Emiliano Forte Hoja 1/4

Ejercicio 1

A

$\eta = \frac{W_{neto}}{Q_{abs}}$ ~~$\Rightarrow (\ldots a)$~~

a) $\eta_a = \frac{W_{neto\,a}}{Q_{abs\,a}}$ Tenemos ciclos así que para cada ciclo reversible

$\Delta E = \Delta S = 0$

$\Delta E = Q_{TOT} - W_s \Leftrightarrow Q_{TOT} = W_{neto}$

$\Rightarrow \eta_a = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}}{Q_{AB}}$ Como nuestro gráfico, obtenemos el calor por tramo como el área debajo de la curva

$\Rightarrow Q_{AB} = (S_2 - S_1).T_2$ (rectangulo)

$Q_{BC} = -(S_2 - S_1)T_1 - \frac{(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{2}$ − (rectangulo + triángulo)

$Q_{CA} = 0$; $dS = 0 = \frac{dQ_{rev}}{T} \Rightarrow dQ_{rev} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = 0$

así $\eta_a = \frac{(S_2 - S_1)T_2 + \left[-(S_2 - S_1)T_1 - \frac{(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{2}\right]}{(S_2 - S_1)T_2}$

$\Rightarrow \eta_a = 1 - \frac{\cancel{(S_2 - S_1)}\left[T_1 + \frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2}\right]}{\cancel{(S_2 - S_1)}T_2} = 1 - \left(\frac{T_1 + T_2}{2T_2}\right)$ ✓

b) $\eta_b = \frac{Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}}{Q_{AB}}$

$Q_{AB} = (S_2 - S_1)T_1 + \frac{(S_2 - S_1)(T_2 - T_1)}{2}$

$Q_{BC} = -(S_2 - S_1)T_1$

$Q_{CA} = 0$ como antes

así $\eta_b = \frac{(S_2 - S_1)T_1 + (S_2 - S_1)\frac{(T_2 - T_1)}{2} - (S_2 - S_1)T_1}{(S_2 - S_1)T_1 + (S_2 - S_1)\frac{(T_2 - T_1)}{2}}$

$\Rightarrow \eta_b = 1 - \frac{\cancel{(S_2 - S_1)}T_1}{\cancel{(S_2 - S_1)}\left[T_1 + \frac{T_2}{2} - \frac{T_1}{2}\right]} = 1 - \left(\frac{T_1 2}{T_1 + T_2}\right)$ ✓

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \eta_A &= 1 - \left(\frac{T_1+T_2}{2T_2}\right) \\ \eta_B &= 1 - \left(\frac{2T_1}{T_1+T_2}\right) \end{aligned}}$$

¿Cual es la más eficiente?

Veamos

$$\eta_A > \eta_B \,? \iff -\left(\frac{T_1+T_2}{2T_2}\right) > -\left(\frac{2T_1}{T_1+T_2}\right)$$

$$\iff (T_1+T_2)^2 \leq 4T_1T_2 \iff T_1^2 + 2T_1T_2 + T_2^2 - 4T_1T_2 \leq 0$$

$$\iff T_1^2 - 2T_1T_2 + T_2^2 \leq 0$$

$$\iff (T_1 - T_2)^2 \leq 0$$ absurdo (pues $T_2 > T_1$ no puede ser cero, y al cuadrado no negativo)

$$\Rightarrow \boxed{\eta_B > \eta_A}$$

Ejercicio 2

a) $H = E + PV$

$dH = dQ + VdP \Rightarrow dH\big|_{P_{atm=cte}} = dQ$

$\Rightarrow \frac{\partial H}{\partial T}\Big|_P = \frac{\partial Q}{\partial T}\Big|_P = C_p \Rightarrow \Delta H = C_p \Delta T$

$H_{sist} = H_{sol} + H_{liq}$

Como nuestro recipiente es adiabático, no hay intercambio de calor con el exterior

$\Rightarrow dH_{sist} = dQ \Rightarrow \Delta H_{sist} = Q = 0$

como

$\Rightarrow \boxed{\Delta H_{sist} = \Delta H_{sol} + \Delta H|_{liq} = 0}$

es C_{p_2} (derretirse hielo y calentar agua)

b) T_{eq}? $0 = \Delta H_{sol} + \Delta H|_{liq} = L_f\, m_{hielo} + C_{p_{hielo}}\, m_{hielo} (T_{eq} - 273K) + C_{p_{agua}}\, m_{agua} (T_{eq} - 298K)$

$\Leftrightarrow \frac{80cal}{gr} \cdot 200gr + 200gr \cdot 0.5\frac{cal}{gK}(T_{eq} - 273K) + 3000g \cdot \frac{1cal}{gK}(T_{eq} - 298K) = 0$

$\Leftrightarrow 16000\,cal + 100\frac{cal}{K}T_{eq} + 3000\frac{cal}{K}T_{eq} = 100\,cal\,\frac{273K}{K} + 3000\,cal\,\frac{298K}{K}$

$\Leftrightarrow \boxed{T_{eq} \cong 292.03K}$

c)

$\Delta S_{sist} = \Delta S_{sol} + \Delta S_{liq}$

$\Delta S_{liq} \cdot dS\big|_{liq_P} = \frac{mC_p\,dT}{T} = \int_{298K}^{292.03K} \frac{1cal}{gK}\frac{dT}{T} = \frac{1cal}{gK}\ln\left(\frac{292.03K}{298K}\right)$

$\Rightarrow \Delta S_{liq} \cong -0.02\frac{cal}{gK}$

me olvide la masa

$\underline{\Delta S_{liq}}$: $\quad dS_{liq}\big|_p = \frac{C_{p_{liq}} m_{liq}}{T} dT \quad (dQ|_p = C_p dT)$

arrastrás error

$$\Rightarrow \Delta S_{liq}\big|_p = \int_{298K}^{292.03K} \frac{1 cal}{gK} \cdot 3000g \cdot \frac{dT}{T} = 3000 \frac{cal}{K} \cdot \ln\left(\frac{292.03}{298}\right) \approx -60.71 \frac{cal}{K}$$

$$\Delta S_{sól}\big|_p = \Delta S_{sol}\big|_{\substack{p \\ fusión}} + \Delta S_{sol}\big|_{\substack{p \\ \Delta T}} = m_H \underbrace{\frac{L_f}{T}}_{dQ|_p = L_f} + \int_{273K}^{292.03K} m_H \frac{C_p\, dT}{T} = \frac{16000 cal}{273K} + \frac{100 cal}{K} \cdot \ln\left(\frac{292.03}{273}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_{sól}\big|_p \approx 65.33 \frac{cal}{K} \times$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta S = \Delta S_{líq} + \Delta S_{sól} \approx 4.6 \frac{cal}{K} > 0 \text{ proceso irreversible concuerda} \\ \Delta S_{sol} \cong 65.33 \frac{cal}{K} \qquad \Delta S_{líq} \cong -60.71 \frac{cal}{K} \end{array}}$$

¿Por qué podés usar $dS = \frac{dQ_{REV}}{T}$ si el proceso es irrev-? Falta justificar eso

Ejercicio 4

$$f(v) = C v^2 e^{-\frac{m}{2k_BT} v^2} \quad \text{velocidades escalares}$$

a) Halle C

$\frac{dN_v}{dN} = f(v)dv$ probabilidad de una velocidad entre v y $v+dv$

$\Rightarrow$ integrando todas las posibilidades

$$1 = \int_0^{+\infty} f(v)dv = C\int_0^{+\infty} v^2 e^{\frac{-mv^2}{2k_BT}} dv$$

Por enunciado $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$ $\Rightarrow$ sea $r = \sqrt{\frac{m}{2k_BT}}\, v$

$$1 = C\int_0^{+\infty} \frac{2k_BT}{m} r^2 e^{-r^2} \sqrt{\frac{2k_BT}{m}}\, dr$$

$$1 = C\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{3/2} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{4} \Leftrightarrow \boxed{C = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2}}$$

b) $$\langle v \rangle = \int \text{Prob.}\, v = \int_0^{+\infty} \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2} \cdot v^3 e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2} dv$$

análogo $$\langle v \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2}\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^2 \int_0^{+\infty} r^3 e^{-r^2} dr$$

$$\Rightarrow \langle v \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2}}$$

$$\langle v^2 \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2} \int_0^{+\infty} v^4 e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2} dv$$

dos caminos: a) usando la fórmula que nos dan

b) usando $\int_0^{+\infty} v^4 e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2} dv = \frac{-\partial}{\partial\left(\frac{m}{2k_BT}\right)}\left(\underbrace{\int_0^{+\infty} v^2 e^{-\frac{m}{2k_BT}v^2} dv}_{\frac{1}{C}}\right)$

$$\Rightarrow \langle v^2 \rangle = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{5/2} \frac{d\left[-\frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{3/2}\right]}{d\left(\frac{m}{2k_BT}\right)} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2k_BT}\right)^{3/2} \cdot \frac{3}{2}\frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{\quad}{\quad}\right)^{5/2}$$

$\Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\langle v^2\rangle = \frac{3}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}k_BT}{m}} = \frac{3k_BT}{m}$ ✓

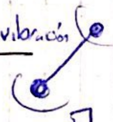
c) $\langle v\rangle = 11.2\frac{km}{s} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot\left(\frac{2k_BT_e}{m}\right)^{1/2}$

$\Leftrightarrow (11.2)^2\frac{km^2}{s^2} = \frac{4}{\pi}\cdot\frac{2k_BT_e}{m} \Leftrightarrow T_e = \frac{(11.2)^2}{8}\frac{km^2}{s^2}\frac{\pi\, m}{k_B}\cdot 0.001$

gr → kg

$\boxed{T_e = 11916.77409\ K}$: ¿Sí? Tienes que ponerlo en $\frac{m}{s}$

d) $\Rightarrow$ seguimos con 3 de translación; + 2 de rotación, +1 vibración



esa rotación no importa $\rightarrow$ 2

$\Rightarrow \langle\epsilon\rangle = \frac{m}{2}\langle v^2\rangle = \frac{\cancel{m}}{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}k_BT}{\cancel{m}}\left[\underbrace{\frac{3}{2}}_{\text{los de translación de antes}} + \underbrace{1}_{\text{dos de rotación de ahora}} + \frac{1}{2}_{\text{de vibración}}\right]$

vibración

↖ Por teorema de equipartición

↓

Por la vibración aporta 2 términos cuadráticos

$\underbrace{\frac{1}{2}\mu v^2 + \frac{1}{2}kr^2}_{\text{vibración}}$

$c_v = \frac{\partial}{\partial T}\langle\epsilon\rangle\Big|_V = 3k_BT$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v} =$

Ejercicio 3

$$\alpha_{coex} = \frac{1}{V}\frac{\partial v}{\partial T}\Big|_{coex}$$

$$CC \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial T}\Big|_{coex} = \frac{L}{T(v_g - v_l)}$$ que sale de $dg_l(T,P) = dg_g(T,P)$

$$Pv = RT$$

en coexistencia de fases

$$\cancel{T_l = T_g \Leftrightarrow dT_l = dT_g}$$

$$\cancel{dT_l = \frac{\partial T}{\partial P}\Big|_{coex} dP + \frac{\partial T}{\partial v}\Big|_{coex} dv}$$ nope.

esto es $\frac{\partial p}{\partial T}\Big|_V dT + \frac{\partial p}{\partial V}\Big|_T dV$

No es sobre el camino de coexistencia, si no sobre el d

$$dg(T,V) = -s(T,v)dT + v\,dP(T,v)$$

$$= -s(T,v)dT + v\left[\frac{\partial P}{\partial T}\Big|_{coex} dT + \frac{\partial P}{\partial v}\Big|_{coex} dv\right]$$

$$= -s\,dT + v\left[\frac{L}{T(v_g - v_l)}dT + \underbrace{\left(-\frac{RT}{v^2}\right)}_{\text{de gas ideal}} dv\right]$$

Pero esto da justamente la ec. de Clasius Clapeyron

$dg_l = dg_g$

$$\Rightarrow \left[-s_g + \frac{v_g L}{T(v_g - v_l)}\right]dT - \frac{RT}{v_g}dv = \left[-s_l + \frac{v_l L}{T(v_g - v_l)}\right]dT - \frac{RT}{v_l}dv$$

$$\Leftrightarrow \left[(s_l - s_g) + \frac{\cancel{(v_g - v_l)} L}{T\cancel{(v_g - v_l)}}\right]dT = RT\left[\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_l}\right]dv$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dT}\Big|_{coex} = \frac{(s_l - s_g) + L/T}{RT\left[\frac{1}{v_g} - \frac{1}{v_l}\right]} =$$

utilizando $\frac{dP}{dT}\Big|_{coex} = \frac{L}{T(v_g - v_l)} = \frac{s_g - s_l}{v_g - v_l}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dT}\Big|_{coex} = \frac{2L\,v_g v_l}{RT^2(v_l - v_g)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_{coex} = \frac{1}{V}\cdot\frac{2L\,v_g v_l}{RT^2(v_l - v_g)}}$$