РАБОЧАЯ МАКРОХАРАКТЕРИСТИКА БТС

$$D_S = const$$

$$g(q) = const$$

$$E_m = f(\delta_D) \text{ -?}$$

D_{S_0} – расчетные ресурсы БТС

$\pm\delta_D$ – изменение ресурсов БТС

$g(\delta_D)$ – функция внешнего руководства.

$$D_S = D_{S_0} \pm \delta_D$$

$$D_\Sigma = \{D_S\}$$

$$D_S \in D_\Sigma$$

$$\varphi_0 = \varphi_0[g(q)] \leftrightarrow E(\varphi_0) = \max_{\varphi \in D_\varphi} E(\varphi)$$

Уравнение роста максимального значения эффективности системы при изменении ее ресурсов на величину δ_D:

$$dE_m(\delta_D) = E_m(\delta_D) g(\delta_D) d\delta_D \qquad (1),$$

где $E_m(\delta_D)$- вещественная ограниченная функция, непрерывная на D_Σ.

При этом для любой реализации E_m должно выполняться условие оптимальности поведения ***(то есть условие оптимальности распределения дополнительных ресурсов δ_D по пространству D_S):***

$$g(\delta_D)(E_m)'_\varphi[\varphi_0(\delta_D)] = \lambda_0 = const \Rightarrow \varphi_0$$

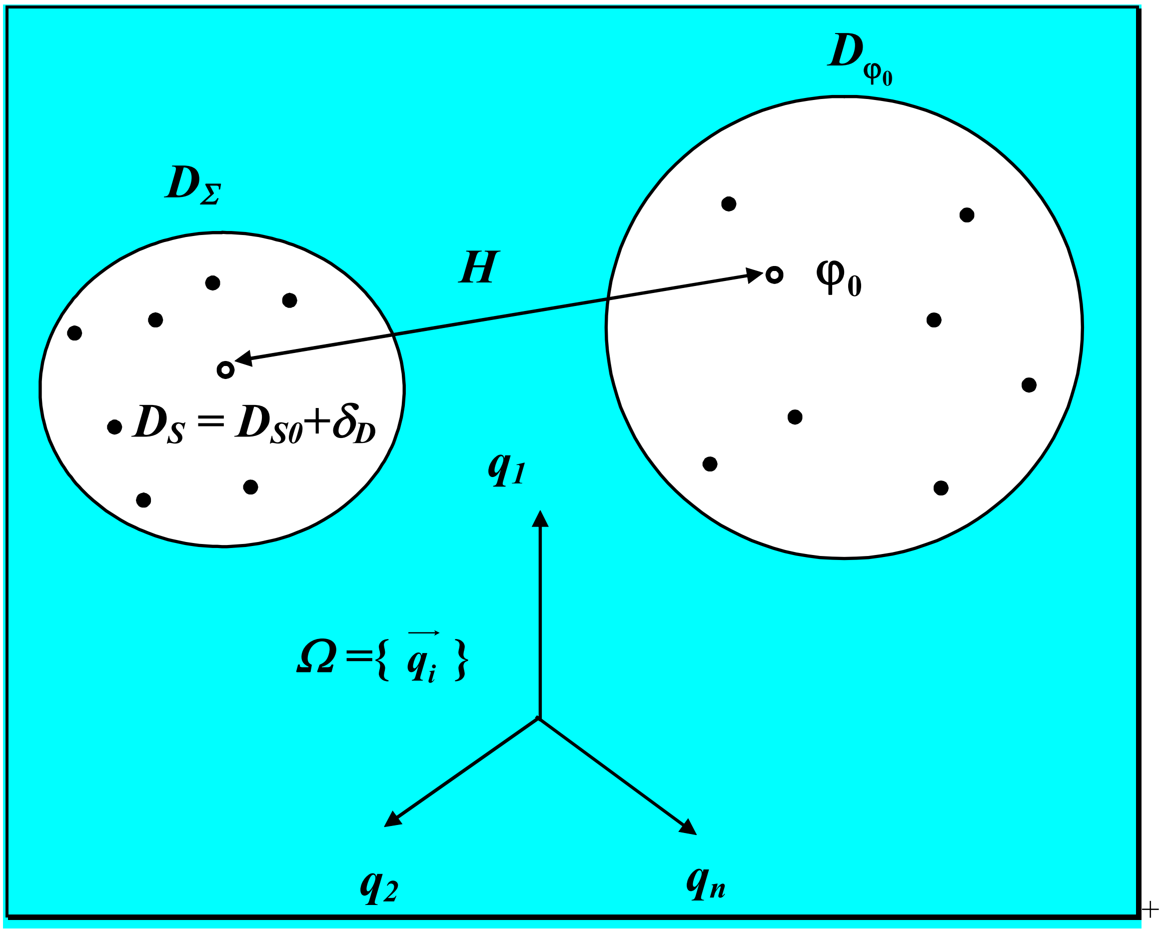
$$g(\delta_D) dE_m(\varphi_0) = \lambda_0 d\varphi_0$$

Интеграл этого уравнения имеет вид:

$$g(\delta_D) E_m(\varphi_0) = \lambda_0 \varphi_0 - C_{\varphi_0}$$

Здесь C_{φ_0} – **постоянная интегрирования, определенная на пространстве существования возможных реализаций <u>оптимальных</u> построений системы D_{φ_0}: $D_{\varphi_0} = \{\varphi_0\}$.**

В этом уравнении максимальная эффективность системы E_m, определенная для некоторого $D_S \in D_\Sigma$ и некоторой реализации функции внешнего руководства $g(\delta_D)$, может рассматриваться как функция, определенная на пространстве D_{φ_0}. Так как рабочая макрохарактеристика представляет собой функцию, определенную на пространстве D_Σ, то необходимо отобразить это уравнение на это пространство (перейти от оператора φ к оператору δ_D), вскрыв в дальнейшем смысл C_{φ_0}.



$$g(\delta_D)E_m(\varphi_0) = \lambda_0\varphi_0 - C_{\varphi_0}$$

$$g(\delta_D)E_m(\delta_D) = HE_m(\delta_D) - C_E$$

H – линейный оператор перехода от пространства D_{φ_0} к пространству D_Σ для выражения $\lambda_0\varphi_0$.

C_E – константа в пространстве D_Σ (отображение C_{φ_0} на D_Σ)

Пусть $g(\delta_D) \to 0$ ***при*** $\delta_D \to \pm\infty$

Тогда для $\delta_D \to +\infty$:

$$HE_m(\infty) - C_E = 0 \Leftrightarrow C_E = HE_m(\infty)$$

$$g(\delta_D)E_m(\delta_D) = HE_m(\delta_D) - HE_m(\infty)$$

$$g(\delta_D) = \frac{-H}{E_m(\delta_D)}\left[E_m(\infty) - E_m(\delta_D)\right]$$

$$\sigma(\delta_D) = \frac{-H}{E_m(\delta_D)}$$

$$E_{mm} = E_m(\infty)$$

$$g(\delta_D) = \sigma(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right] \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем дифференциальное уравнение роста эффективности:

$$dE_m(\delta_D) = E_m(\delta_D)\sigma(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right]d\delta_D$$

«Интеграл его, определяемый обычным путем, будет таков:

$$E_m(\delta_D) = \frac{E_{mm}}{1 + exp\left\{-\int\limits_D \sigma'(\delta_D)d\delta_D\right\}}$$

где $\sigma'(\delta_D) = E_{mm}\sigma(\delta_D)$ »[1]

[1] ***С.Ф. Матвеевский. Основы системного проектирования комплексов летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1987 [стр.64]***

Решим уравнение

$$dE_m(\delta_D) = E_m(\delta_D)\sigma(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right]d\delta_D$$

Разделим переменные и проинтегрируем уравнение:

$$\frac{dE_m(\delta_D)}{E_m(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right]} = \sigma(\delta_D)\,d\delta_D$$

$$\int\frac{dE_m(\delta_D)}{E_m(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right]} = \int\sigma(\delta_D)\,d\delta_D \qquad (3)$$

Левая часть уравнения:

$$\int\frac{dE_m(\delta_D)}{E_m(\delta_D)\left[E_{mm} - E_m(\delta_D)\right]} = ?$$

Пусть $E_m(\delta_D) = x$

$$E_{mm} = a$$

$$\int\frac{dx}{x(a-x)} = ?$$

MatchCAD: $\int\frac{dx}{x(a-x)} \rightarrow \frac{1}{a}ln(x) - \frac{1}{a}ln(a-x)$

$$\frac{1}{x(a-x)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{a-x}$$

$$\frac{1}{x(a-x)}=\frac{A(a-x)+Bx}{x(a-x)}$$

$$1=Aa+(B-A)x\Rightarrow$$

$$\begin{cases} Aa=1 \\ B-A=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} A=\dfrac{1}{a} \\ B=\dfrac{1}{a} \end{cases}$$

$$\frac{1}{x(a-x)}=\frac{1}{a}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{a-x}\right)$$

$$\int\frac{dx}{x(a-x)}=\frac{1}{a}\left[\int\frac{dx}{x}+\int\frac{dx}{a-x}\right]=\frac{1}{a}\left[\ln x-\ln(a-x)\right]=\frac{1}{a}\ln\frac{x}{a-x}$$

Решим уравнение (3):

$$\frac{1}{a}\ln\frac{x}{a-x}=G,\qquad \text{где}\quad G=\int\sigma(\delta_D)d\delta_D$$

$$\ln\frac{x}{a-x}=Ga\Leftrightarrow$$

$$\frac{x}{a-x}=\exp(Ga)\Leftrightarrow$$

$$\frac{a-x}{x}=\exp(-Ga)\Leftrightarrow$$

$$\frac{a}{x}=1+\exp(-Ga)\Leftrightarrow$$

$$x = \frac{a}{1 + exp(-Ga)}$$

Возвращаясь к исходным обозначениям, имеем:

$$E_m(\delta_D) = \frac{E_{mm}}{1 + exp\left\{-\int\limits_D \sigma^{/}(\delta_D)d\delta_D\right\}}$$

$$\text{где} \quad \sigma^{/}(\delta_D) = E_{mm}\sigma(\delta_D)$$

Обозначим $\int\limits_D \sigma^{/}(\delta_D)d\delta_D$ **через** $\mathrm{K}(\delta_D)$. **Это скалярное поле, конечность которого вытекает из обусловленной ранее конечности** E_m **и** D_Σ.

Полагая, что это поле не имеет особенностей в нулевой точке, его можно представить в виде разложения по δ_D, **используя константы** $\alpha, \beta, \gamma, ...,$ **и постоянные векторы** $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, ...$

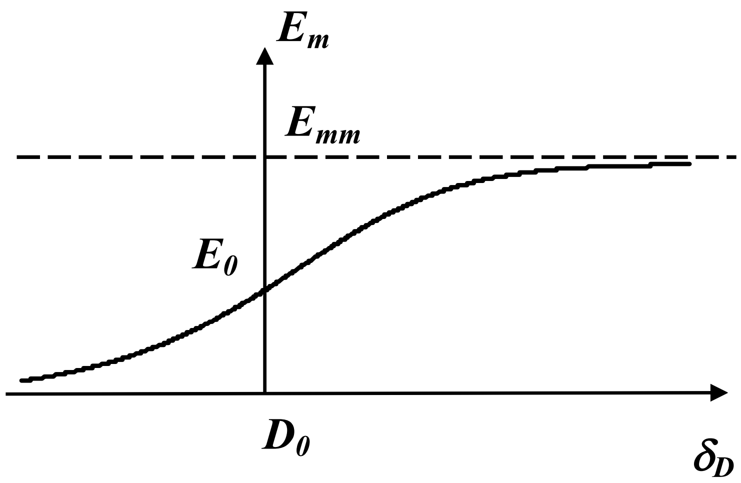
$$\int\limits_D \sigma^{/}(\delta_D)d\delta_D = \mathrm{K}(\delta_D)$$

$$\mathrm{K}(\delta_D) = \alpha + \bar{a}\delta_D + \left\{\beta\delta_D^2 + \left\lfloor \bar{b}\delta_D \right\rfloor \left\lfloor \bar{c}\delta_D \right\rfloor\right\} + ...$$

Рабочая макрохарактеристика БТС:

$$\boxed{E_m(\delta_D) = \frac{E_{mm}}{1 + exp\left\{-\left(\alpha + \bar{a}\delta_D + \beta\delta_D^2 + ...\right)\right\}}}$$

Несимметричная логистическая кривая:



Симметричная логистическая кривая:

$$E_m(\delta_D) = \frac{E_{mm}}{1 + exp\left(-\alpha - \bar{a}\delta_D\right)}$$