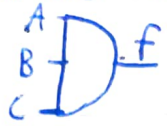


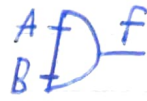
Αρχιτεκτονική Διαλέξη 2

Ελαχιστοποίηση

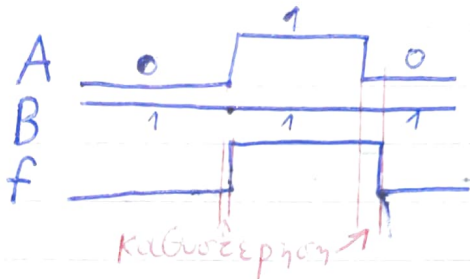
- Πόλες
- Κόστος (Αριθμός πωλών) ή (Αριθμός εισόδων)



έχει μεγαλύτερο κόστος απο



- Καθυστέρηση



καθυστέρηση ↗

2 τρόποι ελαχιστοποίησης:

- 1) Άλγεθρα Boole

- 2) Χάρτης Karnaugh (Χάρτες μπορεί να είναι 2 συναρτήσεις)

$f(x,y)$

0	0	1
1		

$f(x,y,z)$

$x \backslash yz$	00	01	11	10
0				
1				

$f(x, y, z, w)$

$xy \backslash zw$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Είτονικά είναι τα διπλανά
αλλά και τα απο εζώ

- Τρόπος ελαχιστοποίησης Καταγης:

- 1) Τοποθετώ μονάδες στον χάρτι (Sum of Products, Products of Sums)

- 2) Σχηματίζουν ομάδες

$$(x+y)(z+w)$$

- 2.1) \equiv ξεκινάω πάντα από ακάλυπτη ομάδα

- 2.2) Διπλασιάζω όσο περισσότερο γίνεται (1,2,4,8,16)

- 2.3) Σταματάω αν καλύψω όλους τους άσους

- 2.4) Έλεγχος για σφάλμα

- 3) Γράφουμε τους όρους

$$f(x,y,z) = \Sigma(2,4,5,7)$$

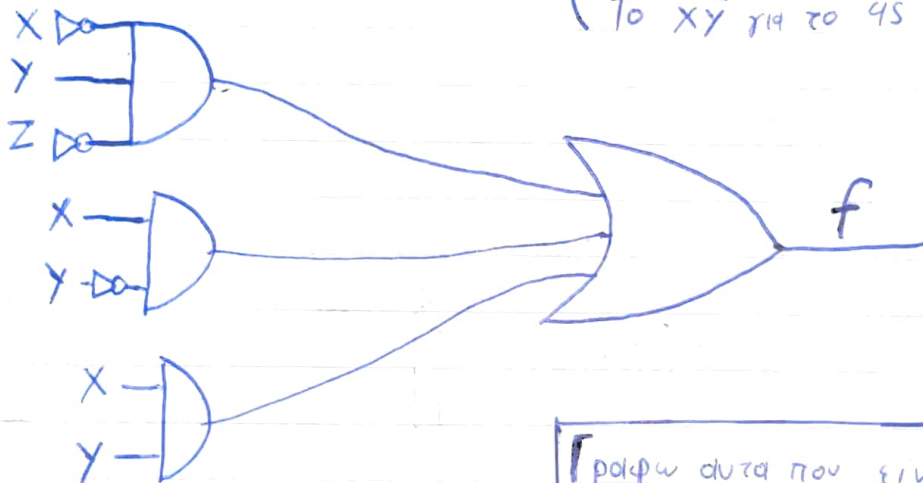
x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

x \ yz	00	01	11	10
0	0	1	3	1
1	1	4	5	7

⚠ Καθε ομάδα να έχει τουλάχιστον έναν αόσο που τον καλύπτει μόνο αυτή

$$f(x,y,z) = \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y} + xz$$

(Το $\bar{x}y\bar{z}$ είναι για την ομάδα 2
Το $x\bar{y}$ για το 45 και 157, το xz για 57)



Γράφω αυτά που είναι ίδια στην 45 έχουν ίδια το $x=1$ και $y=0$ δηλαδή $x\bar{y}$ στο 57 έχουν ίδιο $x=1$ και ίδιο $z=1$ άρα xz

Ελάχιστοσους Karnaugh

Μπορεί να δοθεί ως

$$F_1 = A'B'C' + A'B'C + A'BC' + A'BC + ABC'$$

$$= 000 + 001 + 010 + 100 + 110$$

Από αυτά χρησιμοποιή τα κεντρικά

$$= 0 + 1 + 2 + 4 + 6$$

ή

$$F_1 = \Sigma(0,1,2,4,6)$$

$$f(x,y,z,w) = \sum m(0,1,4,5,6,7,14,15)$$

αλλιώς (0,1,4-7,14,15)

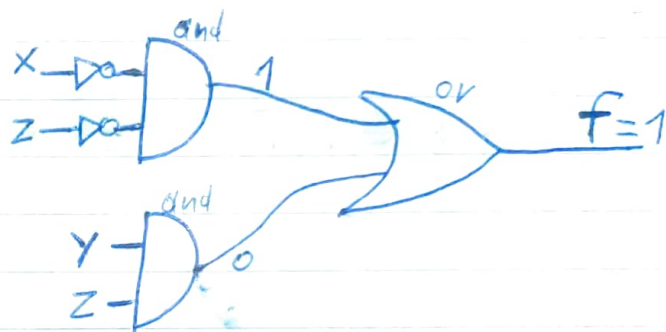
xy \ zw	00	01	11	10
00	1 0	1 1	3	2
01	1 4	1 5	1 7	1 6
11	12	13	1 15	1 14
10	8	9	11	10

- τες πήρα ως 4αδες

- δεν πήρα την 4αδα γιατί δεν έχει δύο τες μοναδικές άσσες δηλαδή άσσες ο οποίος υπάρχει μονάχα σε αυτήν την ομάδα

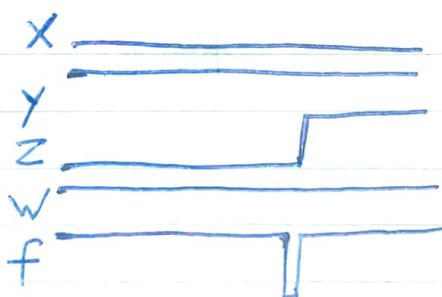
$$f(x,y,z,w) = \bar{x}\bar{z} + yz$$

(δεν βάζω w γιατί μεταβλητή)



(θα πρέπει να μπει ο όρος μόνο αν το ζητάει η άσκηση δηλαδή να προσέχω για κινδύνους "hazard")

Hazard:



■ Αδιάφοροι όροι:

$$f(A,B,C,D) = \sum m(0,1,3,4) + d(2,7,15)$$

d = don't care

AB \ CD	00	01	11	10
00	1 0	1 1	1 3	X 2
01	1 4	1 5	X 7	6
11	12	13	X 15	14
10	8	9	11	10

- αδιάφοροι όροι μπαίνουν μετ

- δεν ξεκινά ποτέ από ακαθάρτο X

- βάζω μόνο τα X σε ομάδα όταν βοηθάει να γίνει μεγαλύτερη ομάδα

$$f = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{C}\bar{D}$$

- Μεγιστοποίηση: (ένα μηδενικό όλα τα άλλα 1)

$$f(A, B, C, D) = \prod(3)$$

$$f = (A + B + \bar{C} + \bar{D})$$

ή με ελαχιστοποίηση: $f = \bar{C} + A + B + \bar{D}$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	0	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

- ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕ 5 ΟΡΟΥΣ:

$f(A, B, C, D, E)$ τα χωρίζω χρησιμοποιώντας το A

$$A = 0$$

$$A = 1$$

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

BC \ DE	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$f = \bar{A}B + B\bar{D} + \bar{B}CE$$

Γειτονικά τετράγωνα παραδείγματα

- Τα τετρά. 0, 1, 4, 5 είναι γειτονικά
- Τα τετρά. 4, 12, 7, 15 δεν είναι γειτονικά
- Τα τετρά. 0, 2, 10, 8 είναι γειτονικά
- Τα τετρά. 2, 10, 8, 12 δεν είναι γειτονικά γιατί δεν κλείνει ο κύκλος
- Τα τετρά. 5, 6, 7, 14 δεν είναι γειτονικά
- Τα τετρά. 0, 4, 12, 8, 10, 14, 6, 2 είναι γειτονικά και οκτάδα
- Τα τετρά. 0, 4, 12, 8, 1, 5, 13, 9 είναι γειτονικά (δεν μας ενδιαφέρει η σειρά)
- Τα τετρά. 0, 4, 12, 8, 3, 7, 16, 11 δεν είναι γειτονικά (8 στο 11 έχει διαφορά

Παρ. $2 \rightarrow 10 \rightarrow 8 \rightarrow 12$

$0010 \rightarrow 1010 \rightarrow 1000 \rightarrow 1100 \rightarrow 0010$

διαφορά 2 bit

μεγαλύτερη από 1 bit)

Τρόπος Ελαχιστοποίησης Κάρναουχ αναλυτικά:

- 1) Βάσει του πλήθους μεταβλητών επιλέγουμε τον κατάλληλο χάρτη
- 2) Εκφράζουμε την F ως άθροισμα ελαχιστόρων, $\Sigma()$, και τοποθετούμε τις μονάδες στις θέσεις του χάρτη που αντιστοιχούν σε αυτούς τους ελαχιστόρους
- 3) Δημιουργούμε ομάδες από άσσους οι οποίες
 - α) το πλήθος των άσπων σε κάθε ομάδα είναι δύναμη του 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32)
 - β) κάθε ομάδα πρέπει να περιέχει ΜΕΓΙΣΤΟ πλήθος άσπων δηλαδή αν έχω τη δυνατότητα να πάρω μια τετράδα δεν θα πάρω δύο δυάδες
 - γ) πρέπει όλοι οι άσσοι να βρεθούν σε τουλάχιστον μία ομάδα
 - δ) μπορούμε έναν άσσο να τον συμπεριλάβουμε σε περισσότερες από 1 ομάδες
- 4) Κάθε ομάδα δημιουργεί έναν ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ όρο χινομένου, Αν έχουμε π.χ. 2 ομάδες θα έχουμε 2 όρους χινομένου, οι οποίοι θα αθροιστούν. Δηλαδή N ομάδες $\rightarrow N$ όρους χινομένου όπου για παράδειγμα:

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	1 ₀	1 ₁	3	1 ₂
1	1 ₄	5	7	1 ₆

K_1 : όρος που προκύπτει από την τετράδα
 $K_1 = 000$ και 100 και 010 και 110

$A = 0$ και 1 και 0 και 1 αρα δεν είναι σταθερό

$B = 0$ και 0 και 1 και 1 αρα δεν είναι σταθερό

$C =$ σταθερό 0 αρα

$$K_1 = \bar{C}$$

~~$$K_2 = ABC + A'BC + AB'C + A'B'C$$~~

$$K_2: 000 \text{ και } 001$$

$A =$ σταθερό 0

$B =$ σταθερό 0

$C = 0$ και 1

$$K_2 = A'B'$$

$$5) \text{ Αθροίζουμε τα χινομένα από το 4 } F_1 = K_1 + K_2 = \bar{C} + A'B'$$