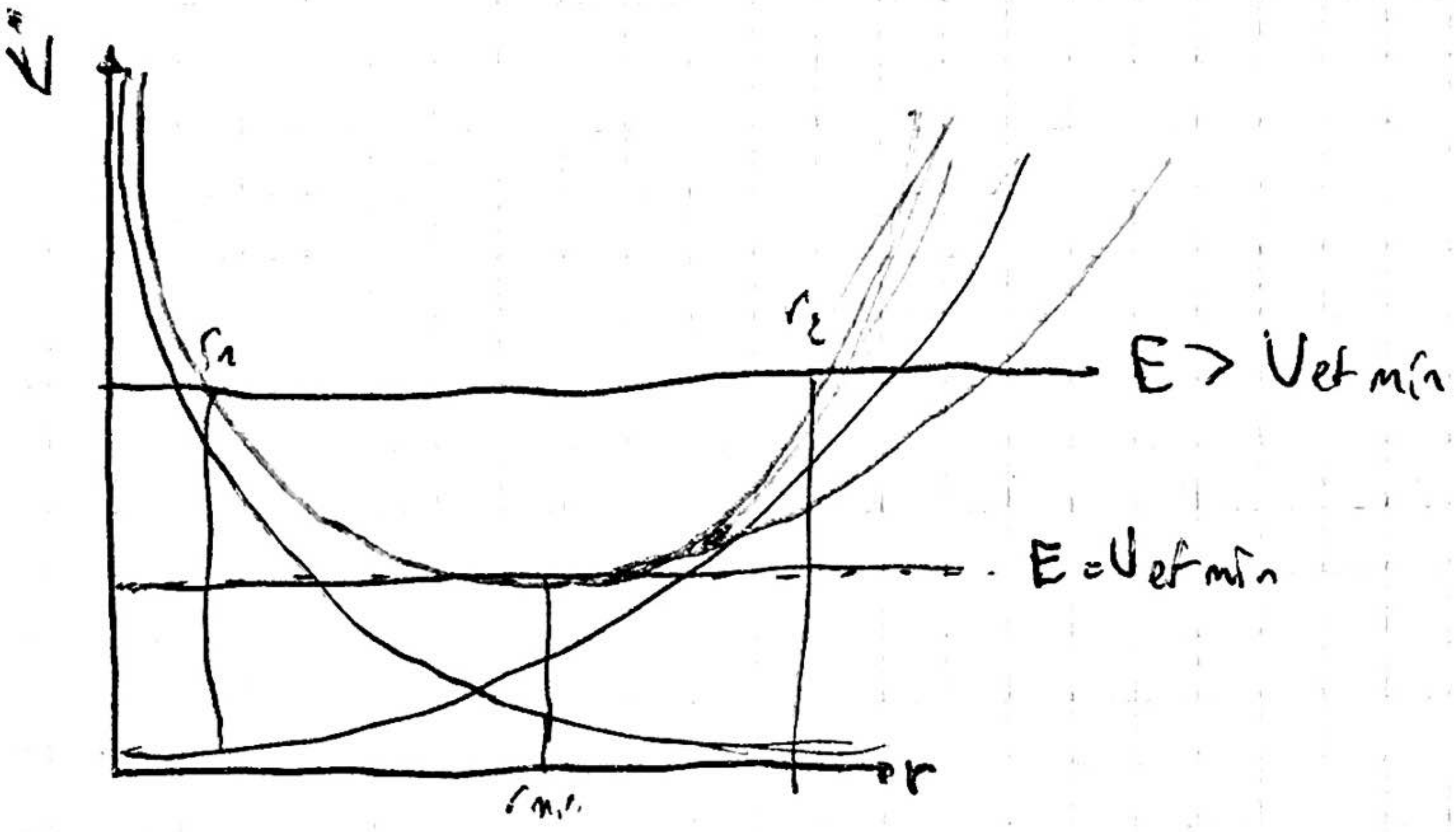
$$H = \frac{1}{2}m_1(\dot{\overline{r}}_1)^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{\overline{r}}_2)^2 + \frac{k(r-l_0)^2}{2} = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{m_2^2}{(m_1+m_2)^2}\dot{\overline{r}}\,\dot{\overline{r}}\right) + \frac{1}{2}m_2\frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}\dot{\overline{r}}\,\dot{\overline{r}} + \frac{k(r-l_0)^2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\mu r^2\dot{\varphi}^2 + \frac{k(r-l_0)^2}{2} = E = cte$$

$$\frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{\mu r^2} + \frac{k(r-l_0)^2}{2}$$

c) Grafique el pot ef y a partir de él estudie los posibles movs de m₁ y m₂.

Como es el mov si el impulso angular vale cero?



~~dV_{ef} mín~~ $\frac{dV_{ef}}{dr} = -\frac{l^2}{\mu r^3} + k(r - l_0) = 0$

$$kr - kl_0 = \frac{l^2}{\mu r^3}$$

$$r^3(kr - kl_0) = \frac{l^2}{\mu}$$

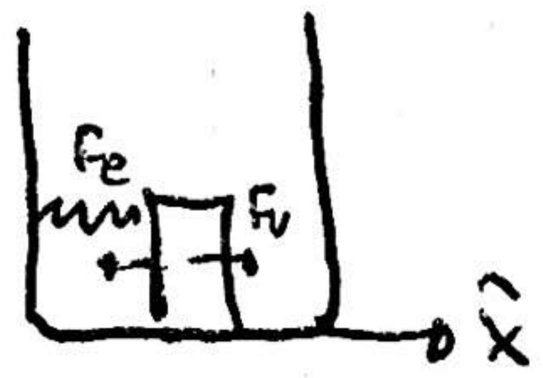
Para cierto valor de V_{ef} donde es mín, si la E es $> V_{ef}$ ⇒ el sistema oscila entre dos r (r_1 y r_2) siendo uno mayor que el otro.

Si $E = V_{ef}$ ⇒ describe un mov circular a r cte

Si el impulso angular = 0 ⇒ pot ef $= \frac{k(r - l_0)^2}{2}$

② Considere un sistema oscilante sumergido en un medio viscoso, cuyo coeficiente de viscosidad dinámica es σ. Estudie los posibles movs del sistema. ¿Que det el tipo de mov? Justifique

$$\bar{F}_V = \sigma \dot{x} \hat{x} \qquad \bar{F}_e = -k(x - l_0)\hat{x}$$



$$m\ddot{x} = \sigma \dot{x} \hat{x} - k(x - l_0)$$ Tomando como origen l_0

$$m\ddot{x} = \sigma\dot{x} - kx$$

$$\ddot{x} + \frac{\sigma}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Ec^{dif} de Euler

Solucion $x(t) = x_H(t)$ por ser homogenea no hay solución particular

Llamemos $2b = +\frac{\sigma}{m}$ y $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Sea $x = e^{\lambda t} \Rightarrow \dot{x} = \lambda e^{\lambda t}$ $\ddot{x} = \lambda^2 e^{\lambda t}$

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + 2b\lambda e^{\lambda t} + \omega_0^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t}(\lambda^2 + 2b\lambda + \omega_0^2) = 0$$

$$\frac{-2b \pm \sqrt{4b^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -b \pm \sqrt{b^2 - \omega_0^2}$$

Si $b^2 > \omega_0^2$

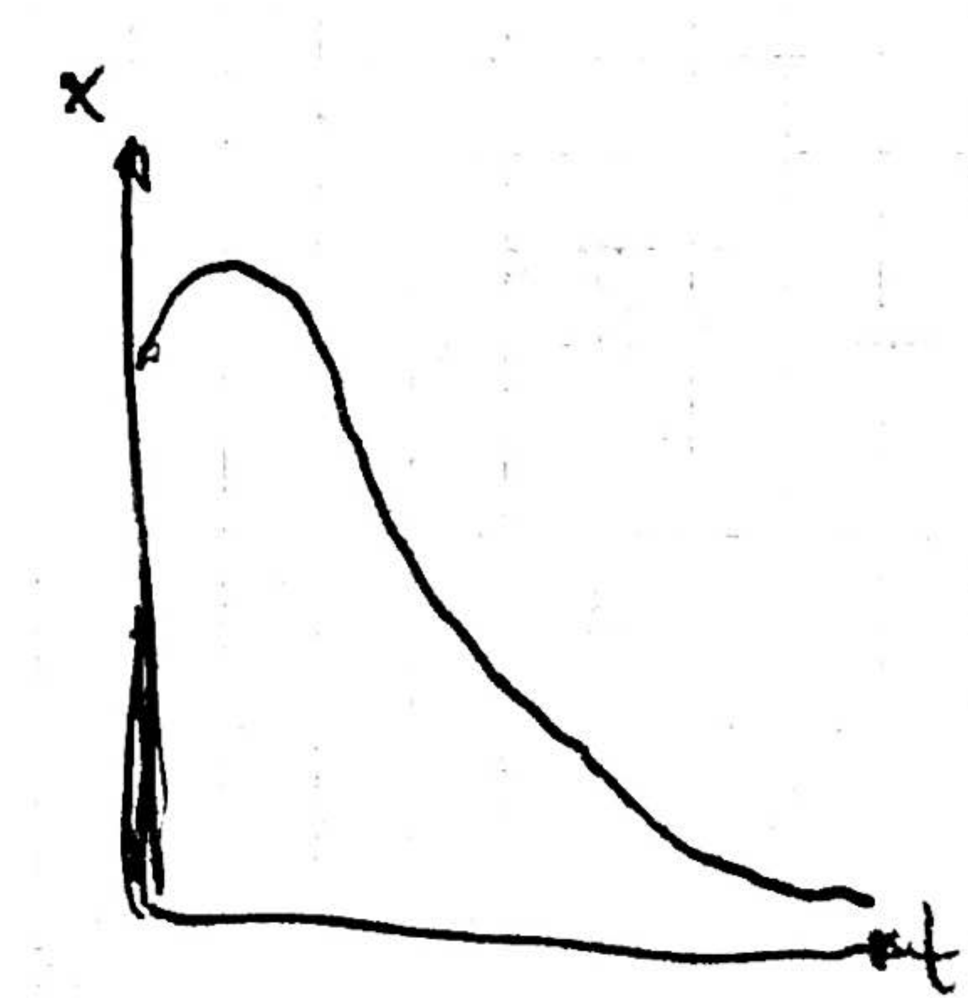
$\Rightarrow$ Solucion $\in \mathbb{R}$

$$\lambda_1 = -b + \sqrt{b^2 - \omega_0^2} = -b + \omega$$
$$\lambda_2 = -b - \sqrt{b^2 - \omega_0^2} = -b - \omega$$

$$\Rightarrow x_H(t) = Ae^{(-b+\omega)t} + Be^{(-b-\omega)t} = e^{-bt}(Ae^{\omega t} + Be^{\omega t})$$

Que tambien puede escribirse como

$$x_H(t) \begin{cases} e^{-bt}(Ae^{\omega t} + Be^{\omega t}) \\ e^{-bt} A' \cosh(\omega t + \varphi_0) \\ e^{-bt} B' \sinh(\omega t + \varphi_0) \\ e^{-bt}(C\cosh(\omega t) + D\sinh(\omega t)) \end{cases}$$



Este no es un mov oscilatorio, se lo denomina sobreamortiguado y decrece hasta cero sin oscilar.

si $b^2 = \omega_0^2$

$\Rightarrow \lambda = -b$

$\cancel{y\ x_H(t) = Ae^{-bt} + Bte^{-bt} = e^{-bt}(A+Bt)}$

$x(t) = e^{\lambda t} f(t)$

$\dot{x}(t) = \lambda f(t) e^{\lambda t} + e^{\lambda t}\dot{f}(t)$

$\ddot{x}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t} f(t) + \lambda e^{\lambda t}\dot{f}(t) + \lambda \dot{f}(t) e^{\lambda t} + e^{\lambda t}\ddot{f}(t)$

$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$e^{\lambda t}\left[\lambda^2 f(t) + 2\lambda \dot{f}(t) + \ddot{f}(t)\right] + 2be^{\lambda t}\left[\lambda f(t) + \dot{f}(t)\right] + \omega_0^2 e^{\lambda t}\left[f(t)\right]$

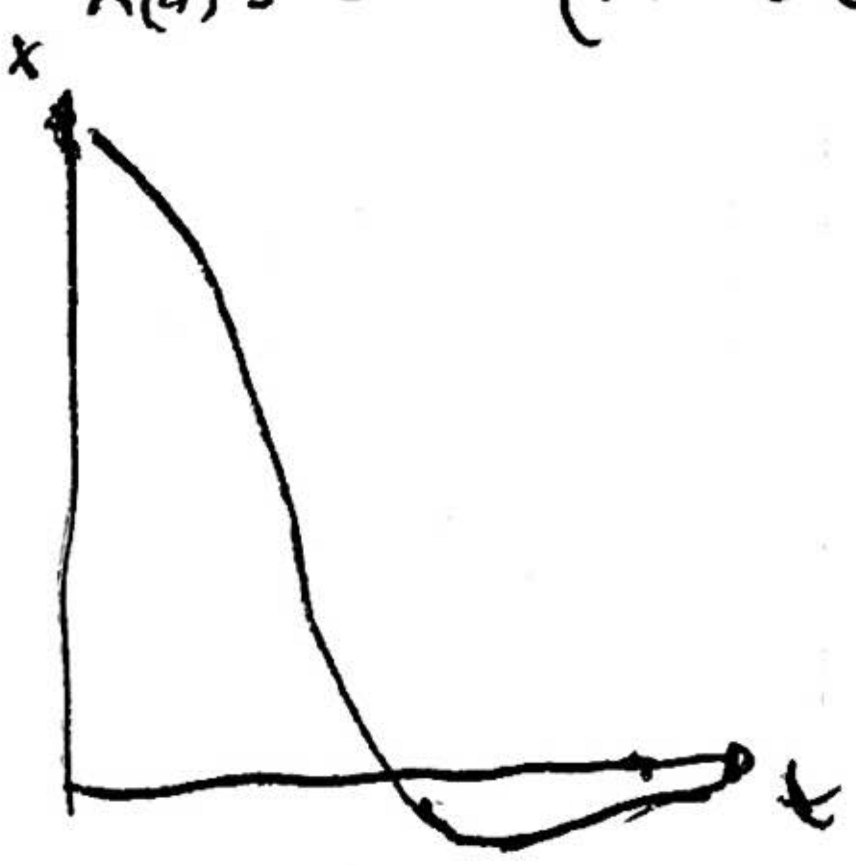
$$x(t) = e^{\lambda t}\left[\lambda^2 f(t) + 2\lambda\dot{f}(t) + \ddot{f}(t) + 2b\lambda f(t) + 2b\dot{f}(t) + \omega_0^2 f(t)\right]$$

$$= e^{-bt}\left[b^2 f(t) - \cancel{2b\dot{f}(t)} + \ddot{f}(t) - 2b^2 f(t) + \cancel{2b\dot{f}(t)} + \omega_0^2 f(t)\right]$$

$$= e^{-bt}\left[\ddot{f}(t)\,(\underbrace{-b^2+\omega_0^2}_{=0})\,f(t)\right]$$

$x(t) = e^{-bt}\ddot{f}(t) = 0 \quad \Rightarrow f(t) = A + Bt$

$x(t) = e^{-bt}(A+Bt)$ Tampoco es movimiento periódico, la amplitud decrece muy rapidamente, se lo denomina mov aperiodico critico



si $\omega_0^2 > b^2 \Rightarrow -b \pm \sqrt{b^2-\omega_0^2} = -b \pm i\underbrace{\sqrt{\omega_0^2-b^2}}_{\omega'}$

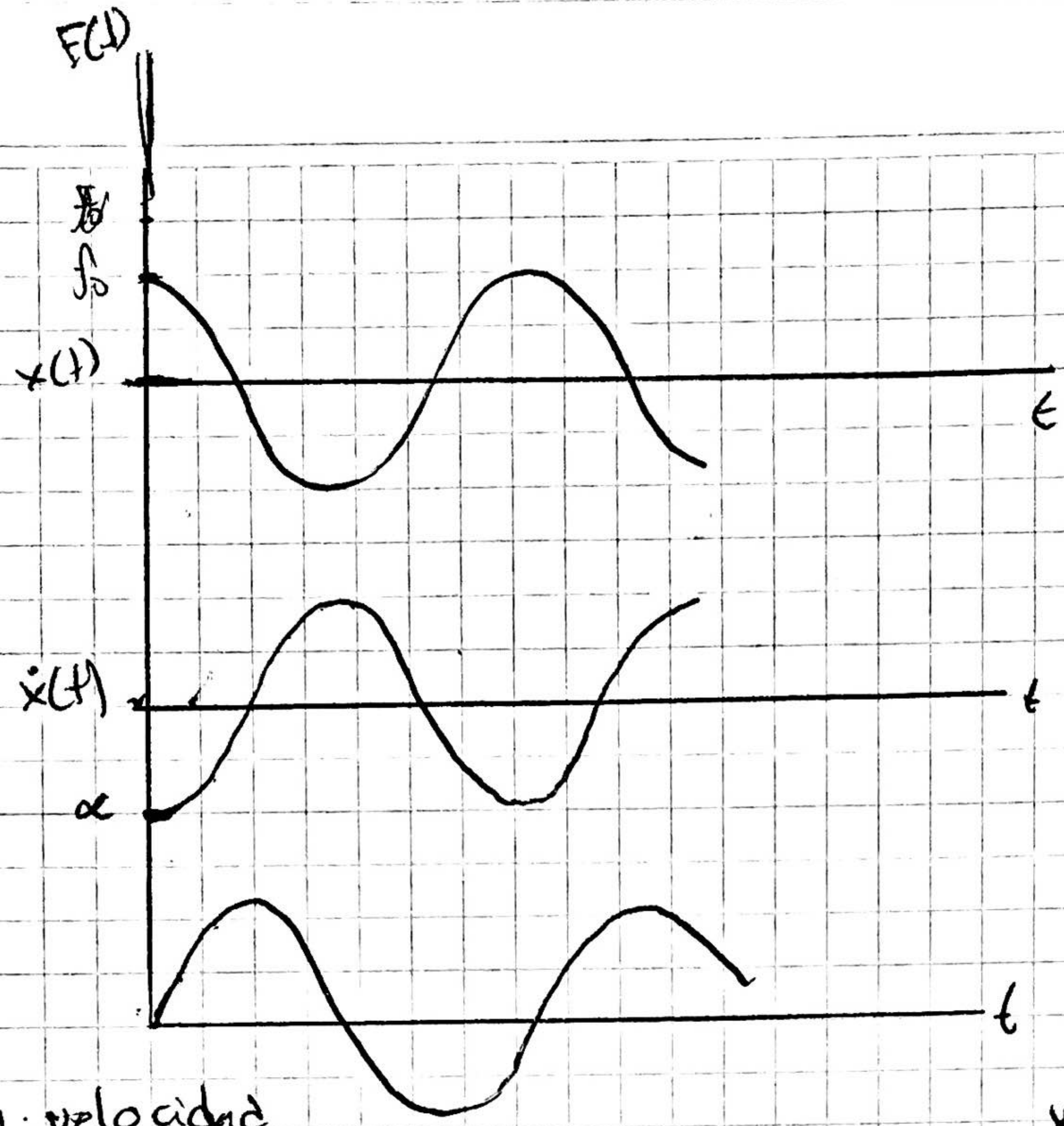
$\lambda_1 = -b + i\omega'$

$\lambda_2 = -b - i\omega'$

$x_H(t) = e^{-bt}\left(Ae^{i\omega' t} + Be^{-i\omega' t}\right)$

Finalmente este mov tampoco es periódico pero si oscilatorio, en el cual el intervalo de tiempo entre dos crestas sucesivas es constante

$\Rightarrow$ mov armónico amortiguado



$F(t) = f_0 \cos(\omega t)$

$x(t) = \alpha \cos(\omega t - \pi) \to \frac{F_0}{m\omega^2} \cos(\omega t - \pi)$

$\dot{x}(t) = -\alpha\omega \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \to -\frac{F_0}{m\omega} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

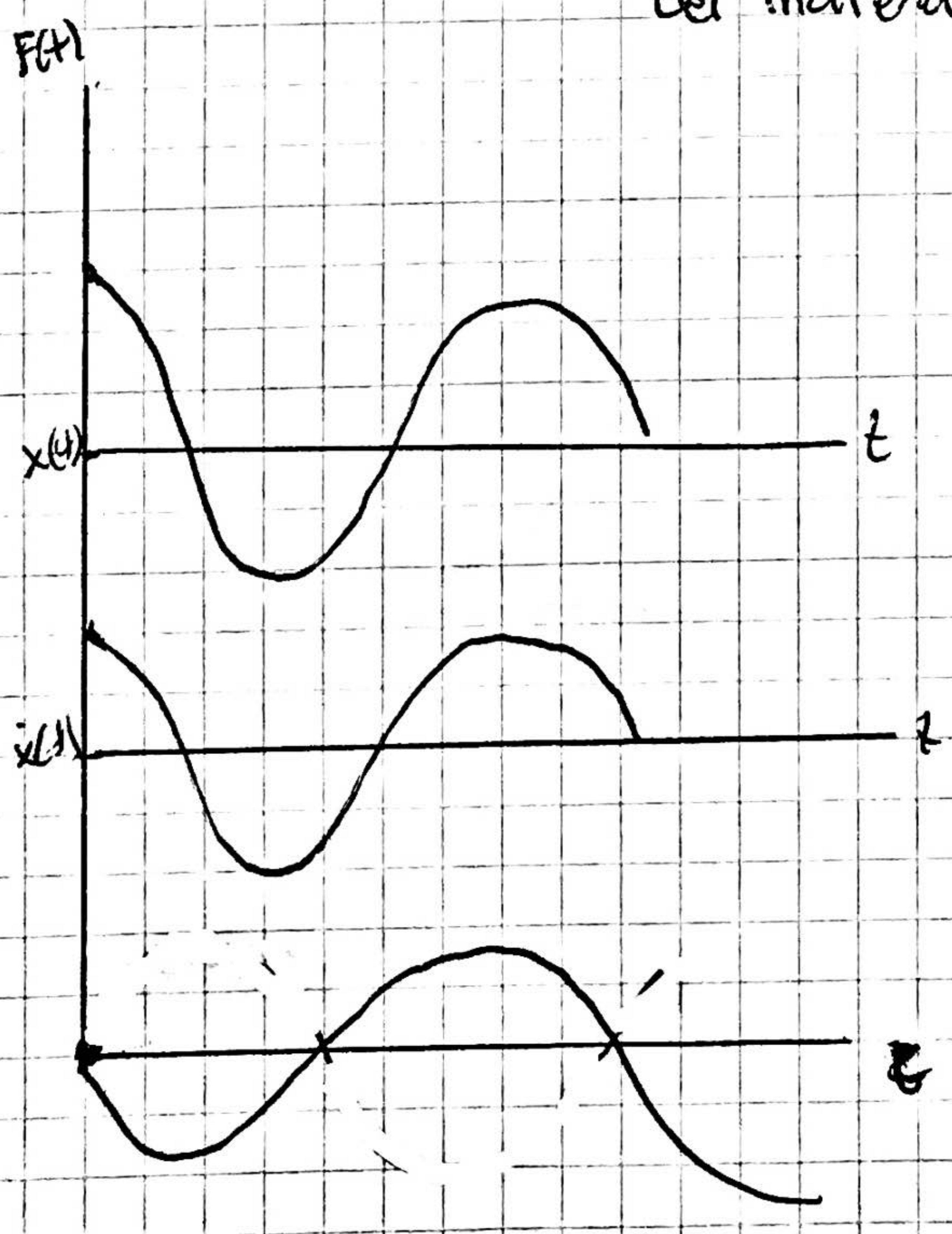
La velocidad se retrasa respecto de F(t) (desfasaje de $-\frac{\pi}{2}$) y la respuesta se retrasa en π

Baja frecuencia

$\omega_0 >> \omega$ (la frec exitadora es mucho menor que la frecuencia del sist oscilador)

$\cos\varphi \to 1$ $\quad \varphi \to 0$

$\sin\varphi \to 0$ $\quad \alpha \to \frac{F}{\omega_0^2}$ la amplitud esta condicionada por la característica del material que ejerce la fuerza elástica



$x(t) = \alpha \cos(\omega t)$

$\dot{x}(t) = -\alpha\omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

la velocidad se adelanta respecto de F(t) con desfasaje = $\frac{\pi}{2}$ y la respuesta concuerda con F(t)

b) Condición de resonancia

Es decir, bajo que condiciones se obtiene una respuesta máxima.

$$\alpha = \frac{f}{\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2b\omega)^2\right]^{1/2}}$$

$$\frac{d\alpha}{dw} = \frac{f\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2b\omega)^2\right]^{1/2}}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2b\omega)^2} \quad \therefore\ 1 = \frac{\alpha^2}{f}\,\frac{1}{2}\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+(2b\omega)^2\right]^{-1/2} \cdot \underbrace{\left(2(\omega_0^2-\omega^2)(-2\omega)+2(2b\omega)2b\right)}_{=0\ \text{pc}}$$

$$\Rightarrow -4\omega(\omega_0^2-\omega^2)+8b^2\omega = 0$$

$$4\omega\left[-\omega_0^2+\omega^2+2b^2\right] = 0$$

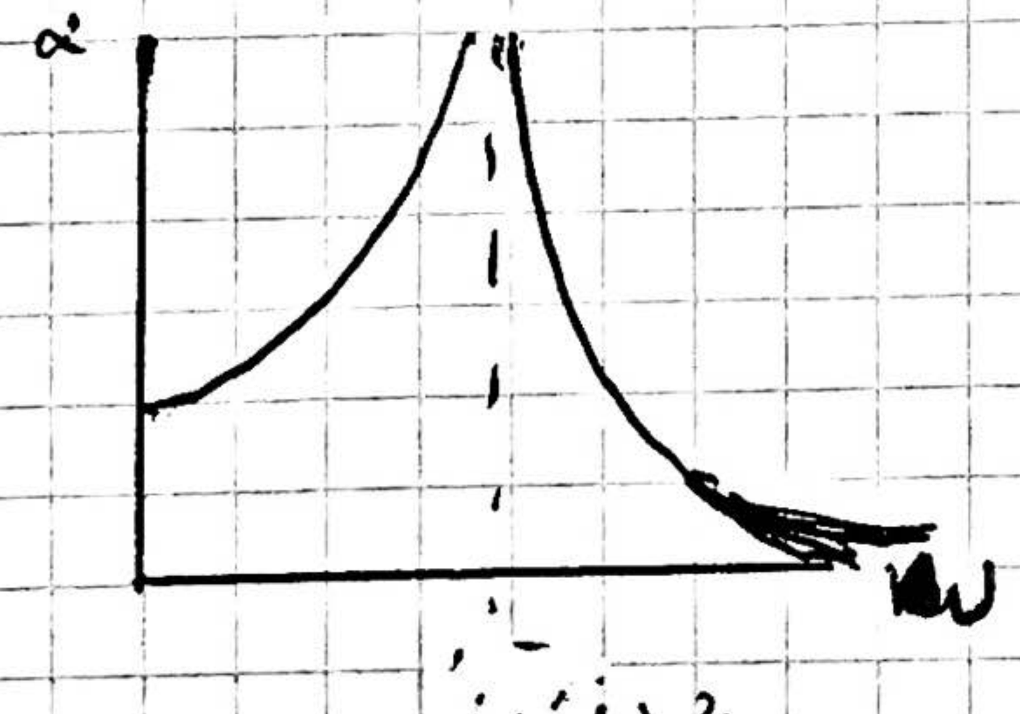
$$\boxed{\omega^2 = -2b^2+\omega_0^2}$$ Para máx ~~frecuen~~ amplitud

$\Rightarrow$ si $\omega^2 = -2b^2+\omega_0^2$

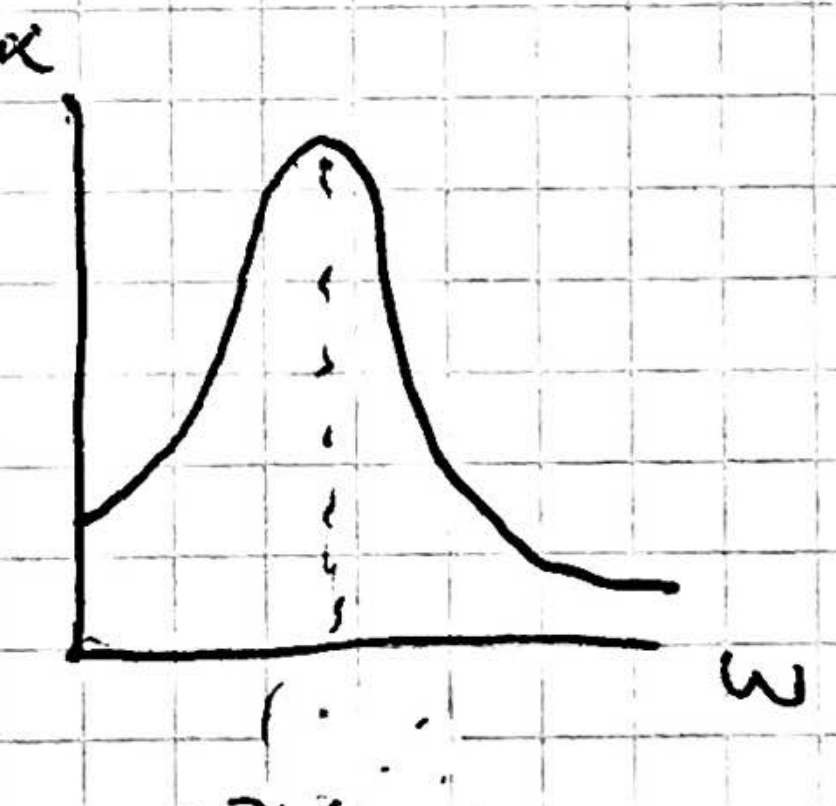
$$\alpha = \frac{f}{\left[(\omega_0^2+2b^2-\omega_0^2)^2+4b^2(-2b^2+\omega_0^2)\right]^{1/2}} = \frac{f}{\left[4b^4+4b^2(-2b^2+\omega_0^2)\right]^{1/2}} = \frac{f}{\left[4b^4(1-2b^2+\omega_0^2)\right]^{1/2}}$$

$$\alpha = \frac{f}{2b^2(1-2b^2+\omega_0^2)^{1/2}}$$

Si $b \to 0 \Rightarrow \alpha \to \infty$ Entonces



si $b \neq 0$



si $b = 0$ (extremo)

para menor b, ~~lee~~ el pico es mas fino en $\omega^2 = -2b^2+\omega_0^2$

Por lo tanto a menor b (que esta relacionado con el medio viscoso) la respuesta sera mayor. Si $b \to 0$, $\alpha \to \infty$ y $\omega \to \omega_0$

Y entonces $\cos\varphi = \frac{\omega_0^2-\omega_0^2}{\ldots} \to 0$ $\quad \sin\varphi \to 1 \quad \therefore\ \varphi \to \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow H=\frac{1}{2}m_s(\vec{v}_s)^2+\frac{1}{2}m_T v_T^2-\frac{G m_s m_T}{r}$$

$$\cancel{H=\frac{1}{2}m_s\left(\frac{-m_s\vec{r}}{m_s+m_T}\right)^2+\frac{1}{2}m_T v_c \quad H=\frac{1}{2}m_s(\dot r\hat r+r\dot\varphi\hat\varphi)^2+\frac{1}{2}}$$

$$H=\frac{1}{2}m_s\left(\frac{-m_T\dot{\vec{r}}}{m_s+m_T}\right)^2+\frac{1}{2}m_T\left(\frac{m_s}{m_T+m_s}\dot{\vec{r}}\right)^2-\frac{G m_s m_T}{r}$$

$$=\frac{1}{2}m_s\frac{m_T^2}{(m_s+m_T)^2}\dot{\vec{r}}\dot{\vec{r}}+\frac{1}{2}m_T\frac{m_s^2}{(m_s+m_T)^2}\dot{\vec{r}}\dot{\vec{r}}-\frac{G m_s m_T}{r}$$

$$=\frac{1}{2}\dot{\vec{r}}\dot{\vec{r}}\left(\frac{m_s m_T}{(m_s+m_T)^2}(m_T+m_s)\right)-\frac{G m_s m_T}{r}$$

$$=\frac{1}{2}\mu\dot{\vec{r}}\dot{\vec{r}}-\frac{G m_s m_T}{r}=\frac{1}{2}\mu(\dot r^2+r^2\dot\varphi^2)-\frac{G m_s m_T}{r}=cte=E$$

$$E=\frac{1}{2}\mu\dot r^2+\frac{1}{2}\mu r^2\dot\varphi^2-\frac{G m_s m_T}{r}$$

$$l=\mu r^2\dot\varphi \qquad \dot\varphi=\frac{l}{\mu r^2}$$

$$\Rightarrow E=\frac{1}{2}\mu\dot r^2+\underbrace{\frac{1}{2}\frac{l^2}{\mu r^2}}_{V_{centrif}}-\frac{G m_s m_T}{r} \quad V_{ef}$$

Esto pasa ya que al descomponer al mov unidireccionalmente estamos adosando un sist de ref no inercial que rota alrededor del cm con v_φ y $\Rightarrow$ el sist no es inercial

$\Rightarrow$ Tenemos finalmente

1) Un mov alrededor del origen con v tangencial $v_\varphi=\frac{l}{\mu r}$ como $v_\varphi=r\dot\varphi\Rightarrow\dot\varphi=\frac{l}{\mu r^2}$

2) Un mov radial con v_r dada por

$$E=\frac{1}{2}\mu v_r^2+\frac{1}{2}\frac{l^2}{\mu r^2}-\frac{G m_s m_T}{r}$$

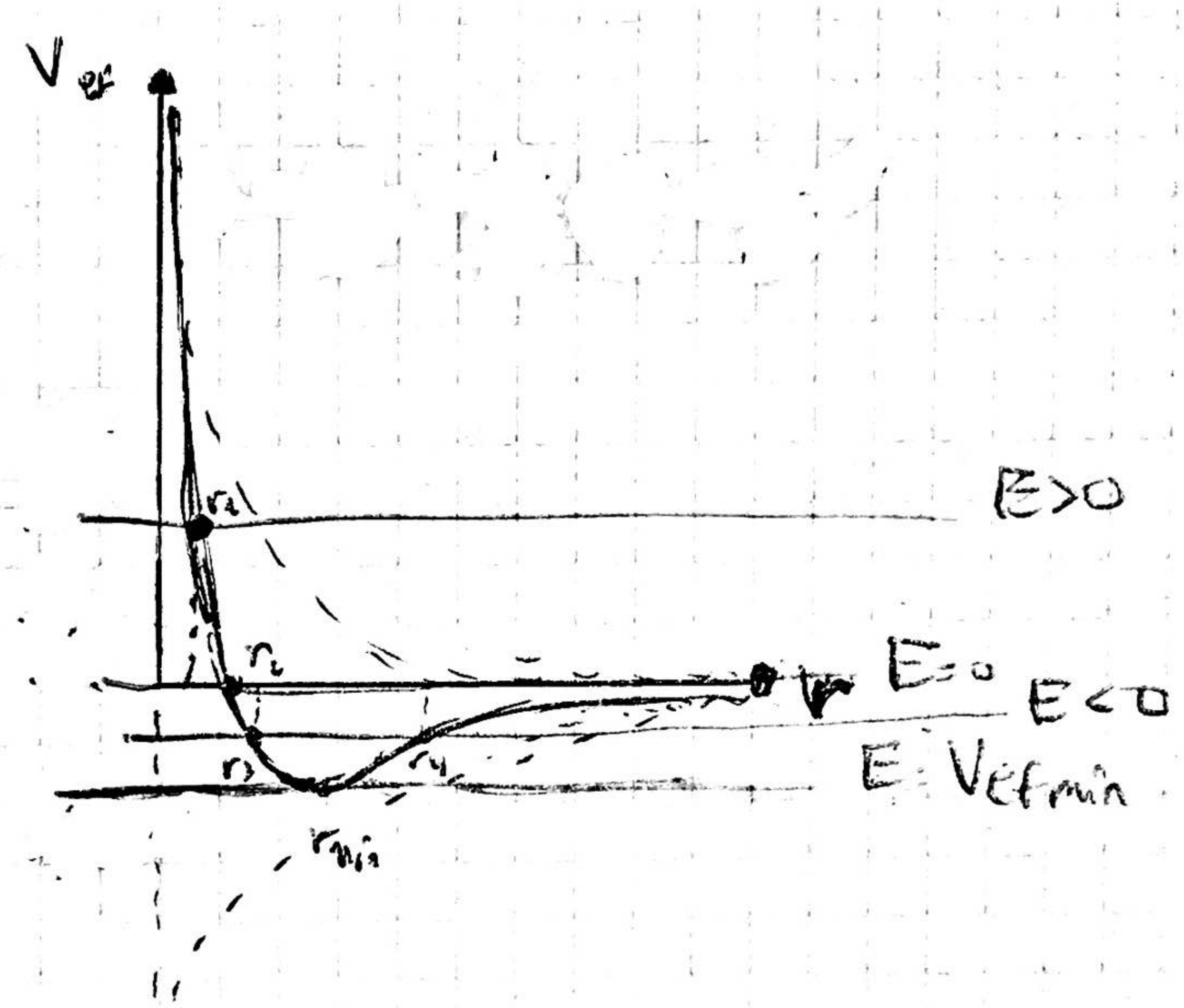
Analicemos el $V_{ef}=\frac{1}{2}\frac{l^2}{\mu r^2}-\frac{G m_s m_T}{r}$

$$\frac{dV_{ef}}{dr}=-\frac{\cancel{2}\,l^2}{\cancel{2}\,\mu r^3}+\frac{G m_s m_T}{r^2} \qquad y \quad =0$$

$$\frac{G m_s m_T}{r^2}=\frac{l^2}{\mu r^3} \qquad r_{min}=\frac{l^2}{\mu G m_s m_T}$$

$$V_{ef}(r_{min}) = \frac{1\,\ell^2}{2\mu}\cdot\left(\frac{\mu^2 G^2 m_s^2 m_T^2}{\ell^4}\right) - \frac{\mu G^2 m_s^2 m_T^2}{\ell^2}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{G^2 m_s^2 m_T^2}{\ell^2}$$



Para $E>0$ se tiene un mov semiligado que alcanza un r (r_1) y luego regresa a $+\infty$

Para $E=0$ se tiene también un mov semiligado que alcanza un $r(r_2)$ y luego vuelve a $+\infty$ pero con $v=0$

Para $E<0$ se tiene un mov ligado que oscila entre dos r $(r_3$ y $r_4)$

Para $E = V_{ef\,min}$ el movimiento es circular con r_{min} cte.

c) Sin integrar las ec

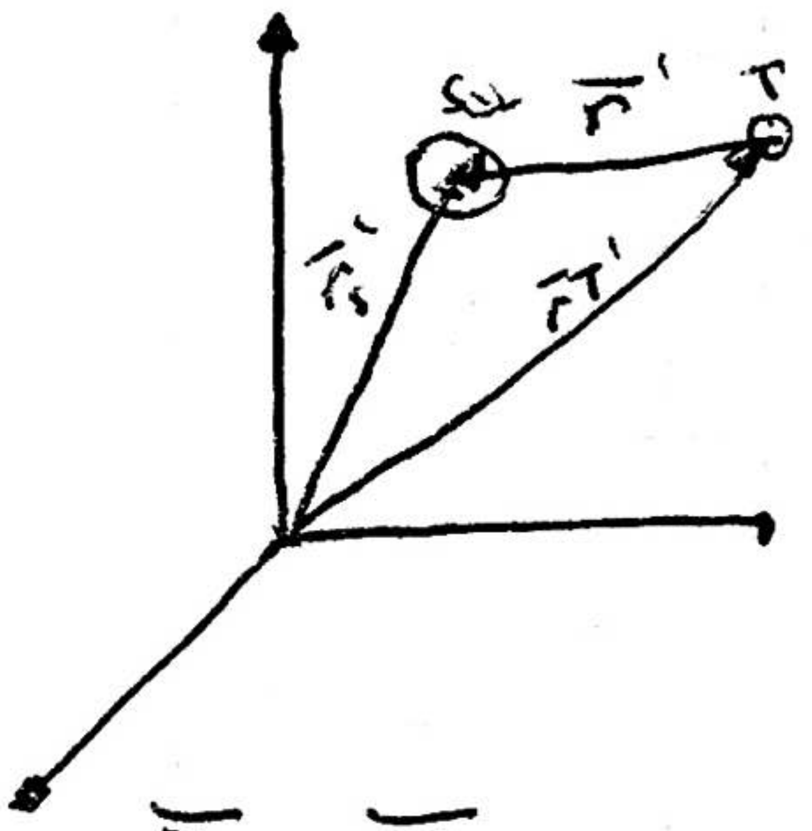
Para $E = V_{ef\,min}$ el mov tiene un radio r_{min} cte y constituye a un mov circular

Para $E<0$ el sistema oscila entre dos radios uno menor que el otro por lo tanto el mov es elipsoidal

Para $E=0$ se tiene un mov semiligado con un radio

1) Considere el sistema Sol-Tierra, como una aproximación, que puede despreciar las interacciones con el resto de los cuerpos celestes

a) Encuentre que magnitudes se conservan. Justifique



$\bar{r} = \bar{r}_S' - \bar{r}_T'$

$\bar{F}_{ST} = -\bar{F}_{TS}$

$\bar{F}_{ST} = -\dfrac{G m_S m_T}{r'^2}\hat{r}$

$\bar{p}_{sist} = \bar{p}_{Sol} + \bar{p}_T = m_S \bar{v}_S + m_T \bar{v}_T$

$\dfrac{d\bar{p}_{sist}}{dt} = \bar{F}^e = \bar{0}$ ∴ $\bar{p}_{sist}$ se conserva

$\bar{L}_{cm} = \ldots$

$\dfrac{d\bar{L}_{cm}}{dt} = \bar{N}^{ext} = \bar{0}$ porque la fuerza de acción grav es central para el sist de dos masas, ya que cm se encuentra entre ambos. ∴ $\bar{L}_{cm} = cte$ se conserva

H

$dW_{nocons} = dW_{ST} + dW_{TS} = \bar{F}_{ST}\, d\bar{r}_S' + \bar{F}_{TS}\, d\bar{r}_T'$

$= \bar{F}_{ST}(d\bar{r}_S' - d\bar{r}_T') = \bar{F}_{ST}\, d(\bar{r}_S' - \bar{r}_T') = \bar{F}_{ST}\, d(\bar{r}')$ que si es conservativo en conjunto, pero las fuerzas por separado no.

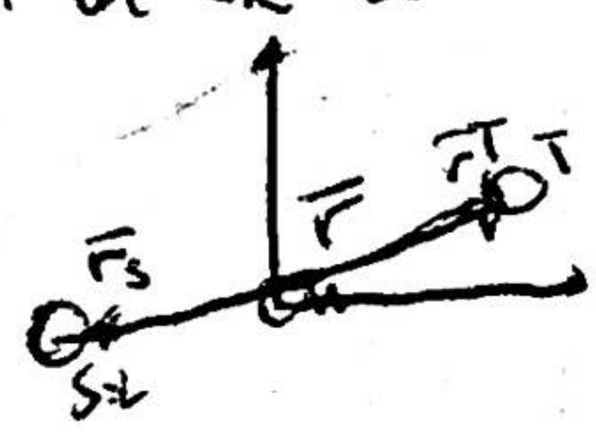
∴ H se conserva

b) Escriba la expresión de las magnitudes que se conservan y encuentre el pot ef del sistema ¿Como puede interpretarlo?

Definamos $\bar{R}' = (\text{pos cm}) = \dfrac{m_S \bar{r}_S' + m_T \bar{r}_T'}{m_S + m_T}$

Las versiones primadas son para un sist inercial como el de arriba. Ahora trabajaremos con un SR en el cm

$\bar{r} = \bar{r}_S - \bar{r}_T$ $\quad \bar{R} = \dfrac{m_S \bar{r}_S + m_T \bar{r}_T}{m_S + m_T} = \bar{0}$



Respecto cm, el cm esta quieto ∴ $\dot{\bar{R}} = \bar{0}$ y $\ddot{\bar{R}} = \bar{0}$

trabajando con $\mu = \dfrac{m_S m_T}{(m_S + m_T)}$

$\bar r = \bar r_s' - \bar r_T'$ $\quad \bar R = \frac{m_s \bar r_s' + m_T \bar r_T'}{m_s+m_T}$

$\bar r = \bar r_s - \bar r_T$ $\quad \bar R = \bar 0 = \frac{m_s \bar r_s + m_T \bar r_T}{m_s+m_T}$

despejando

$\bar r_s' = \bar R - \frac{m_T}{m_s+m_T}\bar r$ $\quad \bar r_T' = \bar R + \frac{m_s}{m_s+m_T}\bar r$

y respecto cm

$\bar r_s = \frac{-m_T}{m_s+m_T}\bar r$ $\quad \bar r_T = \frac{m_s}{m_s+m_T}\bar r$

$$\bar L_{cm} = \bar r_s \times \bar p_s + \bar r_T\times \bar p_T = m_s\left(\frac{-m_T}{m_s+m_T}\bar r\right)\times\left(\frac{-m_T}{m_s+m_T}\dot{\bar r}\right) + m_T\left(\frac{m_s}{m_s+m_T}\bar r\right)\times\left(\frac{m_s}{m_s+m_T}\dot{\bar r}\right)$$

$$= \frac{m_s m_T^2}{(m_s+m_T)^2}\bar r\times\dot{\bar r} + \frac{m_T m_s^2}{(m_s+m_T)^2}\bar r\times \dot{\bar r} = \frac{m_s m_T}{(m_s+m_T)}\cancel{\left(\frac{m_T+m_s}{m_T+m_s}\right)}\bar r\times\dot{\bar r} = \mu \bar r\times\dot{\bar r} \text{ cte}$$

$\bar L_{cm} = \mu\bar r\times\dot{\bar r}$ $\quad$ si usamos polares

$\bar r = r\hat r$ $\quad \dot{\bar r} = \dot r\hat r + r\dot\varphi\hat\varphi$

$\bar L_{cm} = \mu r\hat r\times(\dot r\hat r + r\dot\varphi\hat\varphi) = \mu r^2\dot\varphi\hat n$ $\quad \hat n$ = versor normal a $\hat r$ y $\hat\varphi$

$=$ cte $= l\hat n$

$\bar P_{cm} = m_s \bar r_s + m_T\bar r_T = \frac{-m_s m_T}{m_s+m_T}\bar r + \frac{m_T m_s}{m_s+m_T}\bar r = \bar 0$ (porque visto desde cm está quieto)

$$dW = \bar F_{ST}\,d\bar r_s + \bar F_{TS}\,d\bar r_T = \bar F_{ST}\,d(\bar r_s - \bar r_T) = \bar F_{ST}\,d\bar r = -\frac{G m_s m_T}{r^2}\hat r\cdot dr\,\hat r = -\frac{G m_s m_T}{r^2}dr$$

$\oint dW = \oint -\frac{Gm_sm_T}{r^2}dr$ $\quad$ como es cons en conjunto

$$V(r) = -\int_{r_0}^{r} -\frac{Gm_sm_T}{r^2}dr + V(r_0) = -\frac{Gm_sm_T}{r} + \frac{Gm_sm_T}{r_0} + V(r_0)$$

Por ej si tomamos $r_0\to\infty$ y $V(r_0)=0$

$$V(r) = -\frac{Gm_sm_T}{r}$$