

# Bab 1

## Review Sistem Bilangan dan Fungsi

Muhammad Okky Ibrohim  
Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Indonesia



UNIVERSITAS  
INDONESIA  
*Veritas, Probitas, Iustitia*

FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

# Referensi, Kredit, dan Kontak

## Referensi Utama

Varberg, Dale; Edwin J. Purcell; Steven E. Rigdon. Calculus, 9th Edition, Prentice Hall, 2006.

## Kredit

*Slide ini menggunakan tema Blue Connections Cordelia Presentation Template*  
(<https://www.slidescarnival.com/cordelia-free-presentation-template/216>).

## Kontak

Segala bentuk pertanyaan, kritik, dan saran mengenai slide ini dapat disampaikan via email ke [okkyibrohim@cs.ui.ac.id](mailto:okkyibrohim@cs.ui.ac.id).

## Outline

- ◎ Sistem bilangan dan bilangan riil
- ◎ Pertidaksamaan dan harga mutlak
- ◎ Fungsi riil sederhana (fungsi aljabar): polinomial, rasional, dan irrasional
- ◎ Fungsi transendental: trigonometri dan eksponensial
- ◎ Aljabar dan sifat-sifat fungsi
- ◎ Grafik fungsi
- ◎ Invers fungsi

# Sub 1.1

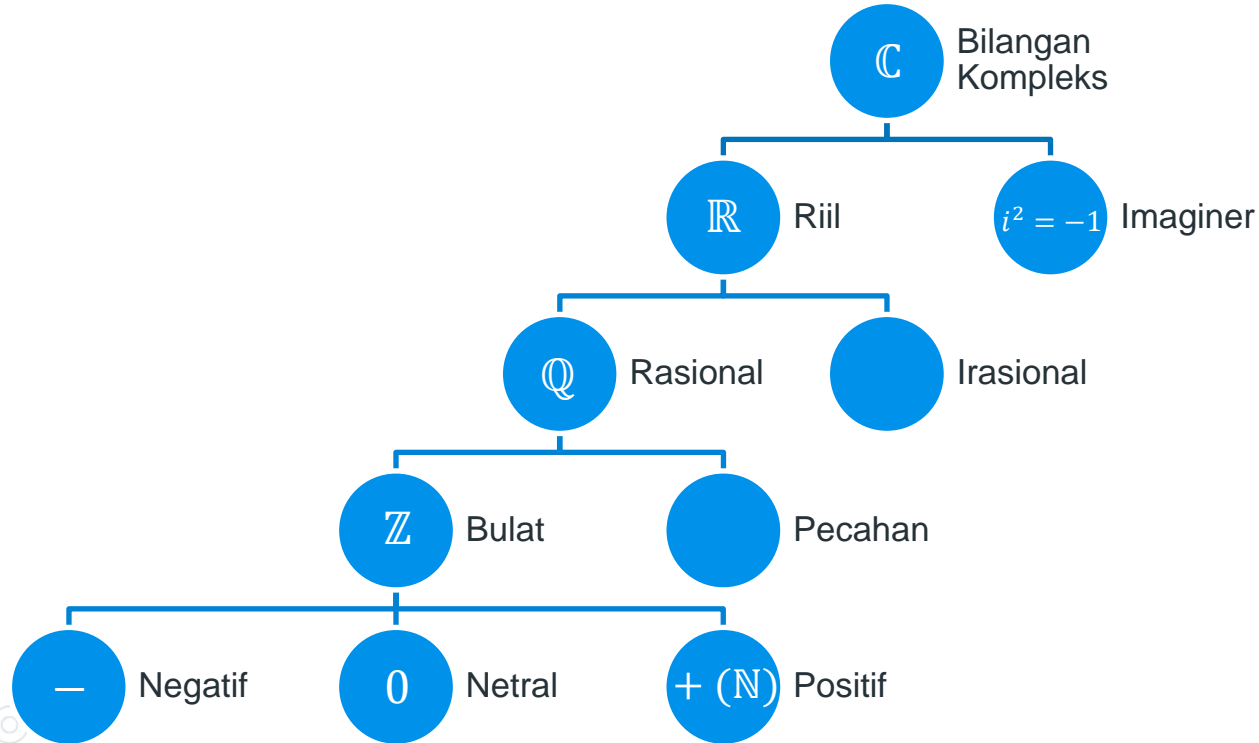
## Sistem bilangan dan bilangan riil



UNIVERSITAS  
INDONESIA  
*Veritas, Probitas, Iustitia*

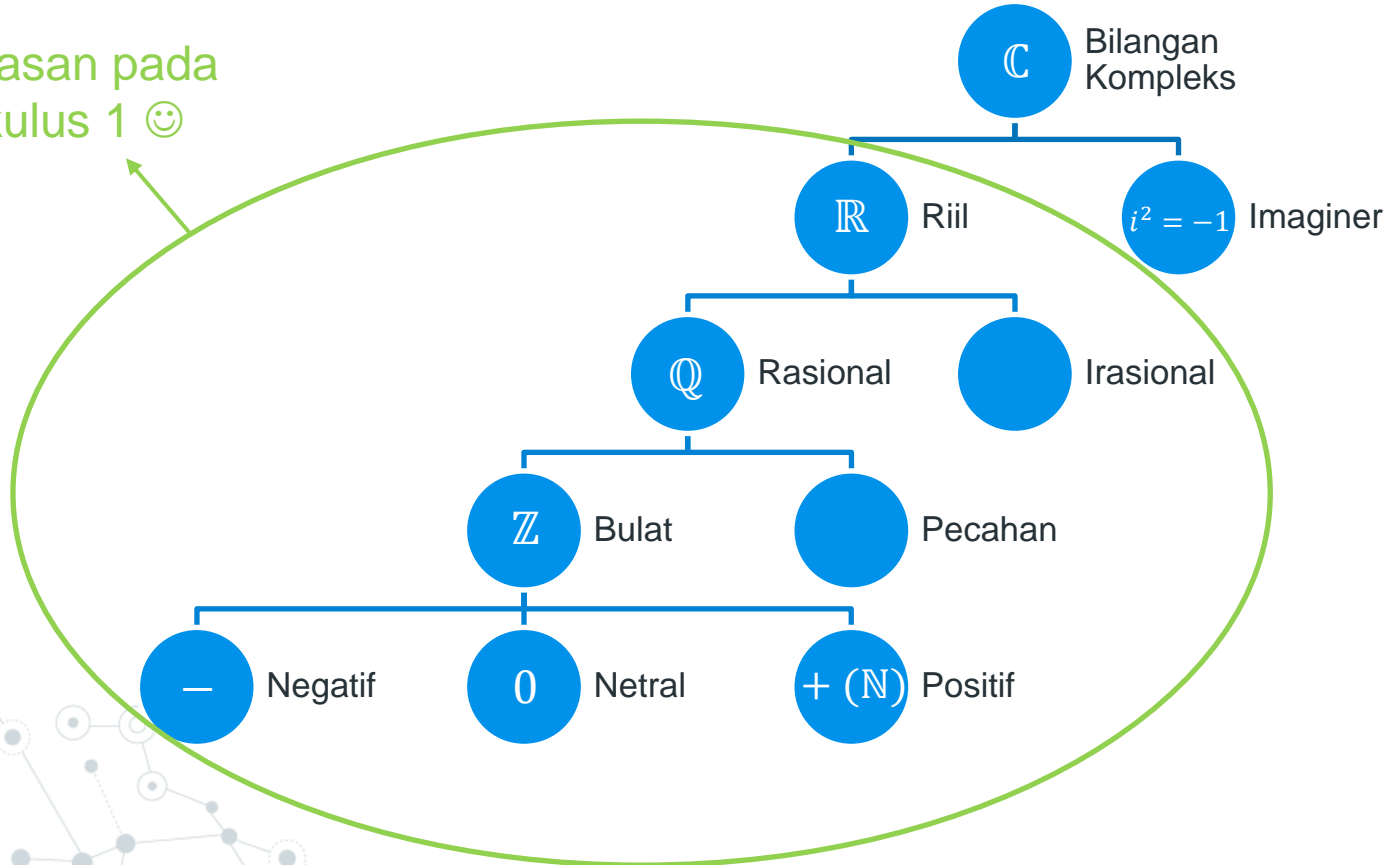
FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

# Sistem Bilangan

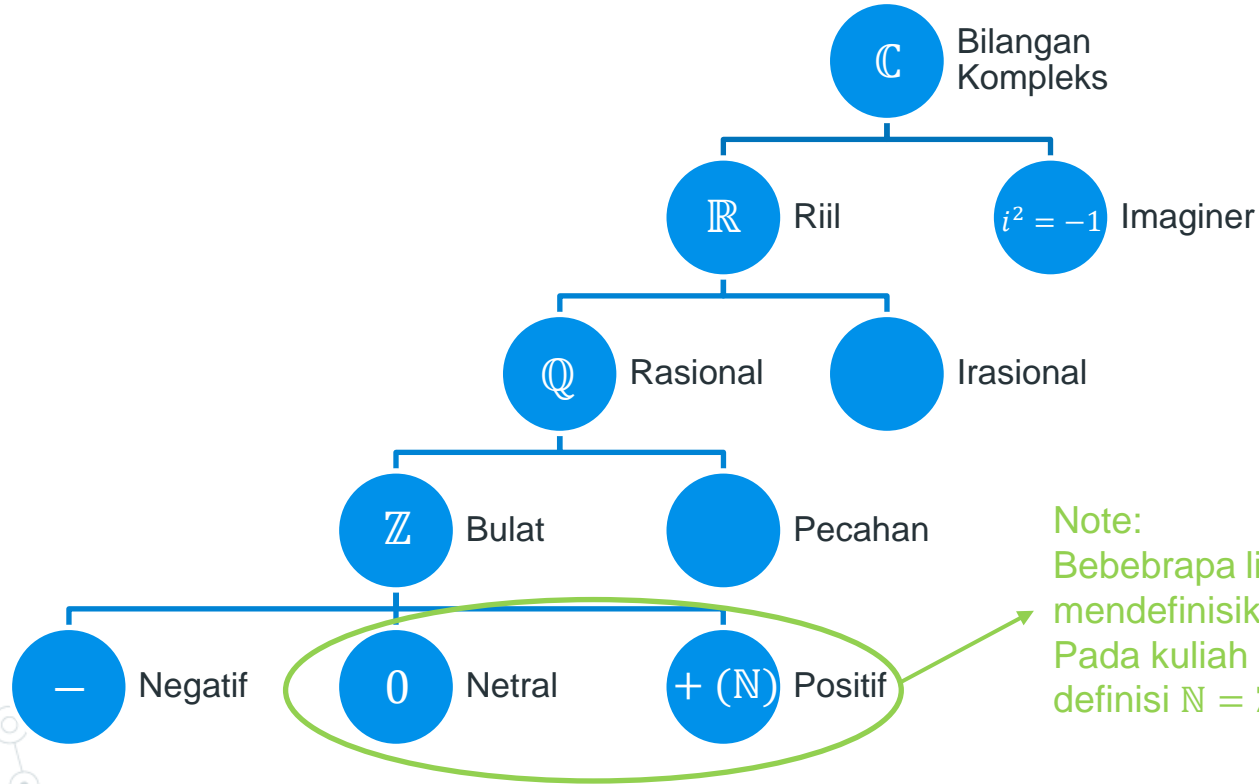


# Sistem Bilangan

Bahasan pada  
Kalkulus 1 😊



# Sistem Bilangan



Note:  
Beberapa literatur mendefinisikan  $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+ + \{0\}$ . Pada kuliah ini, digunakan definisi  $\mathbb{N} = \mathbb{Z}^+$

## Operasi Dasar Bilangan Riil

### ⊙ Penjumlahan (+)

Pengurangan (−) merupakan bentuk lain dari penjumlahan.

$a - b$  dapat ditulis sebagai  $a + (-b)$

### ⊙ Perkalian (×)

Pembagian (:) dan pangkat ( $a^n$ ) merupakan bentuk lain dari perkalian.

$\frac{a}{b}$  dapat ditulis sebagai  $a \times \frac{1}{b}$

$a^n$  dapat ditulis sebagai  $a \times a \times \cdots \times a$  sebanyak  $n$



## Sifat Aljabar Bilangan Riil

### ⊙ Tertutup (*closure property*)

$\forall x, y \in \mathbb{R}$ , maka  $x + y \in \mathbb{R}$  dan  $xy \in \mathbb{R}$

### ⊙ Komutatif

$\forall x, y \in \mathbb{R}$ , berlaku  $x + y = y + x$  dan  $xy = yx$

### ⊙ Asosiatif

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ , berlaku  $x + (y + z) = (x + y) + z$   
dan  $x(yz) = (xy)z$

### ⊙ Distributif

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ , berlaku  $x(y + z) = (xy) + (xz)$

## Sifat Aljabar Bilangan Riil (2)

- ⊙ Unsur identitas penjumlahan dan perkalian

Penjumlahan:  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists 0$  sehingga berlaku  $x + 0 = x$

Perkalian:  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists 1$  sehingga berlaku  $x(1) = x$

- ⊙ Invers penjumlahan dan perkalian

Penjumlahan:  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists (-x) \in \mathbb{R}$  sehingga berlaku  $x + (-x) = 0$

Perkalian:  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists \frac{1}{x} \in \mathbb{R}$  sehingga berlaku  $x \left( \frac{1}{x} \right) = 1$

*Bagaimana dengan invers dari 0?*

0 mempunyai invers penjumlahan, yaitu 0 sendiri karena  $0 + (-0) = 0$

0 tidak mempunyai invers perkalian, mengapa?

## Sifat Aljabar Bilangan Riil (3)

- ⊙ Kanselasi (*cancellation property*)

$x, y, z \in \mathbb{R}$  dan  $z \neq 0$ , berlaku  $xz = yz \Rightarrow x = y$  dan  $\frac{xz}{yz} = \frac{x}{y}$

- ⊙ Pengali nol (*zero product property*)

$\forall x, y \in \mathbb{R}, xy = 0 \Rightarrow x = 0 \vee y = 0$

## Sifat Urutan Bilangan Riil

### ⊙ *Trichotomy*

$\forall x, y \in \mathbb{R}$ , maka akan memenuhi **tepat satu** dari kondisi  $x < y$ ,  $x > y$ , atau  $x = y$

### ⊙ *Transitivity*

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ , jika  $x < y$  dan  $y < z$ , maka  $x < z$

### ⊙ *Addition*

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}, x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$

## Sifat Urutan Bilangan Riil (2)

### ⊙ *Multiplication*

$\forall x, y, z \in \mathbb{R}$ , jika  $z \in \mathbb{R}^+$  maka berlaku  $x < y \Leftrightarrow xz < yz$ ,  
jika  $z \in \mathbb{R}^-$  maka berlaku  $x < y \Leftrightarrow xz > yz$

### ⊙ *Infinity*

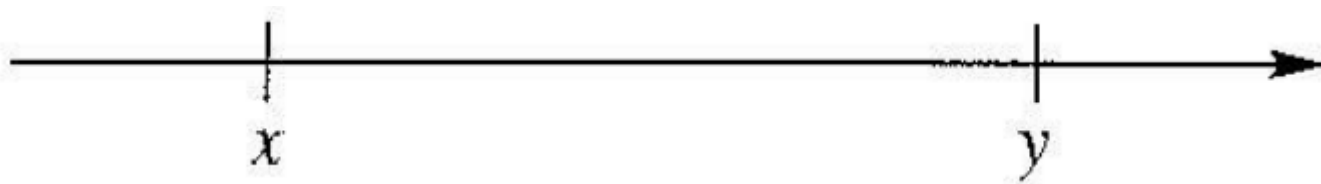
Bilangan riil tidak memiliki nilai maksimum (terbesar) maupun minimum (terkecil).

### ⊙ *Continuity*

$\forall x, y \in \mathbb{R}$ , jika  $x \neq y$  maka  $\exists z \in \mathbb{R}$  sehingga berlaku  $x < z < y$  atau  $y < z < x$ .










## Apa maksud $x < y$ ?

Untuk mengatakan  $x < y$ , hal ini berarti  $x$  terletak disebelah kiri  $y$  pada suatu garis bilangan.



## Selang (*Interval*)

Selang adalah himpunan bagian dari bilangan riil yang mempunyai sifat relasi tertentu.

Set Notation	Interval Notation	Graph
$\{x: a < x < b\}$	$(a, b)$	
$\{x: a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
$\{x: a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x: a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
$\{x: x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x: x < b\}$	$(-\infty, b)$	
$\{x: x \geq a\}$	$[a, \infty)$	
$\{x: x > a\}$	$(a, \infty)$	
$\mathbb{R}$	$(-\infty, \infty)$	

## Sub 1.2

# Pertidaksamaan dan harga mutlak



FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER



## Apa maksud pertidaksamaan?

Pertidaksamaan adalah salah satu bentuk pernyataan matematika yang mengandung satu peubah atau lebih yang dihubungkan oleh relasi  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ , atau  $\geq$ .

Contoh pertidaksamaan:

1.  $5x < 15$
2.  $6y > 12$
3.  $3x + 6y \leq 12$
4.  $5x - 6y \geq 12$

## Bentuk umum pertidaksamaan

$$\frac{A(x)}{B(x)} (relasi) \frac{C(x)}{D(x)}$$

dengan (*relasi*) bisa berupa  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ , atau  $\geq$ ;  $A(x)$ ,  $B(x)$ ,  $C(x)$ , dan  $D(x)$  merupakan suku banyak (polinom);  $B(x)$ ,  $D(x) \neq 0$ .

## Penyelesaian pertidaksamaan bilangan riil.

Menyelesaikan suatu pertidaksamaan bilangan riil berarti mencari semua himpunan bilangan riil yang membuat pertidaksamaan berlaku. Himpunan bilangan real ini disebut juga Himpunan Penyelesaian (HP).

## Contoh 1 Penyelesaian Pertidaksamaan

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $13 \geq 2x - 3 \geq 5$

## Contoh 2 Penyelesaian Pertidaksamaan

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $-2 < 6 - 4x \leq 8$

## Contoh 3 Penyelesaian Pertidaksamaan

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $2x^2 - 5x < -3$

## Apa maksud nilai mutlak?

Nilai (harga) mutlak  $x$  (dinotasikan  $|x|$ ) adalah jarak  $x$  dari titik pusat pada garis bilangan. Karena didefinisikan sebagai jarak, maka nilainya selalu positif.

Definisi formal nilai mutlak:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

## Sifat-sifat nilai mutlak

1.  $|x| = \sqrt{x^2}$
2.  $|x| \leq a, a \geq 0 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
3.  $|x| \geq a, a \geq 0 \Leftrightarrow x \geq a \text{ atau } x \leq -a$
4.  $|x| \leq |y| \Leftrightarrow x^2 \leq y^2$
5.  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$



## Contoh 1 Penyelesaian Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $|2x - 5| < 3$

## Contoh 2 Penyelesaian Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $|2x + 3| \geq |4x + 5|$

## Contoh 3 Penyelesaian Pertidaksamaan Nilai Mutlak

Tentukan HP untuk pertidaksamaan  $\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$

## Sub 1.3

# Fungsi riil sederhana (fungsi aljabar): polinomial, rasional, dan irrasional



FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

## Apa itu fungsi?

Relasi  $f: D \rightarrow K$  merupakan suatu **fungsi** jika untuk setiap  $x$  pada himpunan domain  $D$  terdapat **tepat satu** nilai tunggal  $y$  pada himpunan kodomain  $K$  sedemikian sehingga  $y = f(x)$ . Himpunan daerah hasil dari  $f(x)$  selanjutnya disebut sebagai *Range* ( $R$ ) fungsi.

Jika  $f: D \rightarrow K$  tidak diberikan pada saat pendefinisian  $f(x)$ , maka kita anggap bahwa  $D$  adalah himpunan bilangan riil yang terbesar sehingga fungsi tersebut berlaku, yang disebut dengan **daerah asal alami** (***natural domain***), dan kita anggap  $K$  sebagai himpunan semua bilangan riil ( $\mathbb{R}$ ).

# Fungsi riil sederhana

## Fungsi polinomial

Fungsi polinomial dinyatakan dalam bentuk

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

di mana  $a_i \in \mathbb{R}$ ;  $i = (0, 1, \dots, n)$  dan  $a_i$  tidak semuanya nol.

## Fungsi rasional

Fungsi rasional dinyatakan dalam bentuk

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)},$$

di mana  $P(x)$  dan  $Q(x)$  merupakan fungsi polynomial dan  $Q(x) \neq 0$ .

## Fungsi irasional

Fungsi irrasional dinyatakan dalam bentuk

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)},$$

di mana  $g(x)$  merupakan fungsi rasional.

## Fungsi riil lainnya

### Fungsi konstan

$f(x) = k$ , di mana  $k \in \mathbb{R}$  adalah suatu konstanta.

### Fungsi identitas

$$f(x) = x$$

### Fungsi linier

$$f(x) = ax + b$$

### Fungsi kuadrat

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

### Fungsi aljabar eksplisit

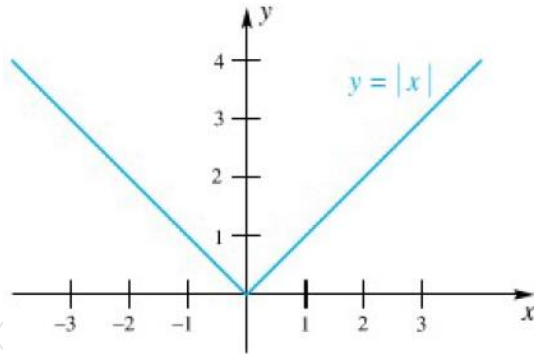
$$f(x) = 3x^{\frac{2}{5}} = 3\sqrt[5]{x^2}; g(x) = \frac{(x+2)\sqrt{x}}{x^3 + \sqrt[3]{x^2 - 1}}$$

## Dua fungsi khusus

### Fungsi nilai mutlak

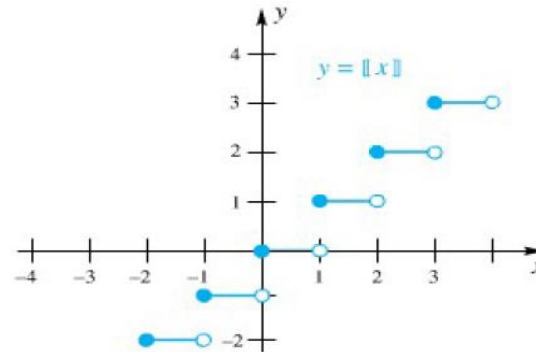
Untuk setiap  $x$ , fungsi nilai mutlak  $f(x)=|x|$  dinyatakan sebagai

$$f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$



### Fungsi integer terbesar

Untuk setiap  $x$ , fungsi integer terbesar  $f(x)=\llbracket x \rrbracket$  dinyatakan sebagai  $f(x)=$  integer terbesar yang lebih kecil atau sama dengan  $x$ .





## Sub 1.4

# Fungsi transendental: trigonometri, eksponensial, logaritma



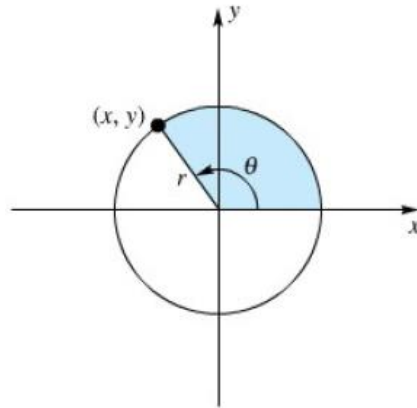
FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

# Fungsi trigonometri

## Definisi:

Misalkan pada suatu lingkaran dengan radius  $r$ , dan terdapat suatu sudut  $\theta$ , maka dapat dinyatakan

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \text{ dan } \cos \theta = \frac{x}{r}.$$



# Identitas fungsi trigonometri

## Identitas genap-ganjil

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

## Identitas pythagorean

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

## Identitas fungsi bersama

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

## Identitas penjumlahan

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

## Identitas sudut-ganda

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$= 2 \cos^2 x - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x$$

## Identitas seperdua-sudut

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$

## Identitas sum

$$\sin x + \sin y = 2 \sin\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

# Fungsi eksponensial

## Definisi:

Fungsi eksponensial merupakan fungsi yang dapat dinyatakan dalam bentuk

$$f(x) = b^x$$

di mana basis  $b > 0$ ;  $b \neq 1$ .

## Sifat eksponensial:

Untuk setiap konstan  $a, b > 0$  dan untuk setiap  $x, y \in \mathbb{R}$

1.  $b^x \cdot b^y = b^{x+y}$
2.  $\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$
3.  $(b^x)^y = b^{xy}$
4.  $(ab)^x = a^x b^x$
5.  $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$

# Fungsi logaritma

## Definisi:

Fungsi logaritma merupakan fungsi yang dapat dinyatakan dalam bentuk

$$f(x) = \log_b(x)$$

untuk suatu konstanta  $b > 0$ ;  $b \neq 1$ .

Perhatikan bahwa

$$\log_b(x) = y \Leftrightarrow b^y = x$$

## Sifat logaritma:

Untuk setiap konstan  $a, b, c > 0$ ,  $b \neq 1$ , dan untuk setiap  $r \in \mathbb{R}$

1.  $\log_b(ac) = \log_b a + \log_b c$
2.  $\log_b\left(\frac{a}{c}\right) = \log_b a - \log_b c$
3.  $\log_b(a^r) = r \log_b a$

## Sub 1.5

# Aljabar dan sifat-sifat fungsi



UNIVERSITAS  
INDONESIA  
*Veritas, Probitas, Iustitia*

FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

## Operasi aljabar fungsi

Operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian fungsi:

1.  $(f + g)(x) = f(x) + g(x);$
2.  $(f - g)(x) = f(x) - g(x);$
3.  $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x);$
4.  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; g(x) \neq 0.$

Operasi komposisi fungsi:

Misalkan diberikan fungsi  $f$  dengan domain  $A$  dan range  $B$ , serta fungsi  $g$  dengan domain  $E$  dan range  $F$ . Jika Suatu komposisi fungsi  $g$  terhadap  $f$  ( $g \circ f$ ), dinyatakan sebagai

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

Perhatikan bahwa  $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$  berlaku **jika dan hanya jika**  $f = g$ .

## Fungsi genap dan fungsi ganjil

Untuk setiap fungsi yang diberikan oleh persamaan  $y = f(x)$ ,  $x$  disebut sebagai **variabel bebas** dan  $y$  disebut sebagai **variabel tak bebas**.

Grafik suatu persamaan atau fungsi pada sumbu  $x$  dan  $y$  memuat sekumpulan titik pada bidang dua dimensi, dimana koordinat titik  $(x,y)$  memenuhi persamaan tersebut, yaitu terbukti benar (true equality).

### Definisi:

Untuk setiap  $x$ ,

1. Jika  $f(x) = f(-x)$ , maka grafik fungsi kedua persamaan tersebut akan simetri terhadap sumbu  $y$ . Fungsi yang memenuhi kondisi ini disebut sebagai **fungsi genap (even function)**.
2. Jika  $-f(x) = f(-x)$ , maka grafik fungsi kedua persamaan tersebut akan simetri terhadap titik asal  $O(0,0)$ . Fungsi yang memenuhi kondisi ini disebut sebagai **fungsi ganjil (odd function)**.



## Contoh fungsi genap dan fungsi ganjil

$$1. f(x) = x^2 + 1 \quad \rightarrow f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 = f(x)$$

→  $f(x)$  fungsi genap

$$2. f(x) = x^3 - x \quad \rightarrow f(-x) = (-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -f(x)$$

→  $f(x)$  fungsi ganjil

$$3. g(x) = \frac{x^3 - 5x}{x^2 + 1} \quad \rightarrow g(-x) = \frac{(-x)^3 - 5(-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{-x^3 + 5x}{x^2 + 1} = -\frac{(x^3 - 5x)}{x^2 + 1} = -g(x)$$

→  $g(x)$  fungsi ganjil

$$4. f(x) = x^4 - 2x^2 + 5 \quad \rightarrow f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 + 5 = x^4 - 2x^2 + 5 = f(x)$$

→  $f(x)$  fungsi genap

$$5. h(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 1} \quad \rightarrow h(-x) = \sqrt{(-x)^2 - 2(-x) - 1} = \sqrt{x^2 + 2x - 1} \neq h(x) \text{ ataupun } -h(x)$$

→  $h(x)$  bukan fungsi genap ataupun fungsi ganjil

# Injektif, Surjektif, Bijektif

## Injektif:

Fungsi  $f$  dikatakan sebagai fungsi satu-satu (injektif) jika dan hanya jika  $f(x_1) \neq f(x_2)$  ketika  $x_1 \neq x_2$ .

## Surjektif:

Fungsi  $f$  dikatakan sebagai fungsi pada (surjektif) jika  $\forall y \in K \exists x \in D$  sedemikian sehingga  $y = f(x)$ . Dengan kata lain, suatu fungsi  $f$  dikatakan surjektif apabila kodomain ( $K$ ) sama dengan *range* ( $R$ ).

## Bijektif:

Fungsi  $f$  dikatakan sebagai fungsi bijektif jika fungsi tersebut injektif dan surjektif.

## Contoh Fungsi Injektif

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1 \rightarrow f(x)$  fungsi injektif
2.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 \rightarrow f(x)$  fungsi injektif
3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1 \rightarrow f(x)$  bukan fungsi injektif, mengapa?
4.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^3 - x \rightarrow f(x)$  bukan fungsi injektif, mengapa?

## Contoh Fungsi Surjektif

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

→  $f(x)$  fungsi surjektif

2.  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{jika } x \text{ ganjil} \\ x - 1, & \text{jika } x \text{ genap} \end{cases}$

→  $g(x)$  fungsi surjektif

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

→  $f(x)$  bukan fungsi surjektif, mengapa?

4.  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = 2x + 1$

→  $g(x)$  bukan fungsi surjektif, mengapa?

## Contoh Fungsi Bijektif

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

→  $f(x)$  fungsi bijektif

2.  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{jika } x \text{ ganjil} \\ x - 1, & \text{jika } x \text{ genap} \end{cases}$

→  $g(x)$  fungsi bijektif

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

→  $f(x)$  bukan fungsi bijektif, mengapa?

4.  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = 2x + 1$

→  $g(x)$  bukan fungsi bijektif, mengapa?

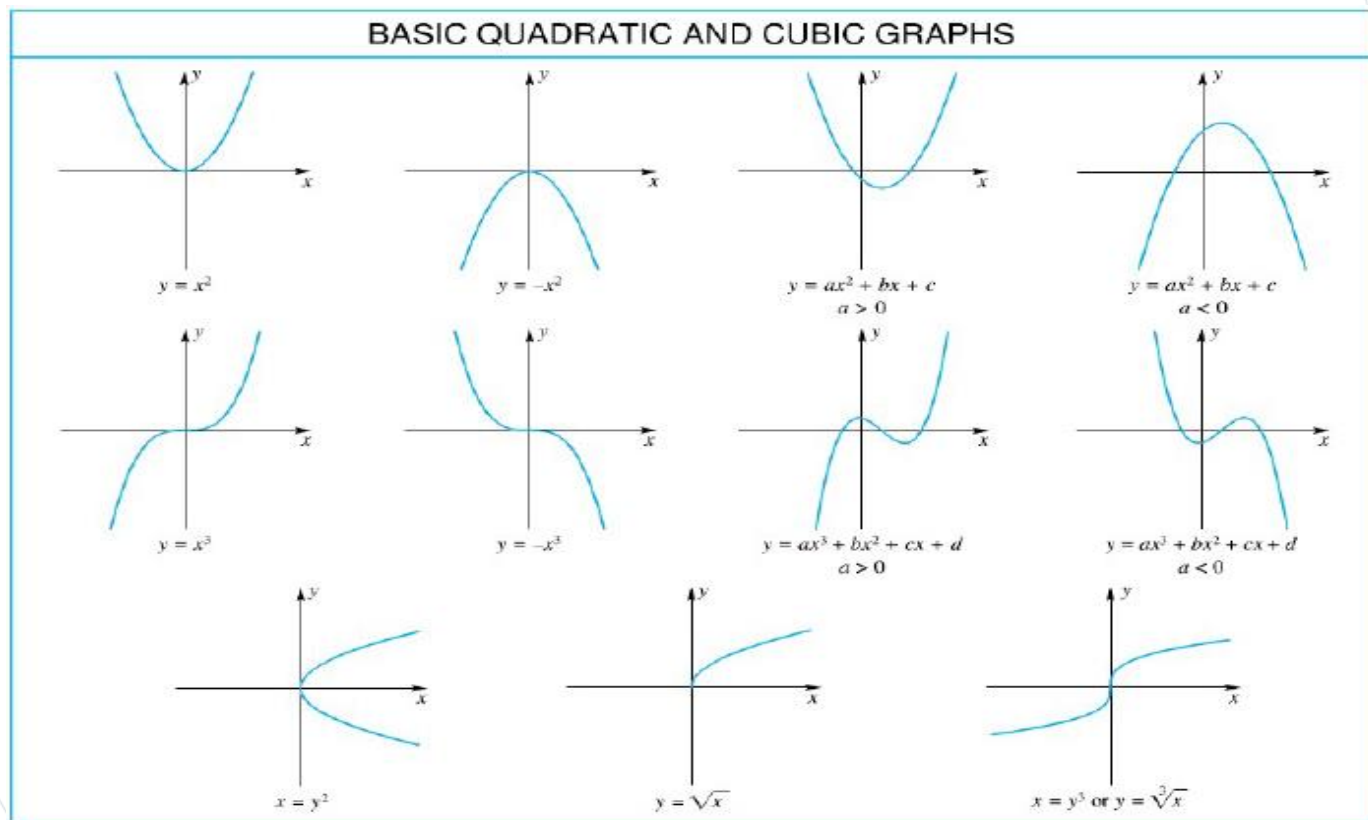
## Sub 1.6

# Grafik Fungsi



FAKULTAS  
**ILMU  
KOMPUTER**

# Beberapa grafik fungsi riil



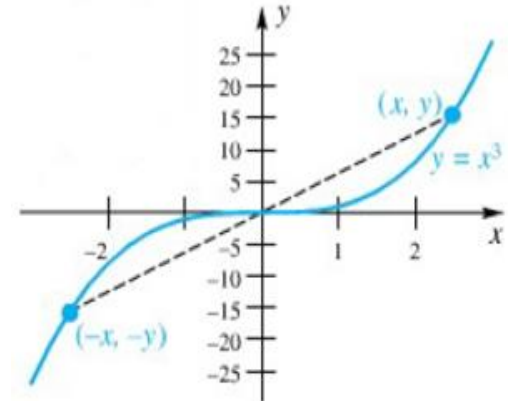
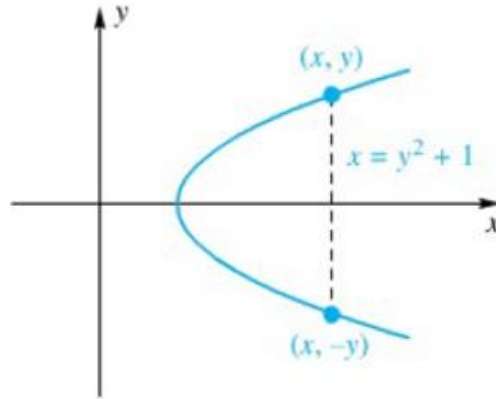
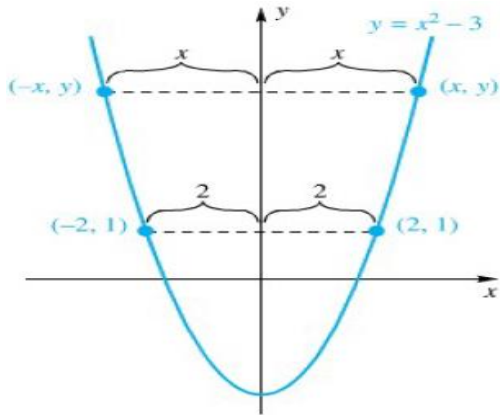
## Kesimetrisan grafik fungsi

Misal diberikan suatu grafik  $y$ ,

1. Grafik  $y$  dikatakan **simetri terhadap sumbu  $y$** , jika untuk setiap  $(x, y)$  berada pada grafik  $y$  maka untuk setiap  $(-x, y)$  juga berada pada grafik  $y$ .
2. Grafik  $y$  dikatakan **simetri terhadap sumbu  $x$** , jika untuk setiap  $(x, y)$  berada pada grafik  $y$  maka untuk setiap  $(x, -y)$  juga berada pada grafik  $y$ .
3. Grafik  $y$  dikatakan **simetri terhadap titik asal  $O(0, 0)$** , jika untuk setiap  $(x, y)$  berada pada grafik  $y$  maka untuk setiap  $(-x, -y)$  juga berada pada grafik  $y$ .



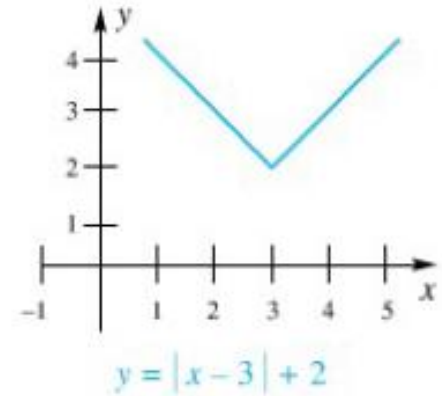
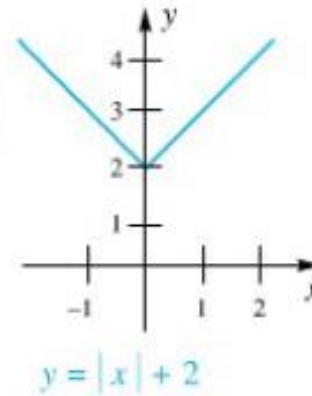
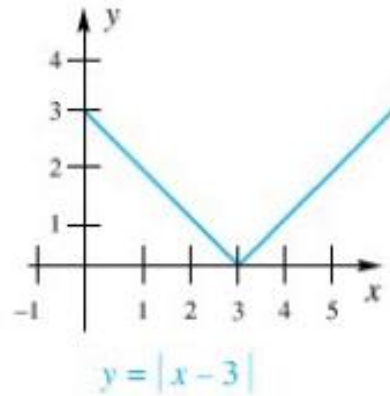
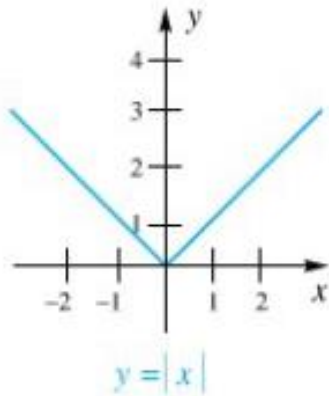
## Contoh grafik fungsi simetris



## Translasi fungsi

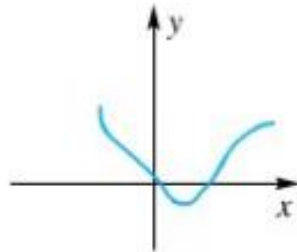
Translasi merupakan suatu proses transformasi geometri yang menggeser setiap titik pada fungsi ke titik lainnya, di mana jarak geser tiap adalah sama, dan dengan arah tertentu.

Contoh :



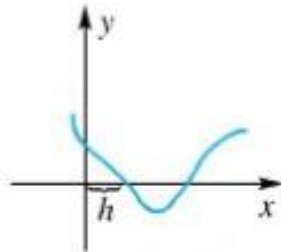
## Bentuk umum translasi fungsi

Untuk  $h$  dan  $k$  positif, berlaku



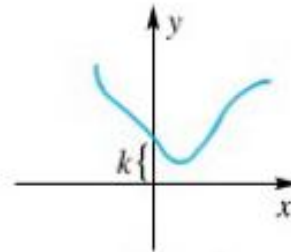
$$y = f(x)$$

Original  
graph



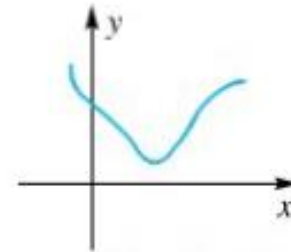
$$y = f(x - h)$$

Translated  $h$   
units to the right



$$y = f(x) + k$$

Translated  $k$   
units up



$$y = f(x - h) + k$$

Translated  $h$  units  
to the right  
and  $k$  units up

# Sub 1.7

## Invers Fungsi



FAKULTAS  
ILMU  
KOMPUTER

## Apa itu invers fungsi?

Jika fungsi  $f: A \rightarrow B$  dinyatakan dalam pasangan terurut  $f = \{(x, y) | x \in A \text{ dan } y \in B\}$ , maka **invers dari fungsi** (selanjutnya sering dipersingkat menjadi **invers fungsi**)  $f$  (dinotasikan  $f^{-1}$ ) adalah relasi yang memetakan balik  $B$  ke  $A$  ( $f^{-1}: B \rightarrow A$ ), yang mana dalam pasangan terurut dinyatakan sebagai  $f^{-1} = \{(y, x) | y \in B \text{ dan } x \in A\}$ .

Jika  $f^{-1}$  memenuhi definisi fungsi (setiap elemen domain  $f^{-1}$  punya pasangan di kodomain  $f^{-1}$ ), serta  $f^{-1}(f(x)) = x$  dan  $f(f^{-1}(y)) = y$ , maka  $f^{-1}$  disebut **fungsi invers**.

Dengan syarat diatas, maka fungsi  $f$  mempunyai fungsi invers  $f^{-1}$  **jika dan hanya jika**  $f$  merupakan **fungsi bijektif**.

Jika  $f$  mempunyai fungsi invers  $f^{-1}$ , maka  $f^{-1}$  juga mempunyai fungsi invers, yaitu  $f$ .

## Contoh 1 Invers Fungsi

Diberikan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + 4$ . Cari  $f^{-1}$  (invers fungsi dari  $f$ ) kemudian tentukan apakah  $f^{-1}$  merupakan fungsi invers atau bukan.

## Contoh 2 Invers Fungsi

Diberikan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$ . Cari  $f^{-1}$  (invers fungsi dari  $f$ ) kemudian tentukan apakah  $f^{-1}$  merupakan fungsi invers atau bukan.

**Terima kasih**

**Muhammad Okky Ibrohim**

Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Indonesia



UNIVERSITAS  
INDONESIA

*Veritas, Probitas, Iustitia*

FAKULTAS  
**ILMU  
KOMPUTER**