

NOIP2023模拟

题目名称	环	因子	群	对称
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	cyc	fac	group	sys
可执行文件名	cyc	fac	group	sys
输入文件名	cyc.in	fac.in	group.in	sys.in
输出文件名	cyc.out	fac.out	group	sys
每个测试点时限	1.0秒	2.0秒	1.0秒	3.0秒
内存限制	512 MB	512 MB	512MB	512MB
子任务数目	捆绑测试	25	20	捆绑测试
测试点是否等分	否	是	是	否

提交源程序文件名

对于C++语言	cyc.cpp	fac.cpp	group.cpp	sys.cpp
---------	---------	---------	-----------	---------

编译选项

对于C++语言	-lm -std=c++14 -O2
---------	--------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 选手提交的源程序必须存放在**已建立好的**，且**带有样例文件和下发文件**的文件夹中，文件夹名称与对应试题英文名一致。
2. 文件名（包括程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
3. C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，值必须为 `0`。
4. **对于因未遵守以上规则对成绩造成的影响，相关申诉不予受理。**
5. 若无特殊说明，结果比较方式为**忽略行末空格、文末回车后的全文比较**。
6. 程序可使用的栈空间大小与该题内存空间限制一致。
7. 在终端中执行命令 `ulimit -s unlimited` 可将当前终端下的栈空间限制放大，但你使用的栈空间大小不应超过题目限制。
8. 每道题目所提交的**代码文件大小限制为 100KB**。
9. 若无特殊说明，输入文件与输出文件中同一行的相邻整数均使用一个空格分隔。
10. 输入文件中可能存在行末空格，请选手使用更完善的读入方式（例如 `scanf` 函数）避免出错。
11. 直接复制 PDF 题面中的多行样例，数据将带有行号，建议选手直接使用对应目录下的样例文件进行测试。
12. 使用 `std::deque` 等 STL 容器时，请注意其内存空间消耗。
13. 请务必使用题面中规定的编译参数，保证你的程序在本机能够通过编译。此外**不允许在程序中手动开启其他编译选项**，一经发现，本题成绩以 0 分处理。

环 (cyc)

【问题描述】

正整数构成一个环。

绫在教室里上群论课，但是群论课太无聊了，于是她邀请你一起玩一个关于数集的游戏。

游戏的规则是：

- 1. 你先手， 绫后手， 轮流进行操作， 共有 m 轮操作， 有一个集合初始为 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 。
- 2. 第 i 轮操作有一个参数 b_i ， 当前轮的操作者有以下两个选择：保留 S 中所有是 b_i 倍数的数字，或者保留 S 中所有不是 b_i 倍数的数字。
- 3. 进行了 m 轮操作后两人获得的权值是 S 中的数字之和， S 可以为空。

你希望权值最小， 绫希望权值最大， 你和她都足够聪明， 那么游戏最终的权值是多少。

【输入格式】

第一行两个整数 n, m ， 表示集合大小和操作轮数。

第二行 n 个整数 a_i ， 表示初始集合。

第三行 m 个整数 b_i ， 为第 i 轮的参数。

【输出格式】

输出一个数表示博弈的结果。

【样例输入1】

```
10 3
13 -6 -9 -8 11 5 -4 -9 -4 -7
2 3 3
```

【样例输出1】

```
-6
```

【样例2】

见选手目录下的下发文件中。

【数据范围及约定】

对于 100% 的数据, $1 \leq n \leq 2 \times 10^4, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5, -4 \times 10^{14} \leq a_i \leq 4 \times 10^{14}, 1 \leq b_i \leq 4 \times 10^{14}$ 。

子任务编号	$m \leq$	特殊性质	分值
1	1		10
2	2×10^5	$\forall i < m, b_i = b_{i+1}$	10
3	2×10^5	$\forall i < m, b_{i+1} \bmod b_i = 0$	15
4	7		10
5	20		15
6	100		15
7	2×10^5	$m \bmod 2 = 0, \forall i \leq \frac{m}{2}, b_{2i-1} = b_{2i}$	15
8	2×10^5		10

因子 (fac)

【问题描述】

因式分解是数域与代数整数中非常重要的一部分。

绫的日记上画着一张 n 个节点的图，每个节点有一个点权 a_i 。绫喜欢因子，她在任意两个公因子个数大于 2（即 \gcd 为合数）的数之间连了边。

绫的思维很跳跃，她想知道删掉图中的一个点之后，剩余图中**最大**的连通块**最小**是多大。

【输入格式】

本题有多组数据。

第一行一个整数 T 表示数据组数。接下来依次描述各组数据，对于每组数据：

第一行 1 个正整数 n ，表示节点的个数。

第二行 n 个用空格隔开的正整数，依次描述了 1 号节点到 n 号节点的点权 $a_1 \dots a_n$ 。

【输出格式】

对于每组数据，输出一行一个整数，表示答案。

【样例输入1】

```
3
5
8 4 12 18 9
5
36 20 84 45 231
7
100 200 300 400 500 600 700
```

【样例输出1】

```
2
3
6
```

【样例2】

见下发文件中。

【数据范围及约定】

对于 16% 的数据，保证 $n \leq 300$ ，其中 8% 的数据保证 $a_i \leq 2,000$ ；

对于 40% 的数据，保证 $n \leq 5,000$ ，其中 20% 的数据保证 $a_i \leq 30,000$ ；

对于 100% 的数据，保证 $n \leq 10^5$ ， $a_i \leq 10^7$ ，其中 52% 的数据保证 $a_i \leq 10^5$ ；

对于 100% 的数据，保证 $T \leq 10$ ， $n \geq 2$ ， $a_i \geq 2$ 。

群 (group)

【问题描述】

绫是一个聪明的女孩子，她善于在夜晚冥想，巩固白天所学。

绫的脑中有 n 个群（节点），这些群在她的脑中用 $n - 1$ 条边连成了一个树。她的脑中一共有 k 种颜色（有的颜色可能不存在），每个群在她的脑中有一个都被染上了这 k 种颜色中的一种，记为 c_i 。

绫的精力有限，她一次只能冥想树上的 2 条链，而且树上的任何一个节点至多只能被一个链覆盖，每个链两端的颜色要一致（第一个链两个端点记作 (f, g) ，第二个链两个端点记作 (r, t) ，即 $c_f = c_g, c_r = c_t$ ）。

由于绫睡前喝了日本核矿泉水，核矿泉水会放出射线，使得某个节点暂时不能作为链的端点，现在还不知道射线影响了哪个节点，现在有 m 次询问，每次询问给定一个节点，请你计算，假设射线影响了这个节点，绫有多少种冥想的方案。以及在所有询问开始前的时候回答，没有射线影响的情况下绫有多少种冥想的方案。

（链与链之间不做区分，询问之间独立）

【输入格式】

第一行三个正整数 n, m, k 。

第二行 n 个数 c_i 表示节点的颜色。

接下来 $n - 1$ 行每行两个数 a_i, b_i ，表示有一条边连接第 a_i, b_i 两个节点。

接下来 m 行每行一个数 q_i ，表示第 i 次是节点 q_i 受到射线影响。

【输出格式】

第一行表示平时情况的方案数。

接下来 m 行分别表示各次询问情况下的方案数。

【样例输入1】

```
6 6 2
2 1 2 1 2 2
1 2
1 3
2 4
2 5
2 6
1
2
3
4
5
6
```

【样例输出1】

```
2
0
1
0
1
1
1
1
```

【样例2】

见下发文件中。

【数据范围及约定】

对于所有数据, $m \leq n \leq 10^5, c_i \leq k \leq n$ 。

测试点编号	$n \leq$	数据性质
1, 2	50	无
3	10^3	$k = 1$
4	10^4	$k = 1$
5	10^4	$k = 1, m \leq 10$
6	10^3	$m = 1$
7, 8	10^4	$m = 1$
9, 10	10^4	$k = 2, m \leq 10$
11, 12	10^5	$k = 2$
13, 14	10^4	c_{q_i} 互不相同
15, 16	10^5	c_{q_i} 互不相同
17, 18, 19, 20	10^5	无

对称 (sym)

【问题描述】

学习群论后，绫对“对称美”有了自己独特的理解。

她认为一个字符串是对称当且仅当：

- (1) 空串是对称的；
- (2) 如果S是对称的，那么aSa, bSb, cSc是对称的；
- (3) 如果S和T都是对称的，那么ST是对称的；
- (4) 不能被以上方式定义为合法的字符串都是不对称的。

给定一个只包含a,b,c的字符串S，求有多少种方案交换两个不同字符使得交换之后S对称。

【输入格式】

一行一个字符串S。

【输出格式】

输出一行一个整数表示答案。

【样例输入1】

abba

【样例输出1】

2

【样例输入2】

abcabc

【样例输出2】

6

【样例输入3】

aaba

【样例输出3】

0

【数据范围及约定】

对于全部数据， $1 \leq |S| \leq 100000$ 。

子任务编号	$\ S\ \leq$	特殊性质	分值
1	500		5
2	2000		26
3		S只包含a和b	22
4			47