ANÁLISIS MATEMÁTICO (AMA)

UT3 - Problemas Propuestos: INTEGRACIÓN APROXIMADA

1. a) Aproxima el valor de la integral $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ mediante la fórmula de trapecios con diez subdivisiones del intervalo de integración

   b) Encuentra una cota para el error cometido en la aproximación

   c) Compara los valores exacto y aproximado de la integral.

2. a) Utiliza el método de los trapecios para aproximar $\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ con dos decimales exactos, al menos. ¿Obtienes en realidad la precisión que esperas?

   b) Trabaja como en *a*) pero utilizando la regla de Simpson, buscando cuatro decimales exactos, al menos.

3. a) Verifica que, si utilizas la regla de Simpson con cuatro subdivisiones del intervalo de integración, puedes aproximar $\log(2) = \int_1^2 \frac{dx}{x}$ con dos decimales exactos, al menos. Encuentra la aproximación en cuestión

   b) Acota el error cometido al subdividir el intervalo de integración en diez partes iguales y compara el valor exacto de la integral con la aproximación, en este caso. ¿Son compatibles ahora la cota de error y el error que se obtiene realmente?

   c) Determina el número de subdivisiones a realizar en $[1, 2]$ para conseguir aproximar $\log(2)$ con siete decimales exactos, al menos y obtén, si es posible, la aproximación en cuestión. Si lo haces verifica que es compatible con el valor exacto.

4. Considera la curva de ecuación $y = x^3 - 1$

   a) Calcula el área encerrada por $f(x)$ y los ejes coordenadas

   b) Aproxima el área de *a*) con dos cifras decimales correctas usando el método de trapecios

ANÁLISIS MATEMÁTICO (AMA)

UT3 - Ejercicios adicionales: INTEGRACIÓN APROXIMADA

*1. a) Encuentra la ecuación de la parábola que pasa por los puntos $(-h, f(-h))$, $(0, f(0))$ y $(h, f(h))$

   b) Integra la parábola en $[-h, h]$ para obtener la fórmula de Simpson que aproxima $\int_{-h}^{h} f(x)\,dx$ con dos subdivisiones

   c) Comprueba que si $f(x)$ es un polinomio de tercer grado la aproximación hallada en $b)$ es exacta

   d) Verifica que si $f(x) = \cos(x)$, por ejemplo, la aproximación ya no es exacta.

2. Calcula el valor exacto de $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)(2+x)}$ y las aproximaciones que obtienes con los métodos de trapecios y Simpson considerando el intervalo de integración dividido en cuatro subintervalos.

3. Considera la integral $\int_1^2 x^3 \log(\sqrt{x})\,dx$

   a) Calcula su valor exacto mediante integración por partes

   b) Aproxima este valor utilizando la regla de Simpson, con tres decimales exactos, al menos

   c) Verifica que este último resultado es compatible con el valor hallado en $a)$.

*4. Considera la integral $\int_0^{1/4} \arcsin(\sqrt{x})dx$

   a) Calcula su valor exacto utilizando un cambio de variable e integración por partes

   b) Aproxima este valor haciendo uso de la regla de trapecios con un error menor que 10^{-3}

   c) Aproxima la integral utilizando la regla de Simpson, con tres decimales exactos, al menos.

5. a) Aproxima $\int_{1.8}^{2.6} f(x)dx$, mediante trapecios y Simpson, teniendo en cuenta que el integrando se define a partir de la tabla:

x	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	3.12014	4.42569	6.04241	8.03014	10.46675

   b) Si la velocidad de un objecto se conoce a través de la tabla de valores

$t_{\ (s)}$	0	5	10	15	20	25	30
$v_{\ (m/s)}$	0	1	3	6	9	12.5	15

   determina el valor aproximado del espacio recorrido los primeros 30 segundos, haciendo uso de los métodos de trapecios y de Simpson.