

一、实验内容

1. **问题描述：**旅行商问题，即TSP问题（Traveling Salesman Problem）又译为旅行推销员问题、货郎担问题，是数学领域中著名问题之一。假设有一个旅行商人要拜访n个城市，他必须选择所要走的路径，路径的限制是每个城市只能拜访一次，而且最后要回到原来出发的城市。路径的选择目标是要求得的路径路程为所有路径之中的最小值。

2. **内容提要：**以N个节点的TSP（旅行商问题）问题为例，应用遗传算法并用选定的编程语言，设计简单的遗传优化系统对问题进行求解，求出问题的最优解，通过实验培养学生利用遗传算法进行问题求解的基本技能。

下面给出30个城市的位置信息：

表1    Oliver TSP问题的30个城市位置坐标

城市编号	坐标	城市编号	坐标	城市编号	坐标
1	(87, 7)	11	(58, 69)	21	(4, 50)
2	(91, 38)	12	(54, 62)	22	(13, 40)
3	(83, 46)	13	(51, 67)	23	(18, 40)
4	(71, 44)	14	(37, 84)	24	(24, 42)
5	(64, 60)	15	(41, 94)	25	(25, 38)
6	(68, 58)	16	(2, 99)	26	(41, 26)
7	(83, 69)	17	(7, 64)	27	(45, 21)
8	(87, 76)	18	(22, 60)	28	(44, 35)
9	(74, 78)	19	(25, 62)	29	(58, 35)

10	(71, 71)	20	(18, 54)	30	(62, 32)
----	----------	----	----------	----	----------

也可取前10个城市的坐标进行测试：

表2 Oliver TSP问题的10个城市位置坐标

城市编号	坐标
1	(87, 7)
2	(91, 38)
3	(83, 46)
4	(71, 44)
5	(64, 60)
6	(68, 58)
7	(83, 69)
8	(87, 76)
9	(74, 78)
10	(71, 71)

上述30/10个城市的求解中编号从0开始，把所有路径搜索完又返回到出发节点。

## 二、实验设备

1. 实验设备：台式机/笔记本等不限
2. 平台：Visual C++ / Python等不限

## 三、实验步骤

- 1. 生成N个二维坐标节点。
- 2. 应用遗传算法并用选定的编程语言，设计简单的遗传优化系统对问题进行求解，求出问题的最优解。
- 3. 选择适当可视化方法显示结果。
- 4. 分析适应度函数对启发式搜索算法的影响。
- 5.\*扩展选做题：考虑不同数值N对最终结果和求解性能的影响

```
def mutation(routes,n_cities):

    #变异操作

    prob=0.3#设置变异概率

    p_rand=np.random.rand(len(routes))#生成变异序列，0到1的随机数

    for i in range(len(routes)):

        if p_rand[i]<prob:# 判断当前路线是否满足变异条件（随机数小于变异概率）

            mut_position = np.random.choice(range(n_cities), size=2, replace=False)

            l, r = mut_position[0], mut_position[1]

            routes[i,l],routes[i,r]=routes[i,r],routes[i,l]

    return routes
```

无设置交叉概率，导致每次都交叉

#### 四、分析说明（包括结果图表分析说明，主要核心代码及解释）

实验思路：

旅行商问题是一个经典的组合优化问题，问题的描述是：给定一组城市和城市之间的距离，要求找到一条最短的路径，使得旅行商从某一个城市出发，经过每一个城市且仅经过一次，最后回到出发城市。

## 1. 初始化

```
def init_route(n_route, n_cities):#初始化路线

    routes = np.zeros((n_route, n_cities)).astype(int)#初始化

    for i in range(n_route):#随机生成不重复的n_route条在限定城市的数量

        routes[i] = np.random.choice(range(n_cities), size=n_cities, replace=False)

    return routes
```

## 2. 生成N个二维坐标节点

```
def random_cities(cities_n): # 假设城市的坐标范围在0到100之间

    range_limit = 100

    coordinates=[]

    while len(coordinates) < cities_n:

        x = random.randint(0, range_limit)

        y = random.randint(0, range_limit)

        coordinates.append((x,y))#加入坐标

    return coordinates
```

## 3. 计算路线适应度

```
def get_two_cities_dist(city1,city2):#返回两地欧氏距离

    x_1,y_1=city1

    x_2,y_2=city2

    return math.sqrt(math.pow(x_1-x_2,2)+math.pow(y_1-y_2,2))
```

```

def get_cities_distance(cities):#获取城市间的距离矩阵

    dist_matrix=np.zeros((len(cities),len(cities)))#初始化

    n_cities=len(cities)

    for i in range(n_cities-1):

        for j in range(i+1,n_cities):

            dist=get_two_cities_dist(cities[i],cities[j])

            dist_matrix[i,j]=dist

            dist_matrix[j,i]=dist

        return dist_matrix

def get_all_routes_fitness_value(routes,dist_matrix):#计算所有路线的适应度

    fitness_values=np.zeros(len(routes))#一维数组

    for i in range(len(routes)):

        f_value=get_route_fitness_value(routes[i],dist_matrix)

        fitness_values[i]=f_value

    return fitness_values

```

#### 4. 生成随机路径

```

for i in range(n_route):#随机生成不重复的n_route条在限定城市的数量

    routes[i] = np.random.choice(range(n_cities), size=n_cities, replace=False)

```

#### 5. 选择个体

```

def selection(routes,fitness_values):#选择操作

    selected_routes=np.zeros(routes.shape).astype(int)#初始化选择路线

    probability=fitness_values/np.sum(fitness_values)#可能性，轮盘赌，按比例

    n_routes=routes.shape[0]#获取路线数量

    for i in range(n_routes):

        choice=np.random.choice(range(n_routes),p=probability)#按概率随机选取一条
路线
        selected_routes[i]=routes[choice]

    return selected_routes

```

## 6. 交叉操作

```

def crossover(routes,n_cities):#交叉操作

    for i in range(0,len(routes),2):#每次处理两条路线

        # 新建一维数组，用于存储交叉后的新路线

        r1_new, r2_new = np.zeros(n_cities), np.zeros(n_cities)

        # 随机选择交叉点

        seg_point = np.random.randint(0, n_cities)

        # 计算交叉段的长度

        cross_len = n_cities - seg_point

        #获取当前处理的两条路线r1, r2

        r1, r2 = routes[i], routes[i + 1]

        #提取交叉段:从交叉点开始提取r2的后半段给r1_cross，提取r1的后半段给
r2_cross。

```

```

r1_cross, r2_cross = r2[seg_point:], r1[seg_point:]

#提取非交叉段:使用np.in1d函数找到r1中不在r1_cross中的部分（即非交叉段），同
理找到r2中不在r2_cross中的部分。

r1_non_cross = r1[np.in1d(r1, r1_cross, invert=True)]

r2_non_cross = r2[np.in1d(r2, r2_cross, invert=True)]

#组合成新路线：将交叉段放入新路线的前半段，将非交叉段放入新路线的后半段

r1_new[:cross_len], r2_new[:cross_len] = r1_cross, r2_cross

r1_new[cross_len:], r2_new[cross_len:] = r1_non_cross, r2_non_cross

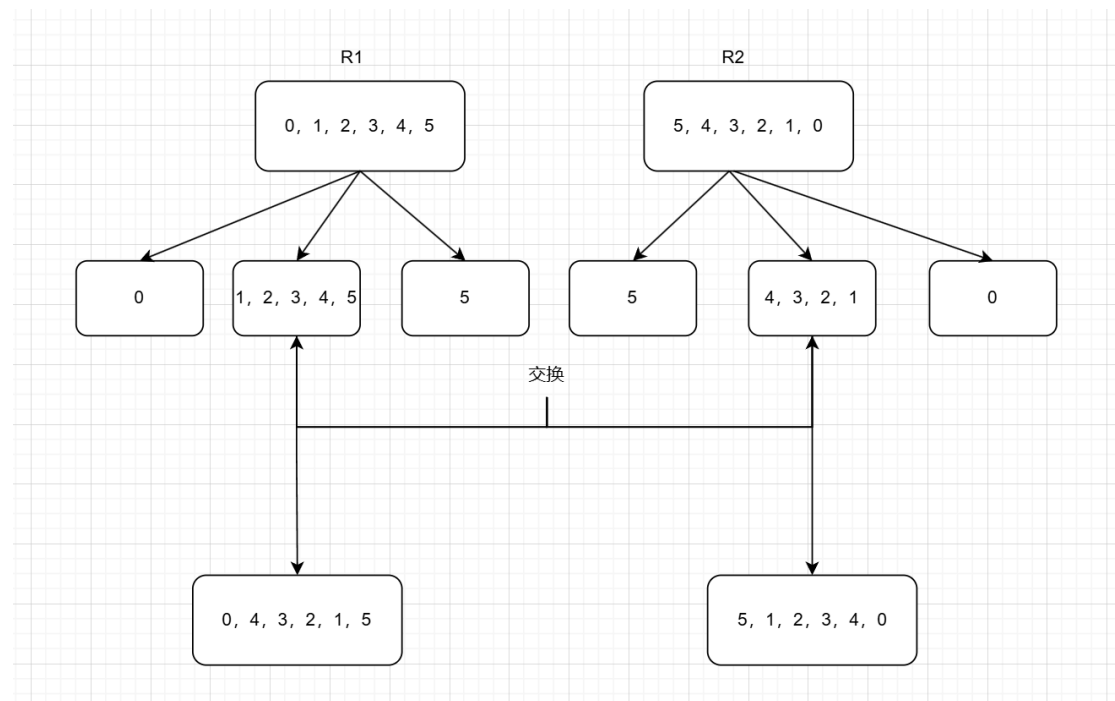
#更新原路线

routes[i], routes[i + 1] = r1_new, r2_new

return routes

```

交叉操作示意图：



交叉操作示意图

## 7. 变异操作

```
def mutation(routes,n_cities):

    #变异操作

    prob=0.01#设置变异概率

    p_rand=np.random.rand(len(routes))#生成变异序列，0到1的随机数

    for i in range(len(routes)):

        if p_rand[i]<prob:# 判断当前路线是否满足变异条件（随机数小于变异概率）

            mut_position = np.random.choice(range(n_cities), size=2, replace=False)

            l, r = mut_position[0], mut_position[1]

            routes[i,l],routes[i,r]=routes[i,r],routes[i,l]

    return routes
```

## 8. 遗传算法

```
# 8. 遗传算法

def genetic_algorithm(file_path, n_routes, max_epoch):

    cities = read_cities_from_file(file_path)

    dist_matrix = get_cities_distance(cities)

    routes = init_route(n_routes, len(cities))

    fitness_values = get_all_routes_fitness_value(routes, dist_matrix)

    best_route_index = np.argmax(fitness_values)

    best_route = routes[best_route_index]

    best_fitness = fitness_values[best_route_index]
```



```

for epoch in range(max_epoch):

    routes = selection(routes, fitness_values)

    routes = crossover(routes, len(cities))

    routes = mutation(routes, len(cities))

    fitness_values = get_all_routes_fitness_value(routes, dist_matrix)

    current_best_index = np.argmax(fitness_values)

    if fitness_values[current_best_index] > best_fitness:

        best_route = routes[current_best_index]

        best_fitness = fitness_values[current_best_index]

    if (epoch + 1) % 10 == 0:

        print(f'迭代次数: {epoch + 1}, 当前最优距离: {1 / best_fitness:.2f}')

print(f'最优路线: {best_route}, 最优距离: {1 / best_fitness:.2f}')

plot_best_route(cities, best_route)

```

## 9. 选择适当可视化方法显示结果

```

def plot_best_route(cities, best_route):

    # 提取城市坐标

    x = [cities[i][0] for i in best_route]

```

```
y = [cities[i][1] for i in best_route]

# 输出正确的路径顺序

print("最佳路径为:")

for i in best_route:

    print(i, end=" ")

print("\n")


# 绘制城市坐标点

plt.figure(figsize=(10, 10))

plt.scatter(x, y, s=100, c='r', marker='o')


# 在每个坐标点上添加编号标注

for i, (x_, y_) in enumerate(zip(x, y)):

    plt.text(x_, y_, str(best_route[i]), ha='center', va='bottom', fontsize=10)


# 绘制最佳路径

plt.plot(x + [x[0]], y + [y[0]], '-b', linewidth=2)


# 设置标题和坐标轴标签

plt.title("最佳路径")

plt.xlabel("X")
```

```
plt.ylabel("Y")
```

```
plt.grid(True)
```

```
plt.show()
```

## 10. 分析适应度函数对启发式搜索算法的影响

原始适应度函数：

$$\text{Fitness} = 1/\text{distance}$$

优点：简单高效，能引导算法优化路径。

缺点：适应度差异可能过小，影响选择压力。

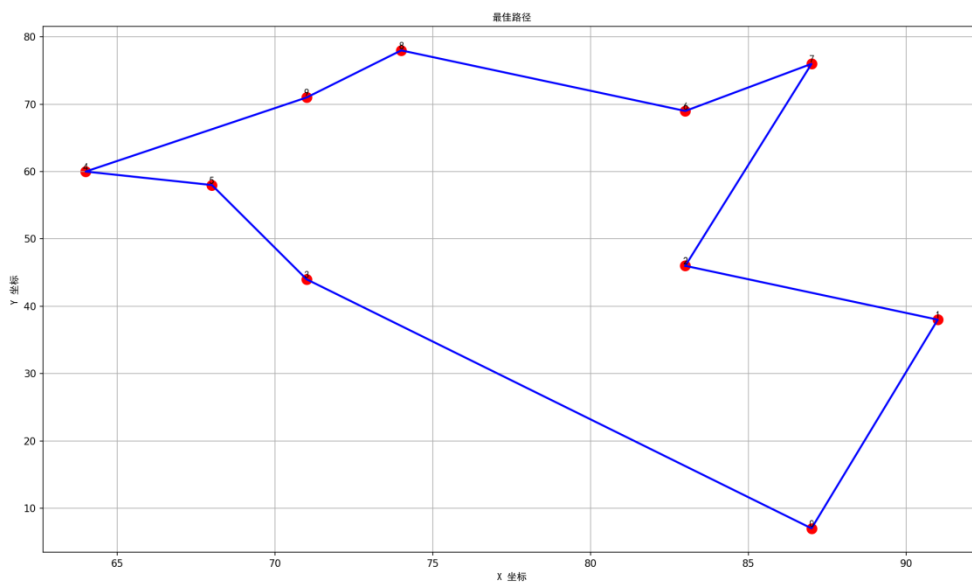
改进的适应度函数：

$$\text{Fitness} = 1/(\text{distance} * \text{distance})$$

优点：放大优解和劣解的差异，增加选择压力。

缺点：可能导致过早收敛。

实验结果：



最优路线：[2 1 0 3 5 4 9 8 6 7]，最优距离：173.38

最佳路径为：

2 1 0 3 5 4 9 8 6 7

10个城市的TSP结果

五、总结心得

## 1.交叉操作时没有考虑到交叉之后的城市会出现重复的现象

修改前:

```
#提取交叉段:从交叉点开始提取r2的后半段给r1_cross, 提取r1的后半段给r2_cross。

r1_cross, r2_cross = r2[seg_point:], r1[seg_point:]

#提取非交叉段:使用np.in1d函数找到r1中不在r1_cross中的部分(即非交叉段), 同理找到r2中
不在r2_cross中的部分。

r1_non_cross = r1[np.in1d(r1, r1_cross)]

r2_non_cross = r2[np.in1d(r2, r2_cross)]

#组合成新路线: 将交叉段放入新路线的前半段, 将非交叉段放入新路线的后半段

r1_new[:cross_len], r2_new[:cross_len] = r1_cross, r2_cross

r1_new[cross_len:], r2_new[cross_len:] = r1_non_cross, r2_non_cross
```

修改后:

```
#提取交叉段:从交叉点开始提取r2的后半段给r1_cross, 提取r1的后半段给r2_cross。

r1_cross, r2_cross = r2[seg_point:], r1[seg_point:]

#提取非交叉段:使用np.in1d函数找到r1中不在r1_cross中的部分(即非交叉段), 同理找到r2中
不在r2_cross中的部分。

r1_non_cross = r1[np.in1d(r1, r1_cross, invert=True)]

r2_non_cross = r2[np.in1d(r2, r2_cross, invert=True)]

#组合成新路线: 将交叉段放入新路线的前半段, 将非交叉段放入新路线的后半段

r1_new[:cross_len], r2_new[:cross_len] = r1_cross, r2_cross

r1_new[cross_len:], r2_new[cross_len:] = r1_non_cross, r2_non_cross
```

2.将系统设定的路线数量和迭代次数修改成手动输出，可以更好地调试参数

修改前：

```
n_routes_ = 100 # 路线  
  
epoch = 100000 # 迭代次数
```

修改后（手动输入）：

```
randomcities=int(input("请输入随机生成的城市数："))#生成城市  
  
# 手动输入路线数量  
  
n_routes_ = int(input("请输入路线数量："))  
  
# 手动输入迭代次数  
  
epoch = int(input("请输入迭代次数："))
```

3.计算适应度函数时没有算上最后一段返回出发点的距离，可能会导致计算的  
距离不准确。

修改前：

```
def get_route_fitness_value(route,dist_matrix):#计算路线适应度  
  
    dist_sum=0#适应度设为0  
  
    for i in range(len(route)-1):#route是一个一维的数组，包括一条路线  
  
        dist_sum+=dist_matrix[route[i],route[i+1]]  
  
    return 1/dist_sum
```

修改后：

```
def get_route_fitness_value(route,dist_matrix):#计算路线适应度  
  
    dist_sum=0#适应度设为0
```

```

for i in range(len(route)-1):#route是一个一维的数组，包括一条路线

    dist_sum+=dist_matrix[route[i],route[i+1]]

dist_sum+=dist_matrix[route[len(route)-1],route[0]]#加入最后返回原点的距离

return 1/dist_sum

```

#### 4. 将特定输入改为随机输入

修改前：

```

cities_ = load_data('./cities.txt') # 导入数据

cities_=random_cities(randomcities) #随机生成

```

修改后：

```

randomcities=int(input("请输入随机生成的城市数："))#生成城市

cities_=random_cities(randomcities) #随机生成

```

#### 5. 停止迭代条件：连续2000次没有改变最优路线

修改后：

```

if not_improve_time >= 2000:#当迭代到2000次无变化结束

    print('连续2000次迭代都没有改变最优路线，结束迭代')

    break

```

#### 6. 每隔200次迭代输出最优路线距离

修改后：

```

if (i_ + 1) % 200 == 0: #每迭代两百次就显示一次

    print('epoch: {}, 当前最优路线距离: {}'.format(i_ + 1, 1 /
get_route_fitness_value(best_route, dist_matrix_)))

```

7. 路线随机生成得到的结果不理想，结果发现是调的变异概率太低，多次迭代变异能力不强：

```

prob=0.01 #设置变异概率

```

## 8. 总结

通过本实验，我深入了解了遗传算法解决TSP问题的基本思路和实现过程。同时也认识到，遗传算法的性能很大程度上依赖于适应度函数设计、参数设置以及操作方式的改进。未来的改进方向是引入动态调整机制、多种交叉变异方式以及高效的收敛判定条件，从而进一步提升算法性能。

不足：

1. 缺乏动态调整机制（如动态变异概率）。
2. 对较大规模的城市（如 50 或 100 个城市）求解性能下降明显。

## 附录（所有代码）

```

import numpy as np

import math

import matplotlib.pyplot as plt

from matplotlib.font_manager import FontProperties

# 设置中文字体

def get_chinese_font():

    return FontProperties(fname="C:/Windows/Fonts/simhei.ttf") # 确保路径正确

# 1. 从文件读取城市坐标

```

```

def read_cities_from_file(file_path):

    coordinates = []

    with open(file_path, 'r') as file:

        for line in file:

            parts = line.strip().split()

            if len(parts) == 3: # 确保格式为 "索引 X Y"

                ↪ x, y = map(int, parts)

                coordinates.append((x, y))

    return coordinates

```

# 2. 初始化种群

```

def init_route(n_route, n_cities):

    routes = np.zeros((n_route, n_cities)).astype(int) # 初始化

    for i in range(n_route): # 随机生成不重复的n_route条在限定城市的数量

        routes[i] = np.random.choice(range(n_cities), size=n_cities, replace=False)

    return routes

```

# 3. 计算路线适应度相关函数

```

def get_two_cities_dist(city1, city2):

    x_1, y_1 = city1

```



```
x_2, y_2 = city2
```

```
return math.sqrt((x_1 - x_2) ** 2 + (y_1 - y_2) ** 2)
```

```
def get_cities_distance(cities):
```

```
    dist_matrix = np.zeros((len(cities), len(cities))) # 初始化
```

```
    n_cities = len(cities)
```

```
    for i in range(n_cities - 1):
```

```
        for j in range(i + 1, n_cities):
```

```
            dist = get_two_cities_dist(cities[i], cities[j])
```

```
            dist_matrix[i, j] = dist
```

```
            dist_matrix[j, i] = dist
```

```
    return dist_matrix
```

```
def get_route_fitness_value(route, dist_matrix):
```

```
    total_distance = sum(dist_matrix[route[i], route[i + 1]] for i in range(len(route) - 1))
```

```
    total_distance += dist_matrix[route[-1], route[0]] # 回到起点
```

```
    return 1 / (total_distance + 1e-6) # 避免除零
```

```
def get_all_routes_fitness_value(routes, dist_matrix):
```

```
fitness_values = np.zeros(len(routes)) # 一维数组
```

```
for i in range(len(routes)):
```

```
    f_value = get_route_fitness_value(routes[i], dist_matrix)
```

```
    fitness_values[i] = f_value
```

```
return fitness_values
```

# 4. 选择操作

```
def selection(routes, fitness_values):
```

```
    selected_routes = np.zeros(routes.shape).astype(int) # 初始化选择路线
```

```
    probability = fitness_values / np.sum(fitness_values) # 轮盘赌按比例
```

```
    n_routes = routes.shape[0] # 获取路线数量
```

```
    for i in range(n_routes):
```

```
        choice = np.random.choice(range(n_routes), p=probability) # 按概率随机选
```

取一条路线

```
        selected_routes[i] = routes[choice]
```

```
    return selected_routes
```

# 5. 交叉操作

```
def crossover(routes, n_cities):
```

```
    for i in range(0, len(routes), 2): # 每次处理两条路线
```

```

if i + 1 >= len(routes):

    break # 如果是奇数条路线，最后一条保持不变

# 获取当前处理的两条父路径

r1, r2 = routes[i], routes[i + 1]

# 随机选择两个交叉点，确保它们的顺序正确

p1, p2 = sorted(np.random.choice(range(n_cities), size=2, replace=False))

# 初始化子路径，先用 -1 填充，表示未赋值

child1, child2 = np.full(n_cities, -1), np.full(n_cities, -1)

# 交换两个父路径的交叉段

child1[p1:p2] = r2[p1:p2]

child2[p1:p2] = r1[p1:p2]

# 填充子路径的非交叉段

# 处理 child1

for city in r1:

    if city not in child1:

        # 找到第一个空位置（-1）并填入

        idx = np.where(child1 == -1)[0][0]

        child1[idx] = city

# 处理 child2

for city in r2:

    if city not in child2:

        # 找到第一个空位置（-1）并填入

```

```
idx = np.where(child2 == -1)[0][0]
```

```
child2[idx] = city
```

```
# 更新种群中的这两条路线
```

```
routes[i], routes[i + 1] = child1, child2
```

```
return routes
```

```
# 6. 变异操作
```

```
def mutation(routes, n_cities):
```

```
    prob = 0.01 # 设置变异概率
```

```
    p_rand = np.random.rand(len(routes)) # 生成变异序列, 0到1的随机数
```

```
    for i in range(len(routes)):
```

```
        if p_rand[i] < prob: # 判断当前路线是否满足变异条件
```

```
            mut_position = np.random.choice(range(n_cities), size=2, replace=False)
```

```
            l, r = mut_position[0], mut_position[1]
```

```
            routes[i, l], routes[i, r] = routes[i, r], routes[i, l]
```

```
    return routes
```

```
# 7. 可视化最佳路径
```

```
def plot_best_route(cities, best_route):
```

```
x = [cities[i][0] for i in best_route]

y = [cities[i][1] for i in best_route]

print("最佳路径为:")

for i in best_route:

    print(i, end=" ")

print("\n")


plt.figure(figsize=(10, 10))

plt.scatter(x, y, s=100, c='r', marker='o')


# 显示城市编号

for i, (x_, y_) in enumerate(zip(x, y)):

    plt.text(x_, y_, str(best_route[i]), ha='center', va='bottom', fontsize=10,
fontproperties=get_chinese_font())


# 绘制路径

plt.plot(x + [x[0]], y + [y[0]], '-b', linewidth=2)

plt.title("最佳路径", fontproperties=get_chinese_font())

plt.xlabel("X 坐标", fontproperties=get_chinese_font())

plt.ylabel("Y 坐标", fontproperties=get_chinese_font())

plt.grid(True)

plt.show()
```

# 8. 遗传算法

```
def genetic_algorithm(file_path, n_routes, max_epoch):

    cities = read_cities_from_file(file_path)

    dist_matrix = get_cities_distance(cities)

    routes = init_route(n_routes, len(cities))

    fitness_values = get_all_routes_fitness_value(routes, dist_matrix)

    best_route_index = np.argmax(fitness_values)

    best_route = routes[best_route_index]

    best_fitness = fitness_values[best_route_index]

    for epoch in range(max_epoch):

        routes = selection(routes, fitness_values)

        routes = crossover(routes, len(cities))

        routes = mutation(routes, len(cities))

        fitness_values = get_all_routes_fitness_value(routes, dist_matrix)

        current_best_index = np.argmax(fitness_values)

        if fitness_values[current_best_index] > best_fitness:

            best_route = routes[current_best_index]

            best_fitness = fitness_values[current_best_index]
```

```
        if (epoch + 1) % 10 == 0:

            print(f'迭代次数: {epoch + 1}, 当前最优距离: {1 / best_fitness:.2f}')

    print(f'最优路线: {best_route}, 最优距离: {1 / best_fitness:.2f}')

    plot_best_route(cities, best_route)

# 主程序

if __name__ == "__main__":

    file_path = "cities.txt" # 替换为用户上传的文件路径

    n_routes = int(input("请输入种群数量: "))

    max_epoch = int(input("请输入最大迭代次数: "))

    genetic_algorithm(file_path, n_routes, max_epoch)
```