PRÀCTICA 4

Distribucions contínues uniforme i exponencial

Exercici 1:

Un muntacàrregues s’utilitza per a transportar paquets d’un cert tipus el pes del qual fluctua uniformement entre 190 Kg i 210 Kg.

a) Determineu quina és la variable aleatòria en estudi i la seua distribució.

b) Es té constatat que la càrrega màxima permesa és de 60 paquets. Quin serà com a mitjana el pes de la càrrega màxima? I la seua desviació típica?

RESPOSTA:

a) X= pes d'un paquet $\sim U(190, 210)$

b) $CM=X_1+X_2+\ldots+X_{60}$

Mitjana CM= $m_{X1}+m_{X2}+..+m_{X60}$

$m_{Xi}=(190+210)/2=200 \Rightarrow$

Mitjana CM=60x200=12000 Kg

$\sigma_{CM}=(\sigma^2_{X1}+\sigma^2_{X2}+\ldots+\sigma^2_{X60})^{1/2}$

$\sigma^2_{Xi}=(210-190)^2/12=33,33 \Rightarrow$

$\sigma_{CM}=(60x33,33)^{1/2}=44,72$ Kg

Exercici 2

Una coneguda multinacional que fabrica ratolins sense fil ha incorporat a estos un xip que permet augmentar la duració de les bateries, i afirma que amb eixe xip la duració de les bateries arriba als 5,55 mesos en el 50% dels casos. Si els temps de vida de les bateries seguixen una distribució exponencial, es demana:

a) Determineu quina és la variable aleatòria i la seua distribució.

b) Calculeu la probabilitat que la duració d'una bateria siga superior o igual a la mitjana.

c) Quina hauria de ser la duració (t) per obtindre una fiabilitat als t mesos del 95%?

RESPOSTA:

a) $T \sim Exp(\alpha)$ $P(T \geq 5{,}55)=0{,}5 \Rightarrow e^{-5{,}55\alpha}=0{,}5 \Rightarrow$

$-5{,}55\alpha=\ln 0{,}5 \Rightarrow \alpha=\ln 0{,}5/(-5{,}55)=0{,}125$

b)mitjana=1/0,125=8

$P(T \geq 8)=e^{-0{,}125/0{,}125}=0{,}3679$

c) $P(T \geq t)=e^{-0{,}125t}=0{,}95 \Rightarrow -0{,}125t=\ln 0{,}95 \Rightarrow$

$t=\ln 0{,}95/(-0{,}125)=0{,}41$ mesos

Exercici 3

El temps T de procés de consultes en un sistema informàtic seguix una distribució exponencial de paràmetre α. Se sap que el 10% de les consultes duren més de 20 segons.

a) Quant val α?
b) Quant val com a mitjana T?
c) Quina és la probabilitat de una consulta dure més de 30 segons?
d) Calculeu la mediana de T i compareu-la amb la mitjana. Feu també la comparació gràficament sobre la funció de probabilitat acumulada.

RESPOSTA:

a) $P(T>20)=0,1 \Rightarrow e^{-\alpha 20}=0,1 \Rightarrow -\alpha 20=\ln 0,1 \Rightarrow$

$\alpha=\ln 0,1/(-20)=0,115$

b)mitjana=1/0,115=8,69 s

c) $P(T>30)=e^{-0,115x30}=0,0317$

d)$P(T>mediana)=0,5 \Rightarrow e^{-0,115xmediana}=0,5 \Rightarrow$

$-0,115xmediana=\ln 0,5 \Rightarrow$

$mediana=\ln 0,5/-0,115=6,027<$ mitjana

$P(T<mitjana)=0,6321$

Exercici 4

Una empresa que fabrica xips considera un xip defectuós si la seua vida no supera les 100 hores de funcionament. Sabent que la duració en hores d'un xip seguix una distribució exponencial de mitjana 100 hores, es demana:

a) Si un xip porta 500 hores funcionant, quina és la probabilitat de que el temps total de funcionament en siga superior a les 1000 hores?

b) Esta empresa ven els xips que fabrica en caixes de 50 unitats, quina és la probabilitat que una caixa continga més d'un xip defectuós?

RESPOSTA:

a)mitjana=100 $\Rightarrow$ α=0,01

$P(T>1000/T>500)=P(T>500)=e^{-0,01x500}=0,0067$

b)P(xip defectuós)=$P(T<100)=1-e^{-0,01x100}=0,6321$

X=nºxips defectuosos en una caixa de 50

$X \sim B(n=50,p=0,6321)$

$P(X>1)=1-[P(X=0)+P(X=1)]=$

$1-(1-0,6321)^{50}-50x0,6321x(1-0,6321)^{49} \approx 1$