

2. Seminari 2: Exercicis i problemes amb vectors i matrius

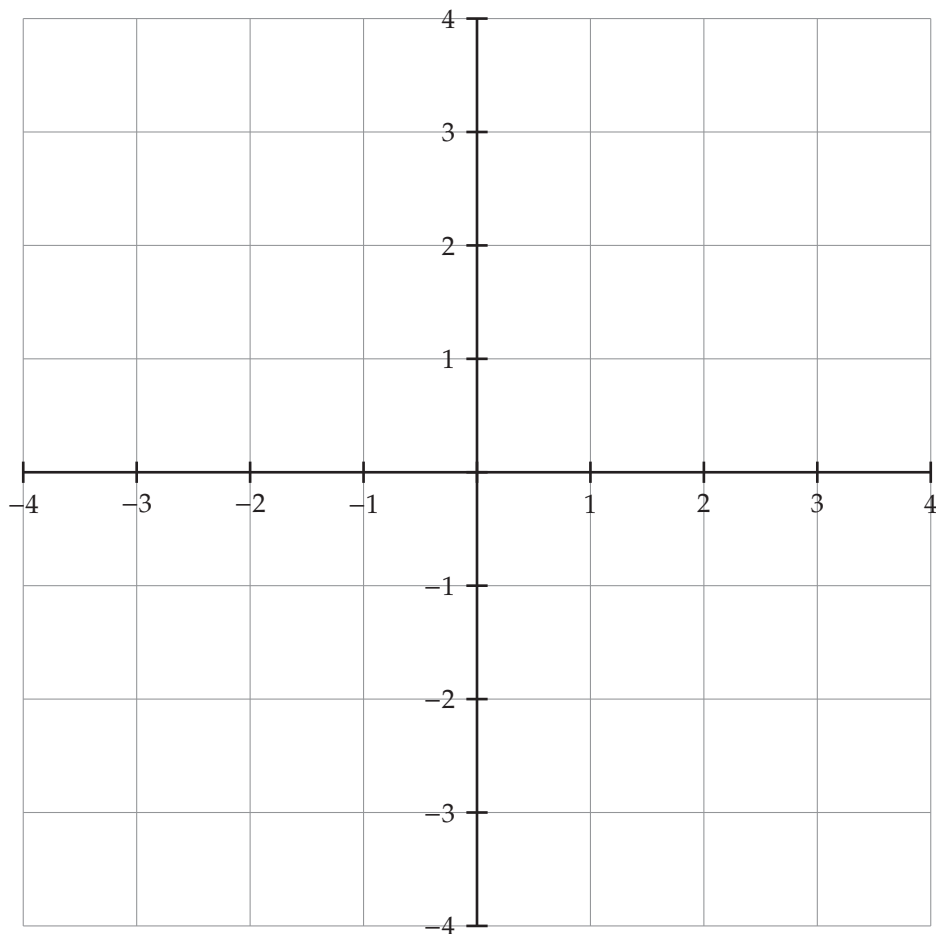
En aquesta sessió resoldrem diversos exercicis a prop de les operacions amb vectors i matrius.

2.1. Operacions amb vectors

EXERCICI 2.1. (Combinacions lineals) Considerem els vectors de \mathbb{R}^3 següents: $\vec{u}_1 = (1, -1, 2)$, $\vec{u}_2 = (0, 1, -3)$ i $\vec{u}_3 = (-1, 3, -8)$. Calculeu (a) $\vec{u}_1 + \vec{u}_2$, (b) $3\vec{u}_3$ i (c) $\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2 + \vec{u}_3$.

EXERCICI 2.2. (Representació gràfica dels vectors en \mathbb{R}^2)

Siguen $\vec{u}_1 = (1, -2)$ i $\vec{u}_2 = (-1, 1)$. Representeu gràficament els vectors \vec{u}_1 , \vec{u}_2 , $2\vec{u}_1$, $-\vec{u}_2$, $3\vec{u}_1 + 3\vec{u}_2$, $\vec{u}_1 - 2\vec{u}_2$, $5\vec{u}_1 + 9\vec{u}_2$ i $-4\vec{u}_1 - 6\vec{u}_2$.



EXERCICI 2.3. (Norma d'un vector) Calculeu les longituds dels vectors $\vec{e}_1 = (1, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1)$, $\vec{u} = (3, 4)$ i $\vec{v} = (1, 2)$.

EXERCICI 2.4. (Angle entre dos vectors) Calculeu l'angle entre les següents parelles de vectors:

1. $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$ i $\vec{v} = (0, 1)$

2. $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$ i $\vec{v} = (2, 2)$

3. $\vec{u} = (1, 2, 3)$ i $\vec{v} = (1, 2, 6)$ (ací podeu fer servir la calculadora)

4. $\vec{u} = (1, 2, 1, 2)$ i $\vec{v} = (2, -1, -2, 1)$

2.2. Operacions amb matrius

EXERCICI 2.5. (Un producte matriu-vector) Calculeu el producte $A\vec{b}$, essent $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -5 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$,
(a) element a element i (b) fent combinacions lineals de les columnes de A.

EXERCICI 2.6. Siga $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 9 & -5 \\ 4 & 8 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ i $\vec{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$. Escriviu el vector $\vec{b} = A\vec{x}$ com a combinació lineal de les columnes de A.

EXERCICI 2.7. (Producte de matrius i operacions elementals) Calculeu els productes següents fent combinacions lineals de les files de la matriu $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} =$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} =$

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} =$

EXERCICI 2.8. (Matrius inverses i determinants) Calculeu el producte AB essent

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$