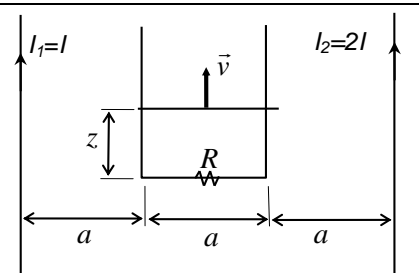




1. La espira rectangular de la figura, de lados  $a$  y  $z$ , se encuentra en el mismo plano que dos conductores rectilíneos, indefinidos y paralelos, situados como se indica en la figura, por los cuales circulan intensidades  $I_1=I$  e  $I_2=2I$  en el mismo sentido. El lado superior de la espira se mueve con velocidad constante en el sentido indicado en la figura. Determina en función de  $z$  (medida del lado de longitud variable):

- La expresión del flujo magnético a través de la espira del campo magnético que crea el hilo 1.
- La expresión del flujo magnético a través de la espira del campo magnético que crea el hilo 2.
- La expresión del flujo magnético total a través de la espira.
- Fuerza electromotriz inducida en la espira.
- Intensidad de corriente en la espira, **justificando** su sentido, si la resistencia eléctrica es  $R$ .
- Coefficiente de inducción mutua entre el hilo 2 y la espira rectangular.

3 puntos



- El campo magnético que crea una corriente que circula por un conductor rectilíneo indefinido a una distancia  $x$  del conductor, es  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ ; La dirección del campo magnético originado por una corriente es perpendicular a la dirección de la corriente ( $\vec{d\ell}$ ) y a la dirección de la línea que une la corriente con el punto problema ( $\vec{r}$ ), ley de Biot y Savart  $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$ . En este caso el campo magnético creado por el **conductor 1** en la zona de la espira aplicando la regla de la mano derecha a dicho producto vectorial será perpendicular al papel y hacia dentro.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} (-\vec{k}), \text{ siendo } x \text{ la distancia de cada punto al conductor 1.}$$

Al calcular el flujo deberemos tomar una superficie elemental en la que el campo sea uniforme: una superficie rectangular de altura  $z$  y amplitud  $dx$  en la que el valor de  $B$  es constante, y que podremos desplazar sobre la espira desde una distancia  $a$  del conductor hasta una distancia  $2a$ . De este modo, el elemento de superficie viene dado por  $dS = zdx$ . Consideramos el sentido del vector superficie elemental contrario al del del campo (podríamos haber considerado lo contrario),

$$\text{así, } \Phi_1 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = - \int_a^{2a} B dS = - \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} z dx = - \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln\left(\frac{2a}{a}\right) = - \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 2 \quad (\text{flujo entrante})$$

- En este caso el campo magnético creado por el **conductor 2** en la zona de la espira aplicando la regla de la mano derecha será perpendicular al papel y hacia fuera.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} (\vec{k}) = \frac{\mu_0 2I}{2\pi x} (\vec{k}), \text{ siendo } x \text{ la distancia de cada punto al conductor 2.}$$

El flujo tendrá signo contrario al creado por el conductor 1.

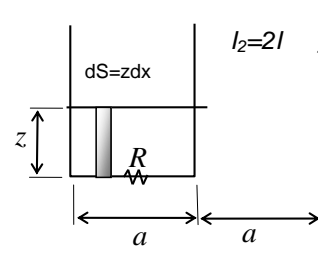
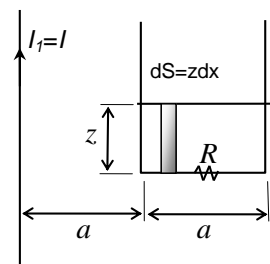
$$\Phi_2 = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_a^{2a} B dS = \int_a^{2a} \frac{\mu_0 2I}{2\pi x} z dx = \frac{\mu_0 2I z}{2\pi} \ln\left(\frac{2a}{a}\right) = \frac{\mu_0 2I z}{2\pi} \ln 2 \quad (\text{flujo saliente})$$

- El flujo magnético total a través de la espira será la suma algebraica de los dos:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = - \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 2 + \frac{\mu_0 2I z}{2\pi} \ln 2 = \frac{\mu_0 I z}{2\pi} \ln 2 \quad (\text{flujo saliente})$$

- La fuerza electromotriz inducida la calculamos utilizando la ley de Faraday. Teniendo en cuenta que la única variable que depende del tiempo es  $z$ , el valor absoluto de la fem será:

$$|\mathcal{E}_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(2) \frac{dz}{dt} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(2) v$$



e) Aplicamos la ley de Lenz para obtener el sentido de la corriente inducida: al mover el lado superior  $z$  aumenta, y el flujo saliente total, que es proporcional a  $z$ , aumentará también. La corriente se opondrá a esta variación creando un campo en sentido contrario al total. Aplicando la regla de la mano derecha a la espira, el sentido de la corriente inducida es el de las agujas del reloj (horario). Su valor es:

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \ln(2) v$$

f) El coeficiente de inducción mutua entre la espira y el hilo 2, es la relación entre  $\Phi_2$  e  $I_2$ :

$$M = \frac{\Phi_2}{I_2} = \frac{\frac{\mu_0 2I_2 z}{2\pi} \ln 2}{2I} = \frac{\mu_0 z}{2\pi} \ln 2$$

2. Un solenoide formado por 20000 espiras tiene una sección  $5 \text{ cm}^2$  y una longitud de 10 cm. Si el solenoide es recorrido por una corriente de 1 A, calcula:

- El campo magnético en su interior, admitiendo que es uniforme dentro del solenoide.
- El flujo magnético que atraviesa el solenoide.
- Su coeficiente de autoinducción.

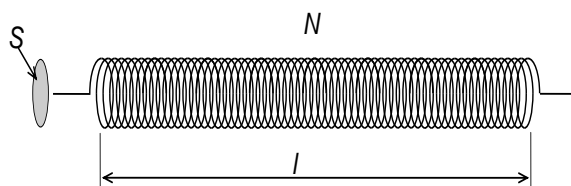
1,5 puntos

a)  $B = \frac{\mu_0 N I}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20.000 \times 1}{0,1} = 0,25 \text{ T}$  (0,5 puntos)

b)  $\Phi = N \int_S B dS = N B \int_S dS = N B S$

$\Phi = N B S = 20.000 \times 0,25 \times 5 \times 10^{-4} = 2,5 \text{ W}$  (0,5 puntos)

c)  $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{2,5}{1} = 2,5 \text{ H}$  (0,5 puntos)



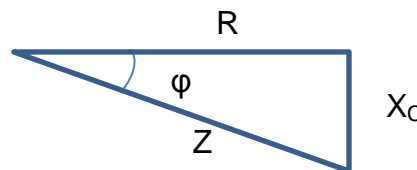
3. Por un circuito compuesto por dos elementos puros en serie alimentados por una fuente de tensión  $u(t) = 40 \cos(1000t - 20^\circ) \text{ V}$ , circula una intensidad de corriente  $i(t) = 2 \cos(1000t + 10^\circ) \text{ A}$ .

- Determina los mencionados elementos y dibuja el triángulo de impedancias.
- Determina la tensión en bornes de dichos elementos.

2 puntos

- a) Fijándonos en el desfase tensión- intensidad  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -20^\circ - 10^\circ = -30^\circ$  deducimos que se trata de una resistencia y un condensador, al ser el desfase negativo.

Del triángulo de impedancias también conocemos  $Z$ ,



$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{40}{2} = 20 \text{ } \Omega$$

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cos 30^\circ = 17,32 \text{ } \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = Z \sin \varphi = 20 \sin 30^\circ = 10 \text{ } \Omega$$

$$C = \frac{1}{10 \cdot 1000} = 100 \text{ } \mu\text{F}$$

b)  $u_R(t) = R I_m \cos(1000t + 10^\circ) = 34,64 \cos(1000t + 10^\circ) \text{ V}$  (0,5 puntos)

$u_C(t) = \frac{1}{C\omega} I_m \cos(1000t - 80^\circ) = 20 \cos(1000t - 80^\circ) \text{ V}$  (0,5 puntos)

4. Un semiconductor extrínseco tipo n está formado por Si dopado con  $10^{20}$  átomos de Sb/ $\text{m}^3$  (Sb es un donador de  $e^-$ ). La concentración intrínseca del Si a 300 K es  $n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$  y a 500 K  $n_i = 3,7 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$

- Calcular la concentración de electrones y huecos en dicho semiconductor a 300 K.
- Calcular la concentración de electrones y huecos en dicho semiconductor a 500 K.
- Razona si la carga eléctrica neta del semiconductor en ambos casos es positiva, negativa, o neutra.

2 puntos

a)  $n \cdot p = n_i^2 \Rightarrow n \cdot p = 1,5^2 \cdot 10^{32}$

( $N_D$ ) es muy grande comparado con la concentración intrínseca ( $n_i$ ) ( $10^{20} \gg 10^{16}$ ), entonces

$$n \approx N_D = 10^{20} \text{ e}^- / \text{m}^3 \quad p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{1,5^2 \cdot 10^{32}}{10^{20}} = 2,25 \cdot 10^{12} \text{ h} / \text{m}^3 \quad (0,8 \text{ puntos})$$

b) En este caso debemos resolver el sistema de ecuaciones

$$n \cdot p = n_i^2 \Rightarrow n \cdot p = (3,7 \cdot 10^{20})^2$$

$$N_A + n = N_D + p$$

$$n = 10^{20} + p, \text{ resultando,}$$

$$n = 4,2 \cdot 10^{20} \text{ e}^- / \text{m}^3$$

$$p = 3,2 \cdot 10^{20} \text{ e}^- / \text{m}^3$$

(0,8 puntos)

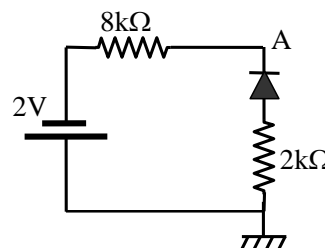
c) Neutra (ley de neutralidad eléctrica)

(0,4 puntos)

5. Dado el circuito de la figura, suponiendo una tensión de codo para el diodo de 0,6 V y resistencia  $5 \Omega$ , calcula:

- a) La corriente que circula por el circuito, utilizando las tres aproximaciones del diodo.  
b) La tensión del punto A.

1,5 puntos



El sentido de la corriente será antihorario y su valor dependerá de la aproximación utilizada:

1ª aproximación: Diodo ideal. Tensión umbral y resistencia del diodo nulas.

$$i = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ mA}$$

2ª aproximación:  $V_u = 0,6 \text{ V}$   $r = 0$

$$i = \frac{2 - 0,6}{10} = 0,14 \text{ mA}$$

3ª aproximación:  $V_u = 0,6 \text{ V}$   $r = 5 \Omega$

$$i = \frac{2 - 0,6}{10 + 0,005} = 0,1399 \text{ mA} \quad (1 \text{ punto})$$

El potencial del punto A calculado en el sentido de la corriente, utilizando la intensidad obtenida mediante la 2ª aproximación, es:

$$V_A - V_T = I \sum R - \left( \sum \varepsilon \right) = 8 \cdot 0,14 - 2 = -0,88 \text{ V}$$

Si lo hubiéramos calculado en sentido contrario por supuesto obtenemos el mismo resultado:

$$V_A - V_T = I \sum R - \left( \sum \varepsilon \right) = -2 \cdot 0,14 - 0,6 = -0,88 \text{ V} \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Formulario

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$

$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$

$|\varepsilon| = \frac{d\phi}{dt}$

$\phi = L \cdot I$

$\phi = M \cdot I$

$W_L = \frac{1}{2} L \cdot I^2$

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ (S.I.unidades)}$

$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

$X_L = L\omega$

$X_C = \frac{1}{C\omega}$

$\text{tg}\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$

$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$

$n \cdot p = n_i^2$

$N_A + n = N_D + p$