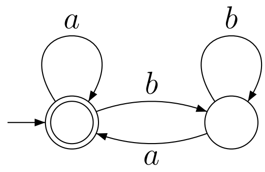
Exercicis

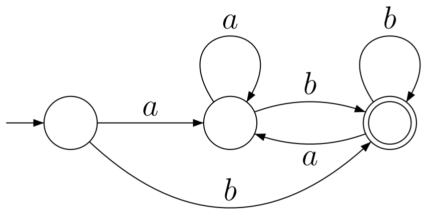
Exercici 1

Donats els autòmats de la figura:

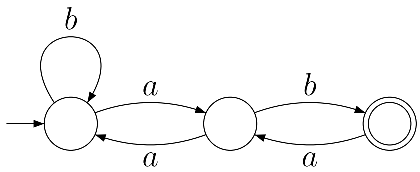
A_1



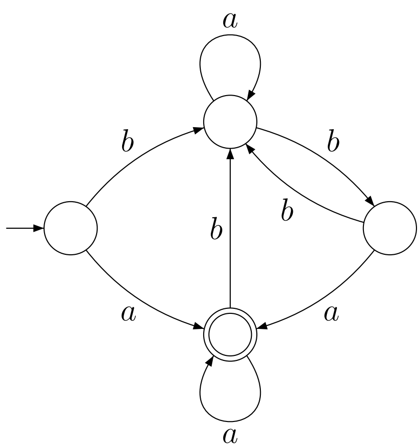
A_2



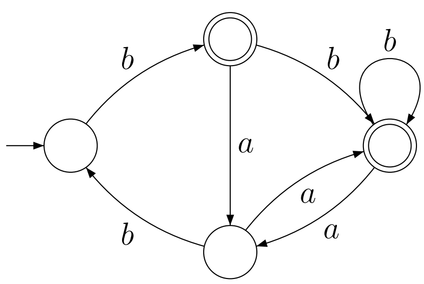
A_3



A_4

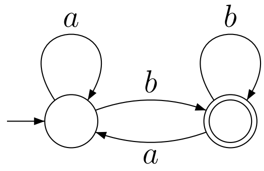


A_5



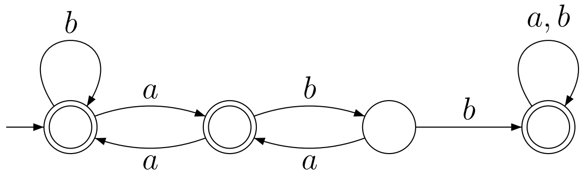
(a) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $\overline{L(A_1)}$

Solució:



(b) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $\overline{L(A_3)}$

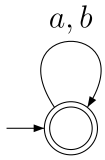
Solució:



(c) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $L(A_1) \cup L(A_2)$

Solució:

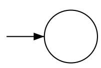
La construcció per a l'operació dona com a resultat un AFD complet amb tots els estats finals, per la qual cosa equivalent a l'autòmat següent:



(d) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $L(A_1) \cap L(A_2)$

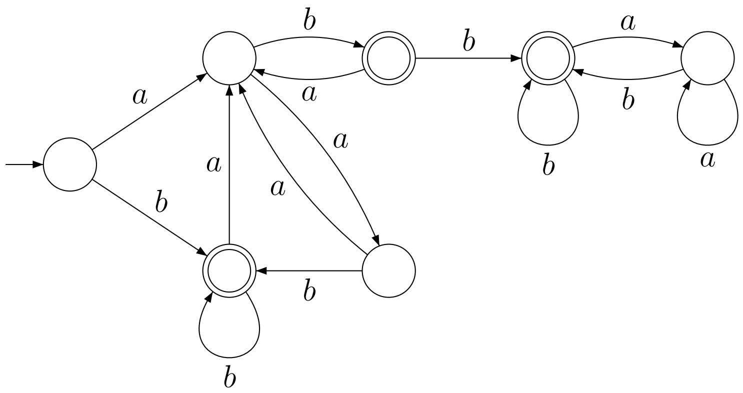
Solució:

La construcció ens dóna un AFD complet sense cap estat final, per la qual cosa equivalent a l'autòmat següent:



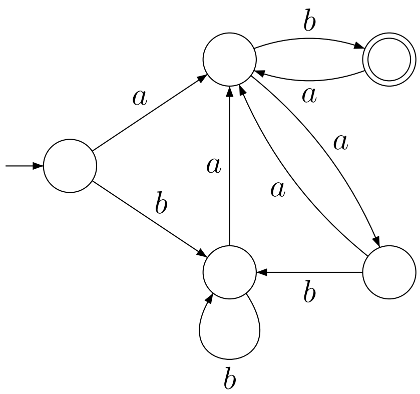
(e) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $L(A_2) \cup L(A_3)$

Solució:



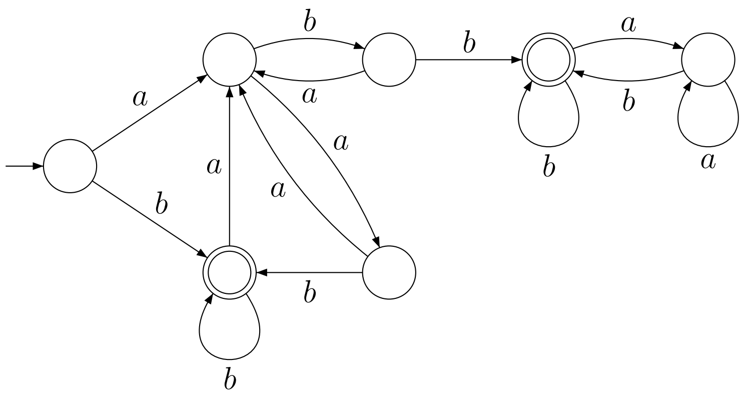
(f) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $L(A_2) \cap L(A_3)$

Solució:



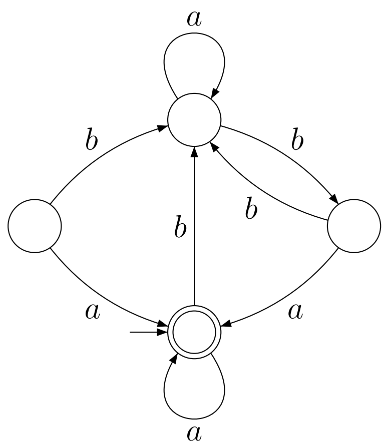
(g) Es demana obtenir un AFD per al llenguatge $L(A_2) - L(A_3)$

Solució:



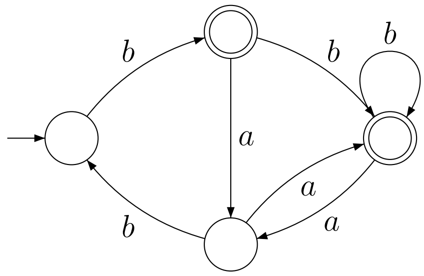
(h) Es demana obtenir un autòmat per al llenguatge $(abba)^{-1}L(A_4)$

Solució:



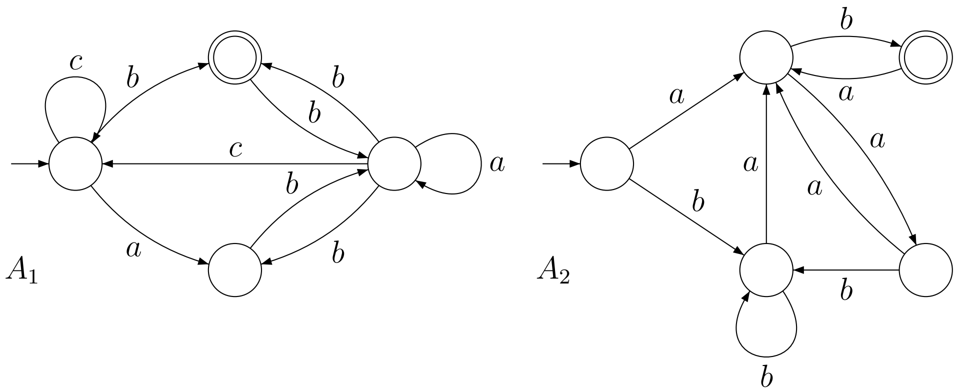
(i) Es demana obtenir un autòmat per al llenguatge $(bbbab)^{-1}L(A_5)$

Solució:



Exercici 2

Donats els autòmats següents:



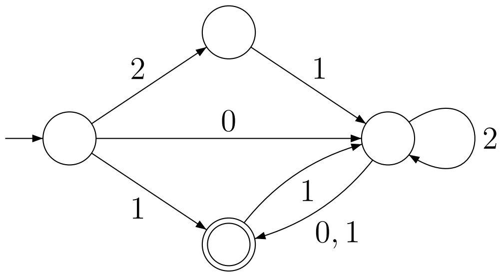
i els homomorfismes:

$$h : \{a,b,c\} \to \{0,1\}^* \quad \begin{cases} h(a) = 00 \\ h(b) = 1 \\ h(c) = \lambda \end{cases} \qquad g : \{0,1,2\} \to \{a,b\}^* \quad \begin{cases} g(0) = ab \\ g(1) = bbb \\ g(2) = a \end{cases} \qquad f : \{0,1,2\} \to \{a,b\}^* \quad \begin{cases} f(0) = ab \\ f(1) = bab \\ f(2) = \lambda \end{cases}$$

(a) Es demana obtenir un autòmat per al llenguatge $g^{-1}(L(A_1))$

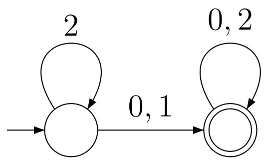
Solució:

Noteu que l'autòmat A_1 és no determinista i que la construcció vista en teoria considera un DFA.



(b) Es demana obtenir un autòmat per al llenguatge $f^{-1}(L(A_2))$

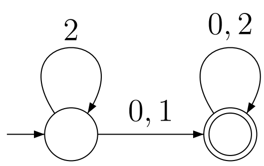
Solució:



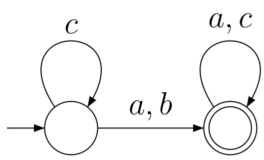
(c) Es demana obtenir un autòmat per al llenguatge $h^{-1}(f^{-1}(L(A_2)))$

Solució:

Partim de l'autòmat que reconeix $f^{-1}(L(A_2))$ (apartat b d'aquest exercici)



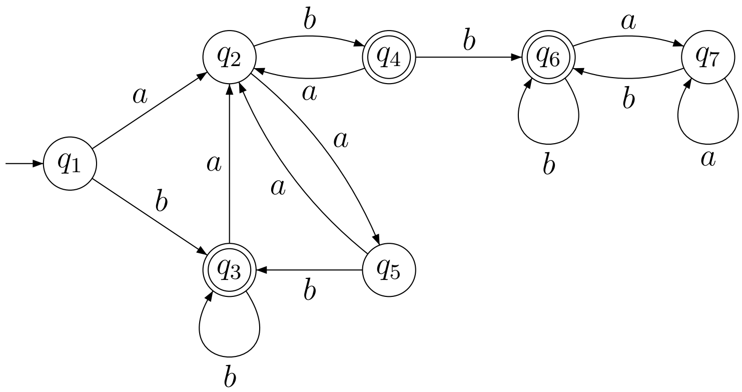
l'autòmat següent accepta $h^{-1}(f^{-1}(L(A_2)))$:



Exercici 3

Es demana obtenir un AFD mínim equivalent a cadascun dels autòmats següents:

(a)



Solució:

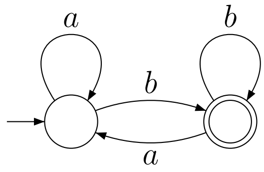
La primera partició d'estats distingeix entre estats finales i no finals:

$$\pi_0 = \{\{q_1, q_2, q_5, q_7\}, \{q_3, q_4, q_6\}\}$$

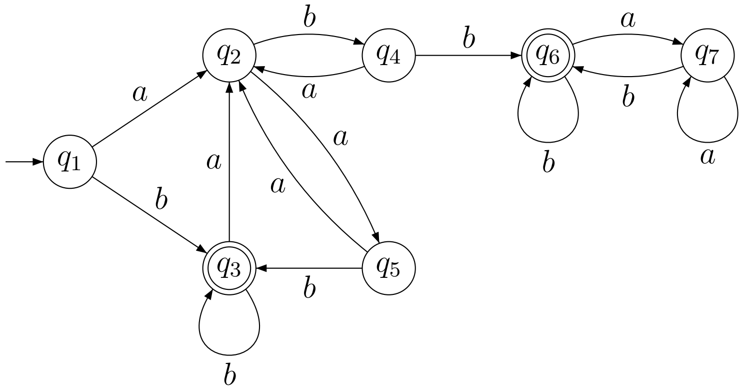
Tenint en compte aquesta primera partició:

		a	b
B_1	q_1	$q_2 \in B_1$	$q_3 \in B_3$
	q_2	$q_5 \in B_1$	$q_4 \in B_3$
	q_5	B_1	B_3
	q_7	B_1	B_3
B_3	q_3	B_1	B_3
	q_4	B_1	B_3
	q_6	B_1	B_3

Per a cadascun dels blocs de la partició, s'observa que el comportament de tots els estats és el mateix i per tant la partició no es refina. L'autòmat mínim equivalent és el següent:



(b)



Solució:

La primera partició d'estats distingeix entre estats finales i no finals:

$$\pi_0 = \{\{q_1, q_2, q_4, q_5, q_7\}, \{q_3, q_6\}\}$$

Tenint en compte aquesta primera partició:

		a	b
	q_1	$q_2 \in B_1$	$q_3 \in B_3$
	q_2	$q_5 \in B_1$	$q_4 \in B_1$
B_1	q_4	B_1	B_3
	q_5	B_1	B_3
	q_7	B_1	B_3
B_3	q_3	B_1	B_3
	q_6	B_1	B_3

Es pot vore que l'estat q_2 es comporta de forma diferent a la resta d'estats en el seu bloc, per tant, la partició es refina:

$$\pi_1 = \{\{q_1, q_4, q_5, q_7\}, \{q_2\}, \{q_3, q_6\}\}$$

		a	b
B_1	q_1	$q_2 \in B_2$	$q_3 \in B_3$
	q_4	$q_2 \in B_2$	$q_6 \in B_3$
	q_5	B_2	B_3
	q_7	B_1	B_3
B_2	q_2	$--$	$--$
B_3	q_3	B_2	B_3
	q_6	B_1	B_3

Les entrades corresponents al bloc B_2 de la partició no són necessàries ja que aquest bloc conté un únic estat, i per tant, no es va a refinar. En aquesta iteració, l'estat q_7 es comporta de forma diferent a la resta d'estats en el seu bloc, i Passa el mateix amb l'estat q_3. El refinamient de la partició queda:

$$\pi_2 = \{\{q_1, q_4, q_5\}, \{q_2\}, \{q_3\}, \{q_6\}, \{q_7\}\}$$

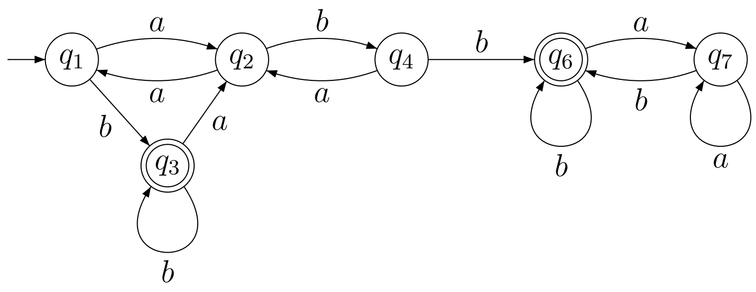
		a	b
B_1	q_1	B_2	B_3
	q_4	B_2	B_6
	q_5	B_2	B_3
B_2	q_2	$--$	$--$
B_3	q_3	$--$	$--$
B_6	q_6	$--$	$--$
B_7	q_7	$--$	$--$

En aquesta iteració és l'estat q_4 el que es distingeix. El refinamient de la partició queda:

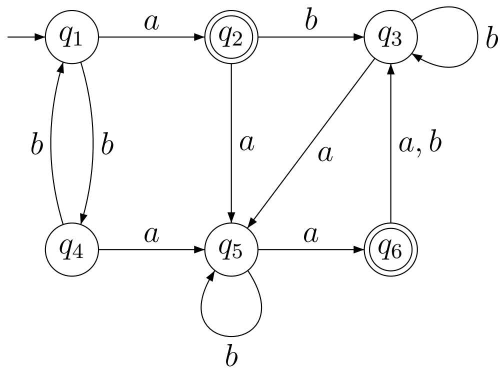
$$\pi_3 = \{\{q_1, q_5\}, \{q_2\}, \{q_3\}, \{q_4\}, \{q_6\}, \{q_7\}\}$$

		a	b
B_1	q_1	B_2	B_3
	q_5	B_2	B_3
B_2	q_2	$--$	$--$
B_3	q_3	$--$	$--$
B_4	q_4	$--$	$--$
B_6	q_6	$--$	$--$
B_7	q_7	$--$	$--$

En aquesta iteració la partició no es refina. L'autòmat mínim equivalent és el següent:



(c)



Solució:

La primera partició d'estats distingeix entre estats finals i no finals:

$$\pi_0 = \{\{q_1, q_3, q_4, q_5\}, \{q_2, q_6\}\}$$

Tenint en compte aquesta primera partició:

		a	b
B_1	q_1	B_2	B_1
	q_3	B_1	B_1
	q_4	B_1	B_1
	q_5	B_2	B_1
B_2	q_2	B_1	B_1
	q_6	B_1	B_1

Es pot vore que, dins del mateix bloc, els estats q_1 y q_5 es comporten de forma diferent als estats q_3 i q_4, per la qual cosa la partició queda:

$$\pi_1 = \{\{q_1, q_5\}, \{q_3, q_4\}, \{q_2, q_6\}\}$$

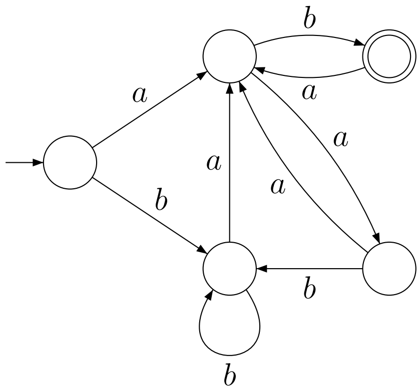
		a	b
B_1	q_1	B_2	B_3
	q_5	B_2	B_1
B_2	q_2	B_1	B_3
	q_6	B_3	B_3
B_3	q_3	B_1	B_3
	q_4	B_1	B_1

Tots los blocs es refinen, resultant en la partició:

$$\pi_1 = \{\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3\}, \{q_4\}, \{q_5\}, \{q_6\}\}$$

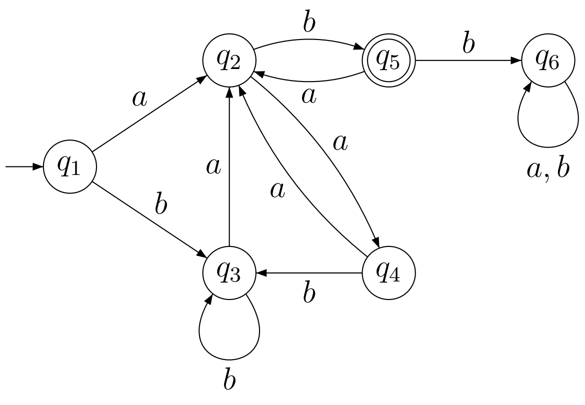
que no es pot refinar més. Per tant l'autòmat ja era mínim.

(d)



Solució:

L'autòmat no és complet, després de completar-lo queda:



La primera partició d'estats distingeix entre estats finals i no finals:

$$\pi_0 = \{\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_6\}, \{q_5\}\}$$

Tenint en compte aquesta primera partició:

		a	b
B_1	q_1	B_1	B_1
	q_2	B_1	B_5
	q_3	B_1	B_1
	q_4	B_1	B_1
	q_6	B_1	B_1
B_5	q_5	$--$	$--$

Creem un bloc amb l'estat q_2 amb la qual cosa la partició queda:

$$\pi_1 = \{\{q_1, q_3, q_4, q_6\}, \{q_2\}, \{q_5\}\}$$

		a	b
B_1	q_1	B_2	B_1
	q_3	B_2	B_1
	q_4	B_2	B_1
	q_6	B_1	B_1
B_2	q_2	$--$	$--$
B_5	q_5	$--$	$--$

L'estat q_6 i la partició queda:

$$\pi_2 = \{\{q_1, q_3, q_4\}, \{q_2\}, \{q_5\}, \{q_6\}$$

		a	b
B_1	q_1	B_2	B_1
	q_3	B_2	B_1
	q_4	B_2	B_1
B_2	q_2	$--$	$--$
B_5	q_5	$--$	$--$
B_6	q_6	$--$	$--$

En aquesta iteració la partició no es refina. L'autòmat mínim equivalent és el següent: