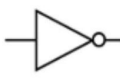



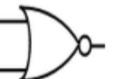




Αρχιτεκτονική Διάλεξη Εισαγωγική

Λογικές πύλες :

Όνομα Πύλης	NOT	AND	OR	NAND	NOR	XOR	XNOR																																																																																																																				
Αλγεβρική εξίσωση	$F = \overline{A}$	$F = A \cdot B$	$F = A + B$	$F = \overline{A \cdot B}$	$F = \overline{A + B}$	$F = A \oplus B$	$F = \overline{A \oplus B}$																																																																																																																				
Πύλη																																																																																																																											
Πίνακας αλήθειας	<table><tr><th>Input</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	Input	Output	A	F	0	1	1	0	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	<table><tr><th colspan="2">Inputs</th><th>Output</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>F</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	Inputs		Output	A	B	F	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
Input	Output																																																																																																																										
A	F																																																																																																																										
0	1																																																																																																																										
1	0																																																																																																																										
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	0																																																																																																																									
1	0	0																																																																																																																									
0	1	0																																																																																																																									
1	1	1																																																																																																																									
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	0																																																																																																																									
1	0	1																																																																																																																									
0	1	1																																																																																																																									
1	1	1																																																																																																																									
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	1																																																																																																																									
1	0	1																																																																																																																									
0	1	1																																																																																																																									
1	1	0																																																																																																																									
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	1																																																																																																																									
1	0	0																																																																																																																									
0	1	0																																																																																																																									
1	1	0																																																																																																																									
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	0																																																																																																																									
0	1	1																																																																																																																									
1	0	1																																																																																																																									
1	1	0																																																																																																																									
Inputs		Output																																																																																																																									
A	B	F																																																																																																																									
0	0	1																																																																																																																									
0	1	0																																																																																																																									
1	0	0																																																																																																																									
1	1	1																																																																																																																									

Άλγεβρα Boole :

- $x' = \overline{x}$
- or: + ισοδυναμεί με V
- and: • ισοδυναμεί με Λ
- Invert: ' ισοδυναμεί με Not, Οχί, \neg

Ιδιότητες Άλγεβρας Boole:

- $a+b=b+a \leftrightarrow a*b=b*a$ “Αντιμεταθετική”
- $a+1=1 \leftrightarrow a*0=0$
- $a+0=a \leftrightarrow a*1=a$
- $a+(b+c)=(a+b)+c \leftrightarrow a(b*c)=(a*b)c$ “Προσεταιριστική”
- $a*(b+c)=ab+ac \leftrightarrow a+bc=(a+b)(a+c)$ “Επιμεριστική”
- $a+\overline{a}=1, a+a=a, a*a=a, a*\overline{a}=0, a+\overline{a}=1$

Δυσισμός:

Αν αντικαταστήσω το $0 \leftrightarrow 1$ η το $+\leftrightarrow *$ σε οποιαδήποτε ιδιότητα συνεχίζει να ισχύει

$$0'=1 \leftrightarrow 1'=0 \quad \overline{\overline{x}}=x \quad (ab)'=\overline{a}\overline{b} \quad (a')'=a \quad a'b=\overline{a}\overline{b}$$

Νόμοι De Morgan:

$$\overline{a+b}=\overline{a}\overline{b} \quad \overline{x_1 * x_2 * x_3 * x_4 * \dots * x_n}=\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4} + \dots + \overline{x_n}$$

$$\overline{ab}=\overline{a}+\overline{b} \quad \overline{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}=\overline{x_1} * \overline{x_2} * \overline{x_3} * \overline{x_4} * \dots * \overline{x_n}$$

Θεώρημα απορρόφησης:

$$a+a*b=a \quad a+\overline{a}b=a+b$$

$$\overline{\overline{a} + \overline{b}c} = \overline{\overline{a}} * \overline{\overline{b}c} = \overline{\overline{a}} * \overline{\overline{b}} * \overline{c} = a * b * \overline{c}$$

$$\overline{a + \overline{b}c} = \overline{a} * \overline{\overline{b}c} = \overline{a} * \overline{\overline{b}} * \overline{c} = \overline{a} * (b * \overline{c}) = \overline{a}b + \overline{a}\overline{c}$$

Τρόποι ελαχιστοποίησης :

1) Άλγεβρα Boole δηλαδή όπως στο παράδειγμα εδώ:

$$\begin{aligned}(A+B)(A+C) &= AA+AC+AB+BC \\ &= A+AC+AB+BC \\ &= A(1+C+B)+BC \\ &= A*1+BC \\ &= A+BC\end{aligned}$$

2) Ελαχιστοποίηση Karnaugh

- Βάσει του πλήθους μεταβλητών επιλέγουμε τον κατάλληλο χάρτη
- Εκφράζουμε την F ως άθροισμα ελαχιστόρων . Δηλαδή $\Sigma(1,2,3,...)$ και τοποθετούμε τις μονάδες στις θέσεις του χάρτη που αντιστοιχούν σε αυτούς τους ελαχιστόρους
- Δημιουργούμε ομάδες από άσσους οι οποίες
 - το πλήθος των άσσων σε κάθε ομάδα είναι δύναμη του 2 (1,2,4,8,16,32)
 - κάθε ομάδα πρέπει να περιέχει ΜΕΓΙΣΤΟ πλήθος άσσων δηλαδή αν έχω την δυνατότητα να πάρω μια τετράδα δεν θα πάρω δυο δυάδες
 - πρέπει όλοι οι άσσοι να βρεθούν σε τουλάχιστον μια ομάδα
 - μπορούμε έναν άσσο να το συμπεριλάβουμε σε περισσότερες από 1 ομάδες
- Κάθε ομάδα δημιουργεί έναν *ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ* όρο γινομένου, Αν έχουμε π.χ. 2 ομάδες θα έχουμε 2 ορους γινομένου, οι οποίοι θα αθροιστούν. Δηλαδή N ομάδες \rightarrow N όρους γινομένου όπου για π.χ:

BC \ A	00	01	11	10
	0	1	3	2
0	1	1	0	1
1	1	0	1	0

K2: 000 και 001
A= σταθερά 0
B= σταθερά 0
C= 0 και 1
K2=A'B'

K1: όρος που προκύπτει από την τετράδα
K1=000 και 100 και 010 και 110
A= 0 και 1 και 0 και 1 αρα δεν είναι σταθερό
B= 0 και 0 και 1 και 1 αρα δεν είναι σταθερό
C= σταθερά 0 αρα
K1=C'

e) Αθροίζουμε τα γινομενα απο το d

$$F1=K1+K2$$

$$F1=C'+A'B'$$

Chatzichristidis