

Problemas del tema 2: Matrices

1. Prova que una matriu quadrada A és invertible si verifica alguna de les relacions a , b i c següents i troba, en cada cas, la inversa de A .

$$a) \ A^2 + 2A = I. \qquad b) \ A^3 - 3A^2 + 5A - I = 0. \qquad c) \ 2A^3 - 4A + 2I = 0.$$

2. Indica com calcularies la inversa de la següent matriu:

$$A = E_{1,7}E_{2,4}E_{2,3}(-5)E_{2,4}(-3)E_2(5)E_9(2)E_8(-3)$$

3. Obtingues, si és possible, les inverses de les següents matrius:

$$a) \ A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad b) \ B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \qquad c) \ C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 5 & 1 \\ 4 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Calcula per Gauss-Jordan la inversa, si existeix, de la següent matriu $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3k & 1 \end{pmatrix}$

5. Sabent que A , B i C són matrius invertibles d'ordre n , buida X de l'equació: $A(X^{-1})^t B = C$.

6. Donada la matriu: $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Calcula A^2 i comprova que $A^2 - 2A - 4I = 0$.
b) Calcula la inversa de A .
c) Escriu A com a producte de matrius elementals.

7. Simplifica la següent expressió matricial sabent que A és simètrica, B és antisimètrica i C és ortogonal

$$C^t(ABC^t - (CBA)^t)^t$$