UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

GII - Técnicas de Optimización

Primer examen parcial

30 marzo 2022

Apellidos

Nombre

DNI

Firma

Grupo de matrícula ☐ M ☐ T

- Contesta razonada y claramente a las preguntas que se plantean.
- No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, anotaciones, etc.
- No se permite desgrapar las hojas.
- No se facilitarán hojas de escritura adicionales.
- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico, excepto calculadoras no programables.
- Se permite escribir las respuestas a lápiz.
- Tiempo estimado: 2 horas y 30 minutos.

Una empresa que fabrica tres tipos de material desea conocer cuál es la política de producción óptima desde el punto de vista económico. Con esa finalidad, se ha construido un modelo lineal, el cual contempla el beneficio neto que es posible obtener por cada unidad fabricada y vendida de cada material, así como la disponibilidad limitada de materia prima, tiempo para el proceso de fabricación, así como la demanda mínima:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Max} & \text{[Beneficio]} & z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \text{ (miles de euros/semana)} \\ \text{s.a:} & \text{[Materia prima]} & x_1 + 1/2x_2 + x_3 \leq 9 \text{ (Kg/semana)} \\ & \text{[Fabricación]} & 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \text{ (horas/semana)} \\ & \text{[Demanda]} & x_1 + x_2 + x_3 \geq 10 \text{ (unidades/semana)} \\ & & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}\right\} (P).$$

Las variables de decisión del modelo, x_1, x_2 y x_3 representan, respectivamente, la cantidad a fabricar de material 1, 2 y 3 (en unidades/semana).

En el proceso de resolución del modelo (P) mediante la aplicación del algoritmo símplex revisado, se ha obtenido la siguiente solución:

	B^{-1}			X_B
x_1	1	0	0	9
h_2	-3	1	0	3
a_3	-1	0	1	1
$C_B^t \cdot B^{-1}$				

Donde las variables de holgura se han nombrado como h_i siendo ***i*** el número de orden de la restricción a la que está asociada la variable. Idem en el caso de las variables artificiales donde sean necesarias.

a) Verifica si la solución dada es óptima para el problema (P) y en caso negativo, completa la aplicación del algoritmo símplex hasta alcanzar la solución óptima indicando claramente qué variable entra y cuál sale de la base en cada iteración. Indica claramente el valor de las variables y de la función objetivo en la solución óptima. [2 puntos]

b) ¿Cuál debería ser el beneficio unitario mínimo del material 3 para que fuera interesante fabricarlo? Justifica tu respuesta a partir de la información obtenida en la solución óptima calculada en el apartado a). [0,75 puntos]

c) Un cliente preferente ha solicitado 4 unidades de material 1. Partiendo de la tabla de la solución óptima calculada en el apartado a), calcula el nuevo valor de las variables y de la función objetivo para cumplir con este supuesto justificando en cada caso tu respuesta. [0,75 puntos]

Se desea minimizar el tiempo empleado en elaborar un determinado pedido de mascarillas de tela artesanales. En concreto, el taller que las elabora se ha comprometido a entregar al menos 500 mascarillas, de las cuales:

- al menos 300 deben ser estampadas (con o sin filtro antibacteriano), y el resto lisas; y
- como mucho 200 pueden ser *sin* filtro antibacteriano (da igual si son lisas o estampadas).

Cada mascarilla lisa (con o sin filtro) requiere de 0,19 m^2 de tela lisa para ser fabricada. Cada mascarilla estampada (con o sin filtro) requiere de 0,09 m^2 de tela lisa y 0,10 m^2 de tela estampada para su fabricación. Cada mascarilla con filtro antibacteriano requiere, además, de 0,05 m^2 de dicho filtro. Se dispone de 60 y 40 m^2 de tela lisa y estampada, respectivamente, y de 30 m^2 de filtro.

Los tiempos que la única línea de producción del taller tarda en fabricar cada tipo de mascarilla se muestran en la siguiente tabla:

	Lisa sin filtro	Lisa con filtro	Estampada sin filtro	Estampada con filtro
Tiempo de elaboración (minutos/unidad)	0,9	1,2	1,5	1,6

La línea de producción puede ser programada para fabricar cualquier cantidad de los diferentes tipos de mascarilla.

A partir de la información disponible, se ha planteado el siguiente modelo de programación lineal:

Variables

$LS =$ Cantidad de mascarillas **lisas** **sin** filtro a fabricar.
$LC =$ Cantidad de mascarillas **lisas** **con** filtro a fabricar.
$ES =$ Cantidad de mascarillas **estampadas** **sin** filtro a fabricar.
$EC =$ Cantidad de mascarillas **estampadas** **con** filtro a fabricar.

Función objetivo

Min $z = 0{,}9LS + 1{,}2LC + 1{,}5ES + 1{,}6EC$ (minutos)

Restricciones

[TELA_LISA] $0{,}19(LS + LC) + 0{,}09(ES + EC) \leq 60$ (metros cuadrados)
[TELA_ESTAMPADA] $0{,}10(ES + EC) \leq 40$ (metros cuadrados)
[FILTRO] $0{,}05(LC + EC) \leq 30$ (metros cuadrados)
[DEM_ESTAMPADAS] $ES + EC \geq 300$ (unidades)
[DEM_SINFILTRO] $LS + ES \leq 200$ (unidades)
[DEM_TOTAL] $LS + LC + ES + EC \geq 500$ (unidades)
Naturaleza de las variables: $LS, LC, ES, EC \geq 0$

El modelo planteado se ha resuelto con Lingo. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

Variable	Value	Reduced Cost
LS	150.0000	0.000000
LC	0.000000	0.2000000
ES	50.00000	0.000000
EC	300.0000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	690.0000	-1.000000
TELALISA	0.000000	6.000000
TELAESTAMPADA	5.000000	0.000000
FILTRO	15.00000	0.000000
DEMESTAMPADAS	50.00000	0.000000
DEMSINFILTRO	0.000000	0.1000000
DEMTOTAL	0.000000	-2.140000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
LS	0.9000000	0.2000000	INFINITY
LC	1.200000	INFINITY	0.2000000
ES	1.500000	0.1000000	0.2000000
EC	1.600000	0.2000000	0.1000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
TELA_LISA	60.00000	5.000000	5.000000
TELA_ESTAMPADA	40.00000	INFINITY	5.000000
FILTRO	30.00000	INFINITY	15.00000
DEM_ESTAMPADAS	300.0000	50.00000	INFINITY
DEM_SINFILTRO	200.0000	300.0000	50.00000
DEM_TOTAL	500.0000	26.31579	26.31579

Basando tus respuestas en la información proporcionada por Lingo®, responde de manera razonada a las cuestiones que se plantean a continuación.

NOTA: Todas las preguntas se abordan de manera independiente entre sí; es decir, los sucesivos cambios que se plantean sobre el modelo original NO se acumulan.

a) ¿Cuál es el plan de producción óptimo que permitiría cumplir con el pedido en el mínimo tiempo? ¿Cuánto tiempo costaría llevar a cabo dicho plan? Especifica claramente las unidades en las que vienen expresadas las variables y la función objetivo.

   ¿La solución óptima obtenida, es única? [0,5 puntos]

b) ¿Dejaría de ser óptimo el plan de producción especificado en el apartado (a) si el tiempo que se tarda en fabricar una mascarilla lisa sin filtro fuese de 1 minuto (en lugar de los 0,9 actuales)? ¿Cuál sería en este caso el tiempo mínimo de producción? [1 punto]

c) Supongamos que se permitiese fabricar hasta 150 mascarillas sin filtro (en lugar de las 200 actuales), sin modificar el resto de las condiciones. Explica claramente qué impacto tendría esto sobre el plan óptimo de producción y sobre el tiempo necesario para realizar el pedido. Sé tan preciso/-a como lo permita la información proporcionada por Lingo.

En el supuesto planteado, ¿comenzarían a producirse mascarillas lisas con filtro? [1 punto]

d) ¿Cómo afectaría al plan óptimo de producción y al tiempo necesario para llevarlo a cabo el hecho de poder disponer de 10 m^2 más de tela lisa? Sé tan preciso/-a como lo permita la información proporcionada por Lingo. [1 punto]

Ejercicio 3 — 3 puntos

Una empresa que se dedica a la recuperación de residuos urbanos produce un producto de plástico a partir del material proporcionado por hasta cuatro proveedores diferentes. La tabla siguiente muestra la composición del material que suministra cada proveedor:

	PET (%)	PEAD (%)	Impurezas (%)
Proveedor 1	60	20	20
Proveedor 2	10	80	10
Proveedor 3	25	70	5
Proveedor 4	50	50	0

El producto de plástico se elabora simplemente mezclando y prensando el material suministrado por los diferentes proveedores, sin eliminar las impurezas presentes, ya que el proceso necesario para ello es excesivamente costoso. No se producen mermas en el proceso de mezcla y prensado. No se utiliza ninguna otra materia prima para elaborar el producto de plástico.

NOTA: El material de los proveedores NO es separado en los elementos que lo componen (PET, PEAD e impurezas) en ningún momento del proceso.

La planta ha recibido un pedido del producto de plástico con los siguientes requisitos:

- El producto de plástico producido debe contener al menos 80 toneladas de PET y
- entre 40 y 60 toneladas de PEAD.
- Además, la proporción de impurezas en la mezcla no debe superar el 15%.

En una hora es posible procesar para su utilización en la mezcla hasta dos toneladas de material del proveedor 1 o del 2, o hasta cuatro toneladas de los proveedores 3 o 4. Se dispone de 56 horas de tiempo de procesado para preparar el pedido.

Formula un modelo de Programación Lineal que permita determinar la cantidad de material de cada proveedor (en toneladas) a utilizar para satisfacer este pedido, de forma que se utilice la mínima cantidad posible de material, respetando todas las condiciones enunciadas. Indica claramente variables, función objetivo y restricciones.

SOLUCIÓN

Ejercicio 1

a) Partimos de la solución:

	B^{-1}			X_B
x_1	1	0	0	9
h_2	-3	1	0	3
a_3	-1	0	1	1
$C_B^t \cdot B^{-1}$				

puesto que la solución dada incluye la variable artificial a_3, podemos afirmar que el algoritmo se encuentra en la Fase 1 y por tanto la función objetivo activa es: $Min\ z = a_3$.

Teniendo esto en cuenta, en primer lugar, completamos los datos faltantes en la tabla dada en el enunciado:

$$C_B^t \cdot B^{-1} = (0,0,1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (-1,0,1)$$

$$Z = C_B^t \cdot X_B = (0,0,1) \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

Para determinar si la solución es óptima y en caso negativo, elegir la variable que ha de entrar en la base, se calculan los $cj - zj \ \forall j \in VNB$:

$z_j = (c^t_B B^{-1}) a_j$

$z_{x2} = (c^t_B B^{-1}) a_{x2} = (-1,0,1)\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1/2$; $c_{x2} - z_{x2} = -1/2$

$z_{x3} = (c^t_B B^{-1}) a_{x3} = (-1,0,1)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$; $c_{x3} - z_{x3} = 0$

$z_{h1} = (c^t_B B^{-1}) a_{h1} = (-1,0,1)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -1$; $c_{h1} - z_{h1} = 1$

$z_{h3} = (c^t_B B^{-1}) a_{h3} = (-1,0,1)\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -1$; $c_{h3} - z_{h3} = 1$

Por tanto, la solución no es óptima y debe entrar en la solución la variable x_2 ya que es la que mejora más el valor de la función objetivo por unidad que entre en la solución:

$$y_{x2} = B^{-1}\, a_{x2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

y sale a3 que es la primera que alcanza el valor 0:

	B^{-1}			X_B	y_{x2}	$\hat{b}_i/\hat{a}_{i,JE}$
x_1	1	0	0	9	1/2	18
h_2	-3	1	0	3	-1/2	-
a_3	-1	0	1	1	1/2	2
$C_B^t \cdot B^{-1}$	-1	0	1	1		

Calculamos el valor de B^{-1} y a partir de ésta, la nueva SB:

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

SBF:

	B^{-1}			X_B
x_1	2	0	-1	8
h_2	-4	1	1	4
x_2	-2	0	2	2
$C_B^t \cdot B^{-1}$	0	0	0	0

SBF: ($x_1 = 8$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$; $z = 0$)

Solución Óptima FASE 1

Fase 2: Max $z = 2x_1 + 3x_2 + x_3$

Al cambiar de fase, se mantiene la misma SB pero hay que recalcular $C_B^t \cdot B^{-1}$ así como el valor de Z:

	B^{-1}			X_B
x_1	2	0	-1	8
h_2	-4	1	1	4
x_2	-2	0	2	2
$C_B^t \cdot B^{-1}$	-2	0	4	22

Para comprobar la optimalidad de la solución, se calculan los $cj - zj \ \forall j \in VNB$:

$$z_{x3} = (c^t_B\ B^{-1})\ a_{x3} = (-2, 0, 4)\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 2;\ c_{x3} - z_{x3} = -1$$

$$z_{h1} = (c^t_B\ B^{-1})\ a_{h1} = (-2, 0, 4)\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = -2;\ c_{h1} - z_{h1} = 2$$

$$z_{h3} = (c^t_B\ B^{-1})\ a_{h3} = (-2, 0, 4)\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix} = -4;\ c_{h3} - z_{h3} = 4$$

a la vista de los cj-zj, la solución no es óptima y la variable h_3 entra en la solución:

$$Y_{h3} = B^{-1}\ a_{h3} = \begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\-4 & 1 & 1\\-2 & 0 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$$

Y sale de la base x_1, que es la única que se hace 0 cuando entra h_3.

	B^{-1}			X_B	Y_{h3}	$\hat{b}_i/\hat{a}_{i,\mathrm{JE}}$
x_1	2	0	-1	8	1	8
h_2	-4	1	1	4	-1	-
x_2	-2	0	2	2	-2	-
$C_B^t \cdot B^{-1}$	-2	0	4	22		

La nueva SB es:

	B^{-1}			X_B
h_3	2	0	-1	8
h_2	-2	1	0	12
x_2	2	0	0	18
$C_B^t \cdot B^{-1}$	6	0	0	54

SBF: ($x_1 = 0$, $x_2 = 18$, $x_3 = 0$; $z = 54$)

Para comprobar la optimalidad de la solución, se calculan los $cj - zj \ \forall j \in VNB$:

$$z_{x1} = (c^t_B\ B^{-1})\ a_{x1} = (6, 0, 0)\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix} = 6;\ c_{x1} - z_{x1} = -4$$

$$z_{x3} = (c^t_B\ B^{-1})\ a_{x3} = (6, 0, 0)\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 6;\ c_{x3} - z_{x3} = -5$$

z_{h1} = (c^t_B B^{-1}) a_{h1}= $(6, 0, 0)\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$= 6; c_{h1}- z_{h1}= -6

a la vista de los cj-zj, la solución es óptima para el problema (P) ya que es un problema de maximizar y $cj - zj \leq 0\ \forall j \in VNB$.

Solución Óptima: $(x_1^* = 0,\ x_2^* = 18, x_3^* = 0; h_1^* = 0; h_2^* = 12;\ h_3^* = 8;\ z^* = 54)$

b) En la solución óptima no se fabrican unidades del material 3, para conocer el beneficio mínimo para que sea interesante fabricarlo, debemos tener en cuenta el coste reducido de la variable x_3 que hemos calculado en la última solución de la aplicación del algoritmo simplex:

   Coste Reducido de x_3: c_{x3}- z_{x3}= -5,

   por tanto, para que sea interesante producir unidades del material 3, su beneficio unitario debe ser 'mejor' en 5 miles de euros, es decir, el beneficio mínimo de x_3 debe ser 6 mil euros por unidad.

c) En la solución óptima no se fabrican unidades del material 1. Para evaluar el efecto de fabricar 4 unidades del material 1, debemos calcular su vector Y_{x1} que es el que indica el efecto de la entrada de una variable en la SB.

$$Y_{x1}= B^{-1}\, a_{x1}= \begin{pmatrix}2 & 0 & -1\\-2 & 1 & 0\\2 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}= \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

   Por tanto, el nuevo valor de la Solución Óptima será:

$$x_1' = 4$$

$$h_3' = h_3^* - 1 \cdot 4 = 8 - 4 = 4$$

$$h_2' = h_2^* - 1 \cdot 4 = 12 - 4 = 8$$

$$x_2' = x_2^* - 2 \cdot 4 = 18 - 8 = 10$$

Y el nuevo valor de la función objetivo: $Z = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 10 = 38$.

Como cabía esperar, el valor de la función objetivo es peor que el de la solución óptima cuando no se exigía esa condición.

a)

El plan de producción óptimo es el siguiente ("Celdas de variables" >> "Final Valor"):

- 150 mascarillas lisas sin filtro.
- 50 mascarillas estampadas sin filtro.
- 300 mascarillas estampadas con filtro.

Es posible elaborar estas cantidades en $z^* = 0{,}9 \cdot 150 + 1{,}5 \cdot 50 + 1{,}6 \cdot 300 = \boxed{690 \text{ minutos}}$ (es decir, 11 horas y media).

Observando el informe de solución de Lingo, se concluye que el problema tiene solución única ya que no hay ninguna variable decisión con valor 0 y coste reducido =0 ni tampoco ninguna variable de holgura =0 y coste de oportunidad =0.

b)

Se plantea un <u>incremento</u> de 0,1 minutos en c_1, el tiempo que se emplea en elaborar una mascarilla lisa sin filtro.

Como $0{,}1 \leq 0{,}2$ ("Allowable Increase"), estamos dentro del intervalo de sensibilidad y, por tanto, sabemos que <u>la solución óptima original continuará siendo óptima bajo las nuevas condiciones</u>; es decir:

El plan de producción especificado en el apartado (a) continuará siendo el que permite terminar el pedido en el mínimo tiempo.

El tiempo total de elaboración SÍ cambiará. Como ahora se tarda 0,1 minutos más en elaborar cada mascarilla lisa sin filtro, el nuevo tiempo mínimo será:

$z^{*\prime} = z^* + 0{,}1 \cdot 150 = 690 + 15 = \boxed{705 \text{ minutos}}$ (11 horas y 45 minutos).

c)

Se plantea una <u>disminución</u> de 50 unidades en el lado derecho de la restricción [Demanda sin filtro].

Como $50 \leq 50$ ("Allowable Decrease"), la modificación permanece dentro del intervalo de Análisis de Sensibilidad, por tanto:

– El coste de oportunidad de la restricción se mantendrá constante.

– La solución óptima (o plan óptimo de producción) cambiará para adaptarse a las nuevas condiciones, pero NO la base de la solución.

Es decir: al estar 'dentro del intervalo de análisis de sensibilidad', podemos usar el coste de oportunidad para calcular el efecto que la modificación planteada tendrá en la función objetivo.

El coste de oportunidad de la restricción [Demanda sin filtro] ("Dual Price") vale $-0{,}1$ minutos/unidad. Por tanto:

$$\Delta z = (-0{,}1) \cdot (-50) = \boxed{+5 \text{ minutos}}.$$

Es decir, el tiempo necesario para realizar el pedido se INCREMENTARÍA en 5 minutos (pasaría de 690 a 695 minutos) como consecuencia de hacer más restrictiva la cantidad máxima de mascarillas sin filtro que es posible producir.

Por último, podemos afirmar que, en el supuesto planteado, las mascarillas lisas con Filtro seguirá sin fabricarse puesto que no ha habido cambio de base por lo que la variable LC seguirá siendo no básica en la nueva solución óptima.

d) Se plantea el incremento de b_1, el lado derecho de la restricción [Tela lisa], en 10 metros cuadrados.

Como $10 \nleq 5$ ("Allowable Increase"), la modificación está fuera del intervalo de análisis de sensibilidad, por lo que podemos afirmar que:

– La solución óptima (o plan óptimo de producción) cambiará para adaptarse a las nuevas condiciones, CON cambio de base (es decir, alguna(s) de las variables de decisión o de holgura que ahora mismo toman valor cero pasará(n) a ser distinta(s) de cero).

Por tanto, el plan óptimo de producción cambiará y, con la información que proporciona Lingo, no sabemos exactamente qué tipos de mascarilla se realizarán y cuáles no, ni qué limitaciones serán limitativas o no, en la nueva solución óptima.

– El coste de oportunidad de la restricción cambiará. En concreto, como se está haciendo menos restrictiva (o estamos suavizando o relajando) la restricción, el coste de oportunidad pasará a ser menor en valor absoluto que el actual.

El coste de oportunidad actual ("Dual Price") es 6 minutos/m^2. Al producirse la modificación indicada, el nuevo coste de oportunidad será más pequeño en valor absoluto.

Con la información que proporciona Lingo, NO podemos saber cuánto valdrá $z^{*\prime}$, el valor de la función objetivo asociado a la nueva solución óptima, pero podemos acotarlo:

1) Por un lado, el tiempo de producción se reducirá tanto al menos como se reduciría si solo se incrementase b_1 en la cantidad que indica su "Allowable Increase" (para la cual SÍ se mantendría constante el coste de oportunidad). Dicho de otra forma, los primeros 5 m^2 de incremento sí sabemos que nos van a proporcionar un ahorro de tiempo de 6 minutos cada uno; por tanto:

$$\boxed{z^{*\prime} \leq} \; z^* - 6 \cdot 5 \; = \; 690 - 30 \; \boxed{= \; 660} \text{ minutos.}$$

2) Por otro lado, como el nuevo coste de oportunidad será menor en valor absoluto que el actual (como se ha explicado arriba), esto significa que el ahorro de tiempo NO será tan grande como sería si el coste de oportunidad se mantuviera constante e igual a -6. Es decir:

$$\boxed{z^{*\prime} \geq} \; z^* - 6 \cdot 10 \; = \; 690 - 60 \; \boxed{= \; 630} \text{ minutos.}$$

En resumen, el tiempo necesario para llevar a cabo el nuevo plan de producción estará comprendido entre 630 y 660 minutos (es decir, entre 10 horas y media y 11 horas).

VARIABLES

Se trata de un problema de mezclas. Definimos tantas variables como 'ingredientes', ya que se pide tomar la decisión de qué cantidad de cada ingrediente debe intervenir en la mezcla:

x_i = Cantidad de material del proveedor i a utilizar en la mezcla (toneladas).

$i = 1, \dots, 4$.

FUNCIÓN OBJETIVO

Se desea utilizar la mínima cantidad posible de material, es decir:

[Cantidad] Min $z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ (toneladas)

RESTRICCIONES

Proporcionar al menos 80 toneladas de PET:

[PET] $0{,}60\, x_1 + 0{,}10\, x_2 + 0{,}25\, x_3 + 0{,}50\, x_4 \ \geq\ 80$

Proporcionar entre 40 y 60 toneladas de PEAD:

[PEAD] $40 \ \leq\ 0{,}20\, x_1 + 0{,}80\, x_2 + 0{,}70\, x_3 + 0{,}50\, x_4 \ \leq\ 60$

La proporción de impurezas en la mezcla no debe superar el 15%:

[Impurezas] $0{,}20\, x_1 + 0{,}10\, x_2 + 0{,}05\, x_3 \ \leq\ 0{,}15\, (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$

El tiempo de procesado disponible se limita a 56 horas:

[Tiempo] $0{,}50\, x_1 + 0{,}50\, x_2 + 0{,}25\, x_3 + 0{,}25\, x_4 \ \leq\ 56$

NOTA: En este problema, la cantidad de producto de plástico a producir NO está prefijada de antemano (de hecho, es la cantidad a minimizar en la función objetivo).

Naturaleza de las variables:

$$x_1 , x_2 , x_3 , x_4 \ \geq\ 0$$