

第 4 章 串

DATA STRUCTURE

计算机科学学院 廖雪花

本章内容简介



4.1 串的模式匹配算法

廖雪花 LiaoXuehua

知识回顾

■这是串的一种重要操作，很多软件，若有“**编辑**”菜单项的话，则其中必有“**查找**”子菜单项。

The image consists of three parts. On the left is a screenshot of a Baidu search results page for the query "串的模式匹配算法". Several links are highlighted with red boxes. In the center is a screenshot of the Microsoft Word ribbon interface, specifically the '审阅' (Review) tab, which includes a '校对' (Proofing) group with a '查' (Search) button. On the right is a slide titled '第1章 游戏宿主' (Chapter 1: Game Host). It contains a section '1.1 画布' (Canvas) with three sub-sections: '1.1.1 创建画布 (canvas)' (Create canvas), '1.1.2 canvas 属性' (Canvas properties), and '1.1.3 canvas 的方法' (Canvas methods). A red arrow points from the '画布' (Canvas) link in the Baidu search results to the '画布' (Canvas) section in the presentation slide.

知识回顾

- 串匹配(查找)的定义:

INDEX (S, T, pos)

- 初始条件: 串S和T存在, T是非空串, $1 \leq pos \leq \text{StrLength}(S)$ 。
- 操作结果: 若主串S中存在和串T值相同的子串返回它在主串S中第pos个字符之后第一次出现的位置; 否则函数值为0。

BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

- 最基本的字符串匹配算法。
- 将目标串S的第一个字符与模式串T的第一个字符进行匹配，若相等，则继续比较S的第二个字符和T的第二个字符；若不相等，则比较S的第二个字符和T的第一个字符，依次比较，直到得出最后的匹配结果。

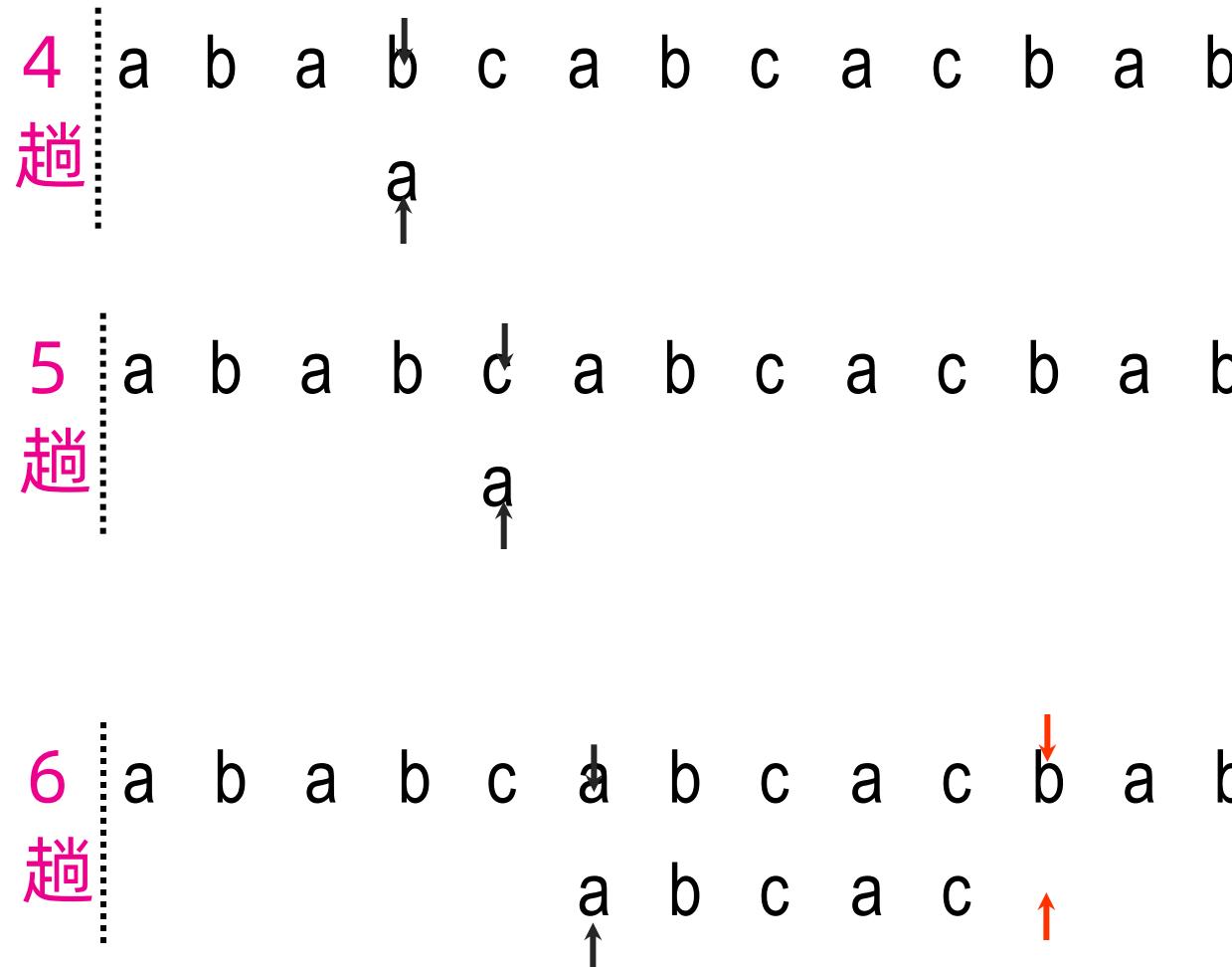
BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

1 | a b a b c a b c a c b a b
趟 | a b c
↑

2 | a b a b c a b c a c b a b
趟 | a
↑

3 | a b a b c a b c a c b a b
趟 | a b c a c
↑

BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法



BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

- 下面以定长的顺序串类型作为存储结构，给出具体的串BF匹配算法。

```
int Index(SSString S,SSString T,int pos){  
    i=pos; j=1;  
    while (i<=S[0] &&j<=T[0])  
        if (s[i]==T[j]) {++i; ++j;}  
        else {i=i-j+2;j=1;}  
        if (j>T[0]) return i-T[0];  
    else return 0;  
}
```

BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

■ 算法时间复杂度分析

(设主串长度为n, 模式串长度为m)

- 最好情况

- 如:

- 正文 $S = "aaaaaaaaabaaaaaaaaaaaaaaa"$

- 模式 $T = "aaaaaaab"$

- 时间复杂度为 $O(m)$

BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

- 最坏情况:

- 例如:

- 正文 $S = "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaab"$

- 模式 $T = "aaaaaaab"$

- 比较次数为 $(n - m + 1) \times m$ 。

- 一般情况下 $m \ll n$, 所以时间复杂度为 $O(m * n)$ 。

- 平均情况:

- 接近 $O(m+n)$, 至今仍被使用。

BF (Brute-Force, 暴力匹配) 算法

BF算法的特点：

- 简单，易于理解，效率较高；
- 算法的时间复杂度 $O(n*m)$ 。（其中n,m分别为主串和模式串的长度）



有没有改进的算法呢？

模式匹配的改进算法

■ 改进思路

- 当遇到一次 $s_i \neq t_j$, 主串要回退到 $i-j+2$ 的位置, 而模式串要回到第一个位置 (即 $j=1$ 的位置);
- 但当一次比较出现 $s_i \neq t_j$ 时, 则应该有:

" $s_{i-j+1}s_{i-j+2} \dots s_{i-1}$ " = " $t_1t_2 \dots t_{j-2}t_{j-1}$ "

- 改进: 每当一趟匹配过程出现 $s_i \neq t_j$ 时, 主串指示器 i 不用回溯, 而是利用已经得到的“部分匹配”结果, 将模式串向右“滑动”尽可能远的一段距离后, 继续进行比较。

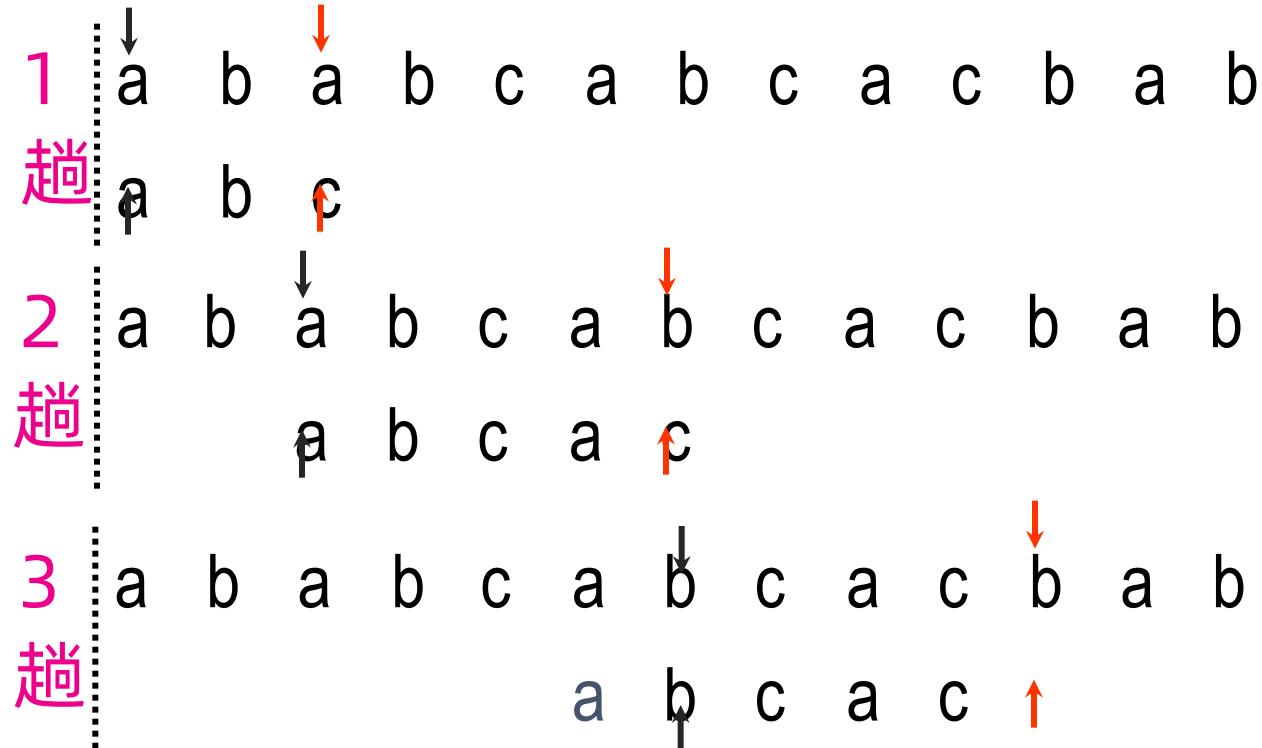
模式匹配的改进算法（KMP算法）

■ KMP算法

- D.E.Knuth, J.H.Morris, V.R.Pratt
- 仅用 $O(m+n)$ 时间
 - 发生失配时：
 - 正文串扫描指针 i , 不回退。
 - 模式串扫描指针 j , 不一定要回退到头。

模式匹配的改进算法（KMP算法）

■ 分析与示例：



模式匹配的改进算法（KMP算法）

■讨论一般情况：

- 设： 主串 $S = "s_1s_2\dots s_i\dots s_n"$ ，
模式串 $T = "p_1p_2\dots p_j\dots p_m"$
- 问：当某趟比较发生“失配”（即 $s_i \neq p_j$ ）时，模式串应该向“右”滑动的可行距离为多长？（不需要回溯 i 指针）

模式匹配的改进算法（KMP算法）

■讨论一般情况：

- 主串： $s_1 s_2 \dots \dots \dots s_i \dots \dots \dots s_n$
- 模式串： $t_1 \dots t_{k-1} t_k \dots t_{j-k+1} \dots t_{j-1} t_j \dots t_m$
 $t_1 \dots t_{k-1} t_k \dots t_j \dots t_m$

模式匹配的改进算法（KMP算法）

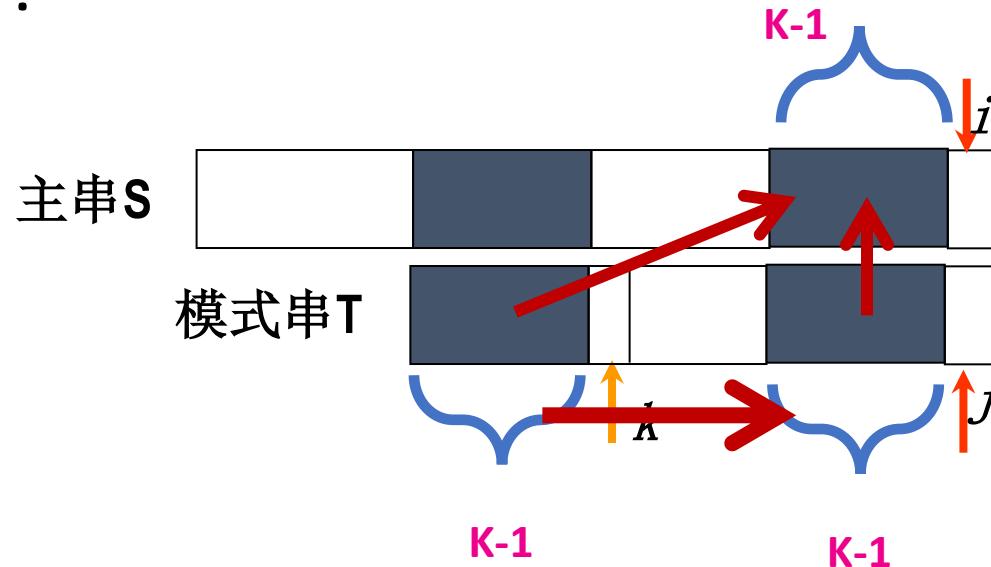
- 解：设某趟匹配发生 $s_i \neq p_j$ 时， s_i 应该与 p_k ($k < j$) 继续比较。

根据： $"p_1 p_2 \dots p_{k-1}" = "s_{i-k+1} s_{i-k+2} \dots s_{i-1}"$

$"p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1}" = "s_{i-k+1} s_{i-k+2} \dots s_{i-1}"$

可以推出： $"p_1 p_2 \dots p_{k-1}" = "p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1}"$

示意图如下：



模式匹配的改进算法（KMP算法）

■讨论一般情况：

令 $\text{next}(j) = k$

$$\text{next}(j) = \begin{cases} 0 & \text{当 } j=1 \\ \text{Max}\{k | 1 < k < j \text{ 且 } "p_1p_2\dots p_{k-1}" = "p_{j-k+1}p_{j-k+2}\dots p_{j-1}"\} & \text{当此集合非空} \\ 1 & \text{其他情况} \end{cases}$$

↓ ↓

当 $j=1$

模式匹配的改进算法（KMP算法）

■例1：计算如下模式串的next函数值。

j	1	2	3	4	5
P_j	a	b	c	a	c
next(j)	0	1	1	1	2

模式匹配的改进算法（KMP算法）

■例2：计算如下模式串的next函数值。

j	1	2	3	4	5	6	7	8
P_j	a	b	a	a	b	c	a	c
next(j)	0	1	1	2	2	3	1	2

KMP算法实现

```
int Index_KMP(SSString S,SSString T,int pos){  
    i=pos;j=1;  
    while (i<=S[0]&&j<=T[0]) {  
        if (j=0||S[i]==T[j]) {++i,;++j;}  
        else j=next[j];  
    }  
    if (j>T[0]) return i -T[0];  
    else return 0;  
}// Index_KMP
```

时间复杂度: $O(n)$

KMP算法实现

■ 模式串的next函数值的求解：

由定义知： $\text{next}[1]=0$,

设 $\text{next}[j]=k$, 表明 " $p_1 p_2 \dots p_{k-1}$ " = " $p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1}$ " ①

(其中 $1 < k < j$, 且不存在 k' ($k' > k$) 满足上式)

问： $\text{next}[j+1]=k'=?$

解： **情况1**： 若 $p_k = p_j$, 即 " $p_1 p_2 \dots p_{k-1} p_k$ " = " $p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1} p_j$ " ②

则 $\text{next}[j+1]=\text{next}[j]+1=k+1$ ；

情况2： 若 $p_k \neq p_j$, 即 " $p_1 p_2 \dots p_{k-1} p_k$ " \neq " $p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1} p_j$ ",

但 " $p_1 p_2 \dots p_{k-1}$ " = " $p_{j-k+1} p_{j-k+2} \dots p_{j-1}$ ",

则应将模式向右滑动至模式中的 $\text{next}[k]=k'$ 个字符比较，重复上述过程直至 p_j 和模式中的某个字符匹配成功或不存在任何 k' ($1 < k' < j$) 满足 ②，则令 $\text{next}[j+1]=1$ 。

KMP算法实现

■ 模式串的next函数值的求解算法实现：

```
void get_next(SSString T,int &next[ ]) {  
    i=1;next[1]=0;j=0;  
  
    while (i<T[0]){
        if (j==0 || T[i]==T[j])
            { ++i;++j;next[i]=j; }
        else j=next[j];
    }
} // get_next
```

KMP算法时间复杂度

■KMP算法的时间复杂度 $O(m+n)$

计算next函数 $O(m)$

匹配函数Index_KMP $O(n)$

KMP算法优化



KMP算法能否进一步优化呢?

- 以字符串“a b a b c”为例，当第二个a失配后，说明被匹配字符串一定不为a，这时候我们可以将当前值与串的 $\text{sub}[\text{next}[i]]$ 值进行比较，如果相同，则将 $\text{nextval}[\text{next}[i]]$ 值存入 $\text{nextval}[i]$ ，不同则将当前值的 next 的值存入 $\text{nextval}[i]$ ；
- 在 next 数组的基础上实现KMP的优化，请参看教材算法4.8。

串操作应用

■ 文本编辑

■ 建立词索引表

本节要点

■ 串的模式匹配算法：BF算法

- ✓ 简单、易理解，主串子串都回退
- ✓ 效率不高，时间复杂度： $O(n*m)$

■ 串的模式匹配算法：KMP算法

- ✓ 主串不回退，子串回退
- ✓ 计算next函数值
- ✓ 效率高，时间复杂度： $O(n+m)$

感谢聆听