Nom i cognoms:

Problemes complementaris de Matemàtica Discreta.
Tema 1. Lògica

1. Simplifica la forma proposicional següent, indicant les equivalències que utilitzes en cada pas:

$$\rceil p \vee q \to (p \to \rceil p \wedge q)$$

simplificable

$$\neg p \vee q \to (p \to \neg p \wedge q) \overset{\text{Cond. Disj}}{\equiv} \neg p \vee q \to (\neg p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv$$

$$\equiv \neg p \vee q \to \neg p \overset{\text{Cond. Dis}}{\equiv} \neg(\neg p \vee q) \vee \neg p \overset{\text{L. De Morg.}}{\equiv} (p \wedge \neg q) \vee \neg p \overset{\text{Distri.}}{\equiv}$$

$$\equiv (p \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee \neg p) \overset{\text{Prop Nes}}{\equiv} t \wedge (\neg q \vee \neg p) \overset{t\text{ neutro}}{\equiv} \neg q \vee \neg p \overset{\text{L De Morg}}{\equiv} \neg(q \wedge p)$$

2. Escriu simbòlicament els següents enunciats i dedueix en en forma lògica la conclusió:

   (a) Si el xiquet no plora, ell riu. No és cert que el xiquet riga i tinga un joguet. Si no té un caramel, aleshores té un joguet. El xiquet no plora. Per tant, el xiquet riu i té un caramel.

   (b) Si 25 divisions són suficients, el general guanyarà la batalla. O se subministren 3 ales de suport aeri tàctic, o el general no guanyarà la batalla. A més, no és cert que siguen suficients 25 divisions i que vagen a subministrar 3 ales de suport aeri tàctic. Per tant, no són suficients 25 divisions.

a) p: El xiquet plora
q: El xiquet riu
r: " " té un joguet
s: " " té un caramel

P1) $\neg p \to q$
P2) $\neg(q \wedge s)$ c: $q \wedge t$
P3) $\neg t \to s$
P4) $\neg p$

P5) q Mod. Ponens (1,4)
P6) $\neg q \vee \neg s$ L. De Morgan (2)
P7) $\neg s$ M. Tollendo Pon. (5,7)
P8) $\neg\neg t \equiv t$ Mod. Tollens (3,7)
c: $q \wedge t$ ∪ (5,7)

b) p: 25 divisions són suficients
q: El general guanyarà la batalla
r: Se subministren 3 ales de suport aeri

P1) $p \to q$
P2) $r \vee \neg q$ c: $\neg p$
P3) $\neg(p \wedge r)$

Mètode directe

P4) $\neg p \vee \neg r$ L. De Morgan (3)
P5) $q \to r$ Cond Disy (2)
P6) $p \to r$ Sil. Hipot (1,5)
P7) $r \to \neg p$ Cond. Disy (4)
P8) $p \to \neg p$ Sil. Hipot (5,7)
P9) $\neg p \vee \neg p$ Cond. Dis (8)
c: $\neg p$ Idemp (9)

Mètode Red. Absurde

P4) p Premisa Aux. Abs.
P5) q Mod. Ponens (1,4)
P6) r M. Toll. Pon (2,5)
P7) $\neg p \vee \neg r$ L. De Morgan (3)
P8) $\neg p$ M. Toll. Pon (6,7)
P9) $p \wedge \neg p \equiv \emptyset$ Unión (4,9)
c: $\neg p$ Por Red. Abs.

3. Representa formalmente el següent argument i dedueix en en forma lògica la conclusió:

> "Tots els que juguen en borsa consulten les pàgines econòmiques de la premsa. No existeixen persones que consulten les pàgines econòmiques de la premsa i no tinguen diners. Juan no té diners. Per tant, existeixen persones que no juguen en borsa".

Univers = {persones}

$P(x)$: x juga en borsa

$Q(x)$: x consulta les pàgines econòmiques de la premsa

$R(x)$: x té diners (*) Lleis de Morgan Generalitzat + Cond - Disjunció

j: Joan

P1) $\forall x\, (P(x) \to Q(x))$ c: $\exists x\, \neg P(x)$

P2) $\neg \exists x\, (Q(x) \wedge \neg R(x)) \underset{(*)}{\equiv} \forall x\, (Q(x) \to R(x))$

P3) $\neg R(j)$

P4) $P(j) \to Q(j)$ Esp. Univ (1)

P5) $Q(j) \to R(j)$ Esp. Univ (2)

P6) $P(j) \to R(j)$ Sil. Hipot. (4,5)

P7) $\neg P(j)$ Mod. Tollens (3,6)

c: $\exists x\, \neg P(x)$ Gen. Exist (7)

Altra forma

P3) $\forall x\, (\neg Q(x) \vee R(x))$ Ll. Morgan Generalitzada (8)

P4) $P(j) \to Q(j)$ Esp. Univ (1)

P5) $\neg Q(j) \vee R(j)$ Esp. Univ (2)

P6) $\neg Q(j)$ Mod. Tollendo Ponens (7,5)

P7) $\neg P(j)$ Mod. Tollens (4,6)

c: $\exists x\, \neg P(x)$ Gen. Exist. (7)