数理统计第12次作业

林陈冉

2016年12月20日

6.10 检验问题

$$H_0: \text{结果符合遗传学模型} \leftrightarrow H_1: \text{结果不符合遗传学模型}$$

可知 $n = 109$, $\alpha = 0.05$, 当 X 是题中所给的情况下, 其似然函数为

$$F(X,p) = (p^2)^{10}\big(2p(1-p)\big)^{53}\big((1-p)^2\big)^{46} = 2^{53}p^{73}(1-p)^{145}$$

令其导数为0

$$F^{'}(X,p) = 2^{53}p^{72}(1-p)^{144}(218p-73) = 0$$

求得其最大似然估计 $p^* = 0.334$, 那么理论分布 $p_1 = 0.112$, $p_2 = 0.445$, $p_3 = 0.442$, 观察频数 $\nu_1 = 10$, $\nu_2 = 53$, $\nu_3 = 46$, 经计算 $k_0^* = \sum_{i=1}^{3} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 0.913$.

$r = 3$, $s = 1$, $K_n^* \sim \chi_1^2$, 拟合优度

$$p(k_0^*) = P(K_n^* \geq k_0|H_0) \approx P(\chi_1^2 \geq k_0^*) > 0.25 > \alpha$$

故可以认为实验结果符合遗传学模型.

6.11 检验问题

$$H_0: \text{射击结果服从二项分布} \leftrightarrow H_1: \text{射击结果不服从二项分布}$$

修改表格为

命中数	0-2	3	4	5	6	7	8-10
靶数	6	10	22	26	18	12	6

可知 $n = 100$, $\alpha = 0.05$. 设击中的概率为 p , 每个靶上命中的子弹数目 X_i 服从 $B(10,p)$ 的二项分布 , 其最大似然解 $p^* = \bar{X}/10 = 0.6$, 则认为检验问题 H_0 为射击结果服从 $B(10,6)$ 的二项分布.

理论分布 $p_1 = P\{X = 0,1,2\} = 0.012$, $p_2 = P\{X = 3\} = 0.042$, $p_3 = P\{X = 4\} = 0.114$, $p_4 = P\{X = 5\} = 0.201$, $p_5 = P\{X = 6\} = 0.251$, $p_6 = P\{X = 7\} = 0.215$, $p_7 = P\{X =$

$8,9,10\} = 0.167$，观察频数 $\nu_1 = 6$，$\nu_2 = 10$，$\nu_3 = 22$，$\nu_4 = 26$，$\nu_5 = 18$，$\nu_6 = 12$，$\nu_7 = 6$，经计算 $k_0^* = \sum_{i=1}^{7} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 51.702$.

$r = 7$，$s = 1$，则 $K_n^* \sim \chi_5^2$，拟合优度

$$p(k_0^*) = P(K_n^* \geq k_0^* | H_0) \approx P(\chi_5^2 \geq k_0^*) < 0.005 < \alpha$$

故可以认为射击结果不服从二项分布.

6.11 检验问题

$$H_0 : \text{每天事故数服从Poisson分布} \leftrightarrow H_1 : \text{每天事故数不服从Poisson分布}$$

修改表格为

事故数	0	1	2	3-4	≥ 5
天数	109	65	22	7	7

可知 $n = 210$，$\alpha = 0.05$．设Poisson的参数为 λ，每天的事故数目 X_i 服从 $P(\lambda)$，其最大似然解 $\lambda^* = \sum_{i=1}^{210} X_i / 210 = 0.804$，则认为检验问题 H_0 每天事故数服从 $P(0.804)$.

理论分布 $p_1 = P\{X = 0\} = 0.447$，$p_2 = P\{X = 1\} = 0.359$，$p_3 = P\{X = 2,3\} = 0.144$，$p_4 = P\{X = 4\} = 0.0466$，$p_5 = P\{X \geq 5\} = 0.0014$，观察频数 $\nu_1 = 109$，$\nu_2 = 65$，$\nu_3 = 22$，$\nu_4 = 7$，$\nu_5 = 7$，经计算 $k_0^* = \sum_{i=1}^{5} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 154.45$.

$r = 5$，$s = 1$，则 $K_n^* \sim \chi_4^2$，拟合优度

$$p(k_0^*) = P(K_n^* \geq k_0^* | H_0) \approx P(\chi_5^2 \geq k_0^*) < 0.005 < \alpha$$

故可以认为每天事故数不服从Poisson分布.

6.14 检验问题

$$H_0 : \text{电容量服从正态分布} \leftrightarrow H_1 : \text{电容量不服从正态分布}$$

修改表格为

电容量	$-\infty$-103.5	103.5-105.5	105.5-106.5	106.5-107.5	107.5-108.5
个数	6	10	16	13	17
电容量	108.5-109.5	109.5-110.5	110.5-111.5	111.5-∞	
个数	11	9	10	8	

可知 $n = 100$，$\alpha = 0.05$．设正态分布的参数为 μ, σ^2，电量 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$，其最大似然解 $\mu^* = \bar{X} = 107.85$，$\sigma^{*2} = 7.0275$ 则认为检验问题 H_0 电容量服从 $N(107.85, 7.0275)$.

理论分布 $p_1 = 0.0504$, $p_2 = 0.137$, $p_3 = 0.117$, $p_4 = 0.142$, $p_5 = 0.149$, $p_6 = 0.136$, $p_7 = 0.108$, $p_8 = 0.0744$, $p_9 = 0.0842$, 观察频数 $\nu_1 = 6$, $\nu_2 = 10$, $\nu_3 = 16$, $\nu_4 = 13$, $\nu_5 = 17$, $\mu_6 = 11$,$\mu_7 = 9$, $\mu_8 = 10$, $\mu_9 = 8$, 统计算 $k_0^* = \sum_{i=1}^{9} \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 4.82$.

$r = 9$, $s = 2$, 则 $K_n^* \sim \chi_6^2$, 拟合优度

$$p(k_0^*) = P(K_n^* \geq k_0^* | H_0) \approx P(\chi_6^2 \geq k_0^*) > 0.50 > \alpha$$

故可以认为电容量服从正态分布.

6.16 检验问题

$$H_0 : \text{慢性气管炎和吸烟无关} \leftrightarrow H_1 : \text{慢性气管炎和吸烟有关}$$

列连表为

吸烟量/支/日	0-9	10-19	≥ 20	Σ
患者人数	22	98	25	145
健康人数	22	89	16	127
Σ	44	187	41	272

可知 $n = 272$, $r = 2$, $s = 3$, $\alpha = 0.05$, 查表 $\chi^2_{(r-1)(s-1)}(\alpha) = \chi_2^2(0.05) = 5.991$, 检验统计量

$$K_n^* = n\Big(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{n_{ij}^2}{n_{i\cdot}n_{\cdot j}} - 1\Big) = 1.223 < 5.991$$

故认为慢性气管炎和吸烟无关.

6.17 检验问题

$$H_0 : \text{处理前后比例相等} \leftrightarrow H_1 : \text{处理前后比例不相等}$$

列连表为

健康状况	未感冒	感冒一次	感冒两次以上	Σ
处理	252	145	103	500
未处理	224	136	140	500
Σ	476	281	243	1000

可知 $n = 1000$, $r = 2$, $s = 3$, $\alpha = 0.05$, 查表 $\chi^2_{(r-1)(s-1)}(\alpha) = \chi_2^2(0.05) = 5.991$, 检验统计量

$$K_n^* = n\Big(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{n_{ij}^2}{n_{i\cdot}n_{\cdot j}} - 1\Big) = 7.569 > 5.991$$

故认为处理前后比例不相同.