(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 **(3 puntos)**

Dado el lenguaje $L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_b = |x|_a + 1\}$ y el homomorfismo:

$$\begin{cases} h(0) = b \\ h(1) = ab \\ h(2) = ba \end{cases}$$

(a) (0.75 puntos) Enumere las primeras 10 palabras en orden canónico del lenguaje $\overline{L}$.

Solución:
$\lambda, a, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, baa.$

(b) (0.75 puntos) Describa el lenguaje $(bb)^{-1}L$.

Solución:
$(bb)^{-1}L_2 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_a = |x|_b + 1\}.$

(c) (0.75 puntos) Describa el lenguaje LL^r.

Solución:
Teniendo en cuenta que $L^r = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_b = |x|_a + 1\}$, se tiene que $LL^r = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_b = |x|_a + 2\}$.

(d) (0.75 puntos) Describa el lenguaje $h^{-1}(L)$.

Solución:
$h^{-1}(L) = \{x \in \{0,1,2\}^* \ : \ |x|_0 = 1\}.$

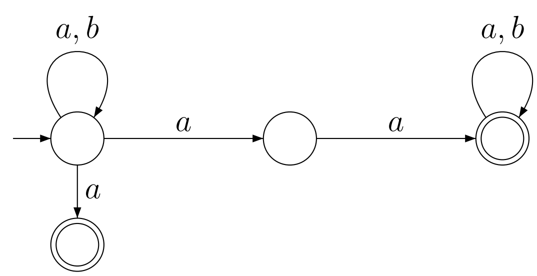
Cuestión 2 **(3 puntos)**

Proporcione:

(a) (1 punto) Un AF que acepte el lenguaje
$L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ aa \in Seg(x) \vee a \in Suf(x)\}$.

Solución:

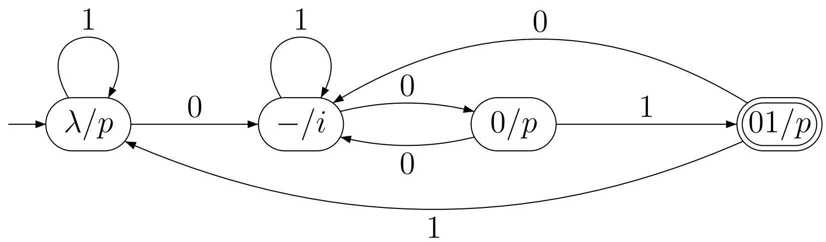
Un AFN que acepta el lenguaje es el siguiente:



(b) (2 puntos) Un AFD que acepte el lenguaje
$L = \{x \in \{0,1\}^* \ : \ 01 \in Suf(x) \wedge |x|_0 \text{ mód } 2 = 0\}$.

Solución:

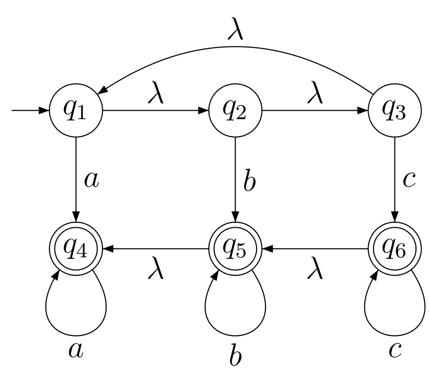
Un AFD que identifica el lenguaje es el siguiente:



Los nombres de los estados representan información relevante a la hora de aceptar las palabras del lenguaje. Así, se indica la cadena que puede ser considerada en la búsqueda del sufijo 01 y si el número de símbolos 0 analizados es par o impar.

Cuestión 3 **(2 puntos)**

Proporcione un AFD equivalente al siguiente autómata.



Solución:

La siguiente tabla muestra la λ-clausura de cada estado:

Q	$\lambda - clausura$
q_1	$\{q_1, q_2, q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_2, q_3\}$
q_3	$\{q_1, q_2, q_3\}$
q_4	$\{q_4\}$
q_5	$\{q_4, q_5\}$
q_6	$\{q_4, q_5, q_6\}$

Aplicando la construcción para obtener directamente un AFD equivalente se obtiene el siguiente autómata:

		a	b	c
$\rightarrow$	$\lambda - clausura(\{1\}) = \{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$
$\leftarrow$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\leftarrow$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\emptyset$
$\leftarrow$	$\{q_4, q_5, q_6\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$

Si se considera la construcción de un AFN equivalente al AF-λ, el resultado es el siguiente:

		a	b	c
$\rightarrow$	q_1	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$
	q_2	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$
	q_3	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$
$\leftarrow$	q_4	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\leftarrow$	q_5	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\emptyset$
$\leftarrow$	q_6	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$

a partir del cual puede obtenerse el AFD representado en la siguiente tabla:

		a	b	c
$\rightarrow$	$\{q_1\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$
$\leftarrow$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\leftarrow$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\emptyset$
$\leftarrow$	$\{q_4, q_5, q_6\}$	$\{q_4\}$	$\{q_4, q_5\}$	$\{q_4, q_5, q_6\}$

Cuestión 4 **(2 puntos)**

Pronúnciese sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

(a) (1 punto)

Considere dos lenguajes cualesquiera L_1 y L_2 sobre el alfabeto Σ y un homomorfismo $h : \Delta \rightarrow \Sigma$.
Si L_1 y L_2 son tales que $h^{-1}(L_1) = h^{-1}(L_2)$, entonces $L_1 = L_2$.

Solución:

La afirmación es falsa. Como contraejemplo considérense los lenguajes $L_1 = \{a\}$ y $L_2 = \{b\}$ y el homomorfismo:

$$\begin{cases} h(0) = ba \\ h(1) = bb \end{cases}$$

Puede verse que $h^{-1}(L_1) = h^{-1}(L_2) = \emptyset$, con lo que se contradice la afirmación.

(b) (1 punto)

Dada una palabra $x \in \Sigma^*$, se define la clase de lenguajes $\mathcal{L}_x$ como:

$$\mathcal{L}_x = \{L \subseteq \Sigma^+ \ : \ x \in L\}.$$

Si L_1 y L_2 son lenguajes en la clase $\mathcal{L}_x$, entonces se cumple que L_1L_2 también es un lenguaje en la misma clase.

Solución:

La afirmación es falsa. Como contraejemplo considérese la clase de lenguajes $\mathcal{L}_a$ y los lenguajes $L_1 = \{a\}$ y $L_2 = \{a, b\}$.

El producto de los lenguajes considerados es $L_1L_2 = \{aa, ab\}$, que no pertenece a la clase $\mathcal{L}_a$ (no contiene la palabra a), con lo que se contradice la afirmación.