

Latihan Permutasi dan Kombinasi





Tujuh orang mahasiswa/i Fasilkom UI menghadiri sebuah seminar. Aldi, Mayang, dan Syukri dari program studi Ilmu Komputer, serta Fajri, Jessica, Michelle, dan Yusuf dari program studi Sistem Informasi.

Tersedia 7 buah kursi pada satu baris.

- a) Ada berapa cara mereka menempati 7 kursi itu?
- b) Jika mahasiswi ingin duduk berturutan, ada berapa cara ketujuh peserta seminar menempati kursi yang tersedia?
- c) Jika mahasiswa Sistem Informasi ingin duduk berturutan dan demikian juga mahasiswa Ilmu Komputer, ada berapa cara mereka menempati kursi-kursi itu?
- d) Jika ketujuh peserta seminar duduk selang seling berdasarkan program studi, ada berapa cara mereka menempati kursi-kursi itu?

Kerjakan soal a) dan c) sebagai latihan sendiri



Mahasiswa: Aldi, Syukri, Fajri, Yusuf Mahasiswi: Mayang, Jessica, Michelle

b) Jika mahasiswi ingin duduk berturutan, ada berapa cara ketujuh peserta seminar menempati kursi yang tersedia?

Cara mengatur agar mahasiswi duduk berurutan



{Mayang, Jessica, Michelle}

Cara mengatur tempat duduk mahasiswi = P(3)

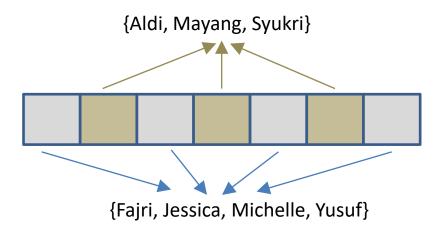
Cara mengatur tempat duduk mahasiswa = P(4)

Jadi, terdapat 5 x P(3) x P(4) = 5 x 6 x 24 = **720 cara** penyusunan tempat duduk yang memenuhi syarat mahasiswi duduk berurutan

IK: Aldi, Mayang, dan Syukri

SI: Fajri, Jessica, Michelle, dan Yusuf

d) Jika ketujuh peserta seminar duduk selang seling berdasarkan program studi, ada berapa cara mereka menempati kursi-kursi itu?

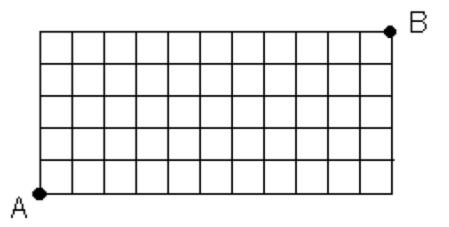


Hanya terdapat satu konfigurasi seperti ilustrasi agar mahasiswa IK dan SI bisa duduk selang-seling

Cara mengatur tempat duduk Aldi, Mayang, Syukri = P(3)Cara mengatur tempat duduk Fajri, Jessica, Michelle, Yusuf = P(4)

Jadi, terdapat $P(3) \times P(4) = 6 \times 24 = 144$ cara penyusunan tempat duduk agar peserta duduk selang-seling berdasarkan prodi

Berapa banyaknya lintasan **terpendek** dari A ke B pada gambar berikut:



Solusi:

Lintasan terpendek dari A dan B panjang 16, terdiri dari 11 langkah horizontal ke kanan (RIGHT) dan 5 langkah vertikal ke atas (UP).

Salah satu variasi lintasan terpendek:

RIGHT UP UP UP UP UP

. . . .

Hint: gunakan permutasi dengan unsur identik

Latihan 3a

Tentukan banyaknya solusi persamaan:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0$$

Contoh solusi persamaan

$$(x_1 = 0, x_2 = 5 x_3 = 6)$$
 $(x_1 = 1, x_2 = 3 x_3 = 8)$ $(x_1 = 11, x_2 = 0 x_3 = 0)$

Permasalahan menentukan jumlah solusi persamaan sama dengan permasalahan "pemilihan buah" pada slide sebelumnya.

Misal ada 3 kotak (yaitu x_1 , x_2 , dan x_3) dan 11 objek (yaitu angka 1) yang akan didistribusikan ke dalam 3 kotak tersebut.

Ada berapa cara memasukkan 11 objek ke dalam 3 kotak ini?

$$C(3+11-1,11) = C(13,11) = C(13,2) = \frac{13\cdot 12}{1\cdot 2} = 78$$

Latihan 3b

Tentukan banyaknya solusi persamaan:

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 11, x_1 \ge 1, x_2 \ge 2, x_3 \ge 3$$

Solusi persamaan tersebut bisa ditulis ulang menjadi operasi himpunan:

$$(x_1 + x_2 + x_3 = 6) \cup (x_1 + x_2 + x_3 = 7) \cup (x_1 + x_2 + x_3 = 8) \cup (x_1 + x_2 + x_3 = 9) \cup (x_1 + x_2 + x_3 = 10) \cup (x_1 + x_2 + x_3 = 11)$$

Perhatikan syarat bahwa $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 2$, $x_3 \ge 3$ sehingga tidak mungkin $x_1 + x_2 + x_3 < 6$

Misal ada 3 kotak (yaitu x_1 , x_2 , dan x_3) dan n objek (yaitu angka 1) yang akan didistribusikan ke dalam 3 kotak tersebut.

Nilai n yang memenuhi adalah $6 \le n \le 11$

Kotak pertama berisi minimal 1 objek, kedua minimal 2 objek dan ketiga minimal 3 objek.

Kita hanya perlu menentukan cara mendistribusikan objek sisanya (sisa 5 objek).

Hal ini analog dengan solusi untuk:

$$0 \le y_1 + y_2 + y_3 \le 5$$
, $y_1 \ge 0$, $y_2 \ge 0$, $y_3 \ge 0$

Latihan 3b

Tentukan banyaknya solusi persamaan:

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 11, x_1 \ge 1, x_2 \ge 2, x_3 \ge 3$$

Solusi persamaan $x_1 + x_2 + x_3 = 11$, $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 2$, $x_3 \ge 3$ sama dengan $y_1 + y_2 + y_3 = 5$, $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$, $x_3 \ge 0$ C(7, 5)

Solusi persamaan $x_1 + x_2 + x_3 = 10$, $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 2$, $x_3 \ge 3$ sama dengan $y_1 + y_2 + y_3 = 4$, $x_1 \ge 0$, $x_2 \ge 0$, $x_3 \ge 0$ C(6, 4)

• • •

Solusi persamaan $x_1 + x_2 + x_3 = 6$, $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 2$, $x_3 \ge 3$ 1 cara = C(2, 0)

Jadi, banyaknya solusi persamaan $x_1 + x_2 + x_3 \le 11$, $x_1 \ge 1$, $x_2 \ge 2$, $x_3 \ge 3$ C(7, 5) + C(6, 4) + C(5, 3) + C(4, 2) + C(3, 1) + C(2, 0)