TUGAS MANDIRI 2

ALDEN LUTHFI
2206628932

1.

i	$(p \land t) \to (r \lor s)$	
ii	$\neg u \lor \neg t \to \neg q$	
iii	$u \to p$	
iv	$s \to \neg s \land u$	
v	$s \to \neg s \land s \to u$	(distributif)
vi	$s \to \neg s$	(simplifikasi v)
vii	$\neg s \lor \neg s$	(definisi implikasi vi)
viii	$\neg s$	(idempoten vii)
ix	$(p \land t) \to r \lor (p \land t) \to s$	(distribusi i)
x	$(p \land t) \to r \lor \neg(p \land t)$	(modus tollens ix dan viii)
xi	$\neg(p \land t) \lor r \lor \neg(p \land t)$	(definisi implikasi x)
xii	$\neg(p \land t) \lor r$	(idempoten xi)
xiii	$(p \land t) \to r$	(definisi implikasi xiii)
xiv	$q \to (u \land t)$	(kontrapositif ii)
xv	$q \to u \land q \to t$	(distribusi xiv)
xvi	$q \to u$	(simplifikasi xv)
xvii	$q \to t$	(simplifikasi xv)
xviii	$q \to p$	(silogisme hipotetik xvi dan iii)
xix	$q \to p \land q \to t$	(konjungsi xvii dan xviii)
xx	$q \to (p \land t)$	(distributif xix)
xxi	$q \to r$	(modus ponens xx dan xiii)

2. p = anak sering minum susu
q = anak rajin berolahraga
r = anak tumbuh tinggi
s = orang tua cemas

Premis :
(i) $p \land q \to r$
(ii) $\neg r \land s$

(a) kesimpulan $p \to q$ salah karena formula $(p \land q \to r) \land (\neg r \land s) \to (p \to q)$ falsifiable dengan $q \equiv r \equiv F$ dan $p \equiv s \equiv T$

ALDEN LUTHFI

2206028932

b. iii $\neg r \to (\neg p \vee \neg q)$ (kontrapositif i)

iv $\neg r$ (simplifikasi ii)

v s (simplifikasi ii)

vi $\neg p \vee \neg q$ (modus ponens v dan iii)

$\therefore$ vii $(\neg p \vee \neg q) \wedge s$ (konjungsi vi dan v)

3. a. $K(x)$ = x mengambil mata kuliah kalkulus

$D(x)$ = x mengambil mata kuliah DDP

$B(x)$ = x mengambil mata kuliah Basis Data

$KD(x)$ = x mengambil mata kuliah Kimia Dasar

i $\forall x\,(KD(x) \to D(x))$

ii $\forall x\,(\neg KD(x) \to K(x))$

iii $\exists x\,(\neg D(x) \vee B(x))$

iv $KD(c) \to D(c)$ (instansiasi universal i)

v $\neg KD(c) \to K(c)$ (instansiasi universal ii)

vi $\neg K(c) \to KD(c)$ (kontraposifif v)

vii $\neg D(c) \vee B(c)$ (instansiasi Existensial iii)

viii $D(c) \to B(c)$ (definisi implikasi viii)

ix $\neg K(c) \to B(c)$ (silogisme hipotetik viii, vi dan iv)

x $K(c) \vee B(c)$ (definisi implikasi ix)

xi $\exists x\,(K(x) \vee B(x))$ (generalisasi existensial)

b. i $\exists x J(x) \to \forall x\,(K(x) \to L(x))$

ii $\neg L(m)$

iii $K(m) \vee S(m)$

iv $K(m) \wedge J(m)$

v $J(m) \to (K(m) \to L(m))$ (instansiasi Eksistensial i)

vi $J(m)$ (simplifikasi iv)

vii $K(m) \to L(m)$ (modus Ponens v dan vi)

viii $\neg K(m)$ (modus tollens ii dan vii)

PREMIS KONTRADIKSI viii dan iv

ALDEN LUTHFI

2206028932

4. a. salah, karena $p = 11$ menyebabkan $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$

b. misal a dan b bilangan bulat > 0

maka $a \geq 1$ dan $b \geq 1$. karena a dan b positif

maka $a^2 \geq a$ dan $b^2 \geq b$, juga untuk $a \leq -1$ dan $b \leq -1$

sehingga :

$a^2 + b^2 \geq a + b^2 \geq a + b$

$\therefore a^2 + b^2 \geq a + b$ Q.E.D

c. misal A adalah semua angka genap 2-digit yang hasil kali digitnya bisa dan habis dibagi 9

$A = \{10, 20, 30, 36, 66, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 92, 94, 96, 98\}$

$10 = 7 + 3$

$20 = 17 + 3$

$30 = 23 + 7$

$36 = 31 + 5$

$40 = 37 + 3$

$50 = 43 + 7$

$60 = 53 + 7$

$66 = 61 + 5$

$70 = 67 + 3$

$80 = 73 + 7$

$90 = 83 + 7$

$92 = 89 + 3$

$94 = 89 + 5$

$96 = 89 + 7$

$98 = 79 + 19$

$\therefore$ terbukti bahwa semua bilangan di A dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua bilangan prima

ALDEN LUTHFI
2206028932

(a)

(5) a = makana Fasilkom berwarna hitam
b = kering adalah antonim dari basah

$\therefore$ p kecuali $q \equiv \neg p \to q$

$\neg b \to \neg a$ terbukti dengan kedua vacuous dan trivial proof karena $\neg b \equiv F$ dan $\neg a \equiv T$

(b) p = Ayam punya insang
q = Bogor ibukota indonesia

$\therefore$ $\neg p \vee q \equiv p \to q$ terbukti dengan vaquous proof karena $P \equiv F$

(c) terbukti dengan vacuous proof

(d) terbukti dengan trivial proof

(e) terbukti dengan trivial proof, sebab $n^2 + 2n + 5$ untuk n genap akan selalu ganjil

(6) (a) proof of Contrapositive : jika bilangan genap selain 2 maka bilangan itu bukan prima

misal n bilangan genap selain 2, maka dari definisi bilangan genap, $n = 2k$ untuk $k \neq 1$ karena n memiliki faktor yaitu 2, maka sudah pasti n bukan prima

(b) proof of kontrapositive : jika a adalah bilangan ganjil dan b adalah bilangan ganjil maka a^2+b^2 adalah bilangan genap

ALDEN LUTHFI
2206028932

misal a dan b bilangan ganjil, maka menurut definisi bilangan ganjil, $a = 2k+1$, $b = 2l+1$ dengan k dan l bilangan bulat. Sehingga :

$$a^2+b^2 = 4k^2+4k+1+4l^2+4l+1 = 2(2k^2+2l^2+2k+2l+1)$$

$\therefore$ a^2+b^2 bilangan genap

(c) misal m bilangan genap dan k bilangan ganjil maka berdasarkan definisi $m = 2a$ dan $k = 2b+1$ untuk bilangan a dan b bulat. sehingga

$$m.k = 2a(2b+1) = 4ab + 2a = 2(2ab + a)$$

$\therefore$ m.k bilangan genap karena a, b bulat

(d) misal m dan k bilangan genap, maka menurut definisi $m = 2a$ dan $k = 2b$ untuk bilangan bulat a dan b sehingga:

$$m.k = 4ab = 2(2ab)$$

$\therefore$ m.k bilangan genap karena a, b bulat

(7) Lemma : jumlah sisi dalam segitiga di bidang datar adalah 180

contrapositive : jika segitiga memiliki sudut 179 derajat maka ada sudutnya yang merupakan bilangan pecahan

ALDEN LUTHFI
2206028932

Bukti: berdasarkan lemma, jika suatu segitiga memiliki sudut 179 derajat maka jumlah kedua sudut lainnya berjumlah 1 derajat. karena 1 tidak bisa direpresentasikan oleh penjumlahan dua bilangan bulat positif maka

$\therefore$ harus ada sudut dari segitiga tersebut yang bernilai pecahan

8. (i) jika n genap maka $5n^2+8$ genap

bukti: dari definisi bilangan genap maka $n = 2k$ untuk k bilangan bulat sehingga

$\therefore 5n^2+8 = 20k^2+8 = 2(10k^2+4)$
merupakan bilangan genap karena k bulat

(ii) Jika $5n^2+8$ genap, maka n genap

proof of Contrapositive: jika n ganjil maka $5n^2+8$ ganjil

bukti: dari definisi bilangan ganjil, $n = 2k+1$ untuk k bilangan bulat sehingga

$$5n^2+8 = 5(4k^2+4k+1)+8 = 20k^2+20k+8+1$$
$$= 2(10k^2+10k+4)+1$$

$\therefore 5n^2+8$ ganjil karena k bulat