

## Soal Tugas 1: Logika Proposisi dan Logika Predikat Matematika Diskret 1 2022/2023 Gasal

- 
- Cantumkan nama lengkap, NPM, dan kelas Anda di dalam berkas tugas Anda.
  - File yang dikumpulkan merupakan satu buah berkas .pdf dengan nama file Tugas1\_Kelas\_NamaLengkap\_NPM. Contoh: Tugas1\_A\_SalmaKarimah\_2006529934.pdf
  - Kecurangan akademis seperti menyontek, plagiarisme, dsb. pada tugas sangat dilarang. Pelanggar akan dikenakan sanksi sesuai peraturan.
  - Tugas **harus** ditulis tangan baik secara digital (menggunakan *pen tablet*) maupun secara nondigital (pensil/pena dan kertas).
  - Tugas dikumpulkan paling lambat tanggal **23 September 2022 pukul 15.00 waktu Scele** melalui slot pengumpulan di SCell.
  - Pengumpulan tugas antara pukul 15:00-17:00 pada hari yang sama dengan tenggat waktu akan diberikan penalti 10% dari nilai yang diperoleh. Pengumpulan lewat dari pukul 17:00 tidak akan diterima.
- 

**Capaian Pembelajaran #1:** Mahasiswa mampu menjelaskan proposisi, membangun proposisi menggunakan operator logika proposisi, dan menentukan nilai kebenaran kalimat logika proposisi menggunakan tabel kebenaran.

1. **[2+2+2]** Buatlah kalimat logika proposisi majemuk dari pernyataan berikut dan definisikan terlebih dahulu proposisi atom yang digunakan
  - a. Proses penyerbukan pada bunga dapat terjadi hanya jika ada serangga atau angin yang dapat membantu proses penyerbukan.
  - b. Budi tidak mendapat nilai akhir di bawah 55 adalah syarat perlu dan cukup untuk dapat lulus mata kuliah Matematika Diskret 1.
  - c. Pengunjung memiliki tinggi kurang dari 195 cm dan berusia lebih dari 12 tahun adalah syarat cukup untuk dapat menaik wahana *Hysteria*.
2. **[2+2]** Buatlah tabel kebenaran dengan formula logika proposisi berikut.
  - a.  $\neg(p \wedge q) \vee r \rightarrow p \wedge r$
  - b.  $(\neg q \vee (r \rightarrow s)) \rightarrow \neg s$

**Capaian Pembelajaran #2:** Mahasiswa mampu menerapkan logika proposisi untuk memecahkan logic puzzles, menyatakan kalimat dalam bahasa alami, dan memeriksa konsistensi spesifikasi sebuah sistem.

3. **[4+6]** Di dalam sebuah pesawat antariksa, terdapat 5 orang astronot, yaitu Merah, Biru, Kuning, Hijau, dan Putih. Pesawat tersebut terdiri dari banyak ruangan dengan fungsinya masing-masing. Setiap ruangan terhubung satu sama lain dengan ventilasi udara. Pada suatu hari, Kuning menjumpai mayat Putih yang terkapar di ruang kendali. Kuning pun menekan tombol panggilan darurat agar setiap astronot dapat berkumpul dan berdiskusi untuk mencari tahu siapa pembunuh tersebut. Berikut adalah percakapan mereka.

Kuning : Di ruang kendali, aku menemukan mayat Putih yang berada di dekat ventilasi ruang

kendali sementara Merah berada 5 meter di depan mayat Putih. Jika Merah bukan pembunuhnya, maka sudah pasti salah satu dari Hijau atau Biru yang merupakan pembunuhnya.

Hijau : Saat itu, aku dan Biru sedang memperbaiki listrik di ruang admin. Tentu bukan aku dan Biru yang telah membunuh Putih.

Biru : Kemarin, aku seharian bekerja dengan Merah tanpa kalian, tetapi aku masih dalam keadaan selamat sampai saat ini. Jika bukan Merah pembunuhnya, maka aku yakin Hijau atau Kuning pelakunya.

Merah : Biru dan Kuning adalah teman baikku dan aku percaya kepada mereka. Aku yakin Kuning dan Biru bukanlah pembunuhnya.

Dari kasus di atas, dapat didefinisikan proposisi-proposisi atomik sebagai berikut.

- $b$  : Biru bukanlah pembunuh
- $h$  : Hijau bukanlah pembunuh
- $k$  : Kuning bukanlah pembunuh
- $m$  : Merah bukanlah pembunuh

Soal:

- a. Berdasarkan percakapan dan proposisi-proposisi atomik di atas, translasikan pernyataan-pernyataan dari 4 astronot tersebut ke dalam bentuk formula logika proposisi yang tepat! (**Hint: pernyataan yang dimaksud adalah kalimat yang digarisbawahi**)
  - b. Dari keempat astronot yang masih hidup, terdapat satu astronot yang telah membunuh Putih, yaitu astronot yang telah berbohong saat diskusi. Siapakah astronot tersebut?
4. [5+3] Didefinisikan proposisi atomik sebagai berikut:
- $p$  = hari ini turun hujan  
 $q$  = hari ini saya pergi latihan basket  
 $r$  = lapangan basket tempat saya berlatih sedang direnovasi  
 $s$  = saya pergi naik motor  
 $t$  = saya membawa payung

Terdapat juga sejumlah pernyataan sebagai berikut:

1. Hari ini tidak turun hujan.
2. Hari ini saya tidak pergi latihan basket dan lapangan basket tempat saya berlatih sedang direnovasi.
3. Saya pergi latihan basket dan saya tidak pergi naik motor, jika dan hanya jika hari ini turun hujan.
4. Saya membawa payung atau saya pergi latihan basket.
5. Jika saya tidak pergi latihan basket atau lapangan basket tempat saya berlatih sedang direnovasi maka saya tidak pergi naik motor.

Soal:

- a. Translasikan kelima pernyataan di atas ke formula logika proposisi dengan definisi proposisi atomik sesuai seperti yang telah didefinisikan di atas!

- b. Apakah kelima pernyataan tersebut konsisten satu sama lain? Jelaskan alasannya.

**Capaian Pembelajaran #3:** Mahasiswa mampu menerapkan hukum ekivalensi untuk memeriksa ekivalensi dari dua kalimat logika proposisi dan menentukan apakah kalimat logika proposisi merupakan tautologi, kontradiksi, atau satisfiable.

5. **[3+5+5]** Tentukan manakah pasangan formula yang ekuivalen. Jika ekuivalen, buktikan dengan menggunakan hukum-hukum ekivalensi dan sebutkan hukum yang digunakan pada setiap langkah. Jika tidak ekuivalen, berikan interpretasi yang membuat nilai kebenarannya berbeda.
- $r \wedge (p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow r)$  dan  $(\neg r \rightarrow p) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \wedge r)$
  - $(p \rightarrow s) \vee (r \wedge r \vee p \wedge \neg q) \wedge (q \rightarrow r)$  dan  $\neg p \vee \neg q \vee r \vee s$
  - $(\neg p \leftrightarrow r) \wedge (q \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow \neg p)$  dan  $\neg p \wedge r \vee p \wedge \neg r$
6. **[3+3+3]** Tentukan apakah proposisi berikut merupakan tautologi, kontradiksi, atau satisfiable dan jelaskan alasannya!
- $(\neg a \rightarrow b \rightarrow c) \wedge (a \wedge b \wedge \neg c)$
  - $\{ \neg[(\neg a \vee b) \wedge a] \vee b \} \leftrightarrow (c \rightarrow b) \vee (b \rightarrow c)$
  - $\{ (\neg a \rightarrow b) \leftrightarrow (\neg a \wedge \neg c) \wedge \neg b \} \wedge (a \wedge b \wedge \neg c)$

**Capaian Pembelajaran #4:** Mahasiswa mampu menjelaskan predikat dan membangun kalimat logika predikat menggunakan operator logika dan kuantor.

7. **[3+3+3+3]** Tentukan nilai kebenaran dari setiap pernyataan berikut jika diketahui domainnya adalah semua bilangan prima. Berikan penjelasan singkat.
- $(\exists x)(x > 0 \rightarrow x \geq 3)$
  - $(\forall x)(x \% 2 = 1)$
  - $(\forall x)(x < 5 \vee x > 5)$
  - $(\forall x)(2(x-1) \leq (x-1)^2)$
8. **[2+2+2+2+2]** Diketahui  $P(x)$  adalah pernyataan “ $x$  berkacamata” dan  $Q(x)$  adalah pernyataan “ $x$  pandai melukis” dengan domain  $x$  adalah seluruh mahasiswa Fasilkom. Tuliskan formula logika predikat berikut ini ke dalam kalimat bahasa Indonesia yang baik dan benar.
- $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$
  - $\forall x (\neg P(x) \vee \neg Q(x))$
  - $\exists x (\neg Q(x))$
  - $\neg \forall x (P(x) \vee Q(x))$
  - $\neg \exists x (\neg P(x) \wedge Q(x))$

**Capaian Pembelajaran #5:** Mahasiswa mampu menentukan ekivalensi dari dua kalimat logika predikat.

9. **[3+5+3]** Selidiki apakah pasangan-pasangan formula berikut saling ekuivalen dan jelaskan dengan hukum-hukum yang tepat. Jika tidak, tunjukkan counter example-nya. Asumsikan variabel pada setiap pasangan formula memiliki domain yang sama.

- a.  $\forall x (P(x) \leftrightarrow Q(x))$  dan  $\forall x P(x) \leftrightarrow \forall x Q(x)$
- b.  $\neg \forall x (\neg Q(x) \rightarrow P(x))$  dan  $\exists x \neg(P(x) \vee Q(x))$
- c.  $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$  dan  $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$

**Capaian Pembelajaran #6:** Mahasiswa mampu menyatakan kalimat dalam bahasa alami ke dalam kalimat logika predikat dan membedakan arti kalimat logika predikat berdasarkan urutan kuantor pada kalimat logika predikat dengan kuantor bersarang.

10. **[2+2+3+3]** Semester baru telah dimulai beberapa waktu lalu. Jika diketahui  $M(x,y)$  didefinisikan sebagai “x mengambil mata kuliah y”,  $A(x,y)$  didefinisikan sebagai “x mendapat nilai A pada mata kuliah y”, dan  $L(x,y)$  didefinisikan sebagai “x lulus mata kuliah y” dengan x adalah seluruh mahasiswa Fasilkom UI dan y adalah seluruh mata kuliah yang ada di Fasilkom UI. Gunakan kuantifikasi untuk menuliskan kalimat-kalimat di bawah ini dalam formula logika predikat (tuliskan asumsi jika dibutuhkan).
  - a. Tidak semua mahasiswa Fasilkom UI yang lulus mata kuliah Matematika Diskret 1 mendapat nilai A pada mata kuliah tersebut.
  - b. Semua mahasiswa Fasilkom UI yang mengambil mata kuliah Statistika & Probabilitas lulus mata kuliah Matematika Diskret 1 dan Kalkulus 1.
  - c. Ada tepat dua mahasiswa Fasilkom UI yang mendapat nilai A pada seluruh mata kuliah.
  - d. Ada mahasiswa Fasilkom UI yang lulus semua mata kuliah yang ada dan mendapat nilai A pada setidaknya dua mata kuliah yang berbeda.
11. **[3+2+2]** Tuliskan kalimat-kalimat di bawah ini menggunakan operator aritmatika dan operator logika, predikat, dan kuantor yang sesuai di mana domain pembicaraannya adalah semua bilangan bulat.
  - a. Tidak akan ada perkalian antara bilangan bulat negatif dan positif yang menghasilkan sebuah bilangan bulat positif.
  - b. Penjumlahan sembarang dua bilangan bulat pasti akan menghasilkan sebuah bilangan bulat juga.
  - c. Tidak ada bilangan bulat yang kuadratnya negatif.