

3. Matrius de canvi de base.

Per a calcular M_{BC} el que cal fer és calcular les coordenades dels vectors de la base B a la base canònica, que són les seues components i posar-les per columnes.

$$B = \{(1, -1, 0), (2, -3, 0), (0, 1, 1)\}$$

Per tant $M_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

I $M_{CB} = M_{BC}^{-1}$.

La seua inversa és:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{E_{2,1}^{(1)}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{E_2^{(-1)}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ & \xrightarrow{E_{2,3}^{(1)}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{E_{1,2}^{(-2)}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Comprovem que el apartats (c) i (d) M_{CB} donen el mateix que abans:

$$M_{CB} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad M_{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$