Задачи по информатике

1. Дан отсортированный массив целых чисел, вывести отсортированный массив их квадратов.

2. Построй очередь на двух стеках.

3. Двое играют в игру: нужно по очереди класть на прямоугольный стол пятирублевые монеты. Если один не может положить монету, то победа засчитывается второму.

Может ли какой-то из игроков гарантированно победить? Если может, то предложи стратегию.

4. Биба и Боба прогневали короля. Им грозит смертная казнь. Однако правитель в этой стране милосердный. Он предложил им следующее: их ведут в темницу и разводят по одиночным камерам, там они бросают монетку, а далее каждый должен сказать, что выпало у товарища. Если хотя бы один угадывает, их отпускают, иначе ...

У товарищей есть пару минут, пока их ведут в камеры, чтобы обсудить стратегию. Итак вопрос: смогут ли они гарантированно выйти живыми и невредимыми?

5. Имеется бинарное дерево, состоящее из целых чисел. Требуется найти в нем путь (может начинаться и заканчиваться в любой ноде) с максимальной суммой.

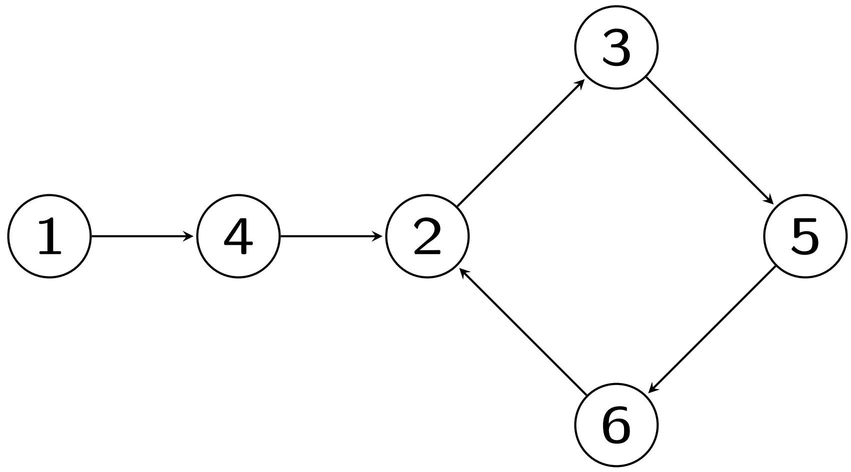
Предложить решение за линию.

// Вставить картику с деревом

6. Принц-Полукровка оставил в своем учебнике по зельеварению огромное число подсказок и заметок. Одна из заметок содержала "Закон несохранения массы". Далее идет ее текст.

Посмотрим на веса каждого из ингредиентов в рецепте и каждому из них сопоставим столбик единичной ширины и высоты, равной числу граммов соответствующего ингредиента. Выровняем их снизу по одной линии и получим "гистограмму ингредиентов". Тогда масса полученного зелья будет равняться площади самого большого прямоугольника в гистограмме, одна из сторон которого лежит на общей нижней линии.

7. Есть односвязный список, состоящий из различных значений. Возможно в нем есть цикл. Опиши алгоритм, который находит начало этого цикла, а если цикла нет — выводит *-1*.



8. Вагоны новой кольцевой железной дороги было предложено расписать N дизайнерам. Каждый дизайнер выбирал для своей раскраски полосу длиной L_i, начинающуюся от начала вагона и гарантированно помещающуюся на вагоне. Тем самым какие-то работы были полностью закрашены, а какие-то всё же были видны хотя бы частично.

Тебе дана последовательность перекраски. После завершения работы каждого дизайнера выведите одно число — количество различных работ, элементы которых видны на момент завершения.

Предложить решение за линию.

9. Король и вино.

Представь, ты — король, и у тебя завтра день рождения. По такому случаю ты устраиваешь вечеринку! Но какая же вечеринка может обойтись без открытия винного погреба?) И вот ты спускаешься в свой погреб и обнаруживаешь в нем ... записку, в которой говорится, что одна из 1000 бутылок вина отравлена. Яд этот очень опасный и всего одна его капля способна убить человека всего за 15-20 часов. И всё бы было не так плохо, да вот до праздника остается всего один день!

Подвергать риску себя и своих гостей ты не можешь, зато у тебя в темнице множество узников, которые ждут своей казни. И ты решаешь дать им вина, чтобы вычислить отравленную бутылку. Человек ты сердобольный, поэтому тебе хочется подвергнуть риску как можно меньшее количество заключённых. Вопрос: какое минимальное количество заключённых должно попробовать вино из бутылок, чтобы точно найти отравленную в течение 24 часов?

10. Infinity Train

Представь замкнутую по окружности железную дорогу. По ней едет поезд, последний вагон которого скреплён с первым так, что внутри можно свободно перемещаться между вагонами. Ты оказался в каком-то случайном вагоне и твоя задача — *посчитать их общее количество.* В каждом вагоне можно включать или выключать свет, но начальное положение переключателей случайное и заранее неизвестно.

Все вагоны внутри выглядят одинаково, окна закрыты так, что невозможно посмотреть наружу, движение поезда равномерное. Помечать вагоны как-либо, кроме включения или выключения света, нельзя. Количество вагонов конечно (не верьте заголовку).

Придумать решение за логарифм.

Задачи по математике

1. Можно ли торт 3 разрезами поделить на 8 частей.

2. В кубической комнате со стороной 2 летают 9 мух. Докажи, что найдется хотя бы одна пара мух, находящихся на расстоянии не большем $\sqrt{3}$.

3. У шахматной доски отрезали два противолежащих уголка. Можно ли теперь покрыть ее доминошками (по структуре они наполовину черные, наполовину белые)?

4. Решить $3\sqrt{4x-5y+7}+5|3x-4y+6| \leqslant 4$, где $x, y \in \mathbb{Z}$. В ответе указать $max(x+y)$.

5. Читать голосом Александра Пушного.

В эфире самая смешивательная среди взбалтывательных и самая взбалтывательная среди смешивательных рубрик программы «Галилео», которая называется ЭЭЭЭЭЭКСПЕРИМЕНТЫ.

Друзья, смотрите, мы берем две совершенно одинаковые кружки. В одной из них молоко, в другой — кофе (в одинаковых количествах). Переливаем ложку молока в кофе, перемешаем, а затем обратно переливаем ложку получившейся смеси в стакан с молоком. Итак, наши внимательные зрители, чего же у нас оказалось больше: молока в кофе или кофе в молоке?

Подсказка. Можешь для начала решить следующую задачу:

На главную туристическую площадь приехали два туристических автобуса. Все места в каждом из автобусов были заняты. В первом автобусе находилось 20 польских туристов, во втором — 20 чешских. Во время экскурсии начался ливень, и туристы бросились в автобусы, не разбирая, где чей. Кого больше: чешских туристов в польском автобусе или польских туристов в чешском?

6. Существует ли такой x, что $tg(x) + \sqrt{3}$ и $ctg(x) + \sqrt{3}$ целые числа?

7. //Жду Федю с картинкой про геому 7 класс

8. Решить $2x \cdot 2^x + 3x \cdot 3^x + 1 \geqslant \sqrt{4^x + 9^x + 1} \cdot \sqrt{13x^2 + 1}$.

9. //Жду Федю с картинкой про геому 4 решения

10. Доказать иррациональность $\sqrt{2}$ (*несколькими способами*).

11. Из 9 аксиом поля действительных чисел вывести следующее:

a) $\forall a \in \mathbb{R}\ \exists!\ (-a) \in \mathbb{R} : a + (-a) = 0$;

b) $\forall a \in \mathbb{R} :\ a \cdot 0 = 0$;

c) $\forall a \in \mathbb{R} :\ (-1) \cdot a = -a$.

Аксиомы сложения
1) $\forall a, b \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ a + b = b + a$;
2) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ (a + b) + c = a + (b + c)$;
3) $\exists 0 \in \mathbb{R} : \forall a \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ a + 0 = a$;
4) $\forall a \in \mathbb{R}\quad \exists -a \in \mathbb{R} :\quad a + (-a) = 0$.

Аксиомы умножения
5) $\forall a, b \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ a \cdot b = b \cdot a$;
6) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$;
7) $\exists 1 \in \mathbb{R} : \forall a \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ a \cdot 1 = a$;
8) $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\quad \exists \frac{1}{a} \in \mathbb{R} :\quad a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

Аксиома связи сложения и умножения
9) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \hookrightarrow\ a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.

12. Доказать счетность/несчетность следующих множеств: a) $\mathbb{Z}$; b) $\mathbb{Q}$; c) $\mathbb{R}$

13. Доказать, что $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

14. Доказать, что $D(x) = \lim\limits_{m \to \infty} \lim\limits_{n \to \infty} \cos^{2n}(\pi \cdot m! \cdot x)$, где $D(x)$ - функция Дирихле.

15. Бонус к первой задаче.

Докажите, что в $\mathbb{R}^2$ это невозможно.

Здесь торт — связное выпуклое множество в $\mathbb{R}^2$ с топологией, порождённой евклидовой метрикой.

Решения

Информатика

1. Идейно: самые большие по модулю числа на концах.

leftIndex = 0, rightIndex = n - 1;

Дальше сравниваем элементы и записываем в новый массив с конца.

2. stackIn, stackOut.

3. Идея симметрии. Первый кладет монету на центр стола, второй кладет куда-то, а задача первого — симметрично отражать ходы соперника.

4. *Подсказка.* От чего можно отталкиваться, если не знаешь, что выпало у соседа?

Один говорит, что выпало у него, второй — отрицание своего результата.

5. Через DFS посчитать максимальные пути

6. затехать