

MATEMATIKA DISKRET

MATEMATIKA DISKRET

2 2 0 6 0 2 8 9 3 2
ALDEN WUTHFI

①. $15 = 7 + 8$, perlu 4 tanda (-)

[illegible]

14 Stot, 4 tanda (-)

banyak konfigurasi = $14C4 = 1001$

② ? ? ? ? ♂ V M ♀ ? ? ? ?

♂ sebelah vincent = 12

♀ sebelah Maria = 10

memilih 8 orang dari 20 orang sisa = 20P8

$$\begin{aligned} \text{total konfigurasi} &= 10 \cdot 12 \cdot 2048 \\ &= 609\,493\,248\,000 \end{aligned}$$

3. a. 25!

⑥ menyusun 5 jenis buku = $5!$

menyusun 5 buku kalkulus = 5!

menyusun 7 buku Matdis = 7!

menyusun 3 buku PSD = 3!

menyusun 4 buku kombistik = $4!$

menyusun 6 buku DDP = $6!$

total konfigurasi = $5! \cdot 5! \cdot 7! \cdot 6! \cdot 4! \cdot 3!$
 $= 7\,524\,679\,680\,000$

c. menyusun buku berdasarkan jenis = $3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$

susunan buku matdis dan DDP = 2

menyusun 3 jenis buku di tengah = $3!$

total konfigurasi = $2 \cdot 3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$

Julia

ALDEN LUTHFI

2 2 0 6 0 2 8 9 3 2

- d. menyusun 5 jenis buku berdasarkan jenis = $5! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$
 menyusun buku selain PSD berdasarkan jenis = $4! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$
 kemungkinan buku PSD di pinggir = 2

$$\begin{aligned} \text{total konfigurasi} &= 5! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! - 2 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! \\ &= (5! \cdot 3! - 2 \cdot 4!) \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! \\ &= 28 \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7! \end{aligned}$$

4. Pigeonhole principle

Jumlah inisial 1 Huruf = 26

Jumlah inisial 2 Huruf = 26^2

Jumlah inisial 3 Huruf = 26^3

butuh setidaknya $26 + 26^2 + 26^3 + 1$ agar terdapat setidaknya 2 orang dengan inisial sama, maka biaya minimal yang perlu disiapkan:

$$\text{Rp } 10.000 \cdot (27 + 26^2 + 26) = 182.790.000$$

5.

A_1	B_1	C_1
A_2	B_2	C_2
A_3	B_3	C_3

- a. harus $A_1 A_2 A_3, B_1 B_2 B_3, C_1 C_2 C_3$ (berurutan)
 cara memilih 3 slot dari 9 = $9C3$
 cara memilih 3 slot dari 6 sisanya = $6C3$

$$\text{total konfigurasi} = 9C3 \cdot 6C3 = 1680$$

- b. meleset sekali = $\frac{8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} \cdot 3$ kemungkinan A, B, C

$$\text{meleset 2 kali} = \frac{7!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} \cdot 3 \text{ kemungkinan } AB, AC, BC$$

$$\text{meleset 2 kali} = \frac{7!}{3! \cdot 3!} \cdot 3 \text{ kemungkinan } AA, BB, CC$$

$$\text{meleset 3 kali} = \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot 3 \text{ kemungkinan } ABC$$

$$\text{meleset 3 kali} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 3 \text{ kemungkinan } AAA, BBB, CCC$$

Julia

2 2 0 6 0 2 8 9 3 2

ALDEN LUTHFI

$$\text{meleset 3 kali} = \frac{6!}{3! \cdot 2!} \cdot 6 \text{ kemungkinan } AAB, AAC, BBA, BBC, CCB, CCA$$

$$\text{total} = \frac{9!}{3! \cdot 3! \cdot 3!} + \frac{3 \cdot 8!}{2! \cdot 3! \cdot 3!} + \frac{3 \cdot 7!}{2! \cdot 2! \cdot 3!} + \frac{3 \cdot 7!}{3! \cdot 3!} + \frac{3 \cdot 6!}{3! \cdot 3!} + \frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} + \frac{6 \cdot 6!}{2! \cdot 3!}$$

$$= 7920 \text{ cara}$$

6.

banyak pilihan warna mata = 2

banyak pilihan tanggal lahir = 365

banyak pilihan inisial = 26

$$\text{banyak "tipe" orang} = 2 \cdot 365 \cdot 26 = 18980$$

$$\text{kenapa } \left\lceil \frac{150000}{18980} \right\rceil = 8 \text{ maka berdasarkan pigeonhole}$$

principle ada setidaknya 8 orang yang bertipe sama

7.

$$\begin{aligned} \text{Syarat} &\rightarrow \text{Ayam} \geq 4 \rightarrow \text{sisanya setelah syarat} \\ &\text{Sapi} \geq 4 \quad \text{terpenuhi} \leq 14 \\ &\text{Kambing} \geq 4 \\ &\text{Domba} \geq 4 \end{aligned}$$

maka sisa kemungkinan

$$\text{Ayam} + \text{Sapi} + \text{Kambing} + \text{Domba} \leq 14$$

$$\Rightarrow \text{ayam} + \text{Sapi} + \text{kambing} + \text{Domba} + n = 14$$

$$\Rightarrow \text{banyak konfigurasi Ayam, Sapi, kambing, Domba} = 14 + 4C4 = 3060 \text{ cara}$$

⑧ Binomial Expansion

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^r b^{n-r} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

a) $(3 - 2x)^a = \sum_{r=0}^a \binom{a}{r} (-2x)^r (3)^{a-r}$

saat $r = 8$

$$\frac{a!}{8!(a-8)!} \cdot 2^8 \cdot x^8 \cdot 3^{a-8}$$

$$\Rightarrow m = \frac{a!}{8!(a-8)!} \cdot 2^8 \cdot 3^{a-8}$$

saat $r = 7$

$$\frac{a!}{7!(a-7)!} \cdot (-2)^7 \cdot x^7 \cdot 3^{a-7}$$

$$\Rightarrow n = \frac{a!}{7!(a-7)!} \cdot (-2)^7 \cdot 3^{a-7}$$

$$m = -n \Rightarrow \frac{a!}{8!(a-8)!} \cdot 2 \cdot 2^7 \cdot 3^{a-8} = \frac{a!}{7!(a-7)!} \cdot 2^7 \cdot 3 \cdot 3^{a-8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} \cdot 2 = \frac{1}{a-7} \cdot 3 \Rightarrow 12 = a-7 \Rightarrow a = 19 \quad \square$$

b) saat $a = 19$, koefisien x^3 adalah

$$\binom{19}{3} \cdot 3^{19-3} \cdot (-2)^3 = \frac{19!}{16!3!} \cdot 3^{16} \cdot -8$$

$$= - \frac{19!}{16!3!} \cdot 3^{16} \cdot 8 \quad \square$$