UNIVERSITAS INDONESIA
Veritas, Probitas, Iustitia

FAKULTAS ILMU KOMPUTER

Barisan

Barisan

Definisi

Fungsi yang memetakan **subset dari himpunan bilangan bulat** (biasanya $\{0, 1, 2, 3, 4, \ldots..\}$ atau $\{1, 2, 3, 4, \ldots.\}$) ke suatu himpunan $\boldsymbol{S}$.

Notasi:

- $\{a_n\}$ merepresentasikan barisan
- a_n merepresentasikan elemen/suku ke-n dari barisan $\{a_n\}$
- a_n merupakan hasil pemetaan bilangan bulat n

Contoh

Barisan $\{a_{\text{n}}\}$ dengan $a_n = \frac{1}{n}$

Barisan Aritmatika

- Bentuk barisan aritmatika:

$$a, a + d, a + 2d, \ldots, a + nd$$

- a menyatakan suku pertama pada barisan
- d menyatakan **beda (selisih)**.

Contoh:

- Barisan $\{t_n\}$, dengan $t_n = 7 - 3n$

Barisan Geometri

- Barisan geometri berbentuk:

$$a, ar, ar^2, ar^3, ar^4, \ldots, ar^n$$

- a adalah **suku pertama**
- **r** adalah **rasio**.

Contoh:

- Barisan $\{a_n\}$, dengan $a_n = 3.2^n$

Latihan

Dengan domain $n = \{0, 1, 2, ...\}$

- $\{a_n\} = 1, 1/2, 1/4, 1/8, ...$
  - $a_n = ?$
- $\{b_n\} = 1, 3, 5, 7, ...$
  - $b_n = ?$
- $\{c_n\} = 1, -1/4, 1/9, -1/16, ...$
  - $c_n = ?$
- $\{d_n\} = 0, 1/2, 2/3, 3/4, ...$
  - $d_n = ?$
- $\{e_n\} = 0, 1, 2, 3, 4, 0, 1, 2, 3, 4, ...$
  - $e_n = ?$

Relasi Rekurensi

Relasi rekurensi untuk barisan **{a_n}** adalah suatu persamaan yang menyatakan hubungan suku **a_n** dengan satu atau lebih suku sebelumnya, yaitu **a_0**, **a_1**, **a_2**,...,**a_{n-1}**, untuk bilangan bulat n dengan $n \geq n_0$ dan **$n_0 \geq 1$**.

Contoh:

- Barisan **{a_n}** yang dinyatakan dengan **$a_n = a_{n-1} + 3$**, untuk **$n \geq 1$** dan **$a_0 = 2$**.

  2, 5, 8, 11, 14, ...

- Barisan Fibonacci **{f_n}** yang dinyatakan dengan **$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$**, untuk **$n \geq 2$** dan **$f_0 = 0$**, **$f_1 = 1$**.

  0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Beberapa Barisan Penting

TABLE 1 Some Useful Sequences.

nth Term	*First 10 Terms*
n^2	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, . . .
n^3	1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, . . .
n^4	1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, 4096, 6561, 10000, . . .
2^n	2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, . . .
3^n	3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, 6561, 19683, 59049, . . .
$n!$	1, 2, 6, 24, 120, 720, 5040, 40320, 362880, 3628800, . . .
f_n	1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, . . .

Penjumlahan (*Summation*)

Misalkan ada suatu barisan **$\{a_n\}$** serta **m** dan **n** adalah dua bilangan bulat positif dengan **m ≤ n**. Penjumlahan didefinisikan sebagai berikut:

$$\sum_{i=m}^{n} a_i = am + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

i : index dari penjumlahan

m: batas bawah dari pejumlahan

n: adalah batas atas dari penjumlahan.

FAKULTAS ILMU KOMPUTER

Beberapa Sifat Penting

Pergeseran indeks, sebagai contoh:

$$\sum_{i=1}^{N} i^2 = \sum_{j=0}^{N-1} (j+1)^2 = \sum_{k=2}^{N+1} (k-1)^2$$

Penjumlahan ganda, sebagai contoh:

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} ij = \sum_{i=1}^{4} (i + 2i + 3i) = \sum_{i=1}^{4} 6i = 60$$

Beberapa Formula Summation

TABLE 2 Some Useful Summation Formulae.

Sum	*Closed Form*
$\sum_{k=0}^{n} ar^k \ (r \neq 0)$	$\frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}, r \neq 1$
$\sum_{k=1}^{n} k$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{k=1}^{n} k^2$	$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\sum_{k=1}^{n} k^3$	$\frac{n^2(n+1)^2}{4}$
$\sum_{k=0}^{\infty} x^k, \|x\| < 1$	$\frac{1}{1-x}$
$\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1}, \|x\| < 1$	$\frac{1}{(1-x)^2}$