



PROJET RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

Travail réalisé par:

MANSOURI SAMER

CHEBIL ILEF

ELHAJ ASMA

MEDIMEGH OLFA

GL3 INSAT 2023-2024

PLAN DU RAPPORT

I. Présentation des Membres du Groupe

II. Description des Problèmes d'Optimisation

III. La Modélisation Mathématique des Problèmes

IV. La Description de l'IHM Développée

V. Les Résultats Obtenus et leur Analyse

VI. Conclusion et Perspectives

VII. Code Source ([lien repository Github](#))

I. PRÉSENTATION DES MEMBRES DU GROUPE



CHEBIL ILEF



MANSOURI SAMER



ELHAJ ASMA



MEDIMEGH OLFA

II. DESCRIPTION DES PROBLÈMES D'OPTIMISATION

II.1. PL 1 : GESTION OPTIMALE D'UNE ZONE AGRICOLE:

L'Etat tunisien veut mettre en valeur une zone agricole de 1000 hectares où cinq cultures sont à priori possibles :

le blé, l'orge, le maïs, la betterave à sucre et le tournesol. On dispose des données suivantes sur les cinq cultures:

	Blé	Orge	Mais	Bet-sucré	Tournesol
Rendement Q/ha	75	60	55	50	60
Prix de vente UM/Q	60	50	66	110	60
M.O.Ouvriers/ha	2	1	2	3	2
Temps machine H/ha	30	24	20	28	25
Eau m ³ /ha	3000	2000	2500	3800	3200
Salaire annuel/ouvrier	500	500	600	700	550
Frais fixe de gestion	250	180	190	310	320

Les disponibilités des différents facteurs de production sont comme suit
 Main d'œuvre : 3000 ouvriers agricoles.

Eau d'irrigation : 25000000 m³. Heures machine : 24000 Heures machine

II.2. PL 2 : GESTION DE LA PRODUCTION:

Pendant les quatre prochains mois l'entreprise ChausseTous doit satisfaire à temps les demandes en chaussures de ses clients. La demande est de 3000 paires pour le premier mois, 5000 pour le second, 2000 pour le troisième et 1000 pour le quatrième mois. Au début du premier mois, on a 500 paires en stock et on dispose de 100 ouvriers. Un ouvrier est payé 1500 D par mois. Un ouvrier travaille 160 heures par mois avant de considérer les heures supplémentaires. Un ouvrier peut faire un maximum de 20 heures supplémentaires par mois et est payé 13 D par heure. Une paire de chaussure prend 4 heures de travail de l'ouvrier et 15D de matière première. Au début d'un mois donné on peut recruter ou licencier des ouvriers. Les frais de recrutement d'un ouvrier sont estimés à 1600D, les frais de licenciement sont estimés à 2000 D. A la fin d'un mois donné, on estime à 3 D les coûts de stockage d'une paire de chaussure. La demande d'un mois est satisfaite de la production du mois et du stock au début du mois.

Déterminer le planning optimal de production ainsi que la politique optimale de gestion des ouvriers.

II.3. PL 3 : PLANIFICATION DES BESOINS EN RESSOURCES HUMAINES :

Un bureau de poste a des besoins en personnel lors des sept jours de la semaine, donnés par le tableau suivant :

Jour Lundi Mardi Mercredi Jeudi Vendredi Samedi Dimanche Minimum requis 17 13 15 19 14 16 11.

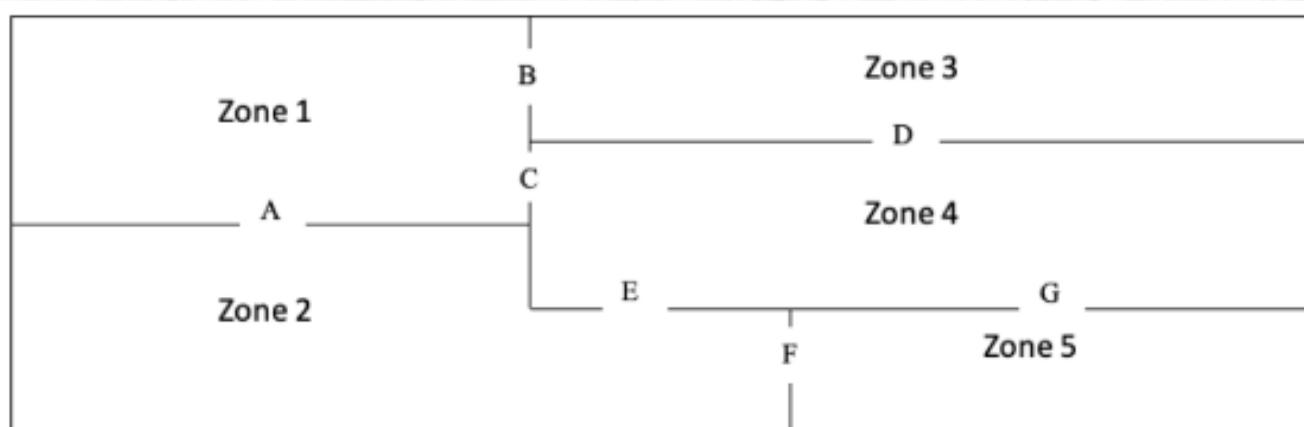
Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Minimum requis	17	13	15	19	14	16	11

Déterminer la planification permettant de satisfaire les besoins du bureau en recourant au minimum d'employés tout en sachant que chaque employé doit travailler pendant cinq jours consécutifs avant de prendre deux jours de congé.

II.4. PLNE 1: PROBLÈME DE POSITIONNEMENT:

Une compagnie téléphonique spécialisée dans les téléphones mobiles est nouvellement installée dans un pays dont le plan est présenté ci-dessous. Les antennes d'émission peuvent être placées sur les sites A,..., G situés sur les frontières communes des différentes zones du pays. Une antenne placée sur un site donné peut couvrir les deux zones dont la frontière commune abrite ce site. Le but de la compagnie est d'assurer au moindre coût le recouvrement de chaque zone avec au moins une antenne tout en couvrant la zone 4 avec au moins deux antennes.

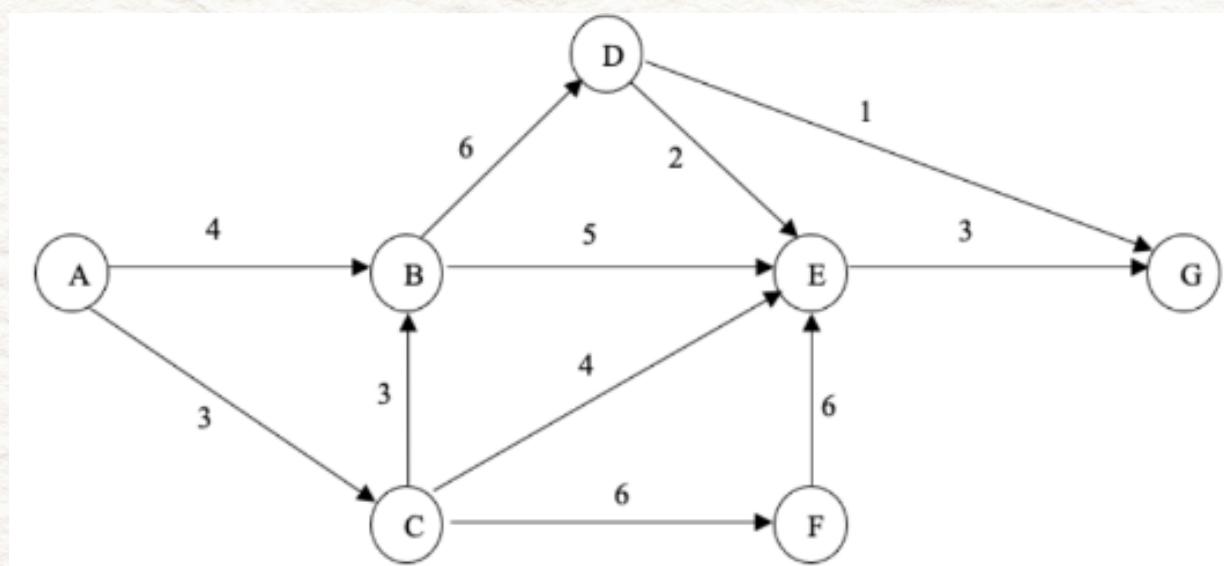
Formuler le programme linéaire qui permet d'atteindre ce but.



II.5. PLNE 2 : PROBLÈME DE RÉSEAU:

La figure ci-dessous représente un réseau IP où on considère un seul sens de transmission indiqué par les flèches.
Le nombre figurant sur chaque lien indique la durée nécessaire (en secondes) pour transférer un paquet IP en empruntant ce lien.

Formuler le programme linéaire qui donne le chemin le plus rapide pour effectuer le transfert du routeur A vers le routeur G.



III. LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DES PROBLÈMES

III.1. PL 1: GESTION OPTIMALE D'UNE ZONE AGRICOLE:

Les variables de décision :

- * NHS_i : Le nombre d'heures supplémentaires du mois i : ($i=1, 2, 3, 4$)
- * NCH_i : Le nombre de paires de chaussures fabriqués à la fin de chaque mois i .
- * NOR_i : Le nombre d'ouvriers recrutés au début de chaque mois i .
- * NOL_i : Le nombre d'ouvriers licenciés au début de chaque mois i .

Les variables auxiliaires :

- * S_i : Le stock initial au début de chaque mois i .
- * NO_i : Le nombre d'ouvriers disponibles

La fonction objectif :

$$\text{Min CT} = 3(S_0 + S_1 + S_2 + S_3) + 1500(NO_1 + NO_2 + NO_3 + NO_4) + 13(NHS_1 + NHS_2 + NHS_3 + NHS_4) + 1600(NOR_1 + NOR_2 + NOR_3 + NOR_4) + 2000(NOL_1 + NOL_2 + NOL_3 + NOL_4) + 15(NCH_1 + NCH_2 + NCH_3 + NCH_4)$$

Les contraintes:

- * Les heures supplémentaires
 - $NHS_i \leq 20 * NO_i$
 - * La production & la demande
 - $S_0 + NCH_1 \geq 3000$
 - $S_1 + NCH_2 \geq 5000$
 - $S_2 + NCH_3 \geq 2000$
 - $S_3 + NCH_4 \geq 1000$
 - * La production & les heures de travail
 - $NCH_1 \leq 1/4(NHS_1 + NO_1 * 160)$
 - $NCH_2 \leq 1/4(NHS_2 + NO_2 * 160)$
 - $NCH_3 \leq 1/4(NHS_3 + NO_3 * 160)$
 - $NCH_4 \leq 1/4(NHS_4 + NO_4 * 160)$
- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> * Effectif <ul style="list-style-type: none"> • $NO_0 = 100$ • $NO_1 = NO_0 + NOR_1 - NOL_1$ • $NO_2 = NO_1 + NOR_2 - NOL_2$ • $NO_3 = NO_2 + NOR_3 - NOL_3$ • $NO_4 = NO_3 + NOR_4 - NOL_4$ | <ul style="list-style-type: none"> * Stock <ul style="list-style-type: none"> • $S_0 = 500$ • $S_1 = S_0 + NCH_1 - 3000$ • $S_2 = S_1 + NCH_2 - 5000$ • $S_3 = S_2 + NCH_3 - 2000$ • $S_4 = S_3 + NCH_4 - 1000$ |
| <ul style="list-style-type: none"> * Signe <ul style="list-style-type: none"> • $S_i \geq 0, NO_i \geq 0, NOR_i \geq 0, NOL_i \geq 0, NHS_i \geq 0,$ | <ul style="list-style-type: none"> * Signe <ul style="list-style-type: none"> • $S_i \geq 0, NO_i \geq 0, NOR_i \geq 0, NOL_i \geq 0, NHS_i \geq 0,$ |

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n (NCH_i * C_i) + (Sal * NO_i) + (R * NOR_i) + (L * NOL_i) + (Hsup * NHS_i) + \sum_{i=0}^{n-1} (S_i * Cs_i)$$

$$S_i = S_{i-1} + CH_i - D_i$$

$$NO_i = NO_{i-1} + NOR_i - NOL_i$$

$$\frac{(H * NO_i) + NHS_i}{h} \geq NCH_i \geq D_i - S_{i-1}$$

$$NHS_i \leq NO_i * Hmax$$

$$S_0 = 500$$

$$NO_0 = 100$$

III.2. PL 2 : GESTION DE LA PRODUCTION:

Les variables de décision :

- * X_i : La quantité de chaque culture i à cultiver avec $i=1, 2, 3, 4, 5$ pour le blé, l'orge, le maïs, la betterave à sucre et le tournesol respectivement.
- * Y_i : $\begin{cases} Y_i = 1 \text{ si } X_i > 0 \\ Y_i = 0 \text{ sinon} \end{cases}$

Les paramètres:

- * R_i : La production d'un hectare de la culture i en Quintal.
- * P_i : Le prix de vente d'un Quintal de la culture i
- * MO_i : Le nombre d'ouvriers nécessaires pour travailler un hectare de la culture i .
- * H_i : Le nombre d'heures machine par hectare
- E_i : La quantité d'eau en m³ nécessaire pour satisfaire un hectare de la culture i .
- * S_i : Le salaire annuel d'un ouvrier
- * FF_i : Frais fixe de gestion de la culture i
- * CH : Le coût d'une heure machine
- * CE : Le coût d'un m³ d'eau
- * MO : Le nombre total d'ouvriers disponible
- * Eau : L'eau d'irrigation disponible en m³
- * TM : Le nombre d'heures machine disponible
- * Sup : Superficie de la zone agricole

La fonction objectif :

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n X_i * ((R_i * P_i) - (MO_i * S_i) - (H_i * CH) - (E_i * CE)) - \sum_{i=1}^n Y_i * FF_i$$

Les contraintes:

- * Main d'œuvre : $\sum_{i=1}^n X_i * MO_i \leq MO$
- * Eau : $\sum_{i=1}^n X_i * E_i \leq Eau$
- * Temps machine : $\sum_{i=1}^n X_i * H_i \leq TM$
- * Superficie de la zone : $\sum_{i=1}^n X_i \leq Sup$
- * Signe : $X_i \geq 0$

III.3. PL 3 : PLANIFICATION DES BESOINS EN RESSOURCES HUMAINES.

Les variables de décision :

x_i = nombre d'employés commençant à travailler le jour i

La fonction objectif :

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

Les contraintes :

$$\begin{array}{l} x_1 \quad \quad \quad +x_4 \quad +x_5 \quad +x_6 \quad +x_7 \quad \geq \quad 17 \\ x_1 \quad +x_2 \quad \quad \quad +x_5 \quad +x_6 \quad +x_7 \quad \geq \quad 13 \\ x_1 \quad +x_2 \quad +x_3 \quad \quad \quad +x_6 \quad +x_7 \quad \geq \quad 15 \\ x_1 \quad +x_2 \quad +x_3 \quad +x_4 \quad \quad \quad +x_7 \quad \geq \quad 19 \\ x_1 \quad +x_2 \quad +x_3 \quad +x_4 \quad +x_5 \quad \quad \quad \geq \quad 14 \\ +x_2 \quad +x_3 \quad +x_4 \quad +x_5 \quad +x_6 \quad \quad \quad \geq \quad 16 \\ +x_3 \quad +x_4 \quad +x_5 \quad +x_6 \quad +x_7 \quad \geq \quad 11 \\ x_i \geq 0 \quad (i=1,2,\dots,7) \end{array}$$

III.4. PLNE 1 : PROBLÈME DE POSITIONNEMENT:

$$x_{AB} = \begin{cases} 1 & \text{si le lien } AB \text{ est emprunté} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On définit de même $x_{AC}, x_{BD}, x_{BE}, x_{CB}, x_{CE}, x_{CF}, x_{DE}, x_{DG}, x_{EG}, x_{FE}$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & 4 x_{AB} + 3 x_{AC} + 6 x_{BD} + 5 x_{BE} + 3 x_{CB} + 4 x_{CE} + 6 x_{CF} + 2 x_{DE} \\ & + x_{DG} + 3 x_{EG} + 6 x_{FE} \end{aligned}$$

$$\text{s.c.} \left\{ \begin{array}{ll} x_{AB} + x_{AC} = 1 & (\text{un seul lien partant de A}) \\ x_{DG} + x_{EG} = 1 & (\text{un seul lien arrivant à G}) \\ (x_{AB} + x_{CB}) - (x_{BD} + x_{BE}) = 0 & \\ (x_{AC}) - (x_{CB} + x_{CE} + x_{CF}) = 0 & \left. \begin{array}{c} \text{nombre de liens entrants} \\ = \\ \text{nombre de liens sortants} \end{array} \right\} \\ (x_{BD}) - (x_{DE} + x_{DG}) = 0 & \\ (x_{BE} + x_{CE} + x_{DE} + x_{FE}) - (x_{EG}) = 0 & \\ (x_{CF}) - (x_{FE}) = 0 & \end{array} \right.$$

$$x_{AB}, x_{AC}, x_{BD}, x_{BE}, x_{CB}, x_{CE}, x_{CF}, x_{DE}, x_{DG}, x_{EG}, x_{FE} \in \{0,1\}$$

Solution optimale : $x_{AC} = x_{CE} = x_{EG} = 1$

$$Z = 10$$

$$x_{AB} = x_{BD} = x_{BE} = x_{CB} = x_{CF} = x_{DE} = x_{DG} = x_{FE} = 0$$

III.5. PLNE 2 : PROBLÈME DE RÉSEAU:

Les variables de décision :

Pour chaque région R_i on crée deux variables X_i et Y_i .

$$\begin{aligned} X_i &: \text{Variable binaire} \quad \left\{ \begin{array}{l} X_i = 1 \text{ si on place une agence à la région } i. \\ X_i = 0 \text{ sinon} \end{array} \right. \\ Y_i &: \text{Variable binaire} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_i = 1 \text{ si on place un serveur DAB à la région } i. \\ Y_i = 0 \text{ sinon} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Les paramètres :

P_i : La population de la région i (en milliers d'habitants).

K : le coût d'implantation d'une agence.

D : le coût de mise en place d'un serveur DAB.

B : le budget

$a\%$: le pourcentage des clients de la région de l'agence.

$b\%$: le pourcentage des clients de la région voisine à la région de l'agence.

$c\%$: le pourcentage des clients de la région du serveur DAB.

La fonction objectif :

$$\text{Max } Z = \sum_i (X_i (a\% P_i + b\% \sum_{j(j \neq i)} a_{ij} P_j) + (Y_i c\% P_i)).$$

Les contraintes :

1) L'impossibilité d'avoir deux agences dans deux régions voisines :

$$\text{pour chaque région } i : \sum_j a_{ij} X_j \leq 1$$

2) Avoir des clients de toutes les régions :

$$\text{pour chaque région } i : \sum_j a_{ij} X_j + Y_i \geq 1$$

3) Coût d'implantation des agences et des DAB < budget : $K * \sum_i X_i + D * \sum_i Y_i \leq B$

IV. LA DESCRIPTION DE L'IHM DÉVELOPPEE

IV.1. VERSION 1: PYQT5:

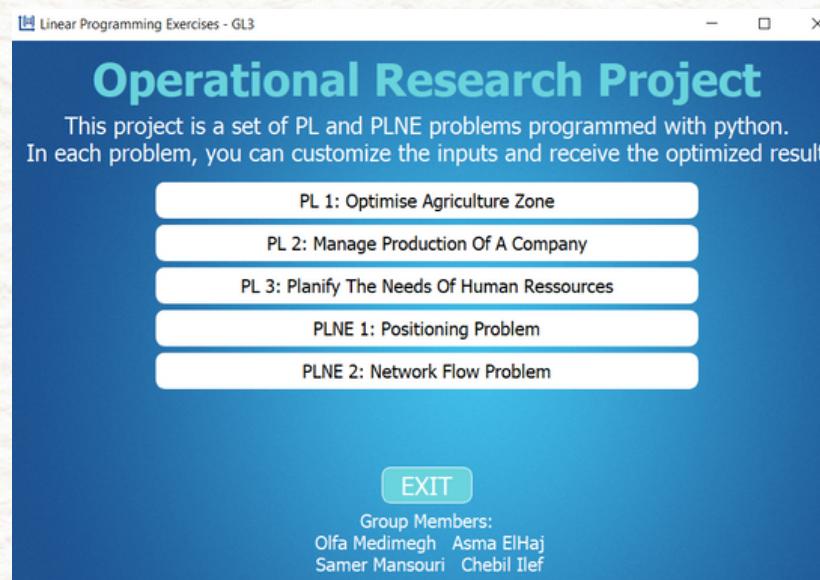


Fig1: Interfae IHM du 1er pop up window (home page)

Nous avons utiliser PyQt5 qui offre une interface conviviale pour résoudre un problème d'optimisation pour développer l'IHM. Voici un exemple pour le PLNE 3 (voir exécution du code pour les autres):

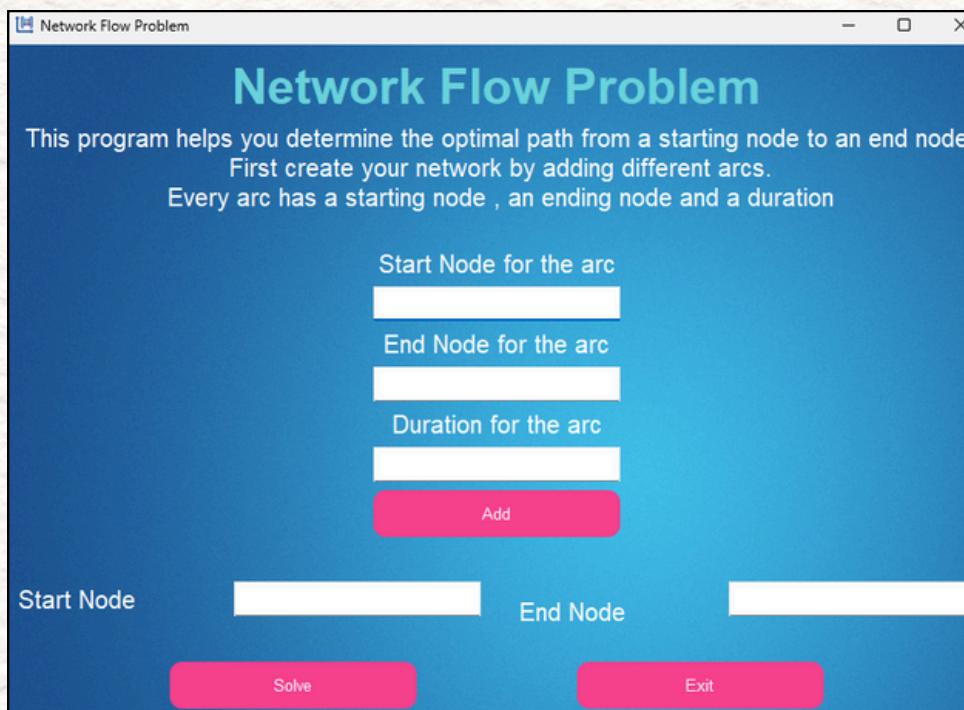


Fig2: Interfae IHM du PLNE 2 (Network Flow Problem)

IV.2. VERSION 2: REACT JS:



Fig3: Interfae IHM du home page (React Js)

Nous avons utiliser React Js qui offre une interface conviviale pour résoudre un problème d'optimisation pour développer l'IHM. Voici un exemple pour le PL1 (voir exécution du code pour les autres):

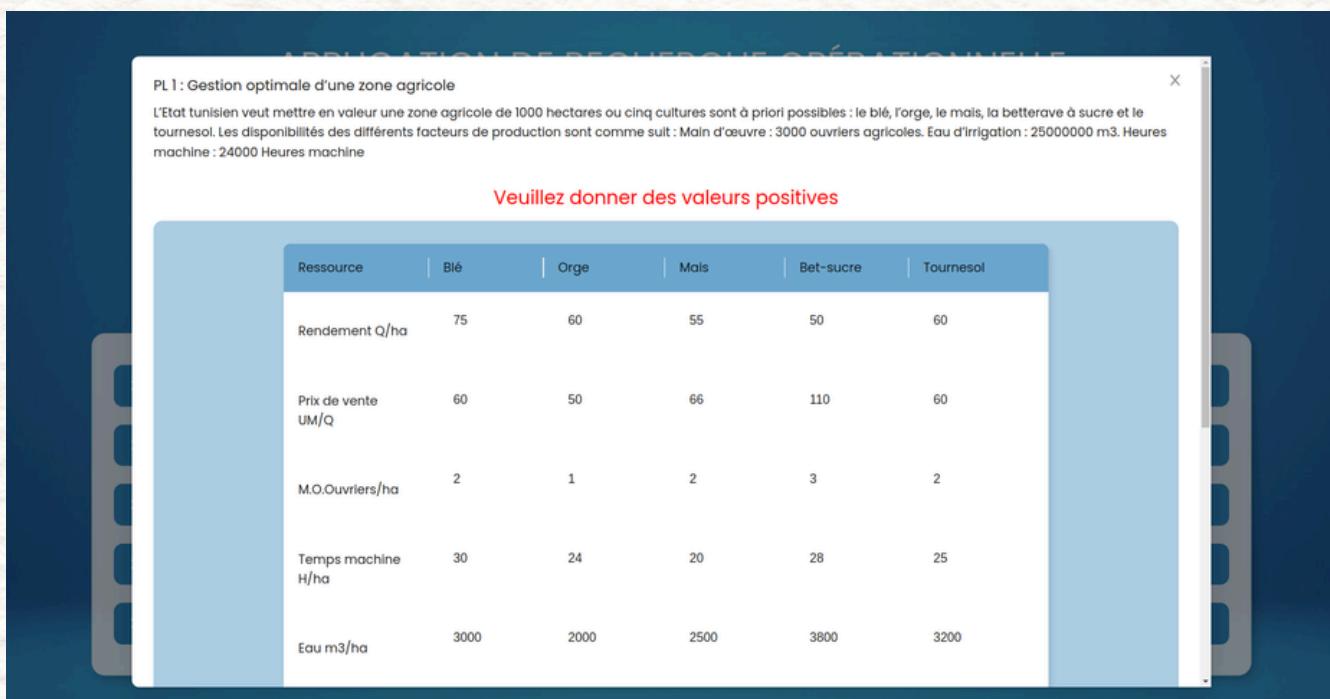


Fig4: Interfae IHM du PL 2 (Network Flow Problem)

V. LES RÉSULTATS OBTENUS ET LEUR ANALYSE

V.1. PL1 : GESTION OPTIMALE D'UNE ZONE AGRICOLE:

Nous avons déjà remplir le tableau avec les données de l'exercice comme des valeurs par defaut.

Optimise Agriculture Zone :

The Tunisian state wants to develop an agricultural area of 1000 hectares where five crops are potentially possible wheat, barley, corn, sugar beet, and sunflower. We have the following data on these five crops

	Ble	Orge	Mais	Bet-Sucre	Tournesol
Rendement Q/ha	75	60	55	50	60
Prix de vente UM/Q	60	50	66	110	60
M.O.Ouvriers/ha	2	1	2	3	2
Temps machine H/ha	30	24	20	28	25
Eau m ³ /ha	3000	2000	2500	3800	3200
Salaire annuel/ouvrier	500	500	600	700	550
Frais fixe de gestion	250	180	190	310	320

Main d'œuvre(nb_ouvries) :

Eau d'irrigation(m³) :

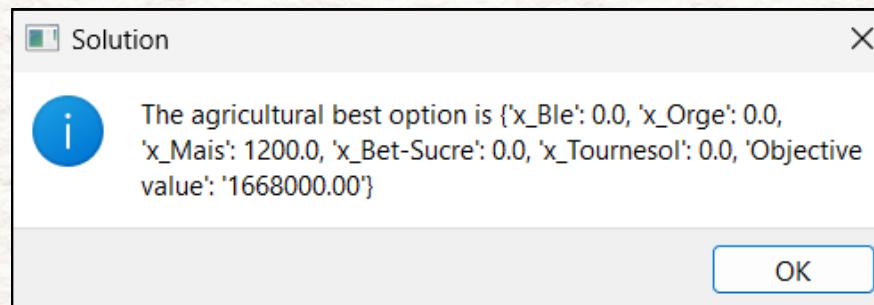
Heures machine(heures machine) :

Cout Machine :

cout Eau:

Solve **Exit**

Donc il ne reste que appuier sur le bouton “Solve”. Et voila le résultat :



La solution optimale donnée ne prévoit aucune culture d'orge ou de tournesol, mais une allocation de 1200 unités pour le maïs et aucune pour la betterave à sucre.

V.2. PL 2 : GESTION DE LA PRODUCTION:

Nous avons déjà remplir le tableau avec les données de l'exercice comme des valeurs par default.

Veuillez donner des valeurs positives

Mois	Demande	Stock Initial	Coute de stockage
1	3000	500	3
2	5000	0	3
3	2000	0	3
4	1000	0	3

Ressources	Disponibilité	Cout unitaire
Ouvriers	100	1500
Heures supplémentaires	20	13

Produit	Temps de production	Cout de la matière première
Paire de chaussures	4	15

Volume horaire mensuel de travail par ouvrier	Frais de Recrutement d'un ouvrier	Frais de licenciement d'un ouvrier
160	1600	2000

En appuyant sur le bouton “Solve”, on obtient ce résultat :

Solution optimale

MOIS 1

Nombre de paires de chaussures fabriquées par mois [1] = 4000
 Nombre d'ouvriers disponibles par mois [1] = 100
 Nombre d'ouvriers licenciés par mois [1] = 13
 Nombre d'ouvriers recrutés par mois [1] = 0
 Nombre d'heures supplémentaires par mois [1] = 0
 Stock de paires de chaussures par mois [1] = 500

MOIS 2

Nombre de paires de chaussures fabriquées par mois [2] = 3500
 Nombre d'ouvriers disponibles par mois [2] = 87
 Nombre d'ouvriers licenciés par mois [2] = 37
 Nombre d'ouvriers recrutés par mois [2] = 0
 Nombre d'heures supplémentaires par mois [2] = 80
 Stock de paires de chaussures par mois [2] = 1500

MOIS 3

Nombre de paires de chaussures fabriquées par mois [3] = 2000
 Nombre d'ouvriers disponibles par mois [3] = 50
 Nombre d'ouvriers licenciés par mois [3] = 0
 Nombre d'ouvriers recrutés par mois [3] = 0
 Nombre d'heures supplémentaires par mois [3] = 0
 Stock de paires de chaussures par mois [3] = 0

MOIS 4

Nombre de paires de chaussures fabriquées par mois [4] = 1000
 Nombre d'ouvriers disponibles par mois [4] = 50
 Nombre d'ouvriers licenciés par mois [4] = 0
 Nombre d'ouvriers recrutés par mois [4] = 0
 Nombre d'heures supplémentaires par mois [4] = 0
 Stock de paires de chaussures par mois [4] = 0

La production de chaussures diminue progressivement sur quatre mois, avec une utilisation croissante d'heures supplémentaires au mois 2 pour compenser. Le stock atteint zéro au mois 3, indiquant une gestion serrée des stocks mais nécessitant une évaluation continue de la demande pour ajuster la planification de la main-d'œuvre et de la production.

V.3. PL 3 : PLANIFICATION DES BESOINS EN RESSOURCES HUMAINES:

Nous avons déjà remplir le tableau avec les données de l'exercice comme des valeurs par défaut.

Veuillez donner des valeurs positives

Jour	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
Minimum requis	17	13	15	19	14	16	11

Solve **Reset**

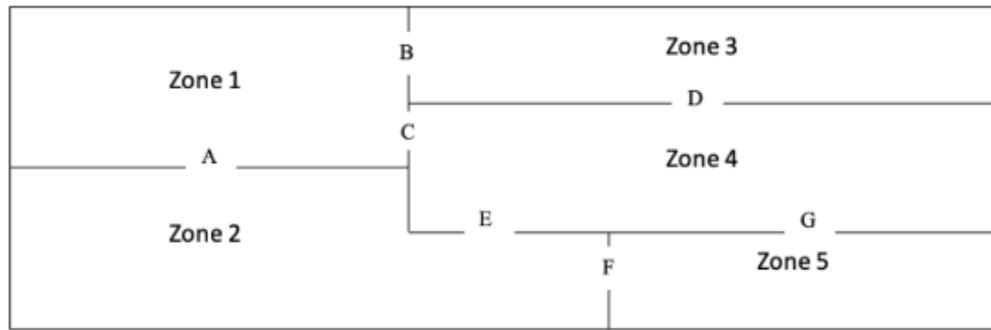
En appuyant sur le bouton “Solve”, on obtient ce résultat :

- 1 - Lundi : 18 employés.
- 2 - Mardi : 13 employés.
- 3 - Mercredi : 15 employés.
- 4 - Jeudi : 20 employés.
- 5 - Vendredi : 14 employés.
- 6 - Samedi : 16 employés.
- 7 - Dimanche : 19 employés.
- 8 - Nombre d'employés : 23

Le résultat du PL assure une planification optimale, minimisant le nombre d'employés nécessaires tout en respectant les contraintes de rotation du personnel. Cela garantit une utilisation efficace des ressources et une réponse adéquate aux besoins du bureau de poste.

V.4. PLNE 1 : PROBLÈME DE POSITIONNEMENT:

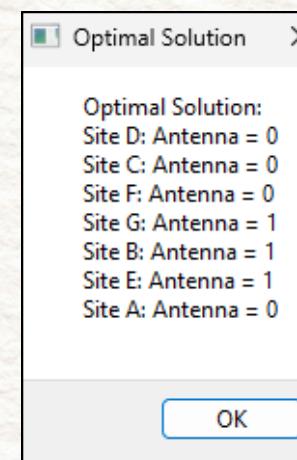
D'abord on ajoute les données qui sont représenté par cette figure:



The zone number:	<input type="text" value="4"/>	
Number of antennas required:	<input type="text" value="2"/>	
The site that surrounds the zone:	<input type="text" value="C,D,E,G"/>	
Add zone	Solve	Exit

Voici l'exemple de saisie des données sur la zone 4.

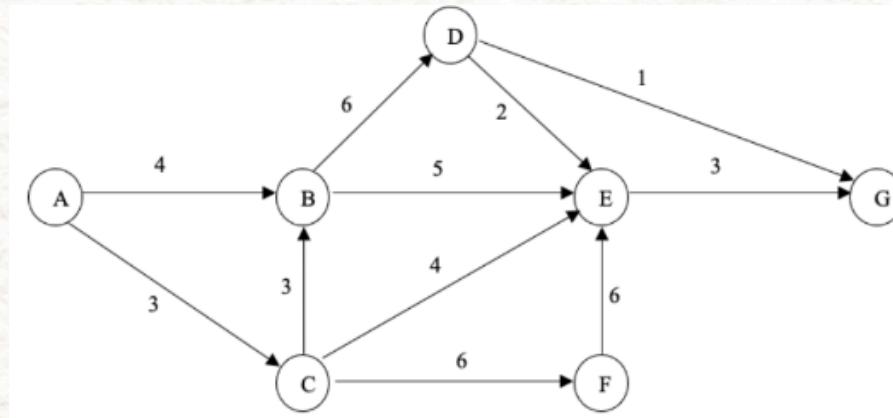
la solution est données par la figure suivante:



Cela assure la couverture de chaque zone avec au moins une antenne et couvre la zone 4 avec au moins deux antennes.

V.5. PLNE 2 : PROBLÈME DE RÉSEAU:

D'abord on crée ce réseau en ajoutant des différents arcs.

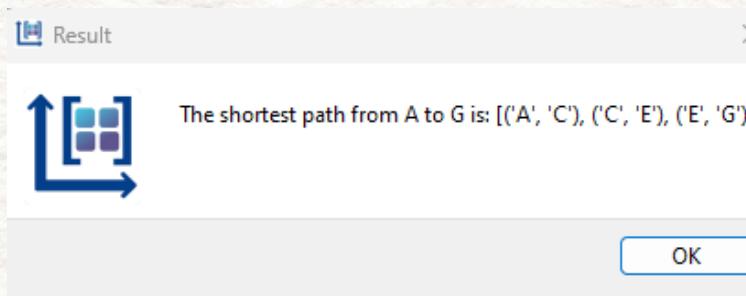


En suite, on peut demander d'avoir le plus court chemin de A à G:

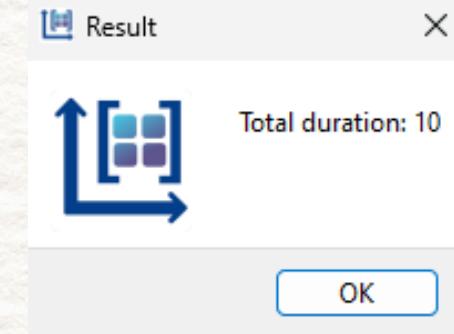
Start Node	<input type="text" value="A"/>	End Node	<input type="text" value="G"/>
------------	--------------------------------	----------	--------------------------------

On aura le résultat suivant:

- Le chemin:



- La Durée:



Cette solution optimale pour ce problème du réseau identifie le chemin le plus court de A à G comme suit :

- Le chemin est : A -> C -> E -> G.
- La durée totale est de 10 unités.

Cela signifie que pour atteindre le nœud G depuis le nœud A, le chemin le plus court passe par les nœuds C et E, avec une durée totale de 10 unités.

VI. CONCLUSION ET PERSPECTIVES :

Ce projet de Travaux Pratiques en Recherche Opérationnelle nous a permis de mettre en pratique divers concepts et techniques fondamentaux de l'optimisation et de la programmation. À travers la modélisation et la résolution de problèmes d'optimisation, nous avons exploré les applications concrètes des méthodes de programmation linéaire et mixte. L'implémentation d'une interface graphique conviviale avec Qt5 (version1) et React Js (version2) nous a également permis de développer nos compétences en conception d'IHM et en interaction utilisateur.

Nous avons rencontré différents défis tout au long du projet, notamment la modélisation précise des problèmes, la gestion des contraintes et des variables de décision, ainsi que l'intégration du solveur Gurobi pour obtenir des solutions optimales. Grâce à une collaboration efficace au sein de notre groupe, nous avons pu surmonter ces défis et produire une application fonctionnelle et robuste.

Ce projet ouvre la voie à de nombreuses perspectives d'amélioration et d'extension. Tout d'abord, nous pourrions explorer des problèmes d'optimisation plus complexes et réalistes, en intégrant par exemple des contraintes supplémentaires ou en optimisant pour plusieurs objectifs simultanément. Ensuite, nous pourrions améliorer l'IHM en ajoutant des fonctionnalités avancées telles que la visualisation graphique des données et des résultats, ou la possibilité de sauvegarder et de charger des jeux de données.

VII. CODE SOURCE (LIEN REPO GITHUB) :

<https://github.com/Chebil-Ilef/Operational-Research-Project>

NB: on a 2 branches: react_version et pyQt5_interface