

Задачи по информатике

1. Дан отсортированный массив целых чисел, вывести отсортированный массив их квадратов.

2. Построй очередь на двух стеках.

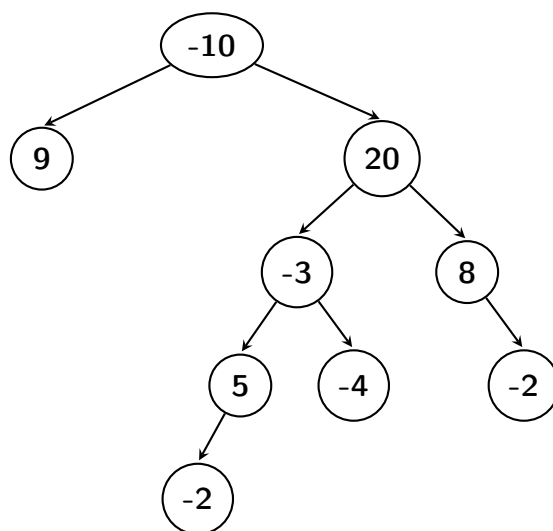
3. Двое играют в игру: нужно по очереди класть на прямоугольный стол пятирублевые монеты. Если один не может положить монету, то победа засчитывается второму.

Может ли какой-то из игроков гарантированно победить? Если может, то предложи стратегию.

4. *Студент1* и *Студент2* прогневали правителя здешних земель — А.Д. Поселочного. Им грозит смертная казнь. Однако властитель оказался милосердный. Он предложил им следующее: их ведут в темницу и разводят по одиночным камерам, там они бросают монетку, а далее каждый должен сказать, что выпало у товарища. Если хотя бы один угадывает, их отпускают, иначе ...

У товарищей есть пару минут, пока их ведут в камеры, чтобы обсудить стратегию. Итак вопрос: смогут ли они гарантированно выйти живыми и невредимыми?

5. 1,5 землекопа из *страны невыученных уроков* копали-копали яму и вдруг наткнулись на какой-то корешок. Пригляделись внимательно, куда он ведет, и увидели огромное бинарное дерево. И, по всем канонам этой чудесной страны, дерево оказалось не простым, а золотым (каждая его нода содержала *целое* количество золота). Они решили пройтись по дереву и по максимуму собрать золота. Они могут стартовать в любой ноде, а дальше двигаться вперед или назад. Однако возвращаться в уже посещенную ими ноду категорически запрещено. Как им лучше поступить?

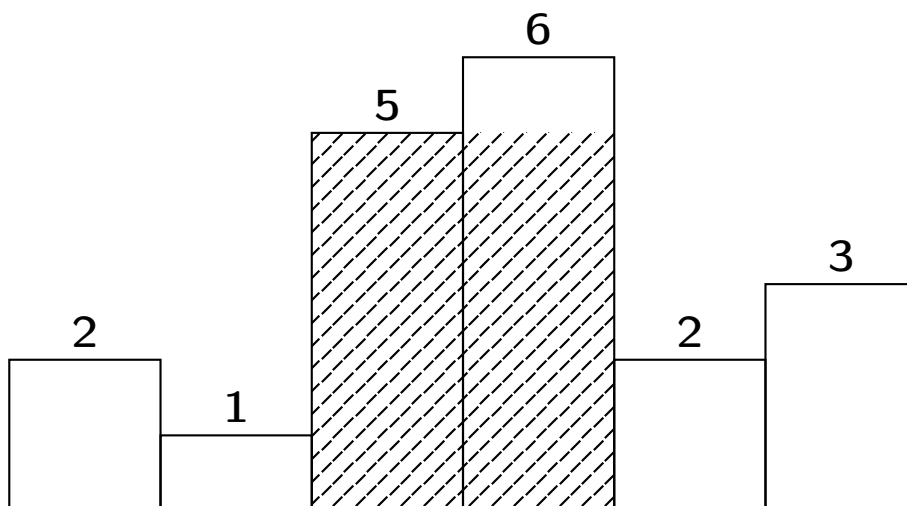


Предложить решение за линию.

6. Принц-Полукровка оставил в своем учебнике по зельеварению огромное число подсказок и заметок. Одна из заметок содержала "Закон несохранения массы". Далее идет ее текст.

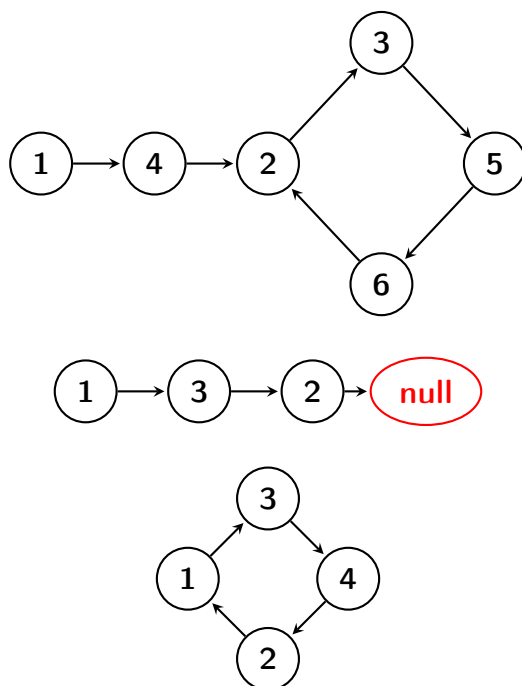
Посмотрим на веса каждого из ингредиентов в рецепте и каждому из них сопоставим столбик единичной ширины и высоты, равной числу граммов соответствующего ингредиента. Выровняем их снизу по одной линии и получим "гистограмму ингредиентов". Тогда масса полученного зелья будет равняться площади самого большого прямоугольника в гистограмме, одна из сторон которого лежит на общей нижней линии.

Найди площадь самого большого прямоугольника в гистограмме. Помни, что этот прямоугольник должен быть на общей базовой линии.



7. Есть односвязный список, состоящий из различных значений. Возможно в нем

есть цикл. Опиши алгоритм, который находит начало этого цикла, а если цикла нет — выводит -1 .



8. Вагоны новой кольцевой железной дороги было предложено расписать N дизайнерам. Каждый дизайнер выбирал для своей раскраски полосу длиной L_i , начинающуюся от начала вагона и гарантированно помещающуюся на вагоне. Тем самым какие-то работы были полностью закрашены, а какие-то всё же были видны хотя бы частично.

Тебе дана последовательность перекраски. После завершения работы каждого дизайнера выведи одно число — количество различных работ, элементы которых видны на момент завершения.

Предложить решение за линию.

9. Король и вино.

Представь, ты — король, и у тебя завтра день рождения. По такому случаю ты устраиваешь вечеринку! Но какая же вечеринка может обойтись без открытия винного погреба?) И вот ты спускаешься в свой погреб и обнаруживаешь в нем ... записку, в которой говорится, что одна из 1000 бутылок вина отравлена. Яд этот очень опасный и всего одна его капля способна убить человека всего за 15-20 часов. И всё бы было не так плохо, да вот до праздника остается всего один день!

Подвергать риску себя и своих гостей ты не можешь, зато у тебя в темнице множество узников, которые ждут своей казни. И ты решаешь дать им вина, чтобы

вычислить отравленную бутылку. Человек ты сердобольный, поэтому тебе хочется подвергнуть риску как можно меньшее количество заключённых. Вопрос: какое минимальное количество заключённых должно попробовать вино из бутылок, чтобы точно найти отравленную в течение 24 часов?

10. Infinity Train

Начало триллера: ты просыпаешься в темном-темном вагоне, видишь перед собой выключатель. Как только ты перевел его в положение вкл., проверяешь карманы, находишь жухлую бумажку, на которой крупными буквами написано КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ПРЕДСТАВЛЯЕТ... Далее по тексту ты понимаешь, что оказался здесь не просто так. Это все один огромный эксперимент, целью которого является выяснение работы мозга студента, который отлетел на пересдачу. И этим испытанием он либо покажет, что достоин прийти на комиссию и все сдать, либо с позором покинет стены родного уже для него вуза и отправится к себе домой. Перед ним поставлена задача посчитать *количество вагонов в поезде*. В бумажке было написано, что железная дорога точно кольцевая, как и сам поезд (первый вагон скреплен с первым, т.е. переходы между ними бесшовные). Передвигаться студент может вперед-назад по вагонам, а в них уже выключать или выключать свет (изначальное положение тумблеров в каждом вагоне случайно).

Все вагоны внутри выглядят одинаково, окна закрыты так, что невозможно посмотреть наружу, движение поезда равномерное. Помечать вагоны как-либо, кроме включения или выключения света, нельзя. Количество вагонов конечно (не верьте заголовку).

Предложить решение за линию.

Задачи по математике

1. Можно ли торт 3 разрезами поделить на 8 частей.
2. В кубической комнате со стороной 2 летают 9 мух. Докажи, что найдется хотя бы одна пара мух, находящихся на расстоянии не большем $\sqrt{3}$.
3. У шахматной доски отрезали два противоположных уголка. Можно ли теперь покрыть ее доминошками (по структуре они наполовину черные, наполовину белые)?

4. Решить $3\sqrt{4x - 5y + 7} + 5|3x - 4y + 6| \leq 4$, где $x, y \in \mathbb{Z}$. В ответе указать $\max(x + y)$.

5. Читать голосом Александра Пушкиного.

В эфире самая смешивательная среди взбалтывательных и самая взбалтывательная среди смешивательных рубрик программы «Галилео», которая называется ЭЭЭЭЭЭКСПЕРИМЕНТЫ.

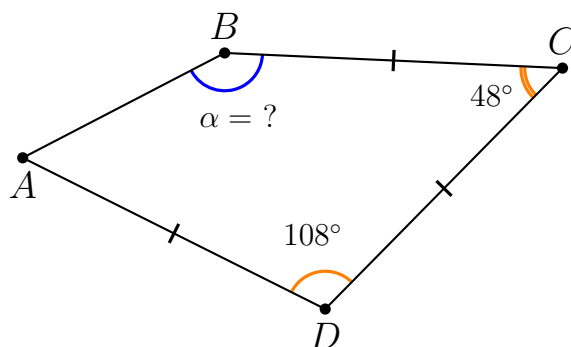
Друзья, смотрите, мы берем две совершенно одинаковые кружки. В одной из них молоко, в другой — кофе (в одинаковых количествах). Переливаем ложку молока в кофе, перемешаем, а затем обратно переливаем ложку получившейся смеси в стакан с молоком. Итак, наши внимательные зрители, чего же у нас оказалось больше: молока в кофе или кофе в молоке?

Подсказка. Можешь для начала решить следующую задачу:

На главную туристическую площадь приехали два туристических автобуса. Все места в каждом из автобусов были заняты. В первом автобусе находилось 20 польских туристов, во втором — 20 чешских. Во время экскурсии начался ливень, и туристы бросились в автобусы, не разбирая, где чей. Кого больше: чешских туристов в польском автобусе или польских туристов в чешском?

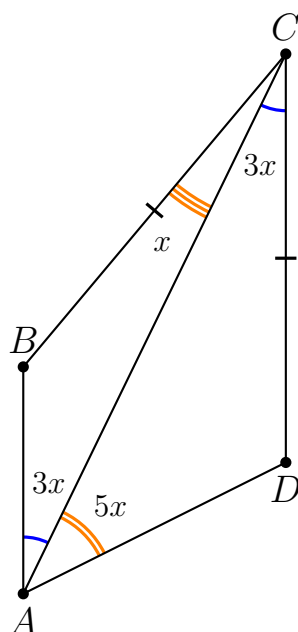
6. Существует ли такой x , что $\operatorname{tg}(x) + \sqrt{3}$ и $\operatorname{ctg}(x) + \sqrt{3}$ целые числа?

7.



8. Решить $2x \cdot 2^x + 3x \cdot 3^x + 1 \geq \sqrt{4^x + 9^x + 1} \cdot \sqrt{13x^2 + 1}$.

9. $x = ?$



10. Реальный кейс.

Открывает первокурсник задавальник, а он ему как раз и видит такую задачу: «Почему $\sqrt{2}$ иррационально?»

11. Из 9 аксиом поля действительных чисел вывести следующее:

Аксиомы сложения

a) $\forall a \in \mathbb{R} \exists! (-a) \in \mathbb{R} : a + (-a) = 0;$

- 1) $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a + b = b + a;$
- 2) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad (a + b) + c = a + (b + c);$
- 3) $\exists 0 \in \mathbb{R} \forall a \in \mathbb{R} \quad a + 0 = a;$
- 4) $\forall a \in \mathbb{R} \exists (-a) \in \mathbb{R} \quad a + (-a) = 0.$

Аксиомы умножения

b) $\forall a \in \mathbb{R} : a \cdot 0 = 0;$

- 5) $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a \cdot b = b \cdot a;$
- 6) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c);$
- 7) $\exists 1 \in \mathbb{R} \forall a \in \mathbb{R} \quad a \cdot 1 = a;$
- 8) $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \exists a^{-1} \in \mathbb{R} \quad a \cdot a^{-1} = 1.$

Аксиома связи сложения и умножения

c) $\forall a \in \mathbb{R} : (-1) \cdot a = -a.$

9) $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c.$

12. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$

13. Доказать, что $D(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \cos^{2n}(\pi \cdot m! \cdot x)$, где $D(x)$ - функция Дирихле.

14. Бонус к первой задаче.

Докажите, что в \mathbb{R}^2 это невозможно.

Здесь торт — связное выпуклое множество в \mathbb{R}^2 с топологией, порождённой евклидовой метрикой.