

# 数理统计第11次作业

林陈冉

2017年1月18日

## 6.1

(1) 记第  $i$  块第上甲品种产量为  $X_i$ , 乙品种产量为  $Y_i$ ,  $Z_i = X_i - Y_i$ , 由题意可知  $Z_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $n = 8$ . 检验问题

$$H_0: \mu \leq 0 \leftrightarrow H_1: \mu > 0$$

$\sigma^2$  未知, 则否定域为

$$D = \{Z|T = \frac{\sqrt{n}(\bar{Z} - \mu_0)}{S} < t_{n-1}(\alpha)\}$$

均值  $\bar{Z} = 17.375$ , 方差  $S = 21.2733$ ,  $\alpha = 0.05$ ,  $t_7(0.05) = 1.8946$ , 检验统计量  $T = \sqrt{8}\bar{Z}/S = 2.31012$ , 落入接受域, 故认为甲是对乙的改良.

(2) 符号检验法: 检验问题

$$H_0: \text{甲不是对乙的改良} \leftrightarrow H_1: \text{甲是对乙的改良}$$

否定域为

$$D = \{n_+ \geq c \text{ 或 } n_+ \leq d\}$$

由  $Z = \{58, 32, 30, 5, -7, 11, 0, 10\}$ , 则  $n_+ = 6$ ,  $n = 7$ , 当  $\alpha = 0.05$ ,  $c = 7$ ,  $d = 0$ , 落入接受域, 故认为甲不是对乙的改良

符号秩和检验法: 检验问题

$$H_0: \text{甲不是对乙的改良} \leftrightarrow H_1: \text{甲是对乙的改良}$$

否定域为

$$D = \{W^+ \geq c \text{ 或 } W^+ \leq d\}$$

由  $Z = \{58, 32, 30, 5, -7, 11, 0, 10\}$ , 则  $W^+ = 26$ ,  $n = 7$ , 当  $\alpha = 0.05$ ,  $c = 26$ ,  $d = 2$ , 落否定域, 故认为甲是对乙的改良

### 6.3

(1) 记实验号为  $i$  的猪吃新饲料增重为  $X_i$ , 吃旧饲料的增重为  $Y_i$ ,  $Z_i = X_i - Y_i$ ,  $Z = \{5, -2, 0, 4, 2, -1, 3, 7, -6\}$ .

符号检验法: 检验问题

$$H_0: \text{新饲料催肥效果没有变好} \leftrightarrow H_1: \text{新饲料催肥效果变好}$$

否定域为

$$D = \{n_+ \geq c \text{ 或 } n_+ \leq d\}$$

可知  $n_+ = 5$ ,  $n = 8$ , 当  $\alpha = 0.10$ ,  $c = 7$ ,  $d = 1$ , 落入接受域, 故认为新饲料催肥效果没有变好, 不能推广.

(2) 符号秩和检验法: 检验问题

$$H_0: \text{新饲料催肥效果没有变好} \leftrightarrow H_1: \text{新饲料催肥效果变好}$$

否定域为

$$D = \{W^+ \leq d \text{ 或 } W^+ \geq c\}$$

可知  $W^+ = 25.5$ ,  $n = 8$ , 当  $\alpha = 0.10$ ,  $c = 31$ ,  $d = 5$ , 落入接受域, 故认为新饲料催肥效果没有变好, 不可以推广.

### 6.4

检验问题

$$H_0: \text{两厂显像管平均寿命相同} \leftrightarrow H_1: \text{两厂显像管平均寿命不同}$$

否定域为

$$D = \{(X, Y) | W \geq c \text{ 或 } W \leq d\}$$

$m = 8$ ,  $n = 10$ ,  $\alpha = 0.10$ , 查表得  $c = 96$ ,  $d = 56$ , 经计算,  $W = 116.5$ , 落入否定域, 故认为两厂显像管寿命不同.

### 6.7

检验问题

$$H_0: \text{骰子是均匀的} \leftrightarrow H_1: \text{骰子不是均匀的}$$

可知  $n = 300$ ,  $\alpha = 0.05$ , 理论分布  $p_i = P(X = i) = 1/6$ ,  $np_i = 50$ , 观察频数  $\nu = \{43, 49, 56, 45, 66, 41\}$ , 经计算  $k_0 = \sum_{i=1}^6 \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 8.96$ . 由  $K_n \sim \chi_5^2$ , 拟合优度

$$p(k_0) = P(K_n \geq k_0 | H_0) \approx P(\chi_5^2 \geq k_0) < 0.10$$

故可以认为骰子是均匀的.

---

## 6.8

检验问题

$$H_0 : \text{结果符合遗传学模型} \leftrightarrow H_1 : \text{结果不符合遗传学模型}$$

可知  $n = 64$ ,  $\alpha = 0.05$ , 理论分布  $p_1 = 9/16$ ,  $p_2 = 3/16$ ,  $p_3 = 1/4$ , 观察频数  $\nu_1 = 34$ ,  $\nu_2 = 10$ ,  $\nu_3 = 20$ , 经计算  $k_0 = \sum_{i=1}^3 \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 1.444$ . 由  $K_n \sim \chi_2^2$ , 拟合优度

$$p(k_0) = P(K_n \geq k_0 | H_0) \approx P(\chi_2^2 \geq k_0) > 0.25 > \alpha$$

故可以认为实验结果符合“9:3:4”的遗传学模型.