Fundamentos de Computadores (FCO)

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

Tema 2: PRINCIPIOS DEL DISEÑO DIGITAL

GRADO EN INFORMÁTICA

SOLUCIONES

Contenido

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS

2.1. Obtención de la tabla de verdad

2.1.1. Ejercicio de la empresa agrícola.

	C	D	P	X	N
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	0

2.1.2. Ejercicio del nivel de agua de un depósito:

	E	Nm	NM	Ge	Gs
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	x	x
2	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	x	x
6	1	1	0	0	1
7	1	1	1	0	1

Los valores de entrada Nm=0 y NM=1 son imposibles porque si se ha superado el nivel máximo de agua (NM=1) también se ha superado el

2.1.3. Ejercicio del circuito sumador.

Entradas				Salidas		
a_1	a_0	b_1	b_0	s_2	s_1	s_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

2.1.4. Ejercicio detector redundante.

Entradas				Salidas	
P	/M1	/M2	/M3	F	O
0	0	0	0	X	X
0	0	0	1	X	X
0	0	1	0	X	X
0	0	1	1	X	X
0	1	0	0	X	X
0	1	0	1	X	X
0	1	1	0	X	X
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1

El enunciado especifica que es imposible que con el proceso detenido (P=0) alguno de los módulos de detección active su salida (/M=0). Estas situaciones imposibles se reflejan con X en las salidas de la tabla de verdad.

2.1.5. Ejercicio de la tarima de los limpia-cristales del Empire State Building

U	P	S	B	M		Comentario
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**X**	No se ha pulsado ningún botón -> Inmóvil
0	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	Se ha pulsado el botón B -> Baja
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	Se ha pulsado el botón S -> Sube
0	**0**	**1**	**1**	**0**	**X**	Se han pulsado ambos botones -> Inmóvil
0	**1**	**0**	**0**	**0**	**X**	No se ha pulsado ningún botón -> Inmóvil
0	**1**	**0**	**1**	**0**	**X**	Botón B, pero estamos en el Primer piso -> Inmóvil
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	Se ha pulsado el botón S -> Sube
0	**1**	**1**	**1**	**0**	**X**	Se han pulsado ambos botones -> Inmóvil
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**X**	No se ha pulsado ningún botón -> Inmóvil
1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	Se ha pulsado el botón B -> Baja
1	**0**	**1**	**0**	**0**	**X**	Botón S, pero estamos en el Último piso -> Inmóvil
1	**0**	**1**	**1**	**0**	**X**	Se han pulsado ambos botones -> Inmóvil
1	**1**	**0**	**0**	**X**	**X**	Situación imposible. No puede estar en el Primer y Último piso a la vez.
1	**1**	**0**	**1**	**X**	**X**	
1	**1**	**1**	**0**	**X**	**X**	
1	**1**	**1**	**1**	**X**	**X**	

2.1.6. Ejercicio del puente sobre el río Seco

D1	D0	I1	I0	Sd	Si
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	X	X
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

2.1.7. Ejercicio de la empresa clasificadora de fruta.

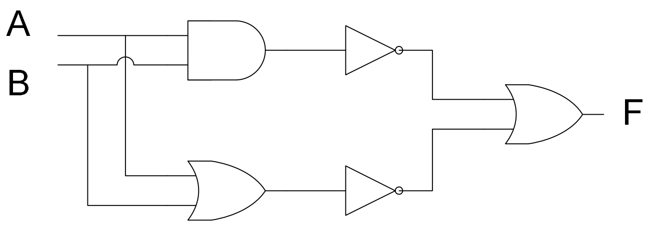
Nótese que, dada la codificación del tamaño, las piezas que son extra-grandes o grandes se pueden representar en una sola fila de la tabla de verdad con la combinación 0x para los valores de las variable P1 y P0. Lo mismo ocurre con las que son medianas o pequeñas, representables con la combinación 1x.

Comentario	D	P1	P0	V1	V2	V3	V4	V5
Sin defecto, extra-grande -> a C1	0	0	0	0	0	0	X	X
Sin defecto, grande -> a C2	0	0	1	0	0	1	X	X
Sin defecto, mediana -> a C3	0	1	0	0	1	X	0	X
Sin defecto, pequeña -> a C4	0	1	1	0	1	X	1	X
Con defecto, extra-grande/grande -> a C5	1	0	X	1	X	X	X	0
Con defecto, mediana/pequeña -> a C6	1	1	X	1	X	X	X	1

Nótese también que, una vez la pieza de fruta ha sido desviada por una de las válvulas para que tome el camino de la izquierda, el valor que tomen las válvulas que quedan a la derecha es indiferente. Lo mismo ocurre cuando una válvula fuerza a que la fruta tome el camino de la derecha, respecto de las válvulas que quedan a la izquierda.
Así, cuando el circuito determina que V1 = 1, la fruta se desvia hacia la derecha (hacia V5). Por tanto, los valores que el circuito pueda asignar a las válvulas V2 a V4 son indiferentes (puesto que la fruta ha sido desviada por otro camino, y la fruta no se va a cruzar con ellas en su camino al cesto correspondiente). De esta forma, cuando V1 = 1, la única representación correcta para los valores de V2 a V4 es X.

2.2. Análisis de circuitos

2.2.1. Dado el siguiente circuito, obtenga la función lógica equivalente:

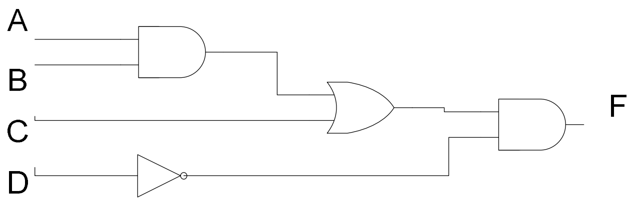


SOLUCIÓN: $F = \overline{A \cdot B} + \overline{A + B}$

2.2.2. Dada la siguiente función lógica, obtenga el circuito equivalente:

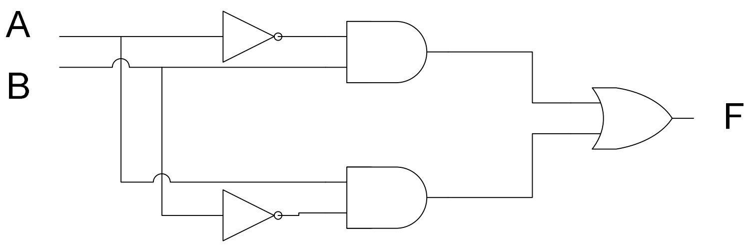
$$F = (A \cdot B + C) \cdot \overline{D}$$

SOLUCIÓN:



El producto lógico tiene mayor precedencia que la suma lógica, lo cual lo cual explica la colocación de las puertas AND y OR de la parte izquierda del circuito, correspondientes al término $(A \cdot B + C)$ de la función.

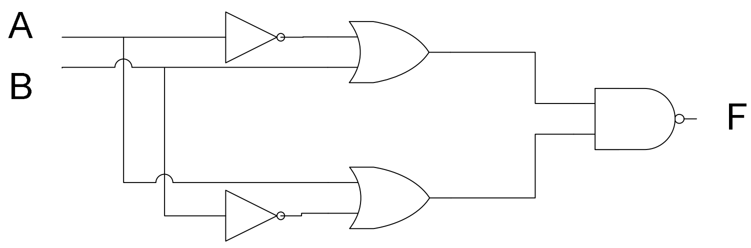
2.2.3. Dado el siguiente circuito, obtenga su tabla de verdad:



SOLUCIÓN:

B	A	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2.2.4. Dado el siguiente circuito, compruebe si es equivalente al circuito del ejercicio anterior valiéndose de sus tablas de verdad:



SOLUCIÓN:

Analizando el esquemático, podemos expresar la función lógica F como una NAND de (B+/A) y (/B+A). Si a esta ecuación le aplicamos De Morgan, resulta:

$$F(B,A) = \overline{(B+\overline{A})\bullet(\overline{B}+A)} = \overline{B}\bullet A + B\bullet\overline{A}$$

Si comparamos el resultado analítico de la función, con la ecuación lógica del esquema del ejercicio del 2.3.1, son análogos. Por lo tanto tiene la misma tabla de verdad.

2.3. Álgebra de Boole

2.3.1. El entrenador lógico dispone de las siguientes puertas para montar circuitos lógicos:

- 4x OR de 2 entradas
- 4x AND de 2 entradas
- 8x NAND de 2 entradas
- 6x NAND de 3 entradas
- 4x NAND de 4 entradas
- 6x NOT

Dibuje los circuitos lógicos que, utilizando únicamente puertas de las disponibles en el entrenador, implementen las funciones que se proponen a continuación. Justifique algebraicamente las equivalencias:

a) $f = a \cdot b \cdot c$

b) $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d}$ (para este apartado, suponga que ya ha utilizado todas las puertas NAND de 4 entradas)

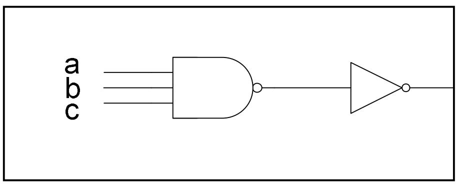
c) $f = \overline{a \cdot b \cdot c}$ (para este apartado, suponga que sólo dispone de las NAND de 4 entradas).

SOLUCIÓN:

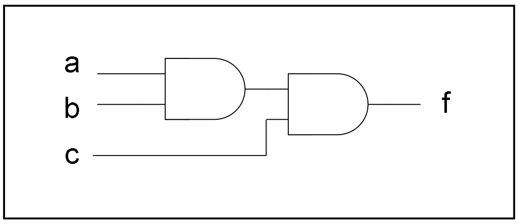
a) Como no se dispone de una puerta AND de tres entradas hay que hacer una transformación de forma que la expresión resultante requiera puertas del tipo disponible. Hay varias posibilidades. Por ejemplo, ya que sí que se dispone de puertas NAND de tres entradas, es fácil transformar AND en NAND aplicando la propiedad de involución:

$$f = a \cdot b \cdot c = \overline{\overline{a \cdot b \cdot c}}$$

Esta última expresión se puede implementar directamente en el entrenador con el siguiente circuito:



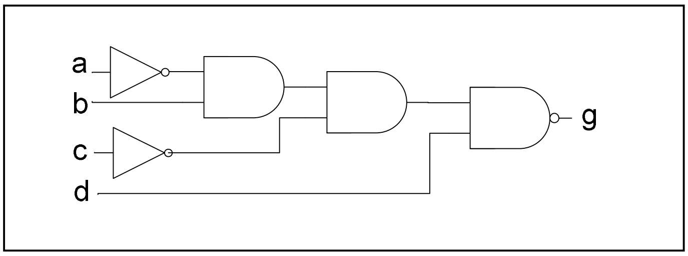
Otra posibilidad, aplicando la propiedad asociativa: $f = a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$



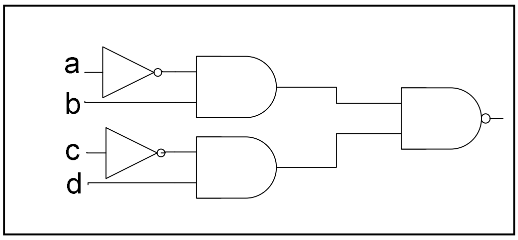
b) No se dispone de una puerta NAND de cuatro entradas, así que sería posible aplicar aquí de nuevo la solución de agrupar términos producto de dos en dos mediante la propiedad asociativa.

$$g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d} = \overline{((\overline{a} \cdot b) \cdot \overline{c}) \cdot d}$$

El último producto de dos términos está negado, así que da origen a una puerta NAND:



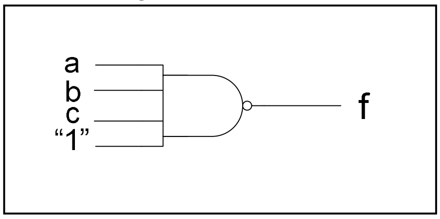
O bien, mediante una agrupación alternativa: $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d} = \overline{(\overline{a} \cdot b) \cdot (\overline{c} \cdot d)}$



c) Con las puertas NAND de 4 entradas "sobra" una entrada. No es posible dejar ninguna entrada sin conectar, así que de una u otra forma habrá que hacer uso de las 4 entradas.

Una solución es utilizar la definición de elemento neutro del producto (el valor "1" lógico). De esta manera se obtiene: $f = \overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot 1}$

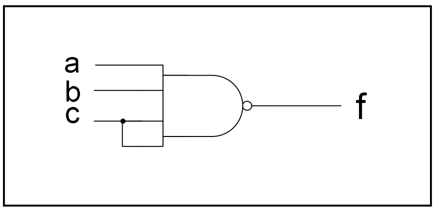
Lo que se traduce en el circuito lógico:



Hay más posibilidades razonables. Por ejemplo, haciendo uso de la propiedad de idempotencia puede obtenerse la transformación:

$f = \overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot c}$

Y el correspondiente circuito lógico:



2.3.2. El entrenador lógico dispone de las siguientes puertas para montar circuitos lógicos:

- 4x OR de 2 entradas
- 4x AND de 2 entradas
- 8x NAND de 2 entradas
- 6x NAND de 3 entradas
- 4x NAND de 4 entradas
- 6x NOT

Dibuje los circuitos lógicos que, utilizando únicamente puertas de las disponibles en el entrenador, implementen las funciones que se proponen a continuación. Justifique algebraicamente las equivalencias:

$f = a + b + c + \overline{d}$

$g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}}$ (para este apartado, suponga que ya ha utilizado todos los inversores NOT)

SOLUCIÓN:

Para la función a): $f = a + b + c + \overline{d}$

Se necesita implementar una OR de 4E. Para ello, se necesitarán 3 OR de 2E, (Por ejemplo, 1º OR -> (a+b), 2º OR -> (salida 1º OR +c), y 3º OR -> (salida 2º OR + /d)

Donde /d se implementa con alguna de las puertas NAND o NOT existentes, p.e. con una NOT de las 6 existentes.

Para la función b): $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}}$

Podemos expresar la función lógica F como una NAND de 3E, de las 6 existentes. Las entradas /a, y /c se pueden implementar bien con puertas NAND o bien con NOT. Por ejemplo con NAND de 2E:

/a = /(a•a), y /c=/(c•c)

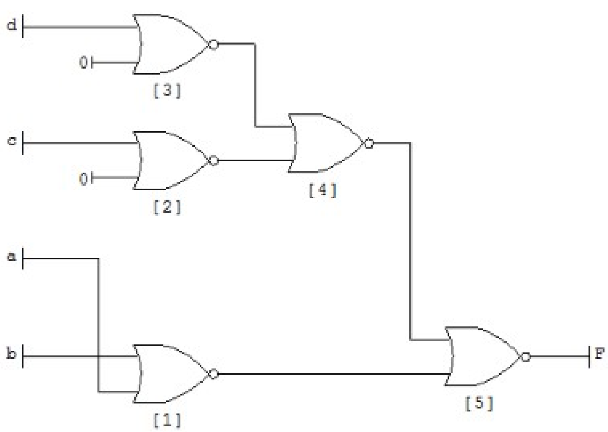
2.3.3. Dada la función:

$$F(d,c,b,a) = (\bar{d} + \bar{c}) \cdot (a + b)$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NOR de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{(\bar{d} + \bar{c}) + (a + b)}$$

2.3.4. Dada la función:

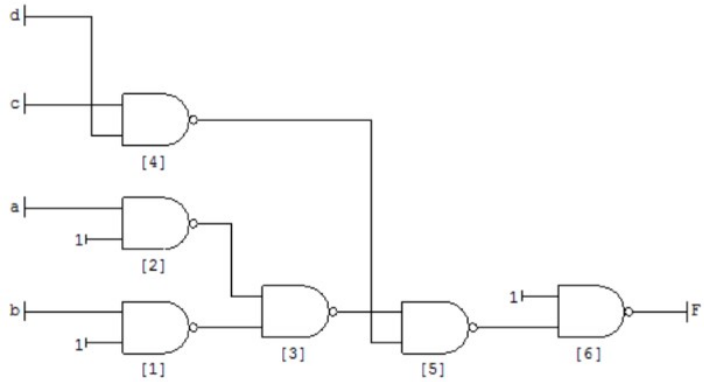
$$F(d,c,b,a) = \left(\bar{d} + \bar{c}\right) \cdot (a + b)$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NAND de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.

1)



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{\left(\overline{d \cdot c}\right) \cdot \left(\overline{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)}}$$

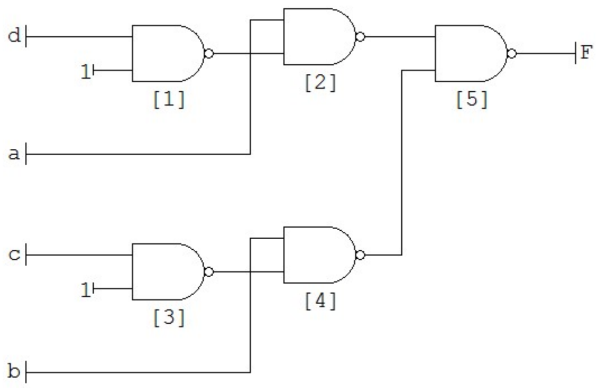
2.3.5. Dada la función:

$$F(d,c,b,a) = \bar{d} \cdot a + \bar{c} \cdot b$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NAND de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{(\bar{d} \cdot a)} \cdot \overline{(\bar{c} \cdot b)}}$$

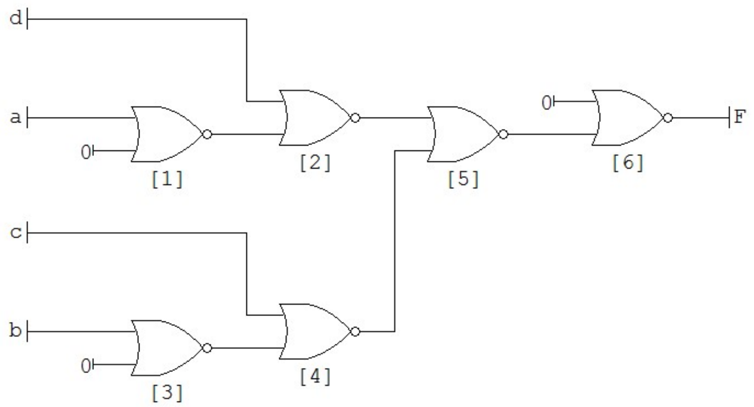
2.3.6. Dada la función:

$$F(d,c,b,a) = \bar{d} \cdot a + \bar{c} \cdot b$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NOR de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{\left(\overline{d+\bar{a}}\right) + \left(\overline{c+\bar{b}}\right)}}$$

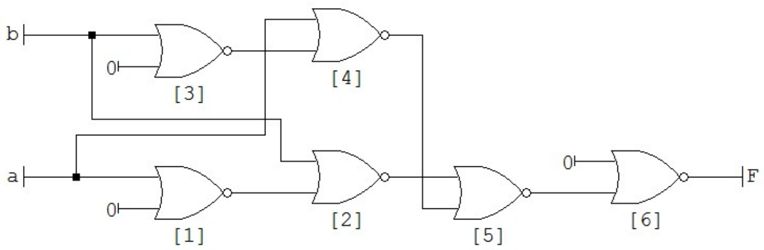
2.3.7. Dada la función:

$$F(b,a) = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NOR de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(b,a) = \overline{\overline{\left(\overline{\bar{b}+a}\right) + \left(\overline{b+\bar{a}}\right)}}$$

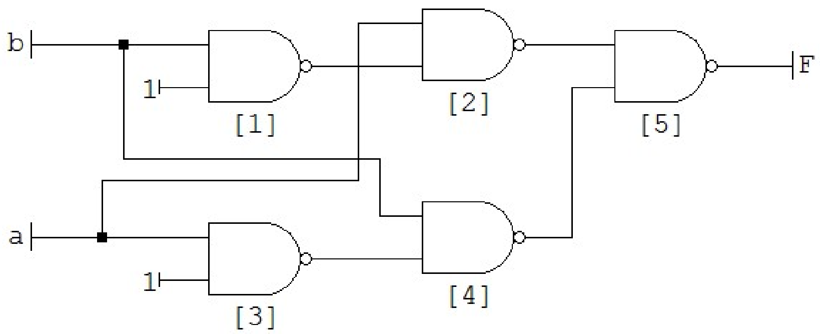
2.3.8. Dada la función:

$$F(b,a) = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$$

Obtener la misma función F únicamente con puertas NAND de 2 entradas.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones

$$F(b,a) = \overline{\overline{(\bar{b} \cdot a)} \cdot \overline{(b \cdot \bar{a})}}$$

2.4. Obtención de la función lógica: formas canónicas

2.4.1. Dada la siguiente tabla de verdad:

Entradas				*Salida*
D	*C*	*B*	*A*	*S*
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Ecuación canónica conjuntiva (producto de sumas):

$$S = \prod_{D,C,B,A}(0,1,2,3,4,7,8,11,12,13,14,15)$$

Ecuación canónica disyuntiva (suma de productos):

$$S = \sum_{D,C,B,A}(5,6,9,10)$$

2.4.2. Represéntese la siguiente función, como suma de productos.

$$f = \prod_{D,C,B,A}(0,2,3,14) \bullet \prod_{\Phi}(1,10,15)$$

SOLUCIÓN:

En la expresión de una función lógica mediante una forma canónica conjuntiva/producto de sumas/productorio, se deducen cuáles son los minitérminos de la función por exclusión: todos aquellos términos de la función (teniendo en cuenta que el total de términos es 2^n, siendo n la aridad de la función / el número de variables de la función; en este caso, n=4 y la función tiene 16 términos). Hay que tener en cuenta que si la función tiene combinaciones de entrada indiferentes (x como valor de salida), éstas han de reflejarse en las dos formas canónicas. Así,

$$\boldsymbol{f} = \prod_{\boldsymbol{D,C,B,A}}(0,2,3,14) \bullet \prod_{\Phi}(1,10,15) = \sum_{\boldsymbol{D,C,B,A}}(4,5,6,7,8,9,11,12,13) + \sum_{\Phi}(1,10,15)$$

2.4.3. Represéntese la siguiente función, como producto de sumas.

$$f = \sum_{D,C,B,A}(1,2,11,12,15) + \sum_{\Phi}(5,7,8)$$

SOLUCIÓN:

En este caso, y de forma análoga al ejercicio anterior, deducimos los maxitérminos por exclusión,

$$\boldsymbol{f} = \sum_{\boldsymbol{D,C,B,A}}(1,2,11,12,15) + \sum_{\Phi}(5,7,8) = \prod_{\boldsymbol{D,C,B,A}}(0,3,4,6,9,10,13,14) \bullet \prod_{\Phi}(5,7,8)$$

2.4.4. Obtener la forma canónica de la función siguiente mediante producto de maxitérminos:

$$f(d,c,b,a) = (c + \overline{d} + a) \cdot (a + b + c + \overline{d}) \cdot (d + a + \overline{b} + \overline{c}) \cdot (\overline{b} + c + d + a)$$

2.4.5. ¿Cuál es la ecuación canónica disyuntiva que representa a la siguiente función?

$$f(d,c,b,a) = 1$$

SOLUCIÓN:

$$f(d,c,b,a) = \sum_{d\,c\,b\,a}(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$$

2.4.6. Sea la función $f(c,b,a) = \sum_{c,b,a}(2,4,6) + \sum_{\varnothing}(1)$. Indique la ecuación canónica conjuntiva que representa a dicha función.

SOLUCIÓN:

$$f(c,b,a) = \prod_{c,b,a}(0,3,5,7) \cdot \prod_{\varnothing}(1)$$

2.4.7. Obtener la forma canónica de la función siguiente mediante suma de minitérminos:

$$f(c,b,a) = \overline{c} \cdot a$$

SOLUCIÓN:

$$f(c,b,a) = \sum_{c,b,a}(1,3)$$

2.4.8. Ejercicio de los tres sensores de presencia.

SOLUCIÓN:

$$AS = \sum_{SS,A,B,C}(9,11,12,13,15) + \sum_{\Phi}(2,6,10,14)$$

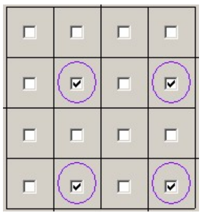
2.5. Simplificación de funciones: mapas de Karnaugh

2.5.1. Dada una tabla de verdad determindad, escribir las dos ecuaciones de la salida S que se obtienen al simplificar (mediante unos, y mediante ceros) utilizando mapas de Karnaugh

SOLUCIÓN:

La simplificación por Karnaugh de la función S, nos da la siguiente tabla y simplificando por unos se obtienen los siguientes grupos.

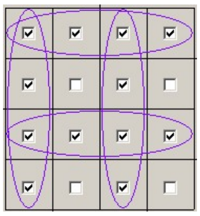
DC BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1



Estos grupos dan lugar a los siguientes términos:
S = (/DC/BA)+(D/C/BA)+(/DCB/A)+(D/CB/A)

Simplificando por ceros se obtienen los siguientes grupos.

DC BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1



Estos grupos dan lugar a los siguientes términos: S = (D+C)·(/D+/C)·(B+A)·(/B+/A)

2.5.2. Obtener la función lógica **simplificada** para la salida del "segmento **G**", activo a nivel alto, del circuito "visualizador de siete segmentos BCD" cuya tabla de verdad se proporciona.

SOLUCIÓN:

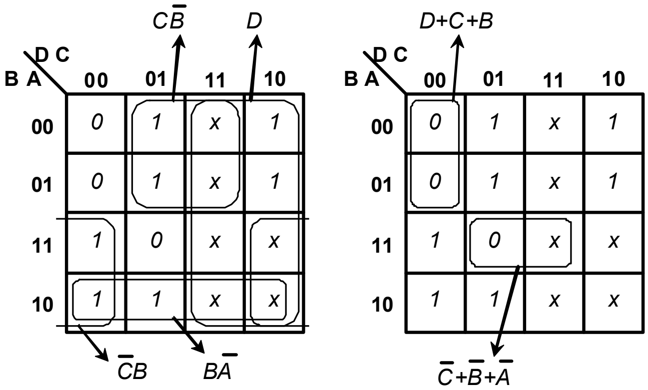
Partimos de una tabla vacía (en este caso, de cuatro variables, D, C, B y A):

BA \ DC	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

Y la rellenamos con los valores de la salida g del mencionado circuito:

BA \ DC	00	01	11	10
00	0	1	x	1
01	0	1	x	1
11	1	0	x	x
10	1	1	x	x

Ahora podemos hacer la simplificación. Como solamente se pide la función simplificada, se sobreentiende que se nos pide la más simplificada de las dos posibles, por unos y por ceros. Es decir, hay que hacer ambas simplificaciones y, caso de que las expresiones resultantes sean distintas, elegir la más sencilla de las dos.



Como la simplificación de g por unos da $g = D + C\overline{B} + \overline{C}B + B\overline{A}$ y por ceros $g = (D + C + B)\cdot(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A})$, debemos hacer un recuento de las puertas y del nivel de cada simplificación para elegir el resultado más sencillo. En la simplificación por unos el nivel del circuito es 3, y se usan 7 puertas (3 NOT, 3 AND2, 1 OR3) y en la simplificación por ceros el nivel del circuito es 3 y se usan 6 puertas (3 NOT, 2 OR3, 1 AND2). Por tanto, el resultado más simple es el segundo: la simplificación por ceros.

Finalmente, pues, la respuesta al problema es $g = (D + C + B)\cdot(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A})$

2.5.3. Simplificar tanto por “unos”, como por “ceros” la siguiente función:

$$f = \sum_{C,B,A}(0,1,2,3)$$

SOLUCIÓN:

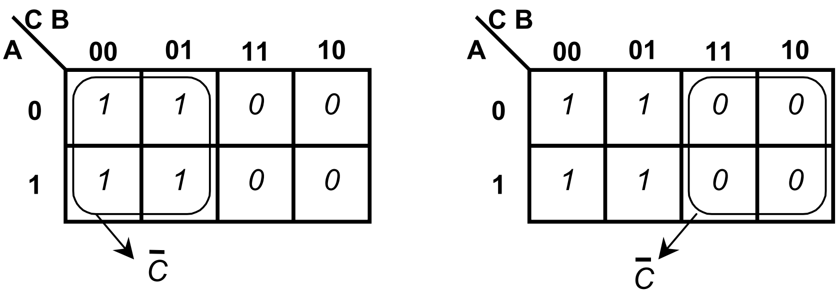
En la figura siguiente tenemos una tabla de Karnaugh de 3 variables vacía. Para facilitar la escritura de los valores de f para cada combinación de entrada, se ha indicado en la esquina superior derecha de cada celda el número del término asociado. Se trata de pasar de la combinación binaria de valores CBA a decimal; cuando estemos acostumbrados a las tablas de Karnaugh, estos números no serán necesarios.

A \ C B	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

Lo que hacemos es trasladar los valores de la función f a las posiciones correspondientes, bien desde la tabla de verdad, bien (como en este caso particular) desde una de las formas canónicas de f:

A \ C B	00	01	11	10
0	*1*	*1*	*0*	*0*
1	*1*	*1*	*0*	*0*

Y ahora realizamos la simplificación. A la izquierda la simplificación por unos, a la derecha por ceros,



Téngase en cuenta que, en este caso particular, ambas simplificaciones han dado como resultado la misma expresión algebraica. Esto es una casualidad y, en general, los resultados de ambas simplificaciones serán diferentes.

2.5.4. Ejercicio de la planta de fabricación de piezas cerámicas.

SOLUCIÓN:

$$clase1 = \mathrm{CA} + \mathrm{BA} \text{ y } \mathrm{clase2} = \mathrm{CA} + \mathrm{BA} + \mathrm{CB}$$

2.5.5. Se desea implementar un circuito con 4 entradas (D C B y A) y dos salidas (S1 y S0). Las ecuaciones canónicas de los circuitos de salida son:

$$S0 = \sum_{D\,C\,B\,A}(2,3,6,7,14,15) + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$

$$S1 = \sum_{DCBA}(1,5,13) + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$

Obtenga las ecuaciones correspondientes al circuito mínimo de las salidas S0 y S1 respectivamente.

SOLUCIÓN:

$$S0 = B$$
$$S1 = \overline{B}\,A$$

2.5.6. Sean $A = a_1a_0$ y $B = b_1b_0$ dos números Naturales expresados en binario mediante dos bits. Obtenga las funciones lógicas de comparación $(A \geq B)$ y $(A \leq B)$ simplificadas.

SOLUCIÓN:

$$(A \geq B) = (a_1 + \overline{b}_1)(a_1 + a_0 + \overline{b}_0)(a_0 + \overline{b}_1 + \overline{b}_0)$$
$$(A \leq B) = (\overline{a}_1 + b_1)(\overline{a}_1 + \overline{a}_0 + b_0)(\overline{a}_0 + b_1 + b_0)$$

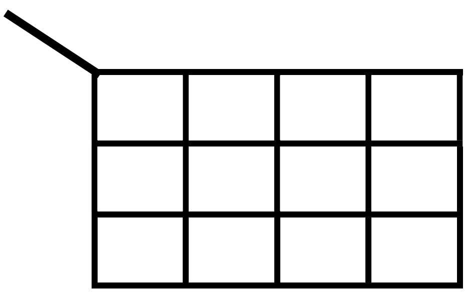
2.5.7. Sean $A=a_1a_0$ y $B=b_1b_0$ dos números naturales expresados en binario y la función lógica simplificada: $F = (a_1 + a_0 + b_1 + b_0)(a_1 + \overline{a}_0 + b_1 + \overline{b}_0)(\overline{a}_1 + \overline{a}_0 + \overline{b}_1 + \overline{b}_0)(\overline{a}_1 + a_0 + \overline{b}_1 + b_0)$ que implementa una de las siguientes funciones de comparación. Indique cual:

- ☐ F = (A > B)
- ☐ F = (A < B)
- ☐ F = (A = B)
- x F = (A ≠ B)

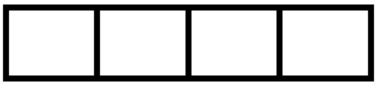
2.5.8. Dada la siguiente ecuación canónica disyuntiva (suma de minitérminos).

$$S0 = \sum_{D,C,B,A}(0,2,5,10,14) + \sum_{\phi}(1,7,11,13,15)$$

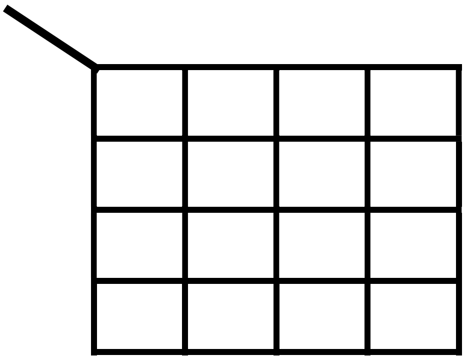
a) Mediante un mapa de Karnaugh, obtenga la ecuación simplificada para S0, utilizando minitérminos (1's).



S0 =



b) Mediante un mapa de Karnaugh, obtenga la ecuación simplificada para S0, utilizando maxitérminos (0's).



S0 =

2.6. Implementación de circuitos

2.6.1. Ejercicio de la planta de fabricación de coches.

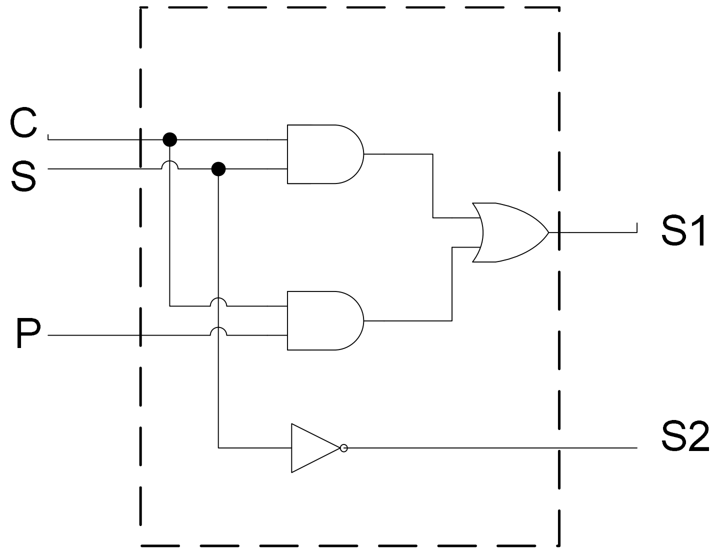
SOLUCIÓN:

C	S	P	S1	S2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

P \ C S	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

P \ C S	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

$$S1 = C \cdot S + C \cdot P \quad y \quad S2 = \overline{S}$$



2.6.2. Ejercicio del circuito de control del encendido de las luces intermitentes de un coche.
SOLUCIÓN:

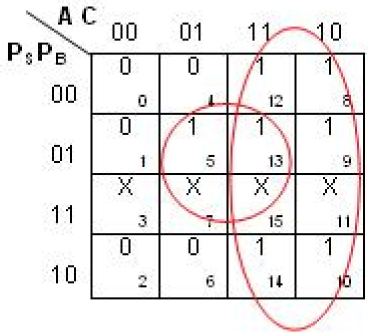
Tabla de verdad:

	A	C	P_S	P_B	L_I	L_D
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	X	X
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	X	X
12	1	1	0	0	1	1
13	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	X	X

Simplificación de las funciones:

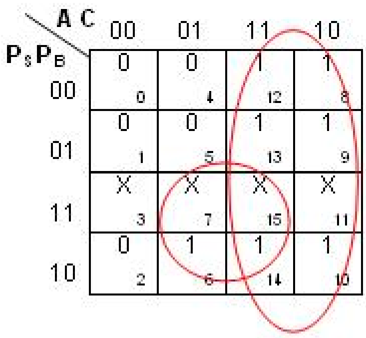
Simplificación por unos:

Para L_I:



$L_I = P_B.C + A$

Para L_D:

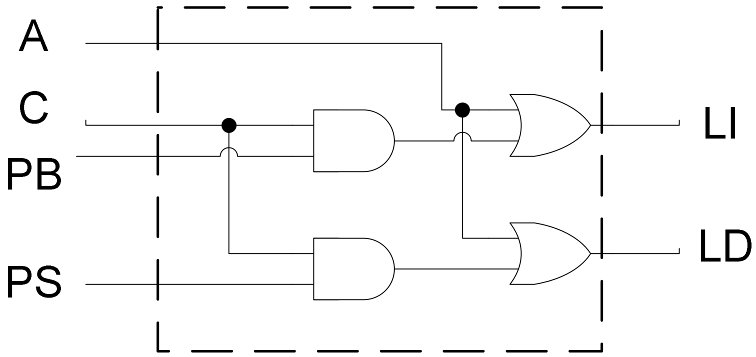


$L_D = P_S.C + A$

Si la simplificación fuera por ceros obtendríamos:

$L_I = (A + C) \, . \, (A + P_B)$

$L_D = (A + C) \, . \, (A + P_S)$



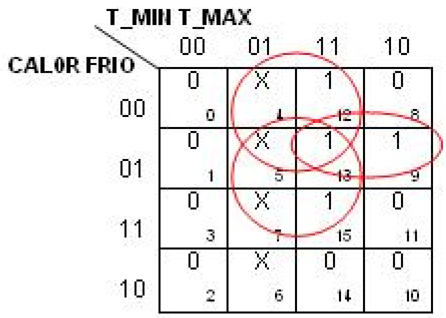
2.6.3. Ejercicio del control del aire acondicionado.

SOLUCIÓN:

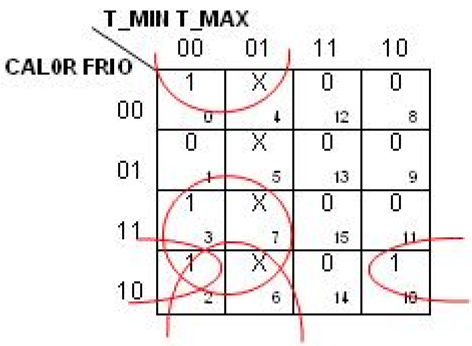
	T_MIN	T_MAX	CALOR	FRIO	AIRE FRIO	AIRE CALIENTE
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	X	X
5	0	1	0	1	X	X
6	0	1	1	0	X	X
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	1
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	0

Simplificación por unos:

AIRE FRIO



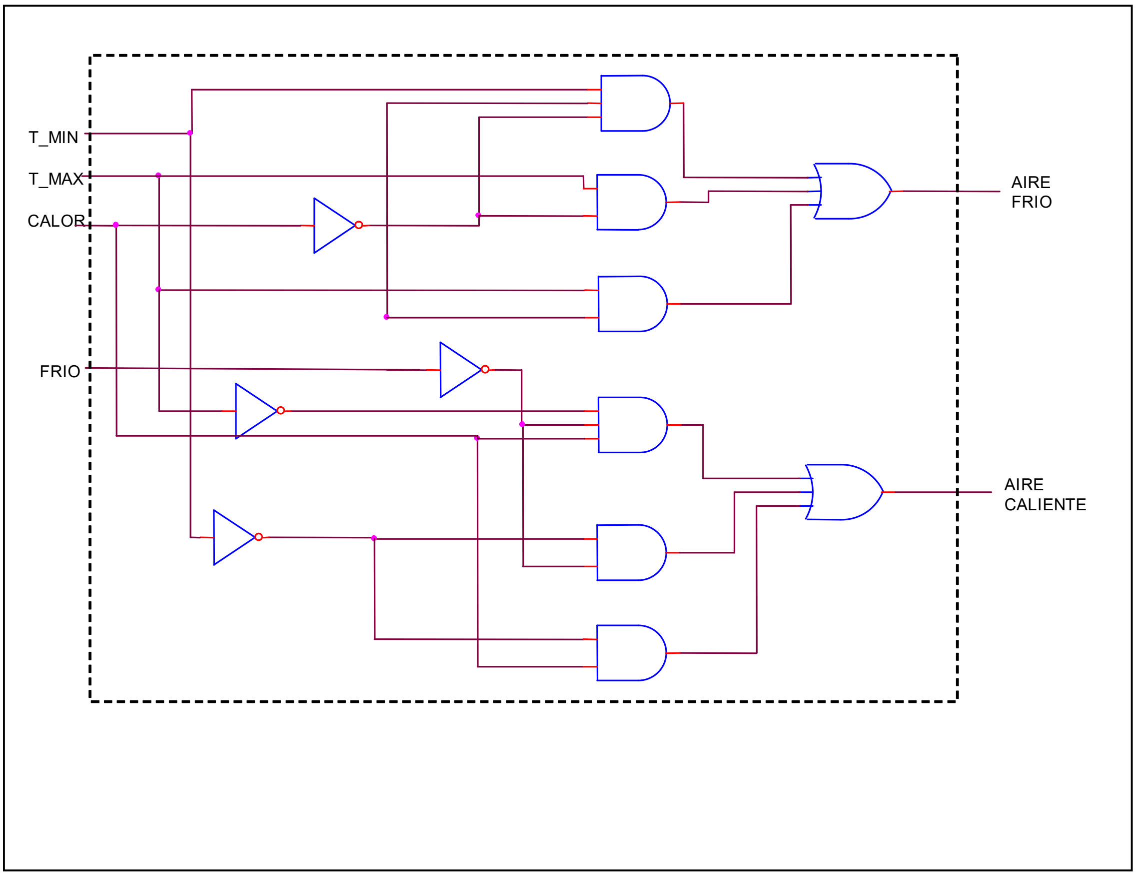
AIRE CALIENTE



AIRE FRIO = T_MAX . $\overline{\text{CALOR}}$ + T_MAX . FRIO + T_MIN . $\overline{\text{CALOR}}$. FRIO

AIRE CALIENTE = $\overline{\text{T\_MIN}}$. CALOR + $\overline{\text{T\_MIN}}$. $\overline{\text{FRIO}}$ + $\overline{\text{T\_MAX}}$. CALOR . $\overline{\text{FRIO}}$

... // ...


T_MIN
T_MAX
CALOR
FRIO
AIRE
FRIO
AIRE
CALIENTE

2.6.4. Circuito de control de una cinta transportadora, rellenando la tabla.

/CD	/CI	/PD	/PI	M/P	D/I

/CD	**/CI**	**/PD**	**/PI**	**M/P**	**D/I**	**Comentario**
0	0	X	X	X	X	Imposible. La cinta no se puede mover en los dos sentidos
0	1	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
0	1	0	1	1	1	Mover hacia la derecha (PD activada)
0	1	1	0	0	X	Parar
0	1	1	1	1	1	Continuar mov. hacia la derecha
1	0	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
1	0	0	1	0	X	Parar
1	0	1	0	1	0	Mover hacia la izquierda (PI activada)
1	0	1	1	1	0	Continuar mov. hacia la izquierda
1	1	0	0	X	X	Entrada de balancín imposible
1	1	0	1	1	1	Mover hacia la derecha
1	1	1	0	1	0	Mover hacia la izquierda
1	1	1	1	0	X	Parar

Cinta moviéndose hacia la derecha (/CD = 0)

Cinta moviéndose hacia la izquierda (/CI = 0)

Cinta parada (/CD = /CI = 1)

NOTA 1: Ya que es evidente que la cinta no puede moverse simultáneamente en los dos sentidos, todos los casos en que /CD = /CI = 0 son imposibles.

NOTA 2: Ya que el enunciado indica expresamente que las dos señales del balancín son mutuamente excluyentes, todos los casos en que /PD = /PI = 0 son imposibles.

NOTA 3: En todos los casos de entradas imposibles, hemos indicado que el sistema puede tomar cualquier decisión, y por tanto, las salidas serán M/P = D/I = X

NOTA 4: En aquellos casos en que el circuito ordene la parada de la cinta (salida M/P = 0), tal como se indica en el enunciado, el valor de la salida D/I es indiferente, y por tanto, su valor será D/I = X.

2.6.5. Ejercicio de la vieja factoría.

A) Realice la tabla de verdad de la función lógica. Por favor, siga el siguiente orden para las entradas: PS, PB, PI, PD, y el siguiente orden para las salidas: S, B, I, D.

SOLUCIÓN:

La tabla de verdad

Nº	PS	PB	PI	PD	S	B	I	D
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	1	1	0
7	0	1	1	1	X	X	X	X
8	1	0	0	0	1	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	X	X	X	X
12	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X

B) Indique las formas canónicas disyuntiva y conjuntiva de la función lógica a partir de la tabla de verdad del enunciado anterior para la salida B.

SOLUCIÓN:

Formas canónicas disyuntiva y conjuntiva:

$$FCD = \sum_{PS,PB,PI,PD}(4,5,6) + \sum_{\emptyset}(7,11,13,14,15)$$

$$FCC = \prod_{PS,PB,PI,PD}(0,1,2,3,8,9,10,12,) \cdot \prod_{\emptyset}(7,11,13,14,15)$$

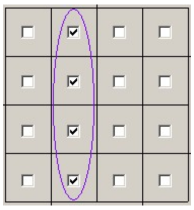
C) Obtenga la expresión mínima de la función lógica mediante la simplificación de Karnaugh, tanto por unos como por ceros, para la salida B.

SOLUCIÓN:

Expresión mínima de la función lógica:

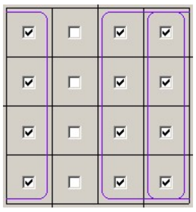
Simplificación por 1's: (/PS·PB)

PS PB / **PI PD**	**00**	**01**	**11**	**10**
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



Simplificación por 0's: (/PS)·(PB)

PS PB / **PI PD**	**00**	**01**	**11**	**10**
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



2.6.6. Ejercicio del calentador de biberones.

A) Realice la tabla de verdad de la función lógica R=f(C,T,B,L). Por favor, siga el siguiente orden para las entradas: C T B L. Donde la variable C es la de mayor peso.

SOLUCIÓN:

La tabla de verdad:

Nº	C	T	B	L	R
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	X
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	X
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

R

B) Indique las formas canónicas disyuntiva y conjuntiva de la función lógica R a partir de la tabla de verdad del enunciado anterior.

SOLUCIÓN:

$FCD = \sum_{C,T,B,L}(3,7) + \sum_{\varnothing}(1,5,9,13)$

$FCC = \prod_{C,T,B,L}(0,2,4,6,8,10,11,12,14,15) \cdot \prod_{\varnothing}(1,5,9,13)$

C) Obtenga la expresión mínima de la función lógica R mediante la simplificación de karnaugh, tanto por unos como por ceros.

SOLUCIÓN:

Por 1's: (L·/C)

CT / BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

Por0's: (L·/C)

CT / BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

2.6.7. Ejercicio del circuito de control de un aparato de vídeo.

A) Realice la tabla de verdad del circuito propuesto. Respete el siguiente orden para las variables de entrada: SF, SI, TA, TR. SF es la variable de más peso.

SOLUCIÓN:

SF	SI	TA	TR	MA	MR
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	X	X
1	1	0	1	X	X
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

Cuando no se pulsa ninguna de las dos teclas, no se activa ninguna de las señales de motor, ni avance ni retroceso, como corresponde a la lógica de funcionamiento del aparato real. El caso SF=1, SI=1 no se puede dar nunca en la práctica, porque no es posible que una cinta esté al mismo tiempo al inicio y al final de su recorrido. La tabla debe reflejar esta situación imposible asignando valores indiferentes (“X”) a las funciones MA y MR.

B) Obtenga las funciones canónicas disyuntiva y conjuntiva para la función MA (notación sumatorio y productorio). Respete el orden propuesto en el apartado anterior para las variables de entrada

SOLUCIÓN:

Se piden las expresiones con notación sumatorio y productorio (no las expresiones desarrolladas). Cualquier omisión en la identificación de las variables de entrada, o cambio de operador, invalida completamente la forma canónica. Preste especial atención a la forma canónica conjuntiva, donde el operador entre los dos productorios es un producto, y no una suma.

Forma canónica disyuntiva:

$$MA = \sum_{SF,SI,TA,TR}(2,6,7) + \sum_{\Phi}(12,13,14,15)$$

Forma canónica conjuntiva:

$$MA = \prod_{SF,SI,TA,TR}(0,1,3,4,5,8,9,10,11) \cdot \prod_{\Phi}(12,13,14,15)$$

2.6.8. Ejercicio de la fábrica de cajas de cartón.

SOLUCIÓN:

Color		Tamaño		trayectoria 1	trayectoria 2	trayectoria 3
C1	C0	T1	T0			
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	X	X	X
1	0	0	1	X	X	X
1	0	1	0	X	X	X
1	0	1	1	X	X	X
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	1

$$Trayectoria\ 1 = \sum_{C1C0T1T0}(0,4,12) + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$