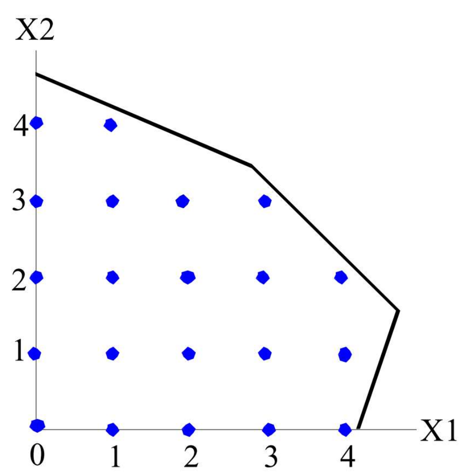
B & B → Técnica de las cotas: → Cota superior cuando el cambio es por δ

B & B → Algoritmo dual Simplex → 1) IS 2) JE 3) Cambio base

Programación lineal →	· ∞ sol. · ↓ computación
Prog. entera →	· $\not\infty$ sol. · ↑ computación

Prog. entera

· Conjunto no convexo



$$X_i' = X_i^{actual} - \alpha_{ij}\,\theta_{JE}$$

n° unidades JE

$\alpha_{ij} < 0 \rightarrow X_i' \uparrow$

$\alpha_{ij} > 0 \rightarrow X_i' \downarrow$

MAX $Z = 3X_1 + 4X_2$

s.a.: $2X_1 + X_2 + X_3 = 6$

$2X_1 + 3X_2 + X_4 = 9$

$X_1, \dots, X_4 \geq 0$

$X_1 = 2.25 \rightarrow \uparrow X_1$

P1: P0 $+ X_1 \geq 3 \rightarrow X_1 = 3 + l_1;\ l_1 \geq 0$

1) $\boxed{IS = X_1}$ → Alcanza la cota

2) VNB: X_3, X_4

$Y_{x_3} = B^{-1} \cdot a_{x_3} = \begin{pmatrix} 3/4 & -1/4 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

$Y_{x_4} = \begin{pmatrix} 3/4 & -1/4 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 \\ 1/2 \end{pmatrix} \rightarrow \alpha_{ij} < 0 \rightarrow X_i' \uparrow$

→ Si hay + de 1 hay que calcular lo que sigue del dual.

→ Si no encontramos ninguno alcanzamos no tiene solución.

$\boxed{JE = X_4}$

3) B^{-1} de P1

$B_a^{-1} \begin{pmatrix} 3/4 & -1/4 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ ① → ①' = ①/(−1/4) = (−3 1)

② → ②' = ② − ½ · ①' = (1 0)

$B^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

4) Reemplazar $X_1 \rightarrow 3 + l_1$

MAX $Z = 9 + 3l_1 + 4X_2$

s.a.: $2l_1 + X_2 \leq 0$

$2l_1 + 3X_2 \leq 3$

5) $X_B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$Z = 9 + (0\ \ 4)\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 9$

V.B	B^{-1}		X_B
X_4	-3	1	3
X_2	1	0	0
			9

S.O. P1 $\begin{cases} X_1 = 3 + l_1 = 3 \\ X_2 = 0 \end{cases}$

$X_1 = 2.25 \rightarrow X_1' \downarrow$

P2: P0 $+ X_1 \leq 2 \rightarrow X_1 = 2 - u_1;\ u_1 \geq 0$

1) $\boxed{IS = X_1}$

2) $Y_{x_3} = \begin{pmatrix} 3/4 \\ -1/2 \end{pmatrix}$ $\alpha_{ij} > 0 \rightarrow \boxed{JE = X_3}$

$Y_{x_4} = \begin{pmatrix} -1/4 \\ 1/2 \end{pmatrix}$

3) $B_a^{-1} = \begin{pmatrix} 3/4 & -1/4 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ ① → ①' = ①/(3/4) = (1 −1/3)

② → ②' = ② + ½ · ①' = (0 1/3)

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

4) $X_1 \rightarrow 2 - u_1$

MAX $Z = 6 - 3u_1 + 4X_2$

s.a.: $2X_1 + X_2 + X_3 = 6 \rightarrow 2(2 - u_1) + X_2 + X_3 = 6 \rightarrow -2u_1 + X_2 + X_3 = 2$

$2X_1 + 3X_2 + X_4 = 9 \rightarrow 2(2 - u_1) + 3X_2 + X_4 = 9 \rightarrow -2u_1 + 3X_2 + X_4 = 5$

$X_1, \dots, X_4 \geq 0$

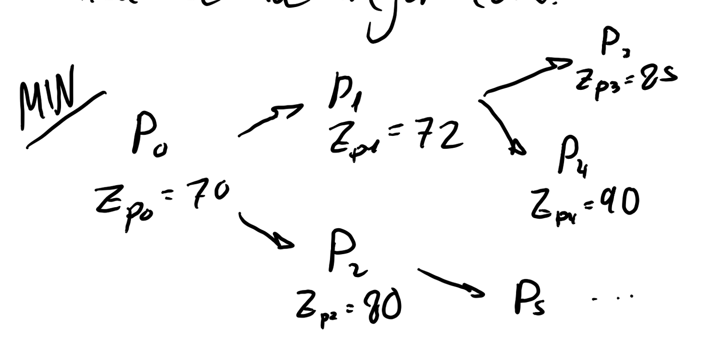
5) $X_B = \begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix}$

$Z = 6 + (0\ \ 4)\begin{pmatrix} 1/3 \\ 5/3 \end{pmatrix} = \frac{38}{3} = 12.67$

S.O. P2 $\begin{cases} X_1 = 2 - u_1 = 2 \\ X_2 = 5/3 \simeq 1.6 \end{cases}$

Generar árbol de soluciones

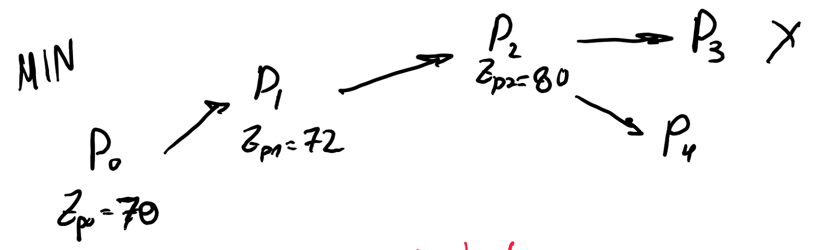
1) Técnica de la mejor cota.



+ rápido

+ coste memoria

2) Técnica del nodo de creación más reciente



+ lento

− coste espacial

- Dado el siguiente programa lineal:

MIN 5 x1 + 2 x2

s.a: 2 x1 + 2 x2 ≥ 9

3 x1 + x2 ≥ 11

x1, x2 ≥ 0 y enteras

y teniendo en cuenta que la solución óptima continua es la que se incluye en la siguiente tabla simplex:

v.básicas	B^{-1}		x_B
x1	-1/4	1/2	13/4
x2	3/4	-1/2	5/4
$c^t_B B^{-1}$	1/4	3/2	**Z = 75/4**

Calcula la solución óptima entera mediante el algoritmo de bifurcación y acotación utilizando las siguientes técnicas de selección del nodo a bifurcar:

a) Técnica del nodo de creación más reciente

b) Técnica de la mejor cota

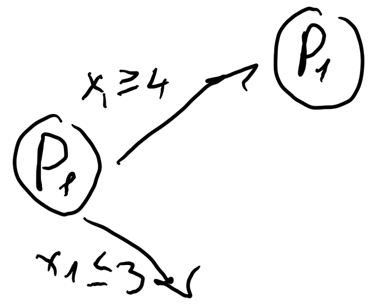
En ambos casos empezar acotando la variable x1 inferiormente (x1≥)

a) P0: MIN $Z = 5X_1 + 2X_2$

s.a.: $2X_1 + 2X_2 + X_3 = 9$

$3X_1 + X_2 + X_4 = 11$

$X_1, \dots, X_4 \geq 0$



$X_1 = 3.25 \rightarrow X_1' \uparrow \rightarrow \alpha_{ij} < 0$

P1: P0 $+ X_1 \geq 4 \rightarrow X_1 = 4 + l_1;\ l_1 \geq 0$

1) $\boxed{IS = X1}$

2) VNB: X_3, X_4

$Y_{x_3} = \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 3/4 & -1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/4 \\ 3/4 \end{pmatrix}$

$Y_{x_4} = \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 3/4 & -1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$

$\boxed{JE = X_3}$

3) $B^{-1} = \begin{pmatrix} -1/4 & 1/2 \\ 3/4 & -1/2 \end{pmatrix}$ ① ①' = ①/(−1/4) = (1 −2)

② ②' = ② − ¾ · ①' (0 9/4)

$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 9/4 \end{pmatrix}$

$X_1 = 4 + l_1$

4) $Z = 5 \cdot X_1 + 2X_2 = 20 + 5l_1 + 2X_2$

$2X_1 + 2X_2 + X_3 = 9 \rightarrow$

$3X_1 + X_2 + X_4 = 11$