

Examen del Bloque 2 de Sistemas Inteligentes
ETSINF, Universitat Politècnica de València, 18 de enero de 2017

Apellidos: Nombre:

Grupo: ☐ 3A ☐ 3B ☐ 3C ☐ 3D ☐ 3E ☐ 3F ☐ 3FLIP

Marca cada recuadro con una única opción de entre las dadas.

1 ☐ C ¿Cuál de las siguientes expresiones es *incorrecta*?

A) $P(x | y) = \frac{P(x, y)}{\sum_z P(y | z) P(z)}$

B) $P(x | y) = \frac{P(x, y)}{\sum_z P(y, z)}$

C) $P(x | y) = \frac{\sum_z P(x, z)}{P(y)}$

D) $P(x | y) = \frac{P(y | x) P(x)}{P(y)}$

2 ☐ B Se tienen dos bolsas. La primera contiene 3 manzanas de color rojo y 5 de color verde; la segunda, 2 rojas, 2 verdes y 1 amarilla. Se escoge una bolsa al azar y, seguidamente, una manzana al azar de la misma. Supóngase que las bolsas tienen la misma probabilidad de ser escogidas y que, dada una bolsa cualquiera, sus manzanas también tienen idéntica probabilidad de ser escogidas. Si la manzana escogida es roja, ¿cuál es la probabilidad P de que sea de la primera bolsa?

A) $0.00 \leq P < 0.25$

B) $0.25 \leq P < 0.50$

C) $0.50 \leq P < 0.75$

D) $0.75 \leq P$

$$\begin{aligned} P &= P(B = 1 | C = r) = \frac{P(B=1)P(C=r|B=1)}{P(C=r)} \\ &= \frac{P(B=1)P(C=r|B=1)}{P(B=1)P(C=r|B=1) + P(B=2)P(C=r|B=2)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{15}{31} = 0.4839 \end{aligned}$$

3 ☐ A Sea x un objeto (vector de características o cadena de símbolos) a clasificar en una clase de C posibles. Indica cuál de los siguientes clasificadores *no* es de error mínimo:

A) $c(x) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(x | c)$

B) $c(x) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(x, c)$

C) $c(x) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(x, c)$

D) $c(x) = \arg \max_{c=1, \dots, C} P(c | x)$

4 ☐ A Para un problema de clasificación de dos clases en \mathbb{R}^2 tenemos un clasificador compuesto por dos funciones discriminantes lineales cuyos vectores de pesos en notación homogénea son $\mathbf{a}_o = (-1, 1, 2)^t$ y $\mathbf{a}_\bullet = (1, 1, 1)^t$. Indica cuáles son las regiones de decisión definidas por el clasificador anterior.

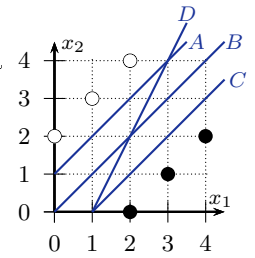
A) $R_o = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_2 > 2\}$ y $R_\bullet = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_2 < 2\}$ $g_o(\mathbf{x}) = g_\bullet(\mathbf{x}) \rightarrow x_2 = 2 \wedge g_o((0, 0)^t) < g_\bullet((0, 0)^t)$

B) $R_o = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_1 > 2\}$ y $R_\bullet = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_1 < 2\}$

C) $R_o = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_1 < 2\}$ y $R_\bullet = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_1 > 2\}$

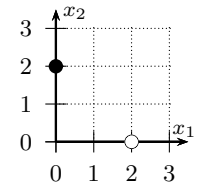
D) $R_o = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_2 < 2\}$ y $R_\bullet = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : x_2 > 2\}$

- 5 [B] En la figura de la derecha se representan 6 muestras de aprendizaje bidimensionales de 2 clases. Tras aplicar el algoritmo Perceptrón con diferentes valores del parámetro b , se obtienen los siguientes clasificadores caracterizados por sus vectores de pesos, ¿cuál de ellos proporciona una frontera de decisión con mayor holgura ("centradas"), y por tanto de menor error esperado?



- A) $\mathbf{a}_0 = (-1, 1, 2)^t$ y $\mathbf{a}_1 = (0, 2, 1)^t$ $g_0(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) \rightarrow x_2 = x_1 + 1$
 B) $\mathbf{a}_0 = (1, 1, 2)^t$ y $\mathbf{a}_1 = (1, 2, 1)^t$ $g_0(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) \rightarrow x_2 = x_1$
 C) $\mathbf{a}_0 = (1, 1, 2)^t$ y $\mathbf{a}_1 = (0, 2, 1)^t$ $g_0(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) \rightarrow x_2 = x_1 - 1$
 D) $\mathbf{a}_0 = (1, 1, 1)^t$ y $\mathbf{a}_1 = (-1, 3, 0)^t$ $g_0(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) \rightarrow x_2 = 2x_1 - 2$

- 6 [C] En la figura de la derecha se representan dos muestras de aprendizaje bidimensionales de 2 clases: $(\mathbf{x}_1, 0)$ y $(\mathbf{x}_2, 1)$. Dados los pesos $\mathbf{a}_0 = (0, 1, 0)^t$ y $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 0)^t$, si aplicamos una iteración del algoritmo Perceptrón procesando únicamente la muestra \mathbf{x}_1 , ¿cuál es el valor mínimo del margen b con el que se actualizan los vectores de pesos?



- A) $b = 0.5$
 B) $b = 1.0$
 C) $b = 1.5$ $g_0(\mathbf{x}_1) = 2$ $g_1(\mathbf{x}_1) = 1$ if $(g_1(\mathbf{x}_1) + b > g_0(\mathbf{x}_1))$
 D) Ninguno de los anteriores

- 7 [D] Se tiene un problema de clasificación para el cual se ha aprendido un clasificador. El intervalo de confianza al 95 % para la probabilidad de error de dicho clasificador se ha estimado empíricamente, a partir de un cierto conjunto de muestras de test. Indica cuál de las siguientes opciones permitiría reducir el tamaño del intervalo estimado:

- A) Reducir significativamente el conjunto de test.
 B) Mantener el conjunto de test y re-entrenar el clasificador con el algoritmo C -medias de Duda y Hart.
 C) Mantener el conjunto de test y re-entrenar el clasificador con el algoritmo C -medias convencional ("popular").
 D) Aumentar significativamente el conjunto de test.

- 8 [A] Sea un problema de clasificación en 3 clases (A, B y C) para el que se dispone de 6 datos de aprendizaje representados mediante vectores de características tridimensionales (ver tabla a la derecha). Si deseamos aplicar el algoritmo de aprendizaje de árboles de clasificación con dichos datos, ¿cuál es el número N de particiones diferentes que se pueden generar en el nodo raíz del árbol? Nota: no se tengan en cuenta las particiones que dan lugar a nodos vacíos.

n	1	2	3	4	5	6
x_{n1}	0	1	0	1	0	1
x_{n2}	1	1	2	2	3	3
x_{n3}	0	2	0	3	2	3
c_n	A	A	B	B	C	C

- A) $0 \leq N \leq 5$ $\{(1, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 2)\}$
 B) $5 < N \leq 10$
 C) $10 < N \leq 20$
 D) Se pueden generar infinitas particiones.

- 9 [D] Supóngase que estamos aplicando el algoritmo de aprendizaje de árboles de clasificación para un problema de cuatro clases; esto es, $\mathcal{C} = \{1, 2, 3, 4\}$. El algoritmo ha alcanzado un nodo t que incluye ocho datos: 4 de la clase 1, 2 de la 2, 1 de la 3 y 1 de la 4. La impureza de t , $\mathcal{I}(t)$, medida como la entropía de la distribución empírica de las probabilidades a posteriori de las clases en t , es:

- A) $0.00 \leq \mathcal{I}(t) < 0.25$
 B) $0.25 \leq \mathcal{I}(t) < 0.50$
 C) $0.50 \leq \mathcal{I}(t) < 0.75$
 D) $0.75 \leq \mathcal{I}(t)$

$$\mathcal{I}(t) = -\sum_{c=1}^4 \hat{P}(c | t) \log_2 \hat{P}(c | t) = -\frac{4}{8} \log_2 \frac{4}{8} - \frac{2}{8} \log_2 \frac{2}{8} - 2 \frac{1}{8} \log_2 \frac{1}{8} = \frac{7}{4} = 1.75$$

10 [B] Indica cuál de las siguientes afirmaciones sobre aprendizaje supervisado (AS) y no-supervisado (ANS) es correcta:

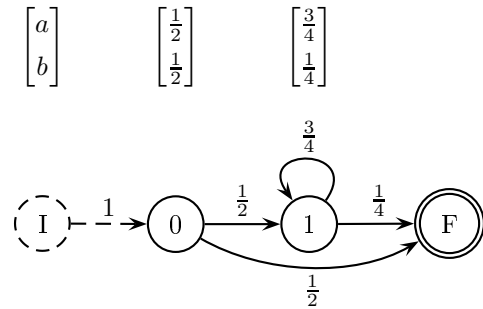
- A) Tanto en ANS como en AS se requieren datos de entrenamiento sin etiqueta de clase.
- B) En ANS se requieren datos de entrenamiento sin etiqueta de clase; en AS, con etiqueta.
- C) En ANS se requieren datos de entrenamiento con etiqueta de clase; en AS, sin etiqueta.
- D) Tanto en ANS como en AS se requieren datos de entrenamiento con etiqueta de clase.

11 [D] Considérese el algoritmo C -medias en su versión convencional o “popular” (CM), así como en su versión de Duda y Hart (DH). Aunque ambas optimizan la *suma de errores cuadráticos* (SEC), sus resultados pueden diferir pues:

- A) DH minimiza la SEC y CM la maximiza.
- B) DH maximiza la SEC y CM la minimiza.
- C) Ambas maximizan la SEC, si bien DH puede alcanzar mejores soluciones que CM.
- D) Ninguna de las anteriores.

12 [C] Dado el modelo oculto de Markov M que se muestra en la figura de la derecha en el que $P_M(a) = P_M(b) = \frac{1}{4}$, ¿cuál es el valor $S = \sum_x P_M(x)$ donde x es cualquier posible cadena formada por dos o más símbolos?

- A) $0 \leq S < \frac{1}{4}$.
- B) $\frac{1}{4} \leq S < \frac{2}{4}$.
- C) $\frac{2}{4} \leq S < \frac{3}{4}$.
- D) $\frac{3}{4} \leq S \leq 1$.

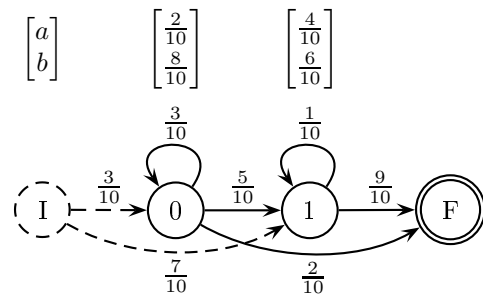


13 [B] Siendo M un modelo oculto de Markov y x una cadena tal que $P_M(x) > 0$, siempre se cumple que:

- A) La secuencia de estados de M que genera la cadena x con máxima probabilidad es única.
- B) La aproximación de Viterbi a $P_M(x)$ es única.
- C) La secuencia de estados de M que genera la cadena x con máxima probabilidad no es única.
- D) La aproximación de Viterbi a $P_M(x)$ no es única.

14 [D] Se tiene un problema de clasificación en dos clases (A y B) de objetos representados mediante cadenas de símbolos en el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Las funciones de probabilidad condicional de las clases vienen caracterizadas por los modelos ocultos de Markov M_A y M_B . Supóngase que $P(A) = 0.45$, $P(ba | A) = P_{M_A}(ba) = 0.0612$ y $P(ba | B) = P_{M_B}(ba)$, siendo M_B el modelo representado en la figura de la derecha. ¿A qué clase se asignaría la cadena “ba” por mínima probabilidad de error?:

- A) Con los datos aportados no se puede determinar.
- B) Indistintamente en A ó B ya que $P_{M_A}(ba) = P_{M_B}(ba)$.
- C) En la clase A.
- D) En la clase B.



$$\begin{aligned} \hat{c} &= \arg \max_c P(c)P(ba | c) \\ P(A)P(ba | A) &= 0.45 \cdot 0.0612 \\ P(B)P(ba | B) &= 0.55 \cdot 0.0612 \\ \hat{c} &= B \end{aligned}$$

15 [A] Dado el modelo oculto de Markov M_B de la pregunta anterior, tras *una* iteración de re-estimación por Viterbi a partir de las cadenas de entrenamiento “ba”, “b” y “aa”, indica cuál de los siguientes resultados es cierto:

- A) $A_{0I} = A_{1F} = 1$
- B) $B_{0a} = B_{1a} = \frac{1}{2}$
- C) $\pi_0 = \frac{1}{3}$
- D) $\pi_1 = \frac{2}{3}$

A	0	1	F	B	a	b	$\pi_0 = \frac{2}{3} \quad \pi_1 = \frac{1}{3}$
0	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
1	0	0	1	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	