

数理统计第11次作业

林陈冉

2016年12月20日

6.1

(1) 记第 i 块第上甲品种产量为 X_i , 乙品种产量为 Y_i , $Z_i = X_i - Y_i$, 由题意可知 $Z_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$, $n = 8$. 检验问题

$$H_0: \mu \leq 0 \leftrightarrow H_1: \mu > 0$$

σ^2 未知, 则否定域为

$$D = \{Z|T = \frac{\sqrt{n}(\bar{Z} - \mu_0)}{S} < t_{n-1}(\alpha)\}$$

均值 $\bar{Z} = 17.375$, 方差 $S = 21.2733$, $\alpha = 0.05$, $t_7(0.05) = 1.8946$, 检验统计量 $T = \sqrt{8}\bar{Z}/S = 2.31012$, 落入接受域, 故认为甲是对乙的改良.

(2) 符号检验法: 检验问题

$$H_0: \text{甲不是对乙的改良} \leftrightarrow H_1: \text{甲是对乙的改良}$$

否定域为

$$D = \{n_+ \geq c \text{ 或 } n_+ \leq d\}$$

由 $Z = \{58, 32, 30, 5, -7, 11, 0, 10\}$, 则 $n_+ = 6$, $n = 7$, 当 $\alpha = 0.05$, $c = 7$, $d = 0$, 落入接受域, 故认为甲不是对乙的改良

符号秩和检验法: 检验问题

$$H_0: \text{甲不是对乙的改良} \leftrightarrow H_1: \text{甲是对乙的改良}$$

否定域为

$$D = \{W^+ \geq c \text{ 或 } W^+ \leq d\}$$

由 $Z = \{58, 32, 30, 5, -7, 11, 0, 10\}$, 则 $W^+ = 26$, $n = 7$, 当 $\alpha = 0.05$, $c = 26$, $d = 2$, 落否定域, 故认为甲是对乙的改良

6.3

(1) 记实验号为 i 的猪吃新饲料增重为 X_i , 吃旧饲料的增重为 Y_i , $Z_i = X_i - Y_i$, $Z = \{5, -2, 0, 4, 2, -1, 3, 7, -6\}$.

符号检验法: 检验问题

$$H_0: \text{新饲料催肥效果没有变好} \leftrightarrow H_1: \text{新饲料催肥效果变好}$$

否定域为

$$D = \{n_+ \geq c \text{ 或 } n_+ \leq d\}$$

可知 $n_+ = 5$, $n = 8$, 当 $\alpha = 0.10$, $c = 7$, $d = 1$, 落入接受域, 故认为新饲料催肥效果没有变好, 不能推广.

(2) 符号秩和检验法: 检验问题

$$H_0: \text{新饲料催肥效果没有变好} \leftrightarrow H_1: \text{新饲料催肥效果变好}$$

否定域为

$$D = \{W^+ \leq d \text{ 或 } W^+ \geq c\}$$

可知 $W^+ = 25.5$, $n = 8$, 当 $\alpha = 0.10$, $c = 31$, $d = 5$, 落入接受域, 故认为新饲料催肥效果没有变好, 不可以推广.

6.4

检验问题

$$H_0: \text{两厂显像管平均寿命相同} \leftrightarrow H_1: \text{两厂显像管平均寿命不同}$$

否定域为

$$D = \{(X, Y) | W \geq c \text{ 或 } W \leq d\}$$

$m = 8$, $n = 10$, $\alpha = 0.10$, 查表得 $c = 96$, $d = 56$, 经计算, $W = 116.5$, 落入否定域, 故认为两厂显像管寿命不同.

6.7

检验问题

$$H_0: \text{骰子是均匀的} \leftrightarrow H_1: \text{骰子不是均匀的}$$

可知 $n = 300$, $\alpha = 0.05$, 理论分布 $p_i = P(X = i) = 1/6$, $np_i = 50$, 观察频数 $\nu = \{43, 49, 56, 45, 66, 41\}$, 经计算 $k_0 = \sum_{i=1}^6 \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 8.96$. 由 $K_n \sim \chi_5^2$, 拟合优度

$$p(k_0) = P(K_n \geq k_0 | H_0) \approx P(\chi_5^2 \geq k_0) < 0.10$$

故可以认为骰子是均匀的.

6.8

检验问题

$$H_0 : \text{结果符合遗传学模型} \leftrightarrow H_1 : \text{结果不符合遗传学模型}$$

可知 $n = 64$, $\alpha = 0.05$, 理论分布 $p_1 = 9/16$, $p_2 = 3/16$, $p_3 = 1/4$, 观察频数 $\nu_1 = 34$, $\nu_2 = 10$, $\nu_3 = 20$, 经计算 $k_0 = \sum_{i=1}^3 \frac{(\nu_i - np_i)^2}{np_i} = 1.444$. 由 $K_n \sim \chi_2^2$, 拟合优度

$$p(k_0) = P(K_n \geq k_0 | H_0) \approx P(\chi_2^2 \geq k_0) > 0.25 > \alpha$$

故可以认为实验结果符合“9:3:4”的遗传学模型.