Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
КОЛЛЕДЖ ИНФОРМАТИКИ И ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Расчетно-графическая работа

По дисциплине математика

ЕН.01.10.02.03.007

Вариант №11

Студент группы 2ПКС-115 Деменчук Г.М.

Работа принята с оценкой: . . . .

Преподаватель: . . . . /Белоглазов А.И.

Москва, 2017

Задание 1

Исходные данные:

$$A=\begin{pmatrix}2&1&4\\0&5&7\\-1&2&-3\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}4&-8&-5\\-4&7&-1\\-3&5&1\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}2&4&6\\8&0&4\\-2&2&8\end{pmatrix};$$

$$D=\begin{pmatrix}2&5&6\\4&-1&5\\2&-6&-1\end{pmatrix};\ Z=\begin{pmatrix}1&2&-3\\1&0&2\\4&5&3\end{pmatrix};\ F=\begin{pmatrix}1&2&4\\2&3&-2\\-1&0&1\end{pmatrix};$$

$$K=\begin{pmatrix}1&3&7&2&5\\-1&0&4&8&3\\3&6&10&-4&7\end{pmatrix};\ M=\begin{pmatrix}1&2&1&4\\0&5&-1&4\\-1&3&4&6\end{pmatrix};\ N=\begin{pmatrix}2&0&3&5&1\\4&3&1&7&5\\0&3&-5&-3&3\\2&3&-2&2&4\end{pmatrix}$$

$$P=\begin{pmatrix}1&2&3&6\\2&3&1&6\\3&1&2&6\end{pmatrix};\ L=\begin{pmatrix}0&-1&3&0&2\\2&-4&1&5&3\\-4&5&7&-10&0\\-2&1&8&-5&3\end{pmatrix};\ R=\begin{pmatrix}2&1&1&2\\1&2&0&3\\2&3&1&5\\1&1&-2&1\end{pmatrix}$$

$$U=\begin{pmatrix}3&4&-5&1\\8&7&-2&-1\\2&-1&8&-3\end{pmatrix};\ T=\begin{pmatrix}2&4&2\\17&15&8\\4&8&4\\13&7&-3\end{pmatrix};\ S=\begin{pmatrix}7&6&-5\\1&-2&1\\-8&1&1\\2&8&3\end{pmatrix}$$

Задача 1

Условие задания: вычислить выражение $Z^2D'+E$

$$Z^2D'+E=\begin{pmatrix}1&2&-3\\1&0&2\\4&5&3\end{pmatrix}^2\begin{pmatrix}2&5&6\\4&-1&5\\2&-6&-1\end{pmatrix}'+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}1&2&-3\\1&0&2\\4&5&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&-3\\1&0&2\\4&5&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&4&2\\5&-1&-6\\6&5&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}1\cdot1+2\cdot1-3\cdot4&1\cdot2+2\cdot0-3\cdot5&1\cdot(-3)+2\cdot2-3\cdot3\\1\cdot1+0\cdot1+2\cdot4&1\cdot2+0\cdot0+2\cdot5&1\cdot(-3)+0\cdot2+2\cdot3\\4\cdot1+5\cdot1+3\cdot4&4\cdot2+5\cdot0+3\cdot5&4\cdot(-3)+5\cdot2+3\cdot3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&4&2\\5&-1&-6\\6&5&-1\end{pmatrix}$$
$$+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9&-13&-8\\9&12&3\\21&23&7\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&4&2\\5&-1&-6\\6&5&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}-9\cdot2-13\cdot5-8\cdot6&-9\cdot4-13\cdot(-1)-8\cdot5&-9\cdot2-13\cdot(-6)-8\cdot(-1)\\9\cdot2+12\cdot5+3\cdot6&9\cdot4+12\cdot(-1)+3\cdot5&9\cdot2+12\cdot(-6)+3\cdot(-1)\\21\cdot2+23\cdot5+7\cdot6&21\cdot4+23\cdot(-1)+7\cdot5&21\cdot2+23\cdot(-6)+7\cdot(-1)\end{pmatrix}$$

$$+\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-131 & -63 & 68\\ 96 & 39 & -57\\ 199 & 96 & -103\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-130 & -63 & 68\\ 96 & 40 & -57\\ 199 & 96 & -102\end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix}-130 & -63 & 68\\ 96 & 40 & -57\\ 199 & 96 & -102\end{pmatrix}$

Задача 2

Вычислить матричный многочлен $F + 2MS - C$

$$F + 2MS - C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 6 & -5 \\ 1 & -2 & 1 \\ -8 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 0 & 4 \\ -2 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$+ 2\begin{pmatrix} 1\cdot 7 + 2\cdot 1 + 1\cdot(-8) + 4\cdot 2 & 1\cdot 6 + 2\cdot(-2) + 1\cdot 1 + 4\cdot 8 & 1\cdot(-5) + 2\cdot 1 + 1\cdot 1 + 4\cdot 3 \\ 0\cdot 7 + 5\cdot 1 - 1\cdot(-8) + 4\cdot 2 & 0\cdot 6 + 5\cdot(-2) - 1\cdot 1 + 4\cdot 8 & 0\cdot(-5) + 5\cdot 1 - 1\cdot 1 + 4\cdot 3 \\ -1\cdot 7 + 3\cdot 1 + 4\cdot(-8) + 6\cdot 2 & -1\cdot 6 + 3\cdot(-2) + 4\cdot 1 + 6\cdot 8 & -1\cdot(-5) + 3\cdot 1 + 4\cdot 1 + 6\cdot 3 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -2 & -4 & -6 \\ -8 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 9 & 35 & 10 \\ 21 & 21 & 16 \\ -24 & 40 & 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -4 & -6 \\ -8 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18 & 70 & 20 \\ 42 & 42 & 32 \\ -48 & 80 & 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -4 & -6 \\ -8 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 68 & 18 \\ 36 & 45 & 26 \\ -47 & 78 & 53 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 17 & 68 & 18 \\ 36 & 45 & 26 \\ -47 & 78 & 53 \end{pmatrix}$

Задача 3

Найти минор $M_{24}(R)$, алгебраическое дополнение элемента $A_{32}(B)$ и ранг заданной матрицы $r(N) \cdot r(P)$

$$R = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{24}(R) = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$
$$= 2 \cdot 3 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 \cdot 1$$
$$= -12 + 1 + 2 - 3 + 4 - 2 = -10$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{32}(B) = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -4 & -1 \end{vmatrix} = (-1)\big(4 \cdot (-1) - (-5) \cdot (-4)\big) = -(-4 - 20) = 24$$

$$N = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 2 & 3 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -2I \\ \\ -I \end{array} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Так как $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 = 6 \neq 0 \Rightarrow r(N) = 2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ -2I \\ -3I \end{array} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -1 & -5 & -6 \\ 0 & -5 & -7 & -12 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ -5II \end{array} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 6 \\ 0 & -1 & -5 & -6 \\ 0 & 0 & 18 & 18 \end{pmatrix}$$

Так как $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 18 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) \cdot 18 = -18 \neq 0 \Rightarrow r(P) = 3$

$$r(N) \cdot r(P) = 2 \cdot 3 = 6$$

Ответ: $M_{24} = -10$; $A_{32} = 24$; $r(N) = 6$

Задание 2

Исходные данные:

$$\det A=\begin{vmatrix}5&3&9&5\\2&1&0&1\\5&3&7&4\\3&2&3&2\end{vmatrix};\ \det B=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\\3&4&1&2\\4&1&2&3\end{vmatrix};\ \det C=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\-2&1&-4&3\\3&-4&-1&2\\4&3&-2&-1\end{vmatrix};$$

$$\det D=\begin{vmatrix}14&23&20&17\\12&20&20&16\\12&27&24&18\\10&32&18&19\end{vmatrix};\ \det E=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&3&4\\1&4&9&16\\1&8&27&64\end{vmatrix};\ \det F=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&3&4\\1&3&6&10\\1&4&10&20\end{vmatrix};$$

$$\det H=\begin{vmatrix}-2&5&-1&3\\1&-9&13&7\\3&-1&5&-5\\2&18&-7&-10\end{vmatrix};\ \det K=\begin{vmatrix}-1&6&3&2\\5&-1&2&1\\0&-1&0&5\\1&4&3&2\end{vmatrix};\ \det L=\begin{vmatrix}0&1&2&3\\1&1&3&5\\5&3&1&1\\3&2&1&0\end{vmatrix};$$

$$\det M=\begin{vmatrix}1&4&3&1\\13&19&6&9\\6&17&11&3\\3&6&3&2\end{vmatrix};\ \det N=\begin{vmatrix}4&3&2&1\\-1&1&1&1\\1&1&1&-1\\1&2&3&4\end{vmatrix};\ \det P=\begin{vmatrix}2&1&1&2\\1&2&0&3\\2&3&1&5\\1&1&-2&1\end{vmatrix};$$

$$\det R=\begin{vmatrix}-2&1&-3&1\\-1&1&-2&2\\1&-3&1&-4\\-3&3&-5&5\end{vmatrix};\ \det S=\begin{vmatrix}4&6&-2&4\\1&2&-3&1\\4&-2&1&0\\6&4&4&6\end{vmatrix};$$

$$\det U=\begin{vmatrix}27&44&40&55\\20&64&21&40\\13&-20&-13&24\\46&45&-55&84\end{vmatrix}$$

Вопрос №1

Вычислить определитель N, раскрывая его по элементам строки 2 и столбца 3. Сравнить результаты.

$$\det N=\begin{vmatrix}4&3&2&1\\-1&1&1&1\\1&1&1&-1\\1&2&3&4\end{vmatrix}$$

$$\det N = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{2+1} \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{2+2} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3}$$
$$\cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{2+4} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= (3 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) \cdot 3 - 1 \cdot 2 \cdot 4)$$
$$+ \big(4 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 2 \cdot 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)\big)$$
$$- (4 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) - 1 \cdot 3 \cdot 4)$$
$$+ (4 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \cdot 1)$$
$$= (12 + 3 - 4 - 2 + 9 - 8) + (16 + 3 - 2 - 1 - 8 + 12)$$
$$- (16 + 2 - 3 - 1 + 8 - 12) + (12 + 3 + 4 - 2 - 9 - 8)$$
$$= 10 + 20 - 10 + 0 = 20$$

$$\det N = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= (-1)^{1+3} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{2+3} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3} \cdot 1$$
$$\cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} + (-1)^{4+3} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$
$$= 2(-1 \cdot 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 4 - (-1)$$
$$\cdot (-1) \cdot 2)$$
$$- \big(4 \cdot 1 \cdot 4 + 3 \cdot (-1) \cdot 1 + 1 \cdot 2 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)\big)$$
$$+ (4 \cdot 1 \cdot 4 + (-1) \cdot 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - (-1) \cdot 3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 \cdot 1)$$
$$- 3(4 \cdot 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - (-1) \cdot 3 \cdot (-1) - 4$$
$$\cdot 1 \cdot 1)$$
$$= 2(-4 - 1 + 2 - 1 - 4 - 2) - (16 - 3 + 2 - 1 - 12 + 8)$$
$$+ (16 - 2 + 3 - 1 + 12 - 8) - 3(-4 + 3 - 1 - 1 - 3 - 4)$$
$$= 2 \cdot (-10) - 10 + 20 - 3 \cdot (-10) = -20 - 10 + 20 + 30 = 20$$

Ответ: $\det N = 20$

Вопрос №3

Решить уравнение, содержащее определитель E с неизвестным $2-x^2$, стоящим на месте элемента e_{13}, при этом $E=2x-1$

$$\det E=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&3&4\\1&4&9&16\\1&8&27&64\end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix}1&1&2-x^2&1\\1&2&3&4\\1&4&9&16\\1&8&27&64\end{vmatrix}=2x-1$$

$$\begin{vmatrix}1&1&2-x^2&1\\1&2&3&4\\1&4&9&16\\1&8&27&64\end{vmatrix}$$

$$=(-1)^{1+1}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}2&3&4\\4&9&16\\8&27&64\end{vmatrix}+(-1)^{1+2}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}1&3&4\\1&9&16\\1&27&64\end{vmatrix}+(-1)^{1+3}$$
$$\cdot(2-x^2)\cdot\begin{vmatrix}1&2&4\\1&4&16\\1&8&64\end{vmatrix}+(-1)^{1+4}\cdot 1\cdot\begin{vmatrix}1&2&3\\1&4&9\\1&8&27\end{vmatrix}$$
$$=(2\cdot 9\cdot 64+3\cdot 8\cdot 16+4\cdot 4\cdot 27-4\cdot 9\cdot 8-4\cdot 3\cdot 64-2\cdot 27\cdot 16)$$
$$-(1\cdot 9\cdot 64+1\cdot 3\cdot 16+1\cdot 27\cdot 4-4\cdot 9\cdot 1-1\cdot 3\cdot 64-1\cdot 27\cdot 16)$$
$$+(2-x^2)(1\cdot 4\cdot 64+1\cdot 2\cdot 16+1\cdot 4\cdot 8-4\cdot 4\cdot 1-1\cdot 2\cdot 64-1\cdot 16$$
$$\cdot 8)-(1\cdot 4\cdot 27+1\cdot 2\cdot 9+1\cdot 3\cdot 8-3\cdot 4\cdot 1-1\cdot 2\cdot 27-1\cdot 9\cdot 8)$$
$$=(1152+384+432-288-768-864)$$
$$-(576+48+108-36-192-432)$$
$$+(2-x^2)(256+32+32-16-128-128)$$
$$-(108+18+24-12-54-72)=48-72+(2-x^2)\cdot 48-12$$
$$=-36+96-48x^2=60-48x^2$$

$$60-48x^2=2x-1$$

$$48x^2+2x-61=0$$

$$x_{12}=\frac{-2\pm\sqrt{4+4\cdot 61\cdot 48}}{2\cdot 48}=\frac{-2\pm\sqrt{4+11712}}{96}=\frac{-2\pm\sqrt{11716}}{96}=\frac{-2\pm 2\sqrt{2929}}{96}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{2929}}{48}$$

$$x_1=\frac{-1-\sqrt{2929}}{48},\qquad x_2=\frac{-1+\sqrt{2929}}{48}$$

Ответ: $x_1=\frac{-1-\sqrt{2929}}{48}$, $x_2=\frac{-1+\sqrt{2929}}{48}$

Задание 3

Исходные данные:

$$H=\begin{pmatrix}3&2&4\\5&3&-2\\2&1&-5\end{pmatrix}\ M=\begin{pmatrix}4&4&1\\1&3&4\\2&5&6\end{pmatrix}\ H_1=\begin{pmatrix}1&-1&2\\0&2&-1\\1&0&1\end{pmatrix}\ K_1=\begin{pmatrix}1&5&1\\3&2&1\\6&-2&1\end{pmatrix}$$

Задача 1

Условие задания:

Для матрицы X найти матрицу X^{-1} и убедиться, что $XX^{-1}=E$

$$H=\begin{pmatrix}3&2&4\\5&3&-2\\2&1&-5\end{pmatrix}$$

Найдем обратную матрицу с помощью алгебраических дополнений

$$|H|=\begin{vmatrix}3&2&4\\5&3&-2\\2&1&-5\end{vmatrix}\begin{matrix}-2III\\-3III\\\ \end{matrix}=\begin{vmatrix}-1&0&14\\-1&0&13\\2&1&-5\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}-1&14\\-1&13\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&14\\1&13\end{vmatrix}=$$

$$1\cdot 13-1\cdot 14=-1$$

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}3&-2\\1&-5\end{vmatrix}=3\cdot(-5)-1\cdot(-2)=-15+2=-13$$

$$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}5&-2\\2&-5\end{vmatrix}=-\big(5\cdot(-5)-2\cdot(-2)\big)=-(-25+4)=21$$

$$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}5&3\\2&1\end{vmatrix}=5\cdot1-3\cdot2=5-6=-1$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}2&4\\1&-5\end{vmatrix}=-(2\cdot(-5)-4\cdot1)=-(-10-4)=14$$

$$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}3&4\\2&-5\end{vmatrix}=3\cdot(-5)-4\cdot2=-15-8=-23$$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}3&2\\2&1\end{vmatrix}=-(3\cdot1-2\cdot2)=-(3-4)=1$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}2&4\\3&-2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-4\cdot3=-4-12=-16$$

$$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}3&4\\5&-2\end{vmatrix}=-(3\cdot(-2)-4\cdot5)=-(-6-20)=26$$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}3&2\\5&3\end{vmatrix}=3\cdot3-2\cdot5=9-10=-1$$

Присоединённая матрица:

$$C^* = \begin{pmatrix} -13 & 21 & -1 \\ 14 & -23 & 1 \\ -16 & 26 & -1 \end{pmatrix}$$

$$C^{*T} = \begin{pmatrix} -13 & 14 & -16 \\ 21 & -23 & 26 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H^{-1} = \frac{1}{|H|} C^{*T} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -13 & 14 & -16 \\ 21 & -23 & 26 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -14 & 16 \\ -21 & 23 & -26 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$HH^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & -14 & 16 \\ -21 & 23 & -26 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 13 + 2 \cdot (-21) + 4 \cdot 1 & 3 \cdot (-14) + 2 \cdot 23 + 4 \cdot (-1) & 3 \cdot 16 + 2 \cdot (-26) + 4 \cdot 1 \\ 5 \cdot 13 + 3 \cdot (-21) - 2 \cdot 1 & 5 \cdot (-14) + 3 \cdot 23 - 2 \cdot (-1) & 5 \cdot 16 + 3 \cdot (-26) - 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 13 + 1 \cdot (-21) - 5 \cdot 1 & 2 \cdot (-14) + 1 \cdot 23 - 5 \cdot (-1) & 2 \cdot 16 + 1 \cdot (-26) - 5 \cdot 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Найдем обратную матрицу с помощью алгебраических дополнений

$$|M| = \begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} -4II \\ \\ -2II \end{matrix} = \begin{vmatrix} 0 & -8 & -15 \\ 1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -8 & -15 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 8 & 15 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -(8 \cdot 2 - 1 \cdot 15) = -(16 - 15) = -1$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 3 \cdot 6 - 4 \cdot 5 = 18 - 20 = -2$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 6 - 2 \cdot 4) = -(6 - 8) = 2$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 5 - 6 = -1$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -(4 \cdot 6 - 1 \cdot 5) = -(24 - 5) = -19$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 4 \cdot 6 - 1 \cdot 2 = 24 - 2 = 22$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -(4 \cdot 5 - 4 \cdot 2) = -(20 - 8) = -12$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 4 - 1 \cdot 3 = 16 - 3 = 13$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -(4 \cdot 4 - 1 \cdot 1) = -(16 - 1) = -15$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 1 = 12 - 4 = 8$$

Присоединённая матрица:

$$C^* = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -19 & 22 & -12 \\ 13 & -15 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C^{*T} = \begin{pmatrix} -2 & -19 & 13 \\ 2 & 22 & -15 \\ -1 & -12 & 8 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{|M|}C^{*T} = \frac{1}{-1}\begin{pmatrix} -2 & -19 & 13 \\ 2 & 22 & -15 \\ -1 & -12 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 19 & -13 \\ -2 & -22 & 15 \\ 1 & 12 & -8 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$MM^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 19 & -13 \\ -2 & -22 & 15 \\ 1 & 12 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 & 4 \cdot 19 + 4 \cdot (-22) + 1 \cdot 12 & 4 \cdot (-13) + 4 \cdot 15 + 1 \cdot (-8) \\ 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 & 1 \cdot 19 + 3 \cdot (-22) + 4 \cdot 12 & 1 \cdot (-13) + 3 \cdot 15 + 4 \cdot (-8) \\ 2 \cdot 2 + 5 \cdot (-2) + 6 \cdot 1 & 2 \cdot 19 + 5 \cdot (-22) + 6 \cdot 12 & 2 \cdot (-13) + 5 \cdot 15 + 6 \cdot (-8) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

Ответ: $H^{-1} = \begin{pmatrix} 13 & -14 & 16 \\ -21 & 23 & -26 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; $M^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 19 & -13 \\ -2 & -22 & 15 \\ 1 & 12 & -8 \end{pmatrix}$

Задача 2

Условие задания:
Найти матрицу X из матричного уравнения, выполнить проверку

$H_1XK_1 = H$

Домножим слева и справа на обратные матрицы

$H_1^{-1}H_1XK_1K_1^{-1} = H_1^{-1}HK_1^{-1}$

$EXE = H_1^{-1}HK_1^{-1}$

$X = H_1^{-1}HK_1^{-1}$

Найдем обратные матрицы H_1^{-1} и K_1^{-1}

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|H_1| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}_{-I} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-1) =$$

$$-2 + 1 = -1$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 0 \cdot (-1) = 2$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -\big(0 \cdot 1 - 1 \cdot (-1)\big) = -1$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \cdot 0 - 1 \cdot 2 = -2$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -(-1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) = 1$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -\big(1 \cdot 0 - 1 \cdot (-1)\big) = -1$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 = 1 - 4 = -3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -(1 \cdot (-1) - 2 \cdot 0) = 1$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 0 \cdot (-1) = 2$$

Присоединённая матрица:

$$C^* = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C^{*T} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$H_1^{-1} = \frac{1}{|H_1|} C^{*T} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$K_1 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|K_1| = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 6 & -2 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ -I \\ -I \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 5 & -7 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -7 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-7) - 5 \cdot (-3) =$$

$$-14 + 15 = 1$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) = 2 + 2 = 4$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = -(3 \cdot 1 - 6 \cdot 1) = 3$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2) - 6 \cdot 2 = -6 - 12 = -18$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -\big(5 \cdot 1 - 1 \cdot (-2)\big) = -(5 + 2) = -7$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 1 \cdot 6 = 1 - 6 = -5$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = -(1 \cdot (-2) - 5 \cdot 6) = -(-2 - 30) = 32$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 1 - 1 \cdot 3) = 2$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 5 \cdot 3 = 2 - 15 = -13$$

Присоединённая матрица:

$$C^* = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -18 \\ -7 & -5 & 32 \\ 3 & 2 & -13 \end{pmatrix}$$

$$C^{*T} = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{pmatrix}$$

$$K_1^{-1} = \frac{1}{|K_1|} C^{*T} = \frac{1}{1}\begin{pmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{pmatrix}$$

$$X = H_1^{-1} H K_1^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -5 & -4 & -21 \\ 6 & 4 & 7 \\ 7 & 5 & 16 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -7 & 3 \\ 3 & -5 & 2 \\ -18 & 32 & -13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 346 & -617 & 250 \\ -90 & 162 & -65 \\ -245 & 438 & -177 \end{pmatrix}$$

Ответ: $X = \begin{pmatrix} 346 & -617 & 250 \\ -90 & 162 & -65 \\ -245 & 438 & -177 \end{pmatrix}$