



## ROTEIRO DE LABORATÓRIO

1. Número da Experiência: 03
2. Título: Controle de Sistemas Dinâmicos: Sistema de Segunda Ordem
3. Objetivos: Esta prática tem como objetivos:
  - O aprimoramento das habilidades na utilização de microcomputadores para controle de sistemas;
  - O reforço da conceituação das ações de controle proporcional (P), integral (I) e derivativa (D);
  - Implementação de controladores P, PI, PD, PID e PI-D em sistemas de segunda ordem;
  - Analisar sistemas de controle: Estabilidade, desempenho transitório, desempenho em regime permanente.
4. Equipamento Utilizado: São necessários para realização desta experiência:
  - Dois microcomputadores PC (um servidor e um cliente);;
  - Uma placa de aquisição de dados MultQ3 da Quanser;
  - Um módulo de potência VoltPAQ-X1;
  - Um sistema de tanques acoplados da Quanser (*Configuração 2*);
5. Introdução:

### 5.1. *Sistemas de Segunda Ordem*

Considere a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$a \ddot{c}(t) + b \dot{c}(t) + dc(t) = er(t)$$

Definindo:  $\frac{b}{a} = 2\xi\omega_n$ ;  $\frac{d}{a} = \omega_n^2$ ;  $\frac{e}{a} = K$

onde  $\xi$  é o fator de amortecimento,  $\omega_n$  é a frequência natural e  $K$  é o ganho do sistema, temos:

$$\ddot{c}(t) + 2\xi\omega_n \dot{c}(t) + \omega_n^2 c(t) = Kr(t)$$

Aplicando Laplace com C.I. nulas:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Considerando  $K = \omega_n^2$  :

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Pólos do sistema:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \Rightarrow s = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Exemplos de sistemas de 2ª ordem: circuito RLC, sistema massa-mola-atrito, servomecanismo de posição...

Temos três casos:

- a)  $0 < \xi < 1$ : Caso SUBAMORTECIDO. O sistema tem dois pólos complexos conjugados e apresenta oscilações;
- b)  $\xi = 1$ : Caso CRITICAMENTE AMORTECIDO. Dois pólos reais e iguais. A partir deste valor de  $\xi$  o sistema passa a não ter mais oscilações;
- c)  $\xi > 1$ : Caso SOBREAMORTECIDO. Dois pólos reais e distintos. A medida que  $\xi$  aumenta, o comportamento do sistema se aproxima do comportamento de um sistema de 1ª ordem.

### Resposta ao Degrau Unitário

a) Caso Subamortecido:

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sen}\left(\omega_d t + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)$$

onde:  $\omega_d = \sqrt{1-\xi^2}$  é a frequência natural amortecida.

Se  $\xi = 0$ , então:  $c(t) = 1 - \cos\omega_n t$

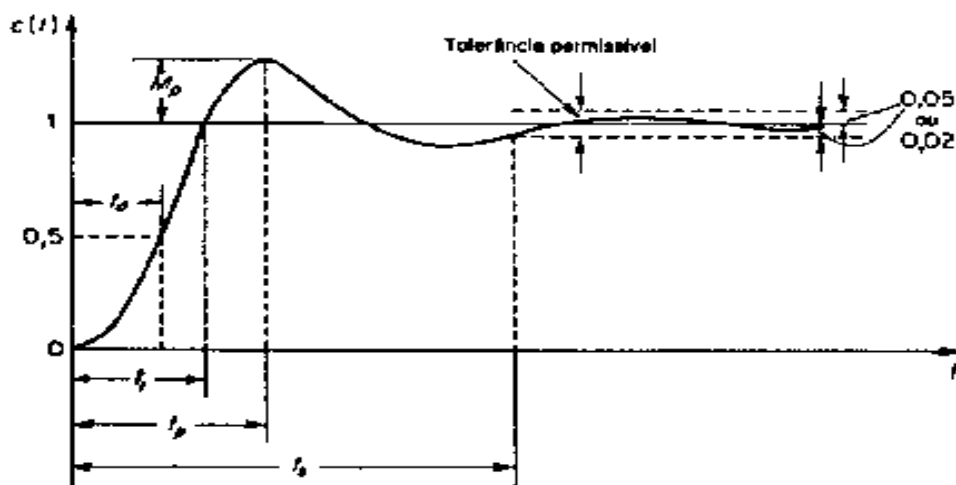
b) Caso criticamente amortecido:  $c(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t)$

c) Caso sobreamortecido:

$$c(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\xi^2-1}} \left( \frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right)$$

onde  $s_1 = (\xi + \sqrt{\xi^2-1})\omega_n$  e  $s_2 = (\xi - \sqrt{\xi^2-1})\omega_n$

### Especificações de Resposta Transitória



## Definições

a) Tempo de Subida,  $t_r$ : É o tempo necessário para que a saída atinja pela primeira vez o seu valor final

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}; \quad \text{onde } \beta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

b) Tempo de Pico,  $t_p$ : É o instante de tempo em que a resposta atinge o primeiro pico do sobre-sinal.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

c) Sobre-Sinal Máximo (*Overshoot*),  $M_p$ : É o valor máximo de pico da curva de resposta medido a partir do valor final.

$$M_p(\%) = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

$$c(t_p) = 1 + e^{-\left(\xi\pi / \sqrt{1 - \xi^2}\right)}$$

logo:

$$M_p(\%) = 100e^{-\left(\xi\pi / \sqrt{1 - \xi^2}\right)}$$

OBS: O sobre-sinal máximo depende somente do valor do coeficiente de amortecimento  $\xi$ .

d) Tempo de Acomodação (estabilização),  $t_s$ : É o tempo necessário para que a resposta alcance e permaneça dentro de uma faixa em torno do valor final. Esta faixa é especificada por uma porcentagem absoluta do valor final (2% ou 5%).

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de 2\%})$$

$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} \quad (\text{critério de 5\%})$$

OBS: As curvas e especificações calculadas são válidas somente para sistemas de 2ª ordem, cuja função de transferência apresenta dois pólos e nenhum zero.

6. Desenvolvimento:

1º. Adapte o programa desenvolvido na prática anterior, para efetuar também o controle em malha fechada do sistema de tanques de segunda ordem (configuração 2). O programa, além das funções anteriormente implementadas, deve ainda:

- a) Solicitar inicialmente, informações sobre qual configuração estará sendo controlada (isso define, automaticamente, em qual o canal deverá ser lido o sinal usado para fazer a realimentação, ou seja, a PV), para que possa fazer a leitura do sensor correto;
- b) O programa deve fornecer ao usuário as mesmas opções de controle para o sistema de segunda ordem (configuração 2), que já eram oferecidas na versão anterior para o sistema de primeira ordem (Configuração 1).
- c) O programa deve ter uma opção de análise da resposta do sistema, onde deverá fornecer (exclusivamente para as entradas do tipo degrau, onda quadrada e sinal aleatório):
  - i. O tempo de subida de 0 à 100% ( $t_{r100}$ ) ou de 5 à 95% ( $t_{r95}$ ) ou de 10 à 90% ( $t_{r90}$ );
  - ii. O máximo sobressinal percentual ( $M_P\%$ ) e o sobressinal em centímetros ( $M_P$ );
  - iii. O tempo de pico ( $t_P$ );
  - iv. O tempo de acomodação para as faixas de 2% ( $t_{S2}$ ), 5% ( $t_{S5}$ ) e 10% ( $t_{S10}$ ) do degrau.

2º. Com base na análise da resposta do sistema, verifique e descreva em seu relatório a diferença no comportamento do sistema com cada um dos controladores.

3º. Para cada tipo de controlador, ainda com base na análise da resposta do sistema, verifique e descreva em seu relatório o comportamento do sistema para diferentes valores dos ganhos.