



9.1 Introducción

9.2 Fenómenos de inducción electromagnética

9.3 Ley Faraday. Ley de Lenz

9.4 Inducción mutua. Autoinducción

9.5 Circuito LR

9.6 Energía almacenada en una autoinducción.

9.7 Aplicaciones de los fenómenos de inducción

9.8 Problemas

Objetivos

- Describir fenómenos de inducción electromagnética.
- Enunciar la ley de Faraday y la ley de Lenz y aplicarlas al cálculo de f.e.m. inducidas por flujos magnéticos variables.
- Conocer aplicaciones basadas en los fenómenos de inducción.
- Definir los conceptos de autoinducción, inducción mutua.
- Analizar circuitos con bobinas y resistencias.
- Definir energía magnética.

9.1 Introducción

En los capítulos anteriores se ha estudiado respectivamente las fuerzas que los campos magnéticos ejercen sobre cargas eléctricas en movimiento y sobre corrientes, y a partir de la experiencia de Oersted, cómo una corriente eléctrica produce un campo magnético (ley de Biot y Savart), estableciéndose un vínculo claro entre electricidad y magnetismo, siendo la corriente eléctrica el origen, la fuente del magnetismo.

En este capítulo veremos como no acaban ahí las conexiones entre electricidad y magnetismo. Alrededor de 1830 Michael Faraday y Joseph Henry, independientemente, demostraron que un campo magnético variable produ-

cía un campo eléctrico. Los fenómenos basados en este hecho se denominan “fenómenos de inducción electromagnética”.

Posteriormente, en 1873 James Clerk Maxwell en su Tratado de Electricidad y Magnetismo resumió las leyes experimentales de Gauss, Biot y Savart, Ampère (generalizando dicha ley e introduciendo el concepto de corrientes de desplazamiento) y Faraday, creando la que se conoce como Teoría electromagnética de la luz.

Las aplicaciones basadas en los fenómenos de inducción electromagnética son la base de nuestro sistema de generación eléctrica y de multitud de dispositivos electromagnéticos que han desarrollado y transformado de una forma difícil de imaginar nuestra manera de vivir. A modo de ejemplo podemos citar: el generador de corriente alterna, el teléfono, el telégrafo, los frenos de inducción, las cocinas de inducción, la lectura de la información grabada en soportes magnéticos, etc.

9.2 Fenómenos de inducción electromagnética

Vamos a describir una serie de experiencias y observar lo que ocurre. Supongamos que tenemos un imán y una espira conductora (Figura 9-1). Si acercamos el imán a la espira y ésta estuviera conectada a un galvanómetro, detectaríamos que por la espira circula una corriente eléctrica en un determinado sentido. Si por el contrario, alejamos la espira del imán aparece una corriente pero en sentido contrario. Si mantenemos fijo el imán y movemos la espira, el fenómeno ocurre igual. Por otra parte, si no hay movimiento relativo entre la espira y el imán no aparece corriente.

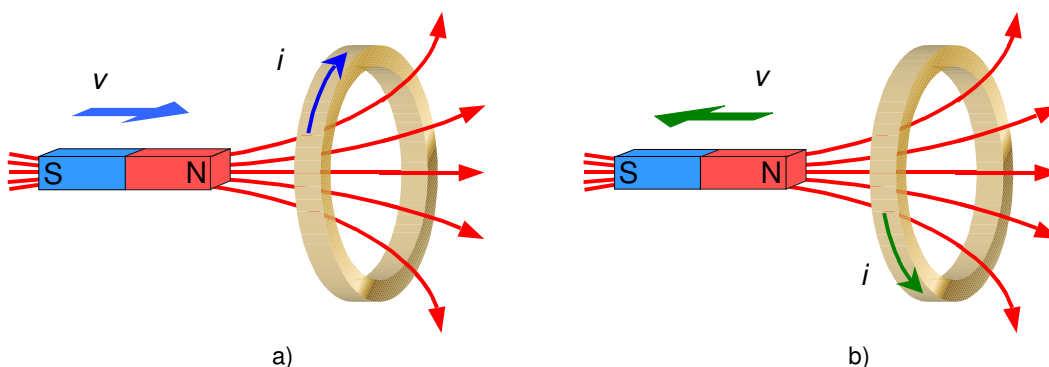


Figura 9-1. Movimiento de un imán cerca de una espira conductora

Ahora vamos a considerar, según la Figura 9-2, un circuito con una resistencia variable sobre el que situamos una espira conductora, manteniendo la posición relativa entre el circuito y la espira. Si por el circuito circula una intensidad de corriente I , en la espira superior no se observa ningún efecto. Si mediante la resistencia variable del circuito aumentamos la intensidad I detectamos, mientras se produce el cambio, que aparece una corriente en la espira superior con un determinado sentido. Cuando se estabiliza la corriente del circuito desaparece la corriente en la espira. Si disminuimos la corriente del circuito por medio de la resistencia variable, mientras está disminuyendo, vuelve a aparecer corriente pero de sentido contrario al inicial.

Por último, en la experiencia que muestra la Figura 9-3, se dispone de un alambre conductor en forma de U sobre el que puede desplazarse una barra

conductora. Este dispositivo se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme \vec{B} . Si la barra se desplaza sobre el alambre en un sentido, se observa que aparece una corriente por el dispositivo descrito y ésta tiene un determinado sentido. Si la barra se desplaza en sentido contrario al anterior, también aparece corriente pero en sentido contrario. Por otra parte, si la barra no se mueve no se detecta corriente.

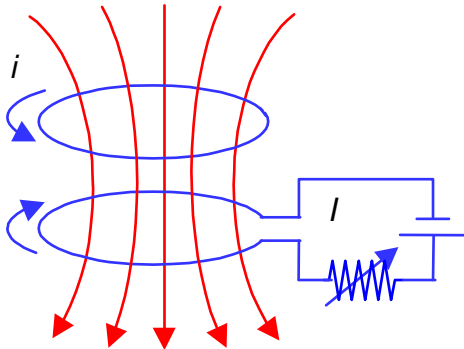


Figura 9-2. Resistencia variable

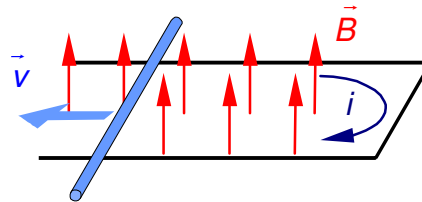


Figura 9-3. Conductor en forma de U

9.3 Ley Faraday. Ley de Lenz

En las experiencias descritas en el apartado anterior aparece o se induce corriente eléctrica respectivamente al haber movimiento relativo entre la fuente del campo magnético y la espira, al variar el campo magnético en el tiempo o al cambiar la forma del circuito. Si analizamos la expresión del flujo del campo magnético, observamos que en los tres casos ha habido una variación de éste.

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \cos \alpha$$

Por tanto, se puede producir una variación del flujo magnético con el tiempo si hay una variación temporal del campo magnético, de la superficie del circuito o del ángulo que forman el vector campo magnético y el vector superficie.

Por otra parte, la aparición de intensidad de corriente en las experiencias anteriores exige la existencia de una fuerza electromotriz, a la que llamamos f.e.m. inducida y a la intensidad de corriente, corriente inducida.

De esta manera, la ley de Faraday establece que:

La fuerza electromotriz inducida en un circuito ε , es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo magnético a través del circuito.

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Ecuación 9-1

El signo menos de la ecuación hace referencia al sentido de la corriente y f.e.m. inducidas y constituye la ley de Lenz que enunciaremos posteriormente.

Por otra parte, definimos a la f.e.m. como el trabajo realizado por la fuerza eléctrica por unidad de carga. Si se realiza un trabajo, existe una fuerza ejercida sobre la carga y asociada con la f.e.m. La fuerza por unidad de carga es el campo eléctrico inducido por la variación del flujo del campo magnético. De esta manera obtenemos una nueva expresión de la ley de Faraday a partir de:

$$\varepsilon = \frac{W}{q} = \oint \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{\ell} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{Ecuación 9-2}$$

Es decir, la f.e.m. inducida es igual a la circulación del campo eléctrico a lo largo de una curva cerrada e igual a la variación temporal del flujo del campo magnético. La expresión anterior puede escribirse de modo más general, válida en cualquier medio, conductor o no, y relacionando campos:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \text{Ecuación 9-3}$$

Es importante observar, en este resultado, cómo el campo eléctrico inducido por la variación del flujo magnético es un campo no conservativo al contrario del campo eléctrico producido por cargas eléctricas en reposo que estudiamos en electrostática.



Las ecuaciones de Maxwell

En el tema anterior se introdujeron las ecuaciones de Maxwell para campos estacionarios. Ahora hemos visto qué ocurre cuando hay una variación temporal del flujo magnético en un circuito, y de modo más general, en la Ecuación 9-3, cómo la circulación del campo eléctrico a lo largo de una curva cerrada no es cero, como ocurría en un campo electrostático.

Del mismo modo, la circulación del campo magnético a lo largo de una curva cerrada (teorema de Ampère), también se modifica cuando existen campo eléctricos variables con el tiempo, y en concreto, una variación temporal del flujo del campo eléctrico a través de una superficie. Por estos motivos, las ecuaciones de Maxwell se modifican para campos no estacionarios, quedando de la siguiente modo:

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \text{(a)}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \text{(b)}$$

(c)

(d)

La (a) y la (c) no tienen ninguna modificación, la (b) ha sido modificada como consecuencia de la ley de Faraday: *la circulación del campo eléctrico a lo largo de una curva cerrada, es la rapidez, con signo menos, con que varía el flujo magnético que atraviesa cualquier superficie delimitada por dicha curva cerrada*. La (d) es el teorema de Ampère en el que se ha añadido un nuevo término que incluye la rapidez de variación del flujo del campo eléctrico a través de una superficie.

Ejemplo 9-1

Una bobina de sección circular de 100 espiras, radio 2 cm y eje paralelo al eje OZ , está en el interior de un campo magnético $\vec{B}(t) = 2t \vec{k}$ (T). Calcula la f.e.m. inducida en la bobina.

Solución

El flujo magnético a través de la bobina es 100 veces el flujo magnético a través de una espira.

$$\Phi = N \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \int B dS = NB\pi R^2 = 0,08\pi t \text{ Wb}$$

Y la fuerza electromotriz inducida es por la ley de Faraday:

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} = 0,08\pi \text{ V}$$

Ley de Lenz

En las experiencias descritas sobre los fenómenos de inducción electromagnética hemos observado como cambiaba el sentido de la corriente inducida si acercábamos o alejábamos el imán a la espira, si aumentaba o disminuía la intensidad de corriente o si la barra móvil del circuito en U se desplazaba en un sentido u otro. El signo negativo de la ley de Faraday concreta el signo de la corriente inducida, que se determina mediante la **ley de Lenz**:

El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce.

En la primera experiencia (Figura 9-1) al acercar el imán a la espira aumenta el flujo magnético a través de la misma y este aumento crea la corriente inducida. Para oponerse a la causa que la produce (aumento del flujo magnético) la corriente crea un campo magnético tal que su flujo sea en sentido contrario y se oponga a tal aumento. Cuando se aleja el imán de la espira se produce de nuevo una variación (disminución) en el flujo del campo magnético, que entonces crea la corriente inducida. En este caso la corriente inducida crea un campo magnético en el mismo sentido, cuyo flujo se opone a dicha disminución.

En el segundo caso, cuando aumentamos la intensidad del circuito mediante la resistencia variable, aumenta el flujo del campo magnético a través de la espira; entonces la corriente que aparece crea un campo magnético cuyo flujo se opone a este aumento. Cuando disminuye la intensidad, disminuye el campo, disminuye el flujo y la corriente inducida crea un campo cuyo flujo se opone a esta disminución (Figura 9-2).

Igualmente, en la tercera experiencia al desplazarse la barra sobre la horquilla (Figura 9-3) aumentando la superficie de ésta, aumenta el flujo del campo magnético y la corriente que aparece se opone a este aumento creando un campo magnético con sentido tal que su flujo se opone al anterior. Si la superficie disminuye, disminuye el flujo y la corriente inducida crea un campo en el mismo sentido que el original, sumándose los flujos para oponerse a la disminución.

Por último, un cuarto ejemplo, lo tenemos en la Figura 9-4 donde un circuito activo en el que se cierra y abre un interruptor, induce corriente en otro circuito pasivo como consecuencia de las variaciones de flujo magnético producidas en los intervalos de cierre y apertura del interruptor.

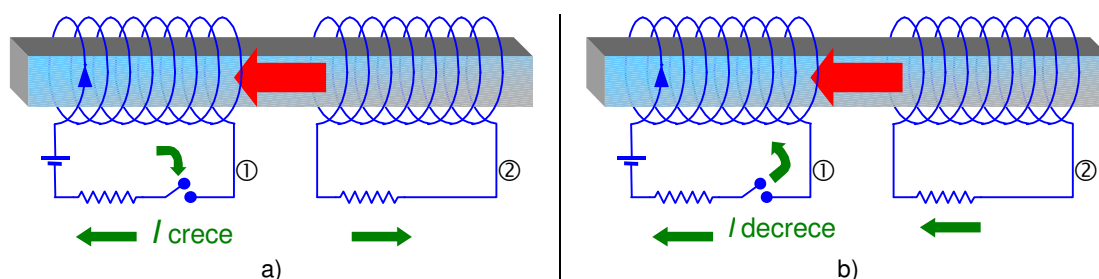


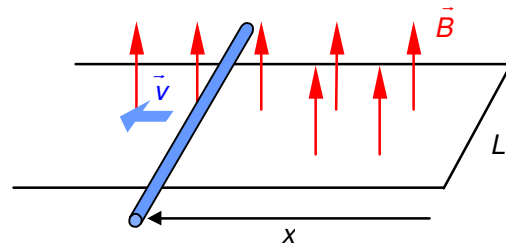
Figura 9-4. En a) se cierra el interruptor, la intensidad que circula por el circuito 1 aumenta, el flujo crece, y se induce en el circuito 2 una corriente que tiende a disminuir el flujo, por lo que la corriente circula al revés que en 1. En b) se abre el interruptor, la intensidad que circula por el circuito 1 disminuye, el flujo decrece, y se induce en el circuito 2 una corriente que tiende a mantener el flujo, por lo que la corriente circula en el mismo sentido que en 1

La ley de Lenz cumple, evidentemente el principio de conservación de la energía. Así en el ejemplo de la Figura 9-1, si el sentido de la corriente fuera el contrario, aumentaría indefinidamente el flujo del campo magnético y la corriente inducida, simplemente acercando un poco el imán.

Vamos a ver, en una serie de ejemplos, como se aplican las leyes de Faraday y Lenz debido a su importancia.

Ejemplo 9-2

Considérese una barra conductora de resistencia R y longitud L que se desliza sin rozamiento con velocidad v sobre un conductor en forma de U situado en un campo magnético uniforme B , tal como muestra la figura.

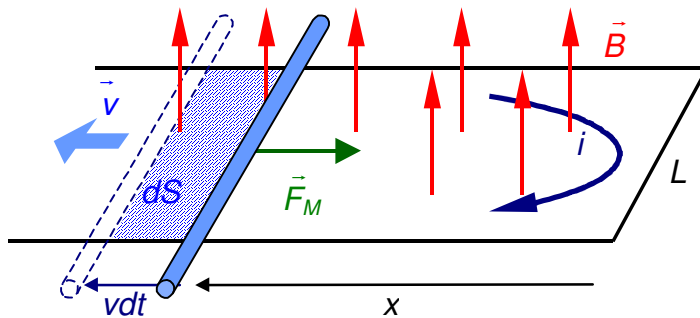


Calcula: a) el flujo magnético a través del circuito; b) la intensidad que circula por la barra; c) La fuerza magnética actúa sobre la barra; d) La fuerza necesaria para mantener constante la velocidad de la barra; e) demuestra que el trabajo suministrado por la fuerza externa se consume en la resistencia.

Solución

La situación ya se describió en la Figura 9-3. El flujo magnético crece como consecuencia del aumento de superficie que se produce en el circuito. Esta superficie la podemos relacionar con el tiempo de modo:

$$S(t) = Lx = Lvt$$



a) El flujo es $\int \vec{B} \cdot d\vec{S}$, que aquí se convierte en BS por ser B uniforme y paralelo al vector superficie en todo momento.

$$\Phi(t) = BS = BLx = BLvt$$

b) por lo que la fuerza electromotriz inducida vale:

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi(t)}{dt} = BLv$$

y la intensidad que circula:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R}$$

el sentido de la intensidad es tal que se opone al aumento de flujo, por lo que tendrá el sentido indicado en la figura.

c) La fuerza magnética que actúa sobre el conductor vale $F_M = iLB$, por ser la intensidad en la barra perpendicular al campo magnético,

$$F_M = iLB = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

que como debe tener sentido contrario al desplazamiento, se escribirá de modo vectorial:

$$\vec{F}_M = -\frac{B^2 L^2}{R} \vec{v}$$

d) Para que la barra se mueva con velocidad constante y por lo tanto con aceleración nula, es necesario aplicar una fuerza externa de sentido contrario a la fuerza magnética:

$$\vec{F}_{Ext} = \frac{B^2 L^2}{R} \vec{v}$$

e) Esta fuerza realiza en un tiempo dt un trabajo:

$$dW = F_{Ext} dx = F_{Ext} v dt = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} dt$$

En ese mismo tiempo dt , se disipa en la resistencia por efecto Joule una energía que vale $i^2 R dt$:

$$dW = i^2 R dt = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} dt$$

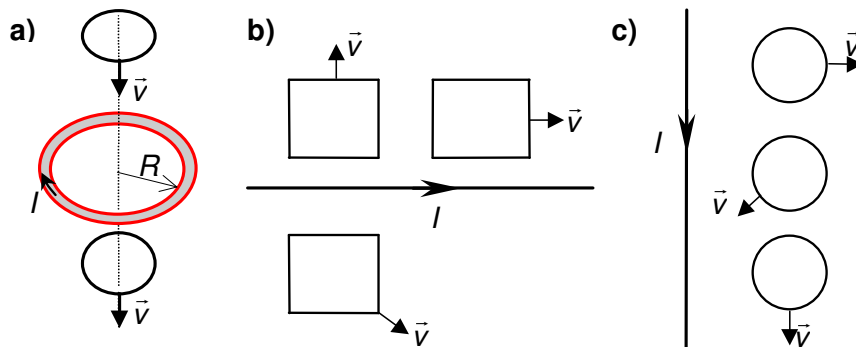
Comprobándose que efectivamente el trabajo externo realizado para mantener constante la velocidad de la barra, es igual a la energía consumida por efecto Joule en el circuito.

Este hecho no es más que una consecuencia de un principio básico de la física, que es el principio de conservación de la energía. De hecho, en realidad la ley de Lenz no es más que una consecuencia de este principio.

Ejemplo 9-3

Dibuja el sentido de la intensidad inducida en los circuitos de la figura aplicando la ley de Lenz:

- En las dos espiras circulares pequeñas.
- En las tres espiras rectangulares.
- En las tres espiras circulares de la derecha.



Las corrientes inducidas se producen siempre que el flujo magnético a través de un circuito varía por cualquier motivo. La magnitud de la fuerza electromotriz inducida está determinada por la ley de Faraday. El sentido de las

corrientes inducidas viene determinado por la ley de Lenz, que nos dice que las corrientes inducidas poseen un sentido tal que tienden a oponerse a la variación del flujo que las produce.

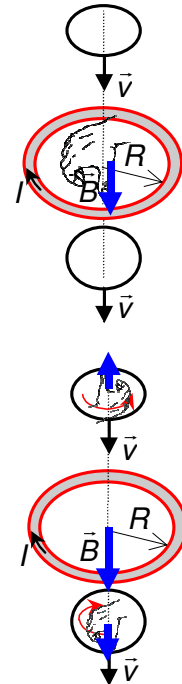
Desde el punto de vista práctico, esto nos indica que para determinar el sentido de la corriente inducida en un circuito, primero tendremos que entender como es el flujo en dicho circuito y cómo varía, para después deducir cómo debe ser la corriente en el circuito para que produzca un flujo magnético tal que tienda a compensar la variación de flujo en el circuito.

a) Aplicando la regla de la mano derecha vemos que la corriente de la espira central produce un campo magnético en la dirección hacia abajo. Además sabemos que el campo magnético producido por una espira circular disminuye con la distancia.

Por tanto, en la espira superior, como se acerca a la espira que produce el campo magnético, se acerca a una zona donde el campo magnético es más intenso, y como el flujo es la integral del campo magnético,

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

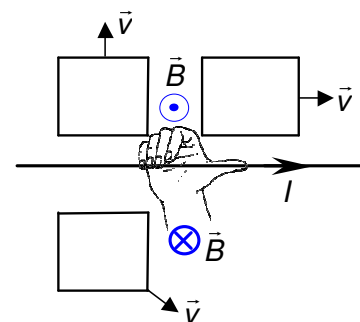
el flujo aumenta. De este modo, la corriente inducida sobre esta espira debe ser tal que compense ese aumento del flujo, es decir, debe crear un flujo en sentido contrario, lo cual es posible si crea un campo magnético en dirección opuesta al campo magnético inicial. Por tanto, aplicando la regla de la mano derecha, obtenemos que el sentido de la corriente inducida es antihorario, tal y como muestra la figura.



Por otro lado, en la espira inferior, como ésta se aleja de la fuente de campo magnético el flujo a través de la misma disminuye, y por tanto, el sentido de la corriente inducida debe ser tal que cree un campo magnético inducido en la misma dirección que el inicial, es decir, sentido horario, tal y como indica la figura.

b) En este caso, aplicando la regla de la mano derecha vemos que el campo magnético creado por el hilo rectilíneo es saliente de la hoja en la parte superior del hilo y entrante en la parte inferior. Además, el campo magnético disminuye al alejarnos del cable.

La espira superior izquierda se aleja del cable, por tanto el flujo a través de ella disminuye, con lo cual debe de producirse una corriente inducida tal que se oponga a dicha disminución del flujo, por tanto, debe crear un campo en la misma dirección y sentido que el inicial, es decir, saliente de la hoja, por lo que el sentido de la corriente inducida será contrario al de las agujas del reloj.



La espira inferior también se aleja del cable, por lo que al igual que antes, crea un campo magnético en el mismo sentido que el inicial, es decir, hacia dentro del papel, por lo que el sentido de la corriente será el sentido de las agujas del reloj, tal y como muestra la figura.

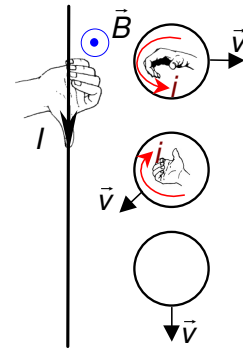
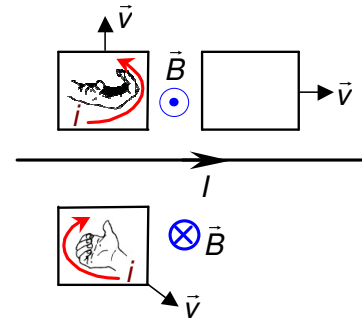
La espira superior derecha se mueve paralelamente al cable. En este caso el campo magnético no varía (al no variar la distancia al cable), y por tanto el flujo no varía y no existe corriente inducida.

c) En este caso, el campo magnético en la parte derecha del cable es saliente.

La espira superior se aleja de la fuente de campo magnético, por tanto debe crear un corriente inducida tal que cree un campo en la misma dirección que el inicial, es decir, un campo saliente, lo que implica que el sentido de la corriente inducida es antihorario.

La segunda espira se acerca al cable, por lo tanto debe crear un campo magnético opuesto al inicial, es decir un campo magnético entrante, por lo que el sentido de la intensidad inducida es horario.

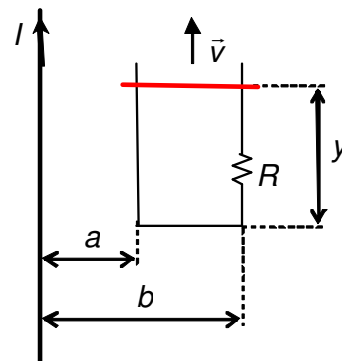
En la tercera espira, como se mueve paralelamente al hilo el campo magnético no varía, y por tanto no varía el flujo, por lo que no hay corriente inducida.



Ejemplo 9-4

Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente I en el sentido indicado. En el mismo plano, y en la posición mostrada en la figura, hay una espira de resistencia R , uno de los costados de la misma, el superior, se mueve con una velocidad constante v en el sentido indicado. Calcula:

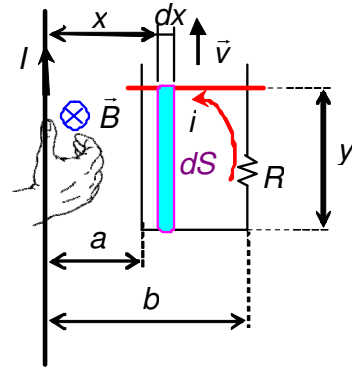
- El flujo magnético que atraviesa la espira producido por la corriente I , expresado en función de y .
- La fem y la intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.
- La fuerza magnética que actúa sobre el lado móvil de la espira, indicando su dirección y sentido.



a) El campo magnético creado por el conductor en la zona de la espira tendrá dirección normal al plano del dibujo, y sentido entrante tal y como indica la regla de la mano derecha. El módulo vendrá dado por,

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi x}$$

siendo x la distancia de cada punto al conductor.



Al calcular el flujo deberemos tomar una superficie elemental en la que el campo sea uniforme: una superficie rectangular de altura y y amplitud dx en la que el valor de B es constante, y que podremos desplazar sobre la espira desde una distancia a del conductor hasta una distancia b . De este modo, el elemento de superficie viene dado por $dS = ydx$. La dirección y el sentido del vector superficie elemental coinciden con el del campo, con lo cual,

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B dS = \int_a^b \frac{\mu_0 I y}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I y}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

b) La fuerza electromotriz inducida la calculamos utilizando la ley de Faraday. Primero aplicamos la regla de Lenz para obtener el sentido de la corriente inducida: al mover el lado superior y aumenta, y el flujo, que es proporcional a y , aumentará también. La corriente se opondrá a esta variación creando con la espira un campo en sentido contrario al del conductor. Aplicando la regla de la mano derecha a la espira, el sentido de la corriente inducida es contrario a las agujas del reloj, como se indica en el dibujo anterior.

Teniendo en cuenta que la única variable que depende del tiempo es y , el valor absoluto de la fem será:

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{dy}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) v$$

y por tanto la intensidad de corriente inducida será igual a,

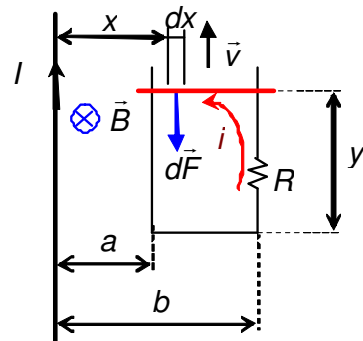
$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \ln\left(\frac{b}{a}\right) v$$

c) Por último, la fuerza magnética sobre el lado que se desplaza la calcularemos a partir de la expresión general, ya que el campo no es uniforme:

$$\vec{F} = i \int_C d\vec{l} \times \vec{B}$$

Hemos de tener en cuenta que la intensidad que aparece en esta expresión es la intensidad inducida que circula por el lado móvil, mientras que la que produce el campo es la que circula por el conductor rectilíneo.

Por otro lado, el conductor y el campo son normales, con lo que el módulo del producto vectorial será el producto de los módulos, y, conocido ya el



sentido de la intensidad de corriente inducida, el producto vectorial dará el sentido a las fuerzas indicada en el dibujo, es decir, frenando el movimiento del lado móvil, de acuerdo a la regla de Lenz. Por último, los límites del conductor están situados a distancias a y b del conductor, que serán los límites de integración. Con todo ello, el módulo de la fuerza es:

$$F = i \int_C B dx = i \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{dx}{x} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right)^2 \frac{v}{R}$$

9.4 Inducción mutua. Autoinducción

Cuando por un circuito circula una corriente eléctrica, ésta crea un campo magnético, y las variaciones de esta corriente producirán variaciones de flujo a través del propio circuito o de otros circuitos cercanos, apareciendo, como consecuencia, una corriente inducida en el propio circuito o en los vecinos. Estos procesos quedan caracterizados por el coeficiente de inducción mutua para la interacción entre circuitos y por el coeficiente de autoinducción para un único circuito.

Inducción mutua

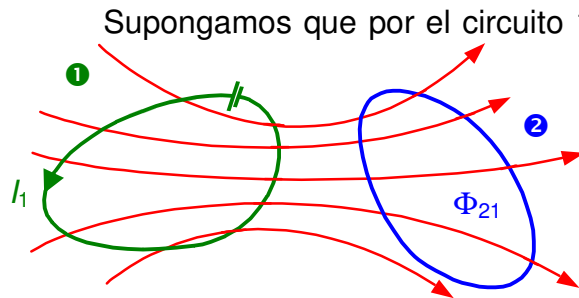


Figura 9-5. La corriente producida en el circuito 1 produce un flujo magnético a través del circuito 2

Supongamos que por el circuito 1 de la Figura 9-5, circula una determinada corriente I_1 . Esta corriente crea un campo magnético cuyo flujo a través de la espira 2, lo llamamos Φ_{21} . El flujo del campo magnético es proporcional al campo magnético, y éste a su vez proporcional a la intensidad, es decir el flujo es proporcional a la intensidad. Esto es,

$$\Phi_{21} = M_{21} I_1$$

Ecuación 9-4

El coeficiente de proporcionalidad M_{21} se denomina **coeficiente de inducción mutua** y depende únicamente de la geometría de los circuitos y de su posición relativa.

Análogamente si por el circuito 2, pasara una corriente I_2 , ésta crearía un campo cuyo flujo Φ_{12} a través del circuito 1 es proporcional a I_2 .

$$\Phi_{12} = M_{12} I_2$$

Se puede demostrar que:

$$M_{21} = M_{12} = M$$

Por otra parte, si la corriente I_1 es variable, también lo es el campo magnético y, por lo tanto, el flujo varía. Por la ley de Faraday podemos calcular la f.e.m. inducida en el circuito 2:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

Ecuación 9-5

La unidad en el Sistema Internacional del coeficiente de inducción mutua es el **henrio** (H), que lo podemos definir a partir de la Ecuación 9-5 de la siguiente manera: entre dos circuitos hay una inducción mutua de un henrio cuando al variar por uno de ellos la intensidad a razón de un amperio por segundo, se induce en el otro una fuerza electromotriz de un voltio.

Autoinducción

Análogamente al razonamiento empleado para la inducción mutua entre dos circuitos, cuando tenemos un solo circuito recorrido por una intensidad I , ésta crea un campo magnético cuyo flujo a través del propio circuito es directamente proporcional a la intensidad que lo recorre (Figura 9-6). Esto es:

$$\Phi = LI$$

Ecuación 9-6

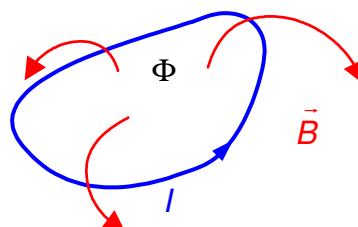


Figura 9-6. La corriente en un circuito produce un flujo magnético a su través

A la constante de proporcionalidad L , se le llama **coeficiente de autoinducción** o **inductancia**, y depende únicamente de la geometría del circuito. Su unidad en el sistema internacional es el henrio al igual que el coeficiente de inducción mutua. El símbolo de la autoinducción en los esquemas eléctricos es el mostrado en la Figura 9-7.



Figura 9-7. Autoinducción

Si la intensidad I del circuito varía, también lo hace el campo magnético que crea y el flujo a través del circuito, luego por la ley de Faraday aparece una f.e.m. inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

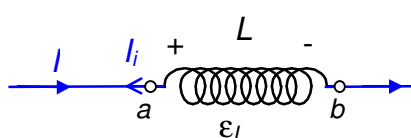
El coeficiente de autoinducción L es siempre positivo, ya que según la ley de Lenz, la f.e.m. siempre se opone a la causa que la produce.

Vamos a analizar a continuación como se determina la diferencia de potencial en bornes de una autoinducción.

a) Si la intensidad I aumenta, según la ley de Lenz, la intensidad inducida se opone al aumento de la intensidad; entonces la bobina se comporta como un generador con el borne positivo en el punto a , estando el punto b a menor potencial, y la diferencia de potencial entre b y a vendrá dada por,

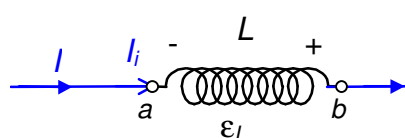
$$V_b - V_a = -L \frac{dI}{dt} < 0$$

observándose que L y dI/dt son ambos positivos.



I aumenta

$$V_b - V_a = -L \frac{dI}{dt} < 0$$



I disminuye

$$V_b - V_a = -L \frac{dI}{dt} > 0$$

b) Si la intensidad I disminuye, según la ley de Lenz, la intensidad inducida tendrá el mismo sentido que I y la bobina se comportará como un generador con el borne positivo en el punto b , estando este punto a mayor potencial, por lo que la diferencia de potencial entre b y a vendrá dada por,

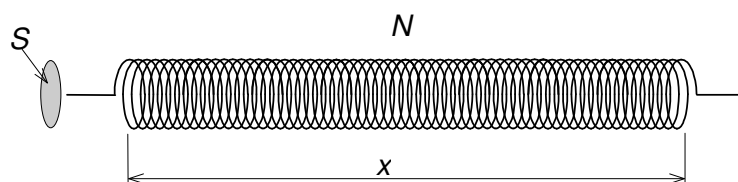
$$V_b - V_a = -L \frac{dI}{dt} > 0$$

observándose en este caso que al ser dI/dt negativo, el resultado es positivo al estar el punto b a mayor potencial.

De esta forma, la diferencia de potencial entre el punto b y el a vendrá dado por la misma expresión, independientemente de la variación de I .

Ejemplo 9-5

Determina la expresión del coeficiente de autoinducción del solenoide de la figura, suponiendo que es muy largo comparado con su radio, que el número de espiras N es grande, y conociendo que al circular por él una corriente I la expresión del campo magnético en su interior es: $B = \mu_0 N I / x$. Aplícalo al caso concreto de un solenoide de 500 espiras de 5 cm de radio, y una longitud de 50 cm.



El coeficiente de autoinducción L se define, a partir de la Ecuación 9-6, como el cociente entre el flujo que atraviesa un circuito, dividido por la intensidad

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

El flujo que atraviesa el solenoide es igual al flujo a través de una espira, multiplicado por el número de espiras

$$\Phi = N \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

y como el campo magnético es constante y paralelo al vector superficie,

$$\Phi = N \int_S B dS = NB \int_S dS = NBS = N \frac{\mu_0 N I}{x} S = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} I$$

con lo cual el coeficiente de autoinducción es igual a:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \mu_0 n^2 x$$

siendo n el número de espiras por unidad de longitud.

Como la longitud es 10 veces el radio, podemos aplicar la expresión obtenida, y tendremos:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{x} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 500^2 \pi \cdot 0,05^2}{0,5} = 4,93 \text{ mH}$$

9.5 Circuito LR (opcional)

Se denomina circuito LR , a un circuito que contiene resistencias y autoinducciones. La presencia de autoinducciones en los circuitos de corriente alterna, y en general en circuitos con corrientes variables, produce la aparición de fenómenos transitorios en los circuitos, de modo similar a como ocurre con la presencia de condensadores. Para analizar este comportamiento transitorio, vamos a ver cómo varía la corriente con el tiempo en dos situaciones: al cerrar y al abrir el interruptor en un circuito de corriente continua.

En primer lugar, en la Figura 9-8 se muestra el circuito con una resistencia, una autoinducción, un generador y un interruptor. Al cerrar éste, la intensidad de corriente pasa de cero al valor estacionario i_e , produciendo una caída de tensión en R y una fuerza electromotriz inducida en la autoinducción. Si utilizamos la ley de Kirchhoff:

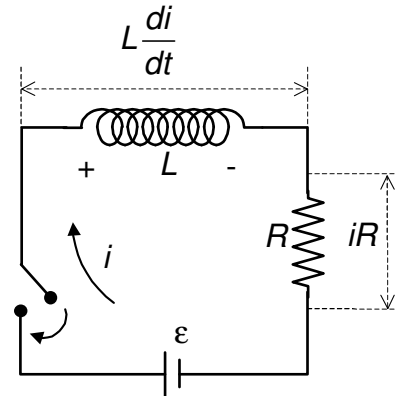


Figura 9-8. Circuito LR cuando se cierra el interruptor

$$\varepsilon - L \frac{di}{dt} - iR = 0$$

Como puede verse, no es constante, y crece desde cero, en el instante inicial de cerrar el interruptor, hasta un valor estacionario que se alcanza cuando la corriente alcance el valor final. El término $L di/dt$, corresponde a la fuerza electromotriz inducida en la autoinducción, que por tener sentido contrario a la fuerza electromotriz del generador, se está comportando como un receptor de fuerza contraelectromotriz $L di/dt$. Este término se anulará cuando la intensidad deje de aumentar y alcance su valor estacionario i_e .

$$t \rightarrow \infty; \quad \frac{di}{dt} \rightarrow 0; \quad i \rightarrow \frac{\varepsilon}{R}; \quad i_e = \frac{\varepsilon}{R}$$

Esta ecuación diferencial se resuelve separando las variables i y t :

$$i = i_e - \frac{L}{R} \frac{di}{dt} \quad \frac{di}{i - i_e} = -\frac{R}{L} dt$$

El factor L/R tiene dimensiones de tiempo y se le denomina **constante de tiempo del circuito** τ . Integrando desde el instante inicial en que se cierra el interruptor en $t = 0$, $i = 0$, hasta otro instante cualquiera t , $i(t)$, tendremos:

$$\int_0^{i(t)} \frac{di}{i - i_e} = -\int_0^t \frac{dt}{\tau}$$

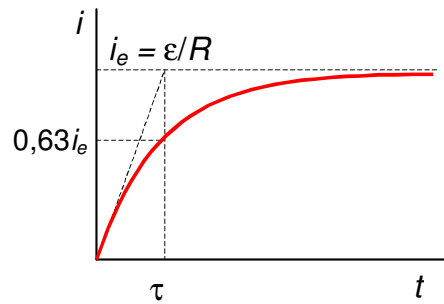
Integrando

$$\left| \ln(i - i_e) \right|_0^{i(t)} = \left| -\frac{t}{\tau} \right|; \quad \ln \frac{i_e - i(t)}{i_e} = -\frac{t}{\tau}; \quad \frac{i_e - i(t)}{i_e} = e^{-\frac{t}{\tau}}; \quad \frac{i(t)}{i_e} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

conduce finalmente a

$$i(t) = i_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

Ecuación 9-7



ecuación que nos relaciona la intensidad en función del tiempo, y cuya representación gráfica se muestra en la figura.

En la curva podemos apreciar el significado de la constante de tiempo. Se trata del tiempo que se necesitaría para que la corriente alcanzara el valor estacionario, si el aumento de ésta se mantuviera con la misma rapidez inicial. Equivale al tiempo necesario para que la intensidad aumente hasta el 63 % del valor estacionario, ya que para $t = \tau$, $i = i_e (1 - e^{-1}) = 0,63 i_e$.

En segundo lugar, si retiramos el generador, la intensidad empezará a decrecer desde el valor inicial i_e hasta, transcurrido suficiente tiempo, el valor cero. En el circuito anterior abrimos el interruptor de modo que la resistencia esté unida directamente a la bobina, quedando el generador, tal como puede verse en la Figura 9-9, desconectado.

Ahora, la ecuación del circuito es:

$$-L \frac{di}{dt} - iR = 0$$

ecuación, que tras separar variables se transforma en:

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$

De nuevo, llamando al factor L/R constante de tiempo del circuito τ , e integrando entre el instante inicial $t = 0$, $i = i_e$, y otro cualquiera t , $i(t)$:

$$\int_{i_e}^{i(t)} \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{dt}{\tau} \quad \left| \ln i \right|_{i_e}^{i(t)} = \left| -\frac{t}{\tau} \right|_0^t \quad \ln \frac{i(t)}{i_e} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Obteniendo finalmente, la relación entre intensidad y tiempo,

$$i(t) = i_e e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Ecuación 9-8

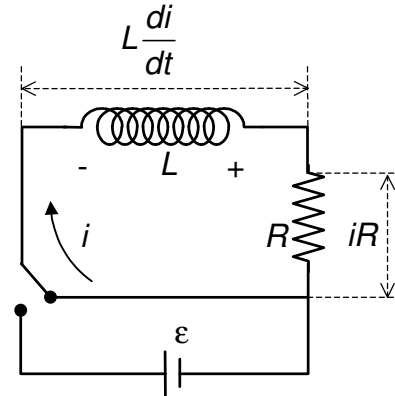
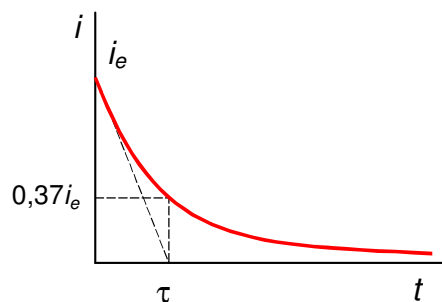


Figura 9-9. Circuito LR cuando se retira el generador

En la curva podemos apreciar el significado de la constante de tiempo. Se trata del tiempo que se necesitaría para que la corriente se anulara totalmente si la disminución de ésta se mantuviera con la misma rapidez inicial. Equivale al tiempo necesario para que la intensidad decrezca hasta el 37 % del valor inicial, ya que para $t = \tau$, $i = i_e e^{-1} = 0,37 i_e$.

La presencia de bobinas en los circuitos de corriente alterna, produce un efecto similar al de los condensadores, introduciendo un efecto transitorio en éstos. Todos los circuitos presentan cierta inductancia, no únicamente las bobinas; incluso los circuitos formados por conductores rectos tienen comportamiento autoinductivo. Este hecho hay que tenerlo presente en la transmisión de señales eléctricas variables con el tiempo, tanto si éstas son analógicas como digitales. Por lo tanto, si admitimos que todos los circuitos presentan algún comportamiento autoinductivo, podemos considerarlos también como circuitos *RL*.

Como ejemplo de la respuesta que se produce en los circuitos ante señales eléctricas variables, supongamos que en un circuito *RL* se abre y se cierra un interruptor con un periodo sensiblemente mayor que la constante de tiempo de ese circuito (por ejemplo, $T = 100 \tau$). Dado que hay suficiente tiempo para alcanzar la corriente estacionaria (aunque según la Ecuación 9-7 nunca se alcanza, sin embargo, a partir de un tiempo de 5τ , se ha alcanzado más de un 99% de su valor), se dará una situación como la de la Figura 9-10a: la corriente alcanza su valor estacionario y permanece en ese valor hasta que el interruptor se abre. En cambio, si el periodo de conmutación es parecido a la constante de tiempo (como $T = 10 \tau$ o menor), la corriente apenas llegará a alcanzar su valor estacionario, o este será muy breve, tal como muestra la figura b).

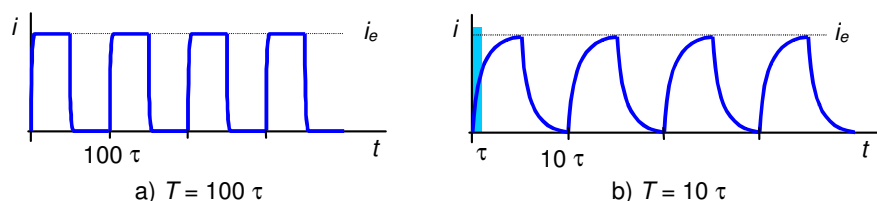
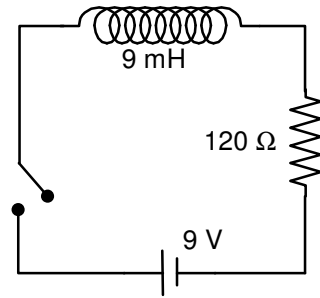


Figura 9-10. En a), corriente en escalón en un circuito *RL* con un periodo 100 veces superior a la constante de tiempo del circuito. En b), una corriente en escalón con un periodo 10 veces superior a la constante de tiempo del circuito

Si en vez de tratarse de un circuito que se abre y se cierra, se trata de una tensión en escalón como la que se da en la transmisión de señales digitales, la situación es parecida. Si el periodo de la señal es comparable a la constante de tiempo del circuito, dicha señal se verá alterada. Este hecho hay que tenerlo en cuenta en el diseño de circuitos.

Ejemplo 9-6

Determina la constante de tiempo de un circuito con una bobina de 9 mH y una resistencia de 120 Ω como muestra la figura. ¿A qué corriente final se tiende cuando se cierra el interruptor? ¿Cuánto tiempo se necesitará para que la intensidad que circula alcance el 99% del valor estacionario?



Solución

$$\tau = L/R = 9/120 = 75 \mu\text{s}$$

La corriente estacionaria valdrá $i_e = \varepsilon/R = 75 \text{ mA}$

Despejando t de la Ecuación 9-7, tendremos:

$$e^{-t/\tau} = 1 - \frac{i}{i_e}$$

donde, tomando logaritmos,

$$-\frac{t}{\tau} = \ln 0,01 \rightarrow t = -75 \cdot \ln 0,01 = 345 \mu\text{s}$$

9.6 Energía almacenada en una autoinducción.

Consideremos un circuito con una autoinducción ideal L . Por la que circula una intensidad $i(t)$, creciendo desde un valor inicial $i = 0$ en $t = 0$, hasta un valor $i = i_0$ en $t = T$. La respuesta de la autoinducción al paso de la intensidad variable consiste en la aparición de una fuerza electromotriz, que se opondrá, por la Ley de Lenz, a la causa que la está produciendo.

Si calculamos la energía consumida en un instante t , siguiendo los criterios ya estudiados en el tema 4, esta será la energía disipada en la resistencia interna de la autoinducción menos la energía "generada" por la fuerza electromotriz:

$$P_c = I(V_1 - V_2) = I^2 r - \varepsilon_i I \rightarrow V_1 - V_2 = Ir - \varepsilon_i,$$

donde, al ser la resistencia nula por tratarse de una autoinducción ideal, la ddp entre sus terminales será:

$$V_1 - V_2 = -\varepsilon_i$$

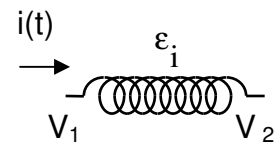


Figura 9-11

Teniendo en cuenta que por la Ley de Faraday aplicada a una autoinducción $\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$ y que la potencia es energía por unidad de tiempo, la energía consumida en un instante dt , es

$$dW_C = I(V_1 - V_2)dt = -\varepsilon_i I dt = L \frac{dI}{dt} I dt = L I dI$$

Así, la energía total consumida en la resistencia desde el instante inicial hasta que se llega a un valor I_0 , será:

$$W_C = \int_0^{I_0} L I dI = L \left[\frac{I^2}{2} \right]_0^{I_0} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Si realizamos el proceso inverso, es decir, partiendo de una intensidad de régimen estacionario I_0 hasta llegar a un valor nulo de la intensidad, la ecuación de partida para el cálculo de la potencia consumida es la misma, tan sólo cambian los valores inicial y final de la intensidad,

$$W_C = \int_{I_0}^0 L I dI = L \left[\frac{I^2}{2} \right]_{I_0}^0 = -\frac{1}{2} L I_0^2$$

El valor negativo nos indica que la autoinducción no está consumiendo potencia sino devolviendo al circuito la potencia consumida en el proceso anterior.

Al igual que un condensador almacena energía eléctrica entre sus armaduras, donde existe campo eléctrico, una bobina (autoinducción) almacena energía magnética en su interior, donde se establece el campo magnético.

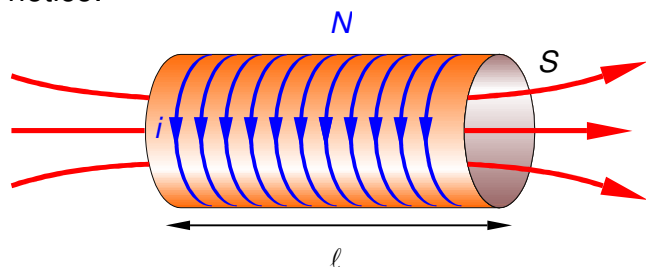


Figura 9-12. Solenoide recto

Vamos a calcular la energía magnética almacenada en un solenoide recto como el del **Ejemplo 9-5**. Suponemos que al ser muy largo comparado con el radio, el campo magnético es uniforme en el interior y nulo en el exterior. Según el ejemplo citado el coeficiente de

autoinducción vale:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell} = \mu_0 S n^2 \ell$$

La energía almacenada en el solenoide es:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu_0 S n^2 \ell I^2$$

y teniendo en cuenta el campo magnético en el interior de un solenoide,

$$B = \mu_0 n I$$

obtenemos la expresión para la energía del campo magnético:

$$W = (\mu_0 n I)^2 \frac{S \ell}{2 \mu_0} = \frac{1}{2 \mu_0} B^2 V$$

siendo $V = S \ell$ el volumen del solenoide, expresión que aunque ha sido calculada para un solenoide, es de validez general.

9.7 Aplicaciones de los fenómenos de inducción

Lectura de información grabada en soporte magnético

En el capítulo anterior se trató de la grabación de información en soporte magnético mediante la utilización de discos o cintas de material ferromagnético, donde un cabezal con un solenoide por donde circula una corriente con la información a grabar, imanta dicho soporte. Para leer esta información, el disco o cinta debe moverse ahora en las cercanías de un cabezal lector, formado por un circuito pasivo en el que hay un núcleo de hierro con una bobina arrollada a su alrededor. De este modo, al pasar el soporte magnetizado, inducirá en el núcleo un campo magnético variable que producirá un flujo magnético variable en la bobina, produciéndose, de este modo, una corriente inducida, y por tanto, la transformación de la información grabada en corriente eléctrica para su posterior tratamiento. El fundamento es válido tanto para información analógica como digital.

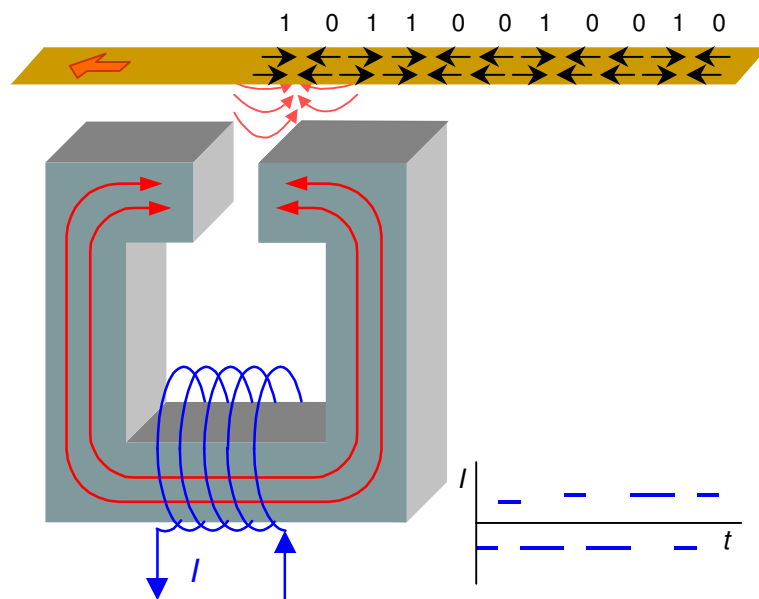


Figura 9-13. Lectura de información en soporte magnético

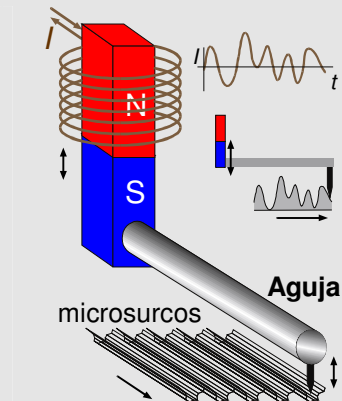


Lectura por inducción

La tecnología para la grabación y reproducción de información ha evolucionado a lo largo de todo el siglo XX, aunque los fundamentos físicos apenas han variado hasta la llegada de la tecnología óptica en 1979 con la aparición de los primeros CD.

Hasta la llegada de la era de la informática a mediados del siglo XX, en que comenzó a utilizarse también para datos informáticos, esta tecnología ha estado asociada a la industria musical.

Así, principios del siglo XX se utilizaba el gramófono para grabar y reproducir voz y música. Éste se transformó en tocadiscos con fonocaptor electromagnético en la década de 1930. Para almacenar la información musical, se utiliza un soporte plástico (discos de vinilo) que gira a 33 revoluciones por minuto. En este soporte, una aguja recorre los microsurcos grabados vibrando de acuerdo con las irregularidades de los microsurcos, al igual que haría una bicicleta en un camino montañoso. Las vibraciones de la aguja, son transmitidas a un imán, que induce de este modo un flujo magnético variable en un bobina, transformándose así la información “topográfica” del microsurco en corriente eléctrica inducida que reproduce las irregularidades del “terreno”. Puede hacerse con imán móvil (figura), o con bobina móvil.



Detalle de un fonocaptor electromagnético de imán móvil de un tocadiscos. La aguja, al pasar por las irregularidades del microsurco, vibra y transmite la vibración al imán.

A lo largo del siglo XX, el procedimiento evolucionó dirigido hacia su miniaturización, alcanzándose un gran hito con el desarrollo de los casetes portátiles a partir de 1961, que permitió por primera vez grabar y reproducir música fácilmente de un modo económico. El soporte en este caso es una cinta de material ferromagnético donde la información está grabada, al igual que en un disquete, en forma de dominios magnéticos, que son leídos al pasar la cinta cerca de un cabezal férreo con una bobina donde se induce la corriente, y por tanto, se lee la información.

En 1951 se usó la cinta magnética por primera vez para datos informáticos. En 1976 aparecen los primeros disquetes de 5,25 pulgadas. A finales del siglo XX, con la llegada de la era informática, se alcanzaron tamaños de cabezales muy pequeños capaces de leer y grabar. Sin embargo, el fundamento básico siguió siendo el mismo: un soporte con información, magnética en este caso, induce corriente en un cabezal lector con una bobina arrollada a su alrededor.

Corrientes de Foucault

En los ejemplos analizados en el apartado de fenómenos de inducción electromagnética las corrientes inducidas por variación del flujo magnético tenían lugar en circuitos bien definidos, pero una variación del flujo también induce corrientes en piezas metálicas, corrientes denominadas de Foucault o turbillonarias.

En el ejemplo de la Figura 9-14(a), disponemos de un imán y un disco metálico girando alrededor de un eje de forma que una parte del disco pasa por el interior del campo magnético creado por el imán. A través de cualquier camino o línea cerrada que consideremos de la pieza metálica existirá una variación del flujo magnético que inducirá una corriente que se opondrá a dicha variación según la ley de Lenz.

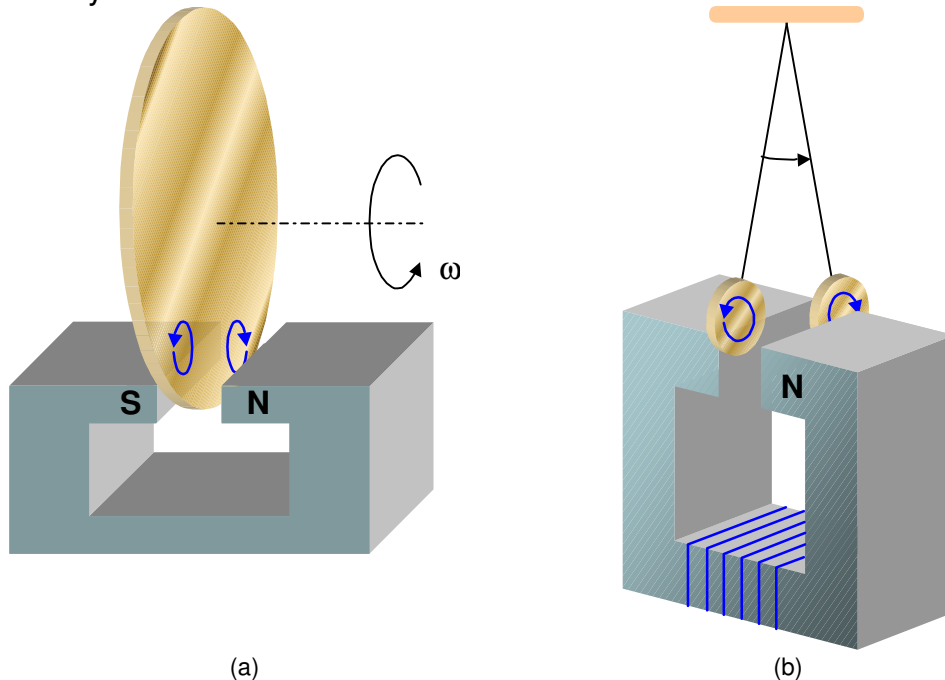


Figura 9-14. Corrientes de Foucault

Las corrientes de Foucault producen dos efectos, por un lado se produce un frenado magnético del disco y por otro un calentamiento por efecto Joule, que puede suponer un inconveniente. Éste se puede reducir evitando los posibles caminos en el interior de las piezas metálicas. Así por ejemplo, en los transformadores (apartado siguiente) se laminan los núcleos de hierro para minimizar estas pérdidas (ver Figura 9-17).

El efecto de frenado se produce al tener una corriente eléctrica en el interior de un campo magnético. En la Figura 9-14 (b), sobre el disco aparece una fuerza que se opone al movimiento del disco. Este efecto se utiliza en frenos magnéticos de trenes de alta velocidad, motores, balanzas de precisión, etc.

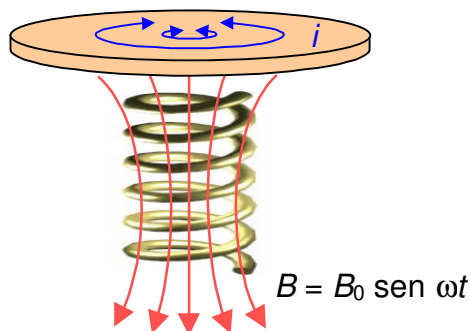


Figura 9-15. Corrientes de Foucault en hornos y cocinas de inducción

También los hornos de inducción se basan en las corrientes de Foucault. En este caso se trata de calentar una pieza metálica mediante corrientes inducidas como consecuencia de un campo magnético variable. Se trata de un campo magnético alternativo de muy alta frecuencia: $B_0 \sin \omega t$. Al variar el campo, y por lo tanto el flujo, también de forma sinusoidal, se inducen corrientes en una pieza metálica, que por la resistencia eléctrica del material, originan un desprendimiento de calor. Las corrientes inducidas son

directamente proporcionales a la rapidez de variación de flujo, y por tanto a la frecuencia de variación del campo magnético. Se utilizan en la fundición de metales y en cocinas de inducción.

Transformador

Una aplicación fundamental de los fenómenos de inducción es el dispositivo que vemos en la Figura 9-16, el transformador, utilizado para aumentar o reducir el voltaje en un circuito. Consta de dos bobinas (primario y secundario) arrolladas a un núcleo de material ferromagnético blando para evitar las pérdidas por calor producidas en el ciclo de histéresis y laminado, por las corrientes de Foucault que aparecen en el núcleo. Si por el primario con N_1 espiras, conectado a una fuente de tensión variable V_1 , circula una corriente I_1 , ésta crea un campo magnético, cuyo flujo variable está canalizado por el núcleo del transformador y atraviesa el secundario con N_2 espiras.

Según la ley de Faraday, tendremos tanto en el primario como en el secundario una f.e.m. inducida:

$$\varepsilon_1 = V_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}; \quad \varepsilon_2 = V_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Comparando ambas expresiones, siendo la variación del flujo magnético la misma en las dos bobinas, tenemos:

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1,$$

relación que nos da la relación de transformación del voltaje. Así, si el número de espiras del primario N_1 , es mayor que el número de espiras del secundario N_2 , tenemos un transformador reductor ya que la tensión en el secundario será menor que en el primario. Por el contrario, tendremos un transformador elevador, tensión más alta en el secundario que en el primario, cuando el número de espiras del secundario sea mayor que las del primario.

El transporte de energía eléctrica se realiza desde las centrales productoras hasta los usuarios a voltajes grandes y corrientes pequeñas para evitar pérdidas por efecto Joule, pues la potencia disipada en forma de calor depende del cuadrado de la intensidad. Posteriormente mediante transformadores se reduce a voltajes más bajos y corrientes más altas.

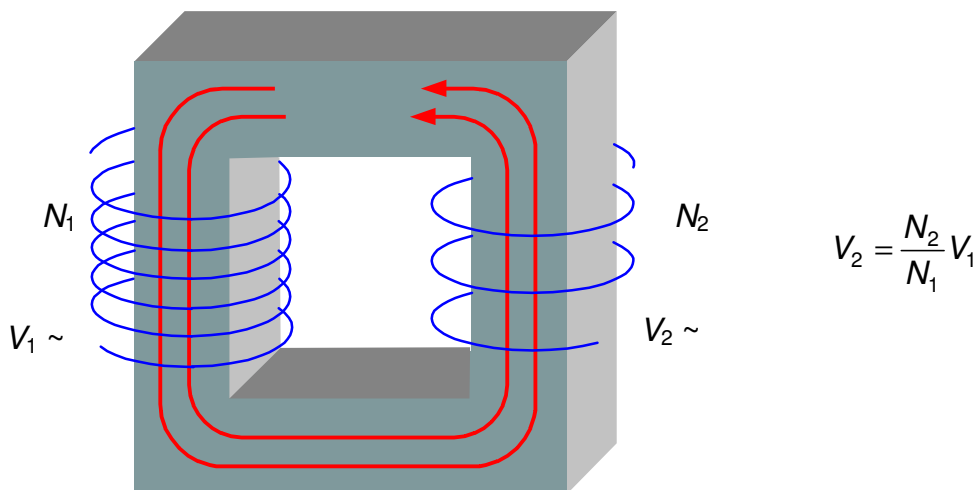


Figura 9-16. Transformador

Del mismo modo, muchos dispositivos que funcionan a bajo voltaje y se conectan a la red doméstica, necesitan reducir la tensión hasta los valores de funcionamiento.

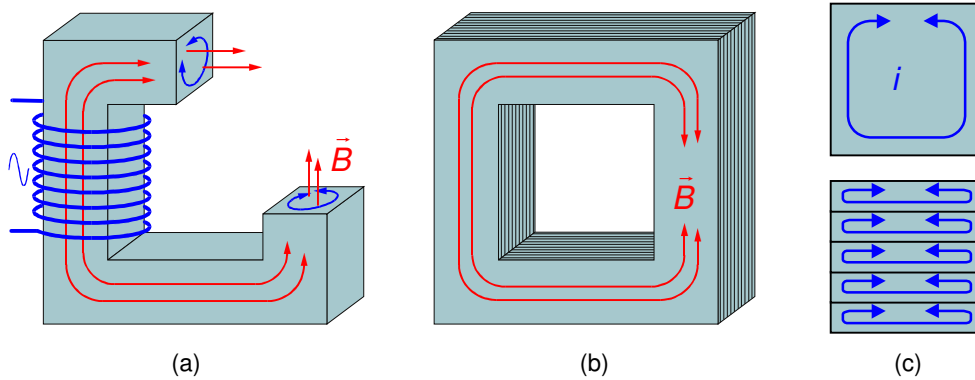


Figura 9-17. Para dificultar la formación de corrientes de Foucault (a) se laminan los transformadores (b). Así, se fragmentan los circuitos de corriente grandes (c), aumentando de esta manera la resistencia y disminuyendo la energía disipada en forma de calor

Generación de corriente alterna

El fundamento de la generación de una corriente alterna se basa en hacer girar una espira en el interior de un campo magnético uniforme, tal como se muestra en la Figura 9-18.

Conforme gira la espira el flujo magnético varía, creando una corriente inducida, que podemos determinar aplicando la ley de Faraday:

Si suponemos el campo uniforme:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos \varphi$$

donde φ es el ángulo que forman el vector superficie y el campo magnético. Si tenemos N espiras con las mismas características el flujo quedará multiplicado por N :

$$\Phi = NBS \cos \varphi$$

Si la velocidad de giro de la espira es constante (ω velocidad angular o pulsación):

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Aplicamos la ley de Faraday para obtener la fuerza electromotriz inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(NBS \cos(\omega t + \varphi_0))}{dt} = NBS\omega \sin(\omega t + \varphi_0) =$$

$$NBS\omega \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$$

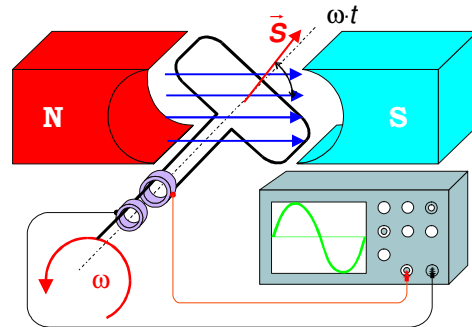


Figura 9-18. Generación de una corriente alterna sinusoidal

Obtenemos una fuerza electromotriz sinusoidal. Este principio, hacer girar una bobina en el interior de un campo magnético, es el fundamento de todos los generadores de electricidad, tanto de una central térmica, como hidráulica, nuclear, así como de la dinamo de una bicicleta.

Debido a la relevancia tecnológica y de todo tipo que tiene la corriente alterna, en el próximo capítulo se tratará específicamente de la corriente alterna sinusoidal.

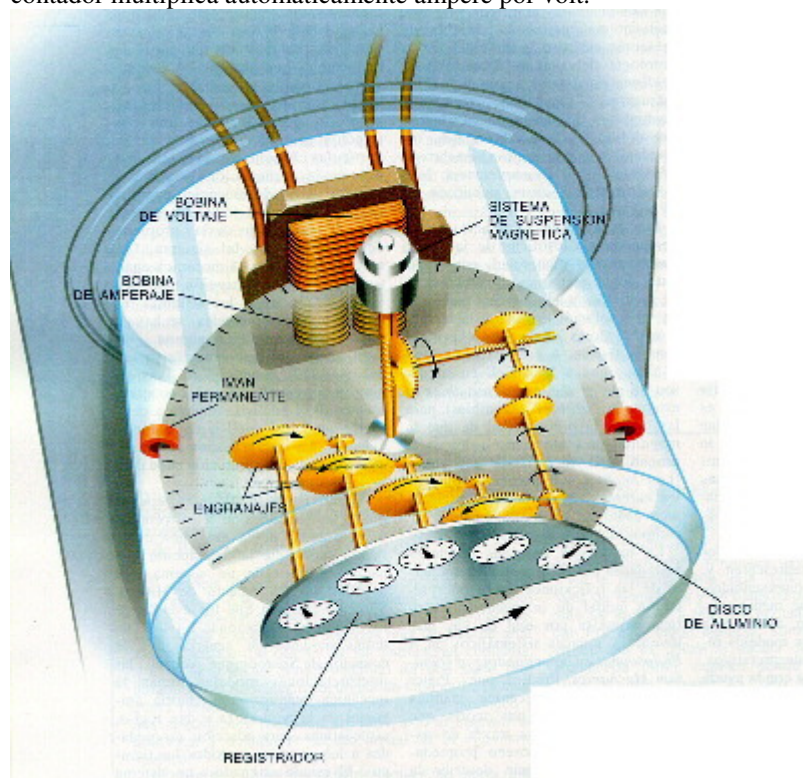


Contadores de electricidad

Les Rosenau

Investigación y Ciencia, mayo de 2000

El contador encerrado en una carcasa de vidrio que pende de una pared de su casa, en el sótano o de un poste cercano al aire libre, registra la energía que fluye a su domicilio procedente de una planta de la compañía de luz. Ese aparato mide la corriente (flujo de electrones, que se expresa en ampère) y el voltaje, o tensión que impulsa a los electrones por el hilo conductor. Para determinar el consumo, el contador multiplica automáticamente ampère por volt.



Un contador es, a grandes rasgos, un motor movido por las fuerzas magnéticas creadas por el paso de una corriente eléctrica a través de bobinas. Los conductores de entrada están conectados a una bobina de voltaje; la corriente fluye entonces por la bobina de amperaje hacia el circuito del domicilio. Cuando la corriente atraviesa las dos bobinas, el campo magnético inducido hace que un disco de aluminio gire a una velocidad proporcional a la cantidad de watt consumidos.

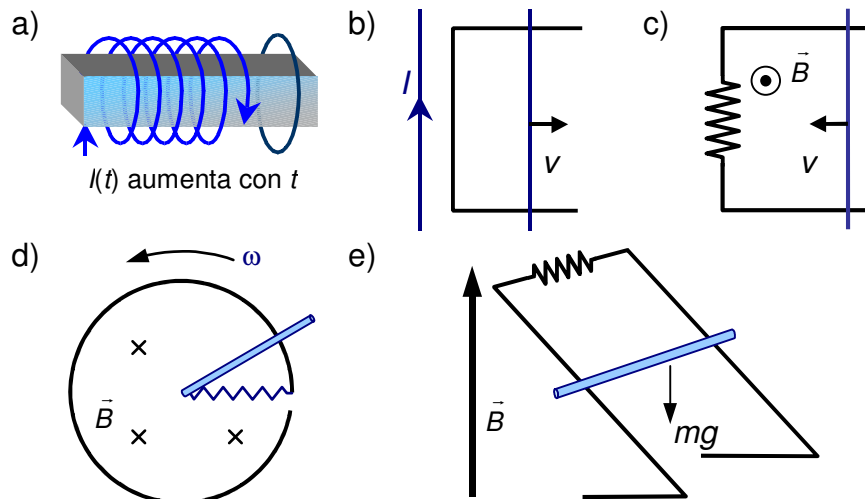
Sobre ambas caras del disco de aluminio hay montados imanes permanentes para asegurar la precisión de su movimiento; otro campo magnético mantiene suspendidos en el aire el disco y su eje, eliminando así los rozamientos que pudieran estorbar una lectura correcta.

Cada revolución del disco suele equivaler a 7,2 watt-hora. (Como referencia, una bombilla consume 100 watt-hora de electricidad por hora.) Cuanto más potencia consuma la casa, más rápido gira el disco. Como las compañías de electricidad miden los consumos en grandes unidades, o sea, en kilowatt-hora, cada 138,88 revoluciones del disco indican un consumo eléctrico de 1 Kilowatt-hora (1000 watt-hora). Por consiguiente cada 1000 vueltas del disco indican un consumo de 7,2 kilowatt-hora.

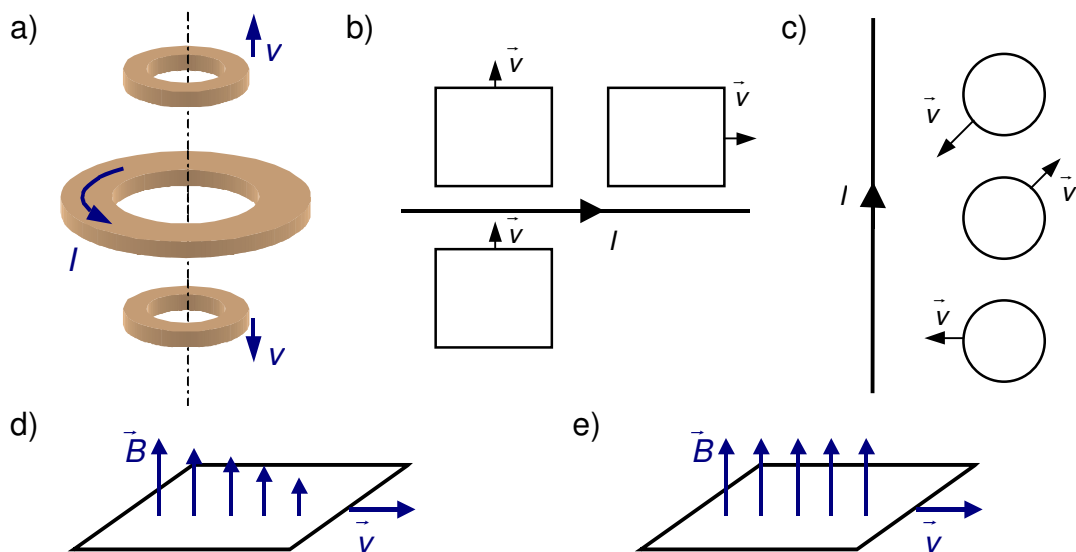
Un tren de engranajes transfiere la información sobre el número de revoluciones del disco al conjunto de diales de un registrador; el número de diales depende del tipo de contador. El lector del contador registra la posición del dial de kilowatt-hora y determina el consumo del mes por sustracción de la lectura anterior. La implantación de una nueva técnica permite que los contadores comuniquen las lecturas de kilowatt-hora a una instalación central mediante radioondas, líneas telefónicas o incluso mediante la misma línea de distribución de electricidad.

9.8 Problemas

1. Indica en los circuitos de la figura el sentido de la corriente inducida, así como el de la fuerza magnética que aparece sobre la parte móvil de los mismos.

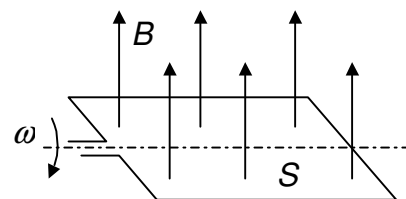


2. Dibuja el sentido de la intensidad inducida en las espiras que proceda en los siguientes casos.



3. Calcula el flujo magnético y la f.e.m. inducida en una espira de superficie S que gira con velocidad angular ω en un campo magnético uniforme B .

Sol: $\Phi = BS \cos \omega t$ $\varepsilon = BS \omega \sin \omega t$



4. Sea una bobina real con coeficiente de autoinducción $L = 2 \text{ H}$ y resistencia $R = 12 \Omega$ se conecta a un generador ideal de f.e.m. $\varepsilon = 24 \text{ V}$ (fig.(a)).

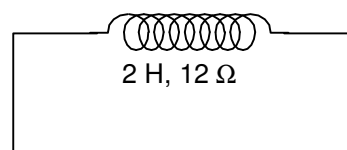
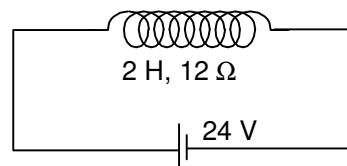
Una vez alcanzado el régimen estacionario:

a) ¿Cuál es la intensidad de la corriente en el circuito?

b) ¿Cuánto vale la energía almacenada en la bobina?

c) Si se cortocircuita la bobina y se suprime el generador (fig. (b)) ¿Cuánto vale la energía disipada en la bobina en forma de calor debido a su resistencia?

Sol: a) $I = 2 \text{ A}$, b) $W = 4 \text{ J}$, c) $W_Q = 4 \text{ J}$



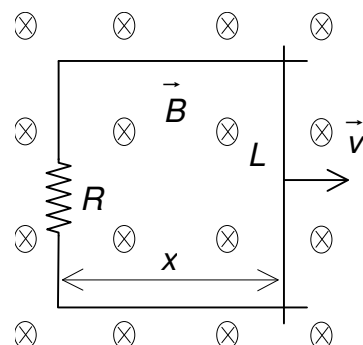
5. Una barra conductora de resistencia despreciable y longitud L desliza sin rozamiento, con velocidad constante v sobre un conductor en forma de U con resistencia R situado en un campo magnético \vec{B} perpendicular como se muestra en la figura. Calcula:

a) Flujo magnético que atraviesa la espira en función de x .

b) Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.

c) Fuerza que hay que ejercer sobre la barra para que se desplace con velocidad \vec{v} .

Sol: a) $\Phi = BLx$ b) $I = \frac{BLv}{R}$ c) $F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$



6. Sea un conductor rectilíneo infinito por el que circula una corriente de intensidad $I = Kt$ donde K es una constante positiva. Una espira rectangular de lados a y b se sitúa en el plano del conductor tal como se muestra en la figura. Calcula:

a) f.e.m. inducida ε_i .

b) Si la espira tiene una resistencia R , cuánto vale la i inducida, indicando su sentido.

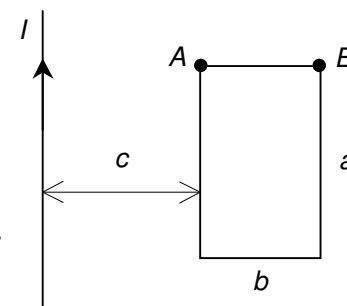
c) Fuerza magnética sobre el lado AB . $\vec{F}(t)$ (módulo, dirección y sentido).

d) Coeficiente de inducción mutua entre el hilo y la espira (M).

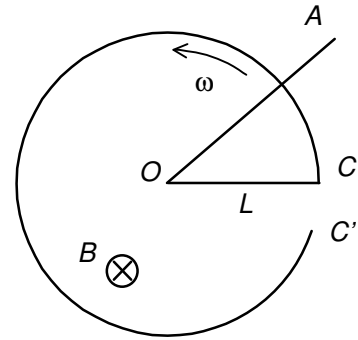
Sol:

a) $\varepsilon_i = \frac{\mu_0 K a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$ b) $i = \frac{\mu_0 K a}{2\pi R} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$

c) $F = \left[\frac{\mu_0 K}{2\pi}\right]^2 \ln^2\left(\frac{c+b}{c}\right) \frac{at}{R}$ perpendicular a AB y hacia abajo d) $M = \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln\left(\frac{c+b}{c}\right)$



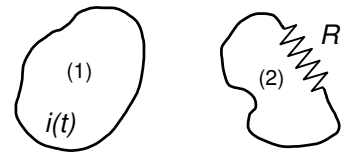
7. Un aro metálico de radio L y resistencia despreciable, abierto entre C y C' , está situado en el interior de un campo magnético B , uniforme, normal al plano del aro y sentido el que se indica en la figura, una barra de cobre, en el dibujo OA , gira alrededor de su extremo O , coincidente con el centro del aro, con velocidad angular ω constante, permaneciendo su extremo A en permanente contacto con el aro. Entre O y C hay un hilo conductor de resistencia R . Calcula:



- Flujo magnético, expresado en función del tiempo, a través del circuito $OACO$.
- Fuerza electromotriz inducida en dicho circuito.
- Intensidad de corriente que circula por la resistencia R .

Sol: a) $\Phi = \frac{BL^2\omega t}{2}$ b) $\varepsilon = \frac{BL^2\omega}{2}$ c) $I = \frac{BL^2\omega}{2R}$

8. El coeficiente de inducción mutua entre los dos circuitos de la figura es M . Si por el circuito 1 circula una corriente $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi)$, ¿cuál es la expresión de la intensidad inducida en el circuito 2?



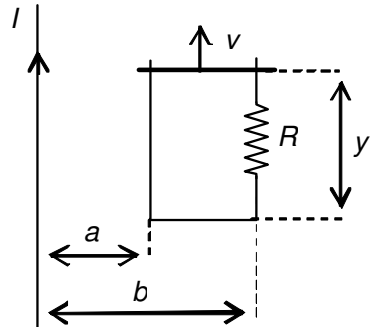
Sol: $\frac{MI_0\omega}{R} \sin(\omega t + \phi)$

9. Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente de 2 A en el sentido indicado.

En el mismo plano, y en la posición mostrada en la figura, se encuentra una espira de resistencia R , uno de cuyos lados se mueve con velocidad constante v en el sentido indicado.

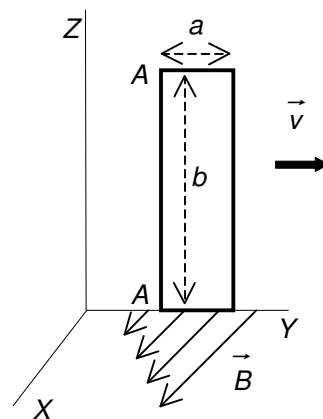
Calcula:

- El flujo magnético que atraviesa la espira, en función de y , debido a la corriente de 2 A.
- La f.e.m. inducida en dicha espira.
- Intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.
- Fuerza que actúa sobre el lado móvil de la espira.



Sol: a) $\Phi = \frac{\mu_0 I y}{2\pi} \ln(b/a)$ b) $\varepsilon = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(b/a) v$ c) $i = \varepsilon / R$ d) $F = \left[\frac{\mu_0 I \ln(b/a)}{2\pi} \right]^2 \frac{v}{R}$

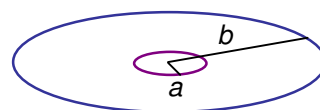
10. Una espira rectangular, de lados a y b , y resistencia R situada en el plano $X=0$, se mueve con velocidad constante v en la dirección del eje OY , tal como se indica en la figura. En dicha región del espacio existe un campo magnético no uniforme $\vec{B} = Cy\vec{i}$ T. Suponiendo que en el instante $t = 0$ el lado AA' de la espira coincide con el eje OZ , calcula para un instante t :



- Flujo que atraviesa la espira.
- F.e.m inducida en la espira.
- Intensidad que circula por la espira, indicando su sentido.
- Resultante de las fuerzas magnéticas que actúan sobre la espira, indicando su dirección y sentido.

Sol: a) $\Phi = \frac{Cb(a^2 + 2avt)}{2}$ b) $\varepsilon = avCb$ c) $i = avCb/R$ d) $\vec{F} = -\frac{a^2 b^2 C^2 v}{R} \vec{j}$

11. Dos espiras circulares, de radios $a = 1$ cm y $b = 50$ cm, concéntricas, están situadas en el mismo plano. (Se considera $a \ll b$). Calcula:



- Coefficiente de inducción mutua de ambas espiras.
- Flujo magnético que atraviesa la espira de radio b cuando por la de radio a circula una intensidad $I = 5$ A.

Sol: a) $M = \frac{\mu_0 \pi a^2}{2b} = 4 \cdot 10^{-11} \pi^2$ H b) $\Phi = 2\pi^2 \cdot 10^{-10}$ Wb

GLOSARIO

Ley de Faraday: Ley que nos cuantifica los llamados fenómenos de inducción electromagnética y que podemos enunciar del siguiente modo: “La fuerza electromotriz inducida en un circuito, ε , es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo magnético a través del circuito” ($\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$).

Ley de Lenz: El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce.

Corrientes de Foucault (turbillonarias): Corrientes que aparecen en el interior de masas metálicas cuando se producen variaciones del flujo magnético a su través.

Coefficiente de autoinducción (L): Constante de proporcionalidad entre el flujo magnético que atraviesa un circuito y la inten-

sidad que circula por él ($\Phi = LI$).

Su valor depende únicamente de la geometría del circuito.

Coeficiente de inducción mutua (M): Dados dos circuitos, el coeficiente de inducción mutua se define como la constante de proporcionalidad entre el flujo del campo magnético que atraviesa un circuito y la intensidad que circula por el otro y que crea el campo magnético ($\Phi_2 = MI_1$).

Su valor depende de la geometría de los circuitos y de la posición relativa de ambos.

Henrio (H): Unidad de los coeficientes de inducción en el sistema internacional. Entre dos circuitos hay una inducción mutua de un henrio cuando, al variar la corriente en uno de los circuitos a razón de un amperio por segundo, se induce en el otro una f.e.m. de un voltio.

Constante de tiempo de un circuito RL ($\tau = L/R$): Al cerrar un circuito, equivale al tiempo necesario para alcanzar un 63% de la intensidad del régimen estacionario.