

# Proyecto Cosmología 2

Uriel Chávez Flores

20 de junio de 2022

## Resumen

En este proyecto exploramos cómo los espectros de potencias del CMB y materia varían en función de parámetros cosmológicos. Como conjunto de 6 parámetros libres del modelo  $\Lambda$ CDM usamos  $\Omega_b h^2$ ,  $\Omega_c h^2$ ,  $h$ ,  $\tau$ ,  $\ln(10^{10} A_s)$  y  $n_s$ . Después comparamos cualitativamente los resultados con los datos experimentales disponibles hasta ahora. Las variaciones de los parámetros cosmológicos se hicieron alrededor de los resultados reportados por la colaboración Planck en su actualización de 2018. [1].

## 1. Introducción

Los espectros de potencias son una forma en que medimos las inhomogeneidades en la distribución de la temperatura del CMB y la materia. La razón por la que los estudiamos es porque las perturbaciones primordiales, es decir, información del universo temprano, se manifiestan en ellos, lo que nos da indicios de qué parámetros cosmológicos pudieron haberlo provocado. [2]

### 1.1. Espectro de potencias del CMB

En el caso del CMB, se sabe que las perturbaciones de los fotones no crecen después del desacoplamiento, pues los potenciales gravitacionales son muy débiles como para atrapar fotones, por ello, los fotones viajan libremente a través del universo una vez se desacoplaron de los bariones. [2]

Las fluctuaciones del CMB  $\delta T/T$  son una prueba de que el universo no era perfectamente homogéneo cuando se dio el desacoplamiento. Ya que las fluc-

tuaciones se miden sobre la cúpula celeste, es útil expandirlas en armónicos esféricos. [3]

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi)$$

Lo que le importa a la cosmología no es la locación exacta de los picos y valles de las perturbaciones de temperatura, lo que importa son sus propiedades estadísticas, en específico la función de correlación. Esta función es una medida de qué tan frecuentes son las distancias angulares entre puntos de sobre densidad del CMB. Se obtiene con la siguiente expresión [3]

$$C(\theta) = \left\langle \frac{\delta T}{T}(\hat{n}) \frac{\delta T}{T}(\hat{n}') \right\rangle_{\hat{n} \cdot \hat{n}' = \cos \theta}$$

Donde  $n$  y  $\hat{n}$  son las direcciones de las dos coordenadas en las que medimos las distancias angulares sobre la cúpula celeste y  $\theta$  la distancia angular. La expansión de las fluctuación  $\delta T/T$  en armónicos esféricos resulta útil para expresar esta función de correlación. [3]

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\cos \theta)$$

Donde  $P_l$  son los polinomios de Legendre. De esta forma se descompone la función de correlación en sus momentos multipolares  $C_l$ . El monopolio  $l = 0$  se hace 0 siempre que se haya calculado la media correctamente al momento de obtener las fluctuaciones. El dipolo  $l = 1$  resulta del efecto Doppler con el que detectamos el CMB debido a nuestro movimiento en el espacio. Es a partir del  $l = 2$  en el que se puede encontrar información sobre las fluctuaciones en el tiempo del desacoplamiento. [3]

Para la presentación de los resultados de las observaciones del CMB es usual usar una función que indica la contribución de cada modo  $l$  a la fluctuación  $\delta T$  del CMB siguiente. [3]

$$\Delta_T \equiv \left( \frac{l(l+1)}{2\pi} C_l \right)^{1/2}$$

## 1.2. Espectro de potencias de materia

Por otro lado, las perturbaciones de bariones y materia oscura han crecido en órdenes de magnitud desde el desacoplamiento. La ecuación que describe la evolución de perturbaciones de densidad es

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - \frac{3}{2}\Omega_m H^2 \delta = 0$$

Esta ecuación puede ser usada para perturbaciones de baja amplitud que sean o no simétricamente esféricas. En épocas tempranas cuando las amplitudes de las fluctuaciones de densidad son todavía pequeñas en amplitud ( $|\delta| \ll 1$ ) la métrica de FLRW sigue describiendo bien la geometría del universo. [3]

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 [dr^2 + S_\kappa(r)^2 d\Omega^2]$$

Considerando coordenadas de distancia comóvil  $d_p(t_i) = a(t_i)r$  en el régimen de ( $|\delta| \ll 1$ ), se suele considerar  $\delta(\vec{r})$  como la fluctuación de densidad en la coordenada comóvil  $\vec{r}$  a un tiempo  $t_i$ . No importa el tiempo  $t_i$  mientras esté entre el tiempo en que se formaron las fluctuaciones y el tiempo en que  $\delta$  haya dejado de estar en el régimen de pequeñas perturbaciones, en dicho periodo la magnitud se altera, pero la forma se conserva. Pero a final de cuentas, al igual que en el espectro de potencias del CMB, lo que importa son las propiedades estadísticas del campo  $\delta(\vec{r})$ , no la locación exacta de los picos y valles de densidad. [3]

Así como para el espectro del CMB es útil expandir las fluctuaciones en la base de los esféricos armónicos, para  $\delta(\vec{r})$  es útil expandir en otra base, se descompone en sus componentes de Fourier pues  $\delta(\vec{r})$  es un campo tridimensional. [3]

$$\delta(\vec{r}) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int \delta_{\vec{k}} e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3k$$

Por lo tanto los componentes individuales se obtienen de

$$\delta_{\vec{k}} = \frac{1}{V} \int \delta(\vec{r}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r$$

Entonces, si se conoce  $\delta(\vec{r})$  podemos obtener todos los componentes  $\delta_{\vec{k}}$ . Aplicando la transformada de Fourier a la ecuación de evolución de las fluctuaciones obtenemos que cada componente obedece la misma ecuación. [3]

$$\ddot{\delta}_{\vec{k}} + 2H\dot{\delta}_{\vec{k}} - \frac{3}{2}\Omega_m H^2 \delta_{\vec{k}} = 0$$

El espectro de potencias es la amplitud cuadrada media de los componentes de Fourier. [3]

$$P(k) = \langle |\delta_{\vec{k}}|^2 \rangle$$

## 2. Métodos

Con el objetivo de entender cómo varían los espectros de potencias del CMB y materia en función de parámetros cosmológicos, se usó CLASS. Este programa permite obtener observables importantes del universo usando el modelo cosmológico  $\Lambda - CDM$ , permitiendo variar los parámetros que lo determinan. El conjunto de 6 parámetros libres que se eligió es  $\Omega_b h^2$ ,  $\Omega_c h^2$ ,  $h$ ,  $\tau$ ,  $\ln(10^{10} A_s)$  y  $n_s$ . Se hicieron ejecuciones de CLASS con 11 variaciones de cada parámetro yendo de 0.5 a 1.5 por el valor del parámetro en cuestión que reporta la colaboración Planck en su actualización de 2018. [1]

Se graficaron los espectros de potencia del CMB y materia para visualizar el efecto de disminuir o aumentar uno de los parámetros. Adicionalmente se graficó la función de módulo de distancia para cada variación. Algunas de las gráficas resultantes se compararon con datos experimentales.

El código usado para la ejecución de CLASS, los resultados de dicha ejecución, el código para la creación de las gráficas y las gráficas se almacenan en un repositorio de GitHub. El enlace es el siguiente:

<https://github.com/ChavezUriel/CosmoProj2>

## 3. Resultados y Discusión

Las siguientes figuras muestran un arreglo de gráficas para cada observable, espectro de potencias de materia, espectros de potencias del CMB y modulo

de distancias. En cada una de ellas se muestra cómo varía uno de los parámetros cosmológicos y por separado, en otra figura se muestra la comparación de alguna de las variaciones de un parámetro con los datos experimentales de dicha observable.

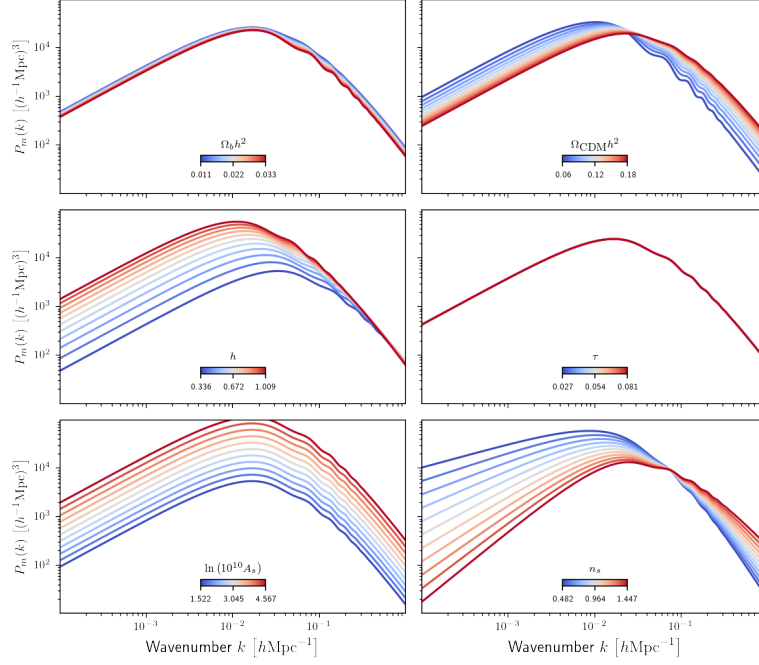


Figura 1: Comparación de espectros de potencias de materia.

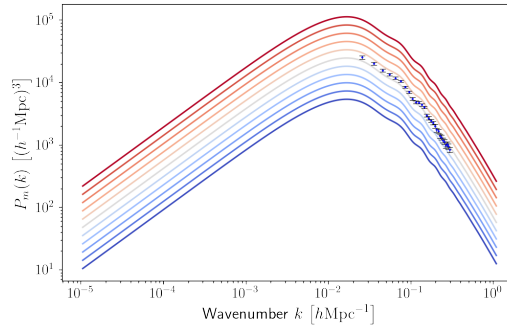


Figura 2: Comparación de espectros de potencias de materia con variaciones de  $\Omega_b h^2$ .

Solamente uno de los parámetros parece afectar muy poco,  $\tau$ . Para el resto de parámetros es claro cómo afecta su variación, pero hay similitudes, específicamente, entre  $\Omega_{CDM}h^2$  y  $n_s$  parece no haber mucha diferencia, en ambas el máximo decrece y se desplaza hacia la derecha a medida que aumentan. Lo contrario sucede con  $h$ , probablemente cambios en direcciones contrarias entre  $h$  y uno de los anteriores pueda contrarrestarse y obtener casi el mismo espectro que el resultante con los parámetros de Planck 2018 y por lo tanto, tendríamos una degeneración de parámetros. Lo mismo podría suceder con  $\Omega_b h^2$  y  $\ln(10^{10} A_s)$ , pues uno de ellos aumenta el máximo y otro lo disminuye a medida que incrementan aunque en magnitudes bastante diferentes.

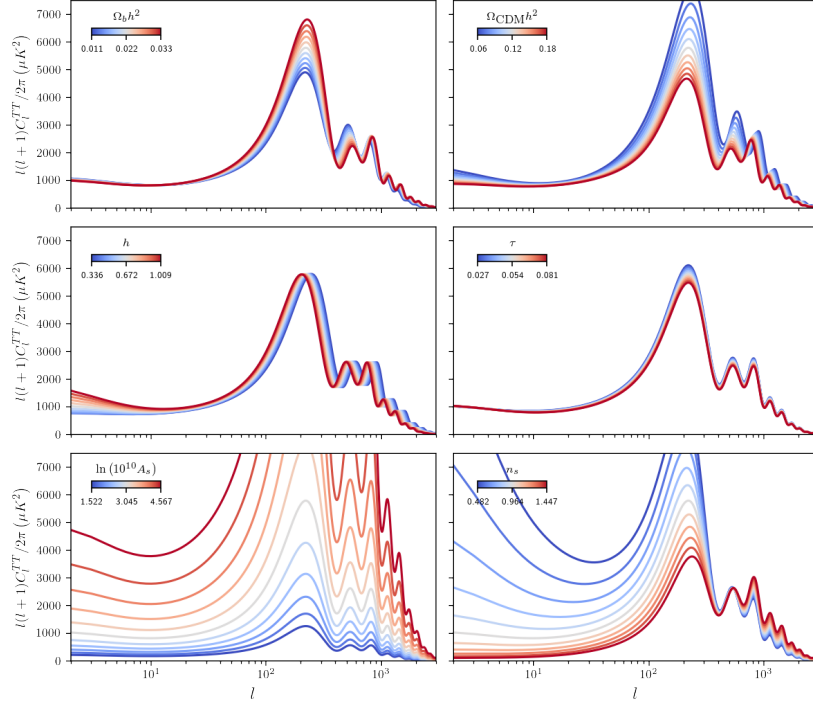


Figura 3: Comparación de espectros de potencias del CMB.

La observable en la que parece haber más variación es el espectro de potencias del CMB. Podemos observar lo mismo que se explicó antes entre dos parámetros que disminuyen el máximo,  $\Omega_b h^2$  y  $\ln(10^{10} A_s)$ , y los tres parámetros que aumentan el máximo,  $\Omega_{CDM} h^2$ ,  $\tau$  y  $n_s$ . Pero quizá no sea suficiente con observar solo el máximo pues estos parámetros también tienen efectos diferente sobre los otros picos a la derecha del máximo global. Por ejemplo

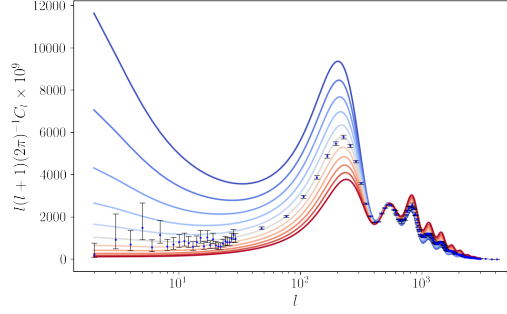


Figura 4: Comparación de espectros de potencias del CMB con variaciones de  $n_s$  con datos experimentales [5]

en las variaciones del parámetro  $n_s$  vemos que el máximo global disminuye pero los otros máximos aumentan, mientras que en  $\Omega_{CDM}h^2$  todos los máximos se ven disminuidos. Por otro lado están las variaciones del parámetro  $h$  que parecen ser las más diferentes, aparentemente sola desplazan el espectro hacia la izquierda con variaciones más notables en los primeros modos  $l$ .

En todas las observables se pueden identificar patrones que afectan más o menos a la forma de cada gráfica. En la que menos variación se observa es en el módulo de distancia, pienso que la razón de esto puede ser que dicha observable está muy enfocado en la medición del ritmo en que se alejan los objetos de nuestra posición, por ello, veo lógico que los dos parámetros que más afectan sean  $h$  y  $\Omega_{CDM}h^2$ , pues el primero es directamente una medida del ritmo de expansión del universo y el segundo, asumiendo geometría plana, determina por completo la densidad de energía oscura, que es la responsable principal de la expansión acelerada del universo.

## 4. Conclusiones

Habiendo analizado cualitativamente las gráficas obtenidas y habiendo entendido el origen e importancia de los espectros de potencias como observables cosmológicas, considero que se entiende con claridad cómo afectan los parámetros a dichas observables y con qué precisión podríamos determinar los parámetros dadas observaciones de los espectros.

Con los resultados de este proyecto se podría hacer un análisis de qué conjuntos de parámetros pueden o no variarse para satisfacer con cierta confianza los

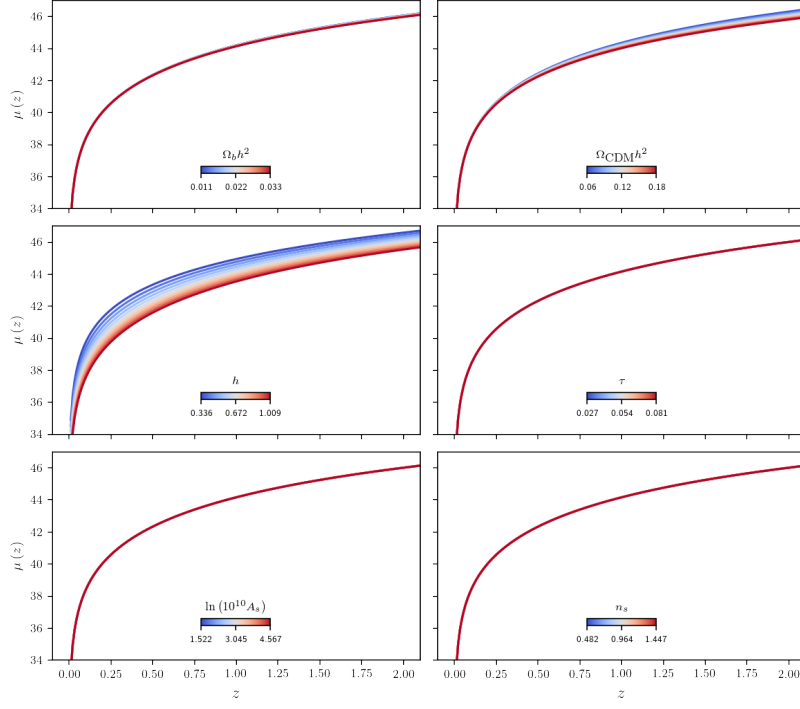


Figura 5: Comparación de módulos de distancia.

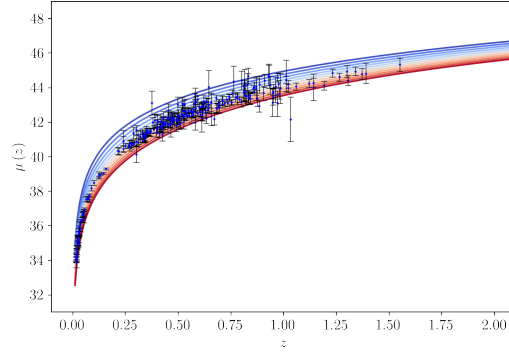


Figura 6: Comparación de módulo de distancia con variaciones  $h$  con datos experimentales [3]

datos experimentales que tenemos hasta ahora. Por ejemplo, aunque vimos que los parámetros  $\Omega_b h^2$  y  $\ln(10^{10} A_s)$  tienen efecto contrario en el espectro de potencias de materia, en el del CMB tiene el mismo efecto, esto haría



imposible degeneración de variaciones solamente estos dos parámetros sin modificar otro.

## Referencias

- [1] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 641:A6, 2020. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [2] S. Dodelson and F. Schmidt. *Modern cosmology*. Academic Press, 2021.
- [3] M. Kowalski et al. Improved Cosmological Constraints from New, Old and Combined Supernova Datasets. *Astrophys. J.*, 686:749–778, 2008.
- [4] B. Ryden. *Introduction to cosmology*. Cambridge University Press, 1970.
- [5] A. Smale. LAMBDA - Graphics: Power Spectra, 2018.