Tema 5. Inferencia Estadística

Introducción

Parte I. Distribuciones en el muestreo

Parte II. Estimación de parámetros

Parte III. Test de Hipótesis

Dep. Estadística e IO Aplicadas y Calidad, Universidad Politécnica de Valencia

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

La empresa VIGAR S.A. hace 1 semana compró una máquina cortadora de redondos de acero para el armado de vigas. Cuando la adquirió se comprobó que estaba regulada para dar en promedio una longitud de 2000 mm. Actualmente no está segura si la máquina sigue dando en promedio redondos con esa longitud. Si estuviese segura que la máquina no está bien debe reequilibrarla, para ello debe parar la producción con lo que ello conlleva.

DECISIÓN

1 semana después

Compra Máquina Cortadora → **¿Debe Reequilibrarla?**

Longitud media= 2000 → **¿Longitud media= 2000?**

¿Puede tener todos los redondos que corta y tener a alguien para mediarlos uno por uno?

¿Puede utilizar toda la información referente a la población?

NO→INFERENCIA

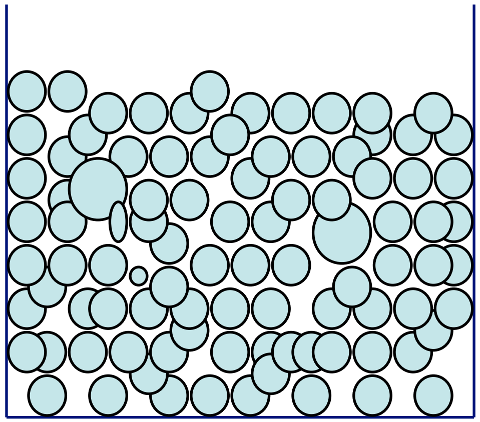
CONCEPTOS

1. Objetivo Inferencia
2. Herramientas de la Inferencia
3. Analisis de la hipótesis de Normalidad
4. Estimadores de los parámetros poblacionales
5. Concepto de Estadístico
6. Intervalos de confianza para los parámetros poblacionales
7. Contraste de Hipótesis sobre los parámetros poblacionales

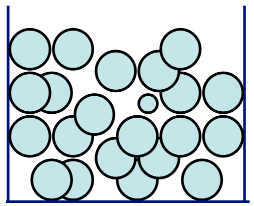
INFERENCIA PARAMÉTRICA EN UNA POBLACIÓN

OBJETIVO DE LA INFERENCIA

Muestreo Aleatorio Simple



POBLACIÓN



MUESTRA

Trasladar las conclusiones obtenidas en la muestra a la población

Hacer INFERENCIA implica

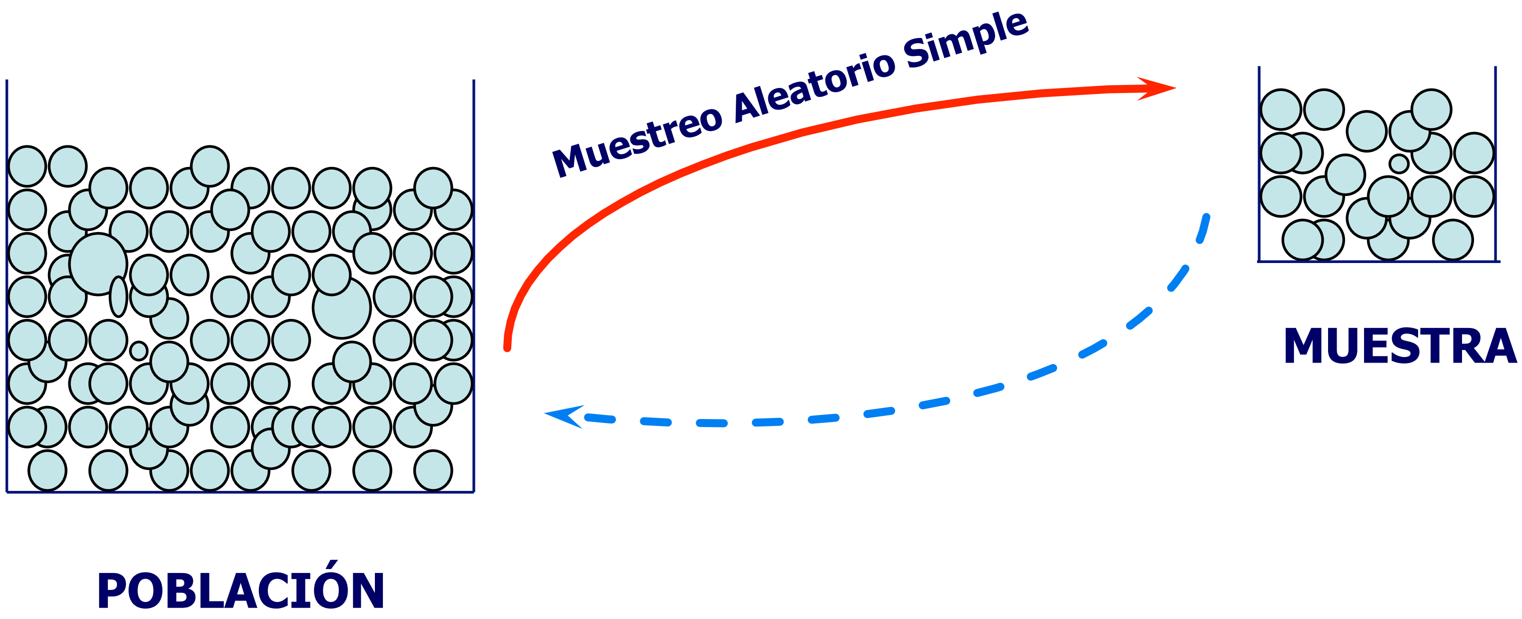
Analizar Variable
(Longitud de los redondos)

Media, varianza… → **INFERENCIA PARAMÉTRICA**

Normalidad de la variable… → **INFERENCIA NO PARAMÉTRICA**

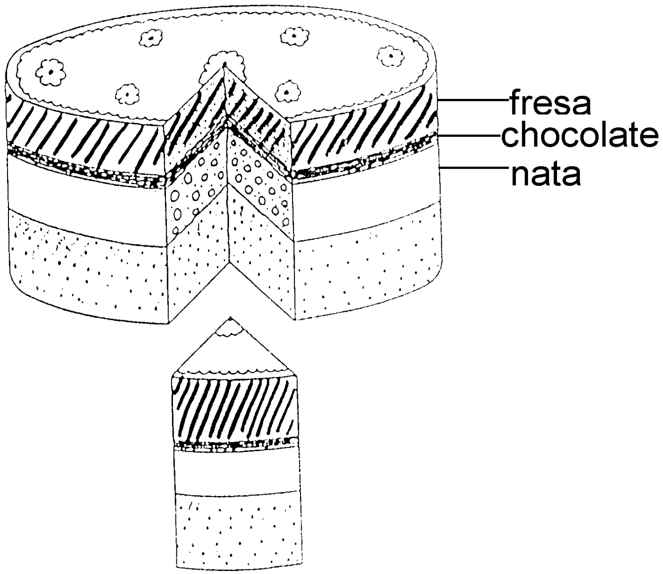
GARANTIZAR QUE LA MUESTRA SEA REPRESENTATIVA DE LA POBLACIÓN PARA QUE LA INFERENCIA NO PIERDA SU CREDIBILIDAD

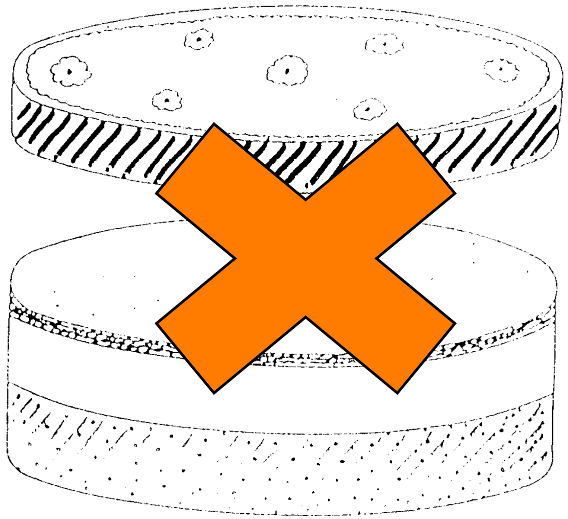
¿Qué se entiende por REPRESENTATIVA?



Única garantía de representatividad: Muestreo aleatorio

REGLA DE ORO DEL MUESTREO





LA MUESTRA DEBE SER REPRESENTATIVA DEL CONJUNTO

EJEMPLO DE UN PÉSIMO MUESTREO

MÉTODOS PARA ELEGIR UNA MUESTRA: TIPOS DE MUESTREO

POR CONVENIENCIA

- Elección por métodos no aleatorios de la muestra
  - La "representatividad" la determina el investigador de modo subjetivo → difícil cuantificar la representatividad de la muestra
- Presenta sesgos→ Aplicar cuando no hay otra opción
- Este tipo de muestreos casi nunca representará la variabilidad de la población (normalmente quedará subestimada)

ALEATORIO

Todos los elementos tienen la misma probabilidad de ser elegidos

- Simple (m.a.s.)
- Sistemático
- Estratificado
- Conglomerados

MÉTODOS PARA ELEGIR UNA MUESTRA: TIPOS DE MUESTREO

ALEATORIO

Simple

Consiste en extraer todos los individuos al azar de una lista

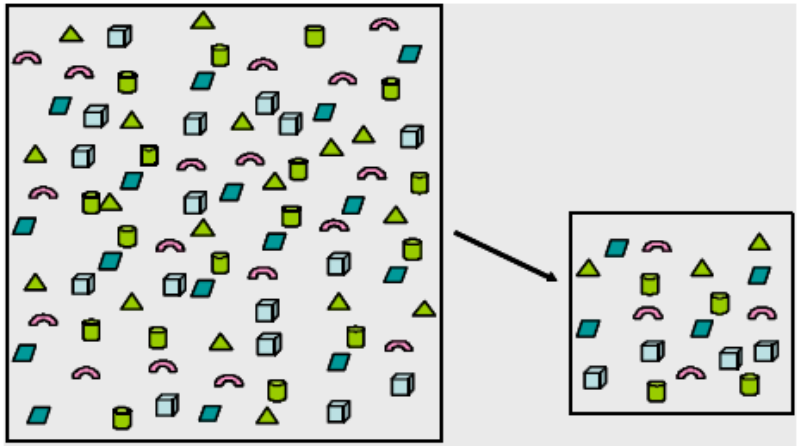


Figura 1. Representación gráfica del muestreo aleatorio simple.

Sistemático

En este caso se elige el primer individuo al azar y el resto viene condicionado por aquél

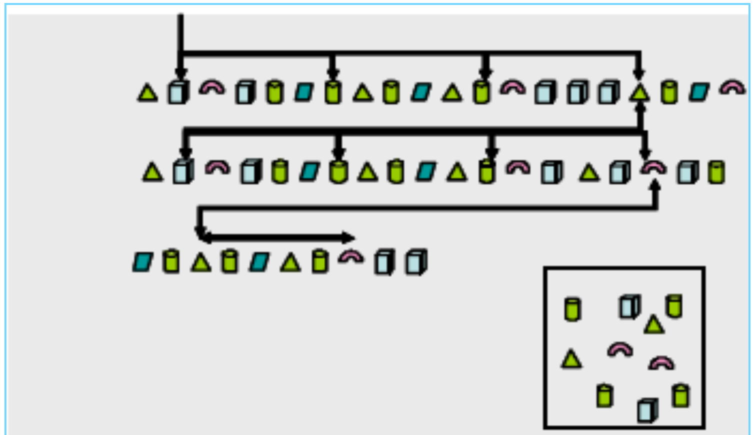


Figura 2. Representación gráfica del muestreo aleatorio sistemático.

ALEATORIO

Estratificado

Se divide la población en grupos en función de un carácter determinado y después se muestrea cada grupo aleatoriamente, para obtener la parte proporcional de la muestra. Este método se aplica para evitar que por azar algún grupo de individuos esté menos representado que los otros

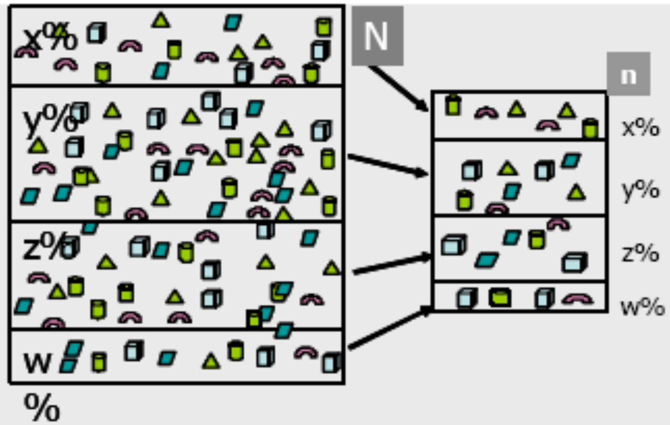


Figura 3. Representación gráfica del muestreo aleatorio estratificado.

Conglomerados

Población dividida en varios grupos de características parecidas entre ellos.
Se analizan completamente algunos de los grupos (Conglomerado).
Dentro de cada conglomerado existe una variación importante, pero los distintos conglomerados son parecidos

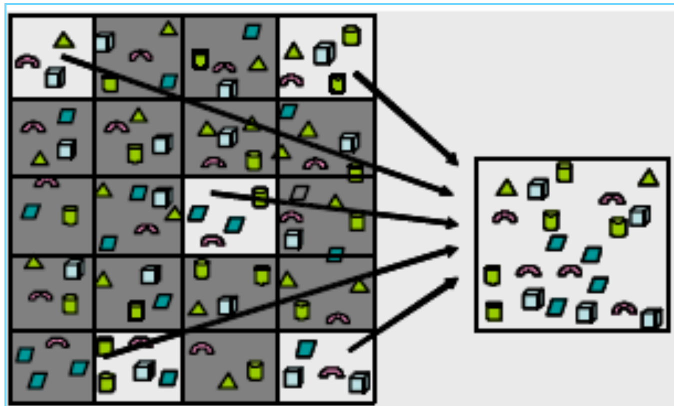


Figura 4. Representación gráfica del muestreo aleatorio por conglomerados.

Muestra aleatoria

Ejemplo Sea **X = Peso en grs de un paquete de arroz.**
Supongamos que **X** ~ N (**m**,σ). Con el fin de hacer averiguaciones sobre los parámetros, **m** y **σ** de X, se tomará una muestra aleatoria de 3 paquetes:

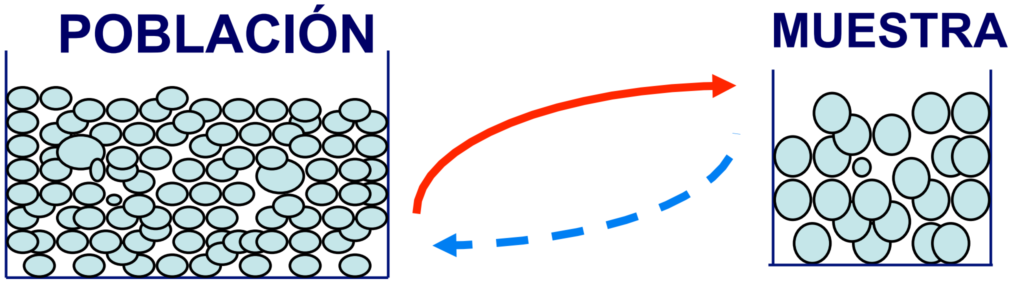
$$\mathbf{m.a = \{X_1, X_2, X_3\}}$$

Donde, $\mathbf{X_1}$ = Peso del primer paquete; $X_1 \sim N(m, \sigma) \sim \mathbf{X}$
$\mathbf{X_2}$ = Peso del segundo paquete; $X_2 \sim N(m, \sigma) \sim \mathbf{X}$
$\mathbf{X_3}$ = Peso del tercer paquete; $X_3 \sim N(m, \sigma) \sim \mathbf{X}$

- **Una realización de esta muestra consistirá en tomar 3 paquetes al azar y medir su peso:**

Realización 1 de la m.a.={1010, 1012, 999}
Realización 2 de la m.a.={1001, 1008, 1011}
...
Realización i de la m.a. .={1005, 1009, 998}

2. Herramientas de la inferencia



ESTIMACIÓN PUNTUAL

Dar **para el parámetro poblacional** el valor más verosimil

(Hace la probabilidad de la muestra obtenida máxima)

$$\hat{m} = \bar{x}$$

$$\hat{\sigma} = S$$

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Dar un intervalo **[L_i L_s]** donde hay una probabilidad elevada (**Nivel de Confianza**) de que se encuentre el verdadero **valor poblacional del parámetro desconocido**

$$P(L_i \leq m \leq L_s) = N_{conf}$$

$$P(L_i \leq \sigma \leq L_s) = N_{conf}$$

TEST DE HIPOTESIS

Contrastar si se puede o no aceptar una hipótesis sobre el posible valor del **parámetro poblacional**

$$H_0 : m = m_0$$

$$H_1 : m \neq m_0$$

....

$$H_0 : \sigma = \sigma_0$$

$$H_1 : \sigma \neq \sigma_0$$

INFERENCIA PARAMÉTRICA EN UNA POBLACIÓN **NORMAL**

ANALIZAR LA NORMALIDAD

La mayor parte de las técnicas de Inferencia Estadística para variables continuas asumen que las POBLACIONES muestreadas son NORMALES

¿Cómo podemos comprobar si esta hipótesis previa es admisible?

- **Usar tests estadísticos formales (Exigen muchos datos en general. Poco útiles en la práctica) → INFERENCIA NO PARAMÉTRICA**

- **Hacer un Histograma (Exige cantidad mínima de datos)**

- **Gráfico en Papel Probabilístico Normal**

También es aconsejable analizar los valores de los coeficientes de asimetría y curtosis estandarizados de los datos

Otra posibilidad: Inferencia No paramétrica

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

¿PODEMOS SUPONER QUE LA VARIABLE LONGITUD DE LOS REDONDOS SE DISTRIBUYE COMO UNA NORMAL?

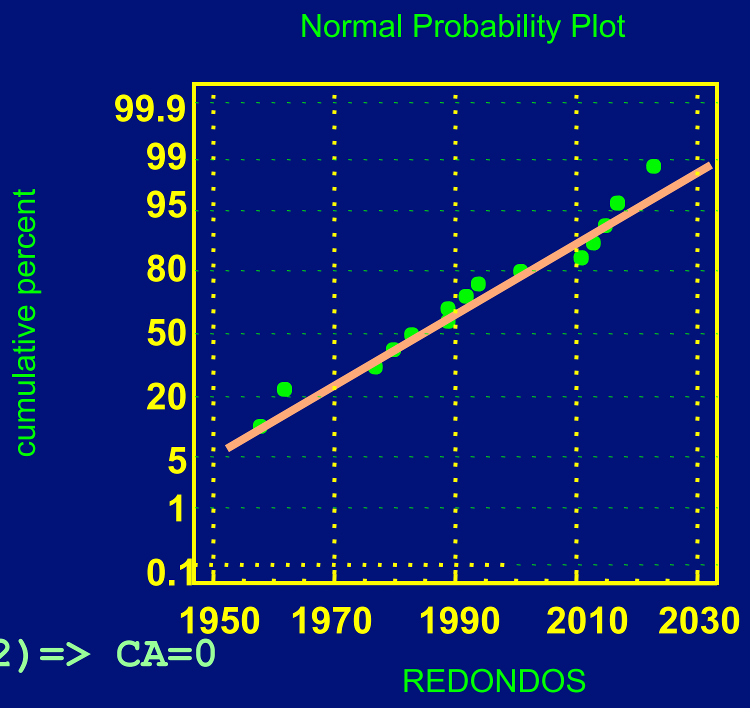
1) Análisis descriptivo de la muestra (Parámetros de Posición y Dispersión)

2) Normalidad de los datos (Histogramas, Papel Probabilístico)

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

¿Podemos asumir normalidad en la variable longitud de los redondos ?

Variable:	REDONDOS	
Sample size	15	
Average	**1993.6**	
Median	1992	
Mode	1989	
Geometric mean	1993.51	
Variance	391.971	
Standard deviation	**19.7983**	
Standard error	5.11189	
Minimum	1958	
Maximum	2023	
Range	65	
Lower quartile	1980	
Upper quartile	2013	
Interquartile range	33	
Skewness	-0.256502	
Standardized skewness	**-0.405564**	$\in(-2,2) \Rightarrow$ CA=0
Kurtosis (CC-3)	-0.750953	
Standardized kurtosis	**-0.593681**	$\in(-2,2) \Rightarrow$ CC=3



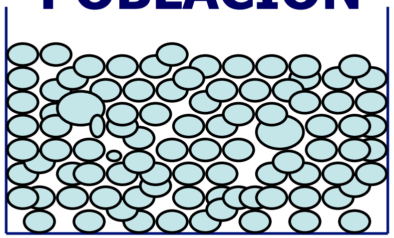
ESTIMACIÓN PUNTUAL

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

X= longitud de los redondos

$X \sim N(m?, \sigma?)$

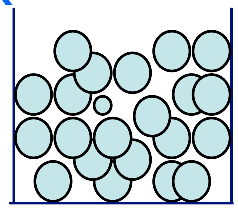
POBLACIÓN



m.a.s. →

$\bar{x}_1$ s_1

MUESTRA_1
(N elementos)



Un posible valor o ESTIMACIÓN para:

$m = \bar{x}_1$

$\sigma = s_1$

¿Son estimaciones únicas?

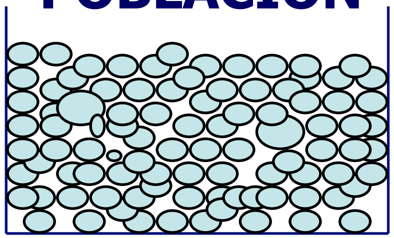
¿Qué pasaría con esos valores si tomásemos otra muestra?

ESTIMACIÓN PUNTUAL

X= longitud de los redondos

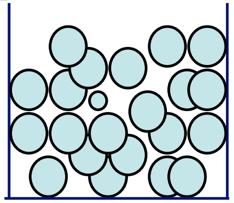
X~N(m?,σ?)

POBLACIÓN



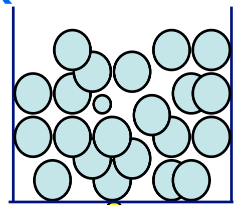
MUESTRA_1
(N elementos)

$\bar{x}_1$ s_1



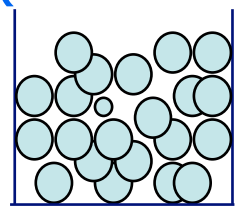
MUESTRA_2
(N elementos)

$\bar{x}_2$ s_2



MUESTRA_J
(N elementos)

$\bar{x}_J$ s_J



ESTIMADORES O ESTADÍSTICOS

Carecer de información sobre PRECISIÓN de la estimación

INCONVENIENTE

MEJORES ESTIMADORES

$\bar{x}$

$$\bar{X} \sim \mathbf{N}\left(m, \frac{\sigma^2}{N}\right)$$

s

$$(N-1)\frac{s^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1}$$

m=¿? σ =¿?

PARÁMETROS DESCONOCIDOS

VARIABLES

Distribución de la Media Muestral

El error estándar de la media muestral es:

$$\varepsilon(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow Si\, n\, es\, muy\, grande, \varepsilon \approx 0$$

$$m = \bar{x} \pm \varepsilon$$

Cuanto mayor es la muestra ⇒ menor es el error y por tanto, la media muestral se parecerá más a la media poblacional

Distribución de la Media Muestral

La v.a **Media muestral** seguirá una distribución **NORMAL:**

- Muestras grandes de poblaciones con distribuciones desconocidas

  (n≥ 30)

- Muestras pequeñas en poblaciones NORMALES de varianza conocida (**∀n)**

$$\bar{x} \sim N(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$$

La v.a **Media muestral** seguirá una distribución **t-STUDENT** con n-1 grados de libertad (n: tamaño de la muestra):

- Muestra procede de poblaciones NORMALES de varianza desconocida

$$\frac{\bar{x} - m}{s_{n-1}/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

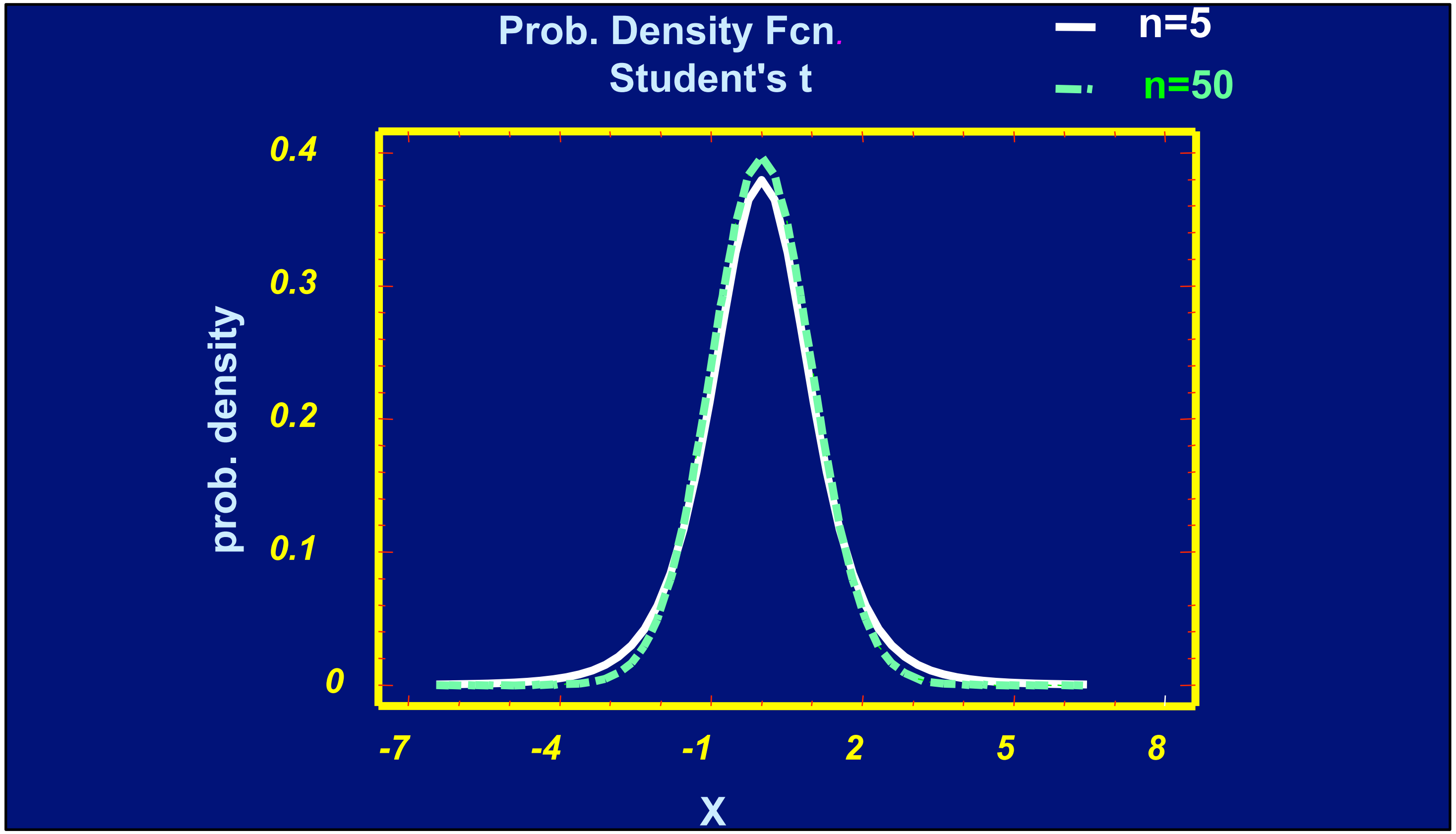
DISTRIBUCIÓN t-STUDENT

$$t_n = \frac{N(0,1)}{\sqrt{\frac{\chi_n^2}{n}}}$$ independientes

$$E(t_n) = 0$$

$$\sigma^2(t_n) = \frac{n}{n-2} \quad (n > 2)$$

$$t_n \xrightarrow{n \to \infty} N(0,1)$$ (para n>30, buena aproximación)

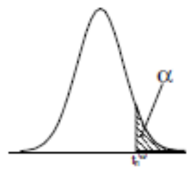


DISTRIBUCIÓN t-STUDENT

Tabla de la distribución t-Student:

Sirve para calcular el valor crítico x_α tal que: $P(X \geq x_\alpha) = \alpha \quad X \sim t_n$

DISTRIBUCIÓN t de Student



Valor de α

Grados de libertad n

Valor de x_α

	Probabilidad de una cola												
n	0.0005	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.45	0.475
1	636.578	318.289	63.656	31.821	12.706	6.314	3.078	1.376	1.000	0.727	0.325	0.158	0.079
2	31.600	22.328	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	1.061	0.816	0.617	0.289	0.142	0.071
3	12.924	10.214	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.978	0.765	0.584	0.277	0.137	0.068
4	8.610	7.173	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.941	0.741	0.569	0.271	0.134	0.067
5	6.869	5.894	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.920	0.727	0.559	0.267	0.132	0.066
6	5.959	5.208	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.906	0.718	0.553	0.265	0.131	0.065
7	5.408	4.785	3.499	2.998	2.365	1.895	1.415	0.896	0.711	0.549	0.263	0.130	0.065
8	5.041	4.501	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.889	0.706	0.546	0.262	0.130	0.065
9	4.781	4.297	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.883	0.703	0.543	0.261	0.129	0.064
10	4.587	4.144	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.879	0.700	0.542	0.260	0.129	0.064
11	4.437	4.025	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.876	0.697	0.540	0.260	0.129	0.064
12	4.318	3.930	3.055	2.681	2.179	1.782	1.356	0.873	0.695	0.539	0.259	0.128	0.064
13	4.221	3.852	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.870	0.694	0.538	0.259	0.128	0.064
14	4.140	3.787	2.977	2.624	2.145	1.761	1.345	0.868	0.692	0.537	0.258	0.128	0.064
15	4.073	3.733	2.947	2.602	2.131	1.753	1.341	0.866	0.691	0.536	0.258	0.128	0.064
16	4.015	3.686	2.921	2.583	2.120	1.746	1.337	0.865	0.690	0.535	0.258	0.128	0.064
17	3.965	3.646	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.863	0.689	0.534	0.257	0.128	0.064

DISTRIBUCIÓN χ^2

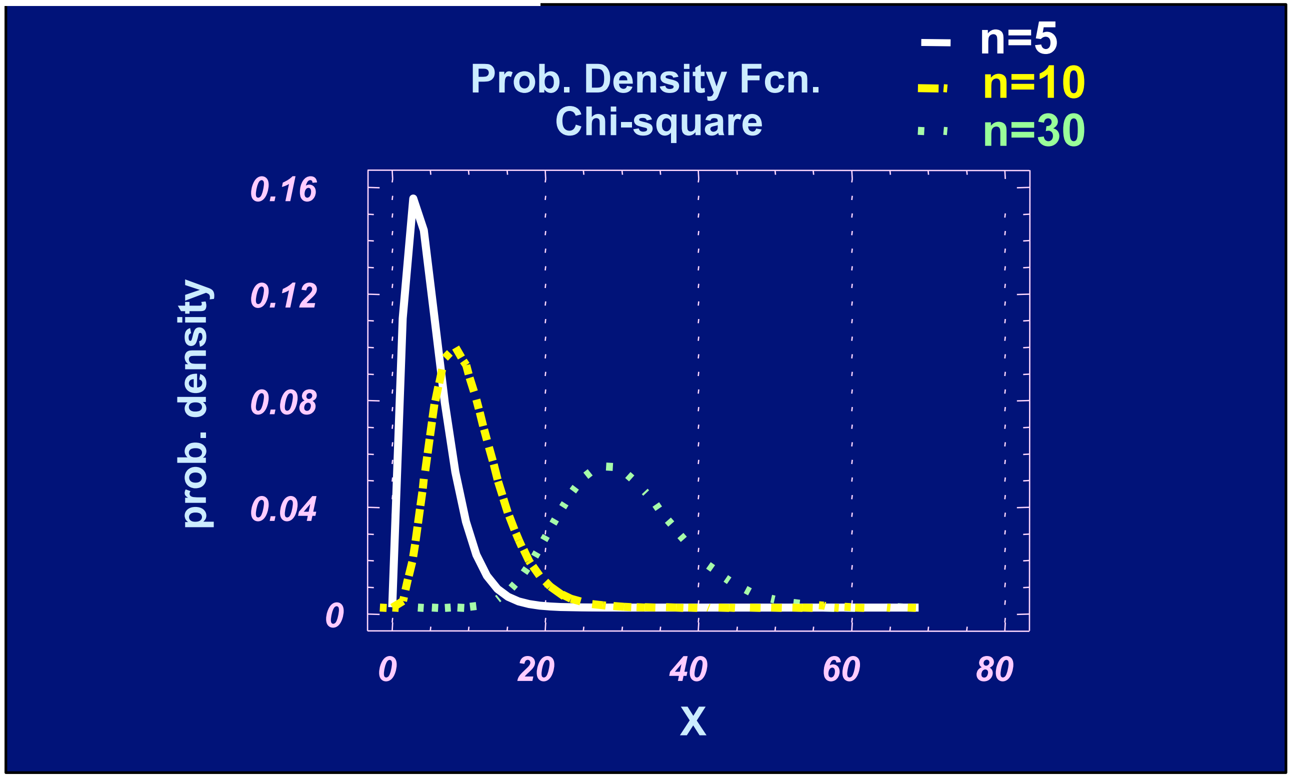
$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 \;\; ; \;\; \mathrm{X_i} \sim N(0,1) \quad \text{independientes}$$

$$E(\chi_n^2) = n$$

$$\sigma^2(\chi_n^2) = 2n$$

$$\frac{\chi_n^2 - n}{\sqrt{2n}} \xrightarrow{n\to\infty} N(0,1)$$ (para n>50, buena aproximación)

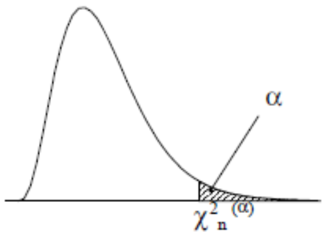
$$\sqrt{2\chi_n^2} \xrightarrow{n\to\infty} N(\sqrt{2n-1},1)$$ (para n>30, buena aproximación)



Distribución Chi-Cuadrado

Tabla de la distribución Chi-cuadrado:

Sirve para calcular el valor crítico x_α tal que: $P(X \geq x_\alpha) = \alpha \quad X \sim \chi^2_n$



Valor de α

Grados de libertad n

Valor de x_α

n	0.9995	0.999	0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.50	0.10	0.050	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.455	2.706	3.842	5.024	6.635	7.879	10.827	12.115
2	0.001	0.002	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	1.386	4.605	5.992	7.378	9.210	10.597	13.815	15.201
3	0.015	0.024	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	16.266	17.731
4	0.064	0.091	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	18.466	19.998
5	0.158	0.210	0.412	0.554	0.831	1.146	1.610	4.352	9.236	11.071	12.833	15.086	16.750	20.515	22.106
6	0.299	0.381	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	5.348	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	22.457	24.102
7	0.485	0.599	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	6.346	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	24.321	26.018
8	0.710	0.857	1.344	1.647	2.180	2.733	3.490	7.344	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	26.124	27.867
9	0.972	1.152	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	8.343	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	27.877	29.667
10	1.265	1.479	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	9.342	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	29.588	31.419
11	1.587	1.834	2.603	3.054	3.816	4.575	5.578	10.341	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	31.264	33.138
12	1.935	2.214	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	11.340	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	32.909	34.821
13	2.305	2.617	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	12.340	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819	34.527	36.477
14	2.697	3.041	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	13.339	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319	36.124	38.109
15	3.107	3.483	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	14.339	22.307	24.996	27.488	30.578	32.802	37.698	39.717

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS DE CONFIANZA

Parámetros Poblacionales Desconocidos $\begin{cases} \textbf{Media } (m) \\ \textbf{Varianza } (\sigma^2) \end{cases}$

Estimación Puntual → ***Desconocemos si la estimación está próxima o no al verdadero valor del parámetro a estimar***

Intervalos de Confianza →[a,b]:

- **Es un conjunto de valores entre los cuáles *confiamos* se encuentra el verdadero valor del parámetro que intentamos estimar**

- **Este conjunto de valores tiene asociado una medida que indica el grado de confianza que tenemos respecto a que el verdadero valor del parámetro a estimar se encuentre entre los valores delimitados por a y b**

$$P(a \leq \text{parámetro a estimar} \leq b) = \boxed{1-\alpha}$$

Nivel de Confianza

La forma de obtenerlos dependerá de la distribución del estadístico que utilicemos para estimar el parámetro poblacional

INTERVALO DE CONFIANZA PARA m

Parámetro Poblacional Desconocido: *m*

↓

Estimación Puntual → $\bar{x}$

↓

Intervalo de Confianza para la media poblacional P

$\boxed{(a \leq m \leq b) = 1-\alpha}$

(σ conocida)

ESTADÍSTICO

$$\frac{\bar{X}-m}{\sigma/\sqrt{N}} \sim N(0,1)$$

$$m \in \bar{x} \pm Z_{(\alpha/2)} \boxed{\frac{\sigma}{\sqrt{N}}}$$

$$a = \bar{x} - Z_{(\alpha/2)} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$b = \bar{x} + Z_{(\alpha/2)} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

(σ desconocida)

ESTADÍSTICO

$$\frac{\bar{X}-m}{s/\sqrt{N}} \sim t_{N-1}$$

$$m \in \bar{x} \pm t_{N-1,(\alpha/2)} \boxed{\frac{s}{\sqrt{N}}}$$

$$a = \bar{x} - t_{N-1,(\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{N}}$$

$$b = \bar{x} + t_{N-1,(\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{N}}$$

ERROR ESTÁNDAR O DEL ESTIMADOR

INTERVALO DE CONFIANZA PARA m

(σ conocida)

$$\frac{\bar{X} - m}{\sigma / \sqrt{N}} \sim N(0,1)$$

$$m \in \bar{x} \pm Z_{(\alpha/2)} \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

(σ desconocida)

$$\frac{\bar{X} - m}{s / \sqrt{N}} \sim t_{N-1}$$

$$m \in \bar{x} \pm t_{N-1,(\alpha/2)} \frac{s}{\sqrt{N}}$$

ERROR ESTÁNDAR O DEL ESTIMADOR

- Cuanto **menor variabilidad** existe entre los datos **menor error estándar**
- Cuanto **más grande** es la **muestra** **menor** es el **error estándar**

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

1. Calcular un intervalo con una *confianza* del 90% para la longitud media de los redondos

Centro Intervalo

$$1993.6 \pm 1.645 \frac{19.8}{\sqrt{15}}$$

$m \in [1985.2 \;,\; 2002]$ con una *confianza* del 90%

2. Calcular un intervalo con una *confianza* del 95% para la longitud media de los redondos

Centro Intervalo

$$1993.6 \pm 2.14 \frac{19.8}{\sqrt{15}}$$

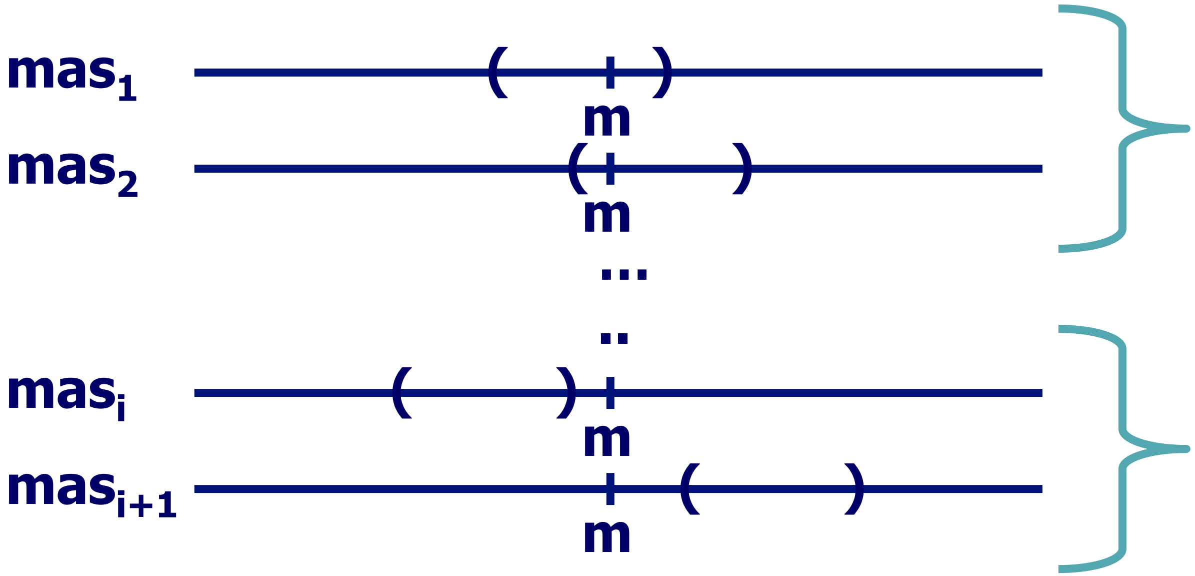
$m \in [1982.7 \;,\; 2004.5]$ con una *confianza* del 95%

- **A mayor *confianza* mayor amplitud intervalo**
- **A menor *amplitud* más *precisión***

$$m \in 1993.6 \pm 2.14 \frac{19.8}{\sqrt{15}}$$

INTERVALO DE CONFIANZA PARA $m \in [1982.7\ ,\ 2004.5]$ con una confianza del 95%

¿Qué interpretación práctica tiene la probabilidad $1-\alpha$ asociada a un determinado intervalo de confianza?

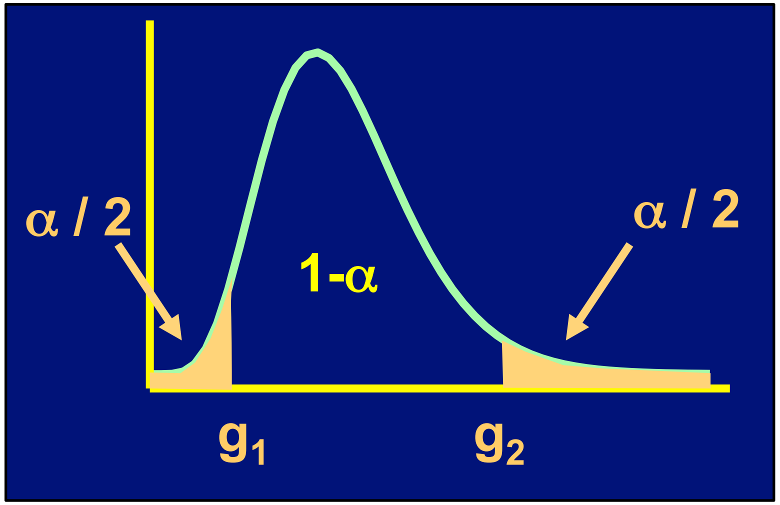


($1-\alpha$) x 100 (%) CONTIENEN A m

α x 100 (%) NO CONTIENEN A m

INTERVALO DE CONFIANZA PARA σ^2:

Sabemos que: $(N-1)\dfrac{S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1}$



En las tablas de la χ^2 es posible encontrar dos valores g_1 y g_2 tales que:

$$P(g_1 < \chi^2_{N-1} < g_2) = 1-\alpha \quad (1)$$

Por ejemplo: $P(5.63< \chi^2_{14}<26.1)=1\text{-}0.05 = 0.95$

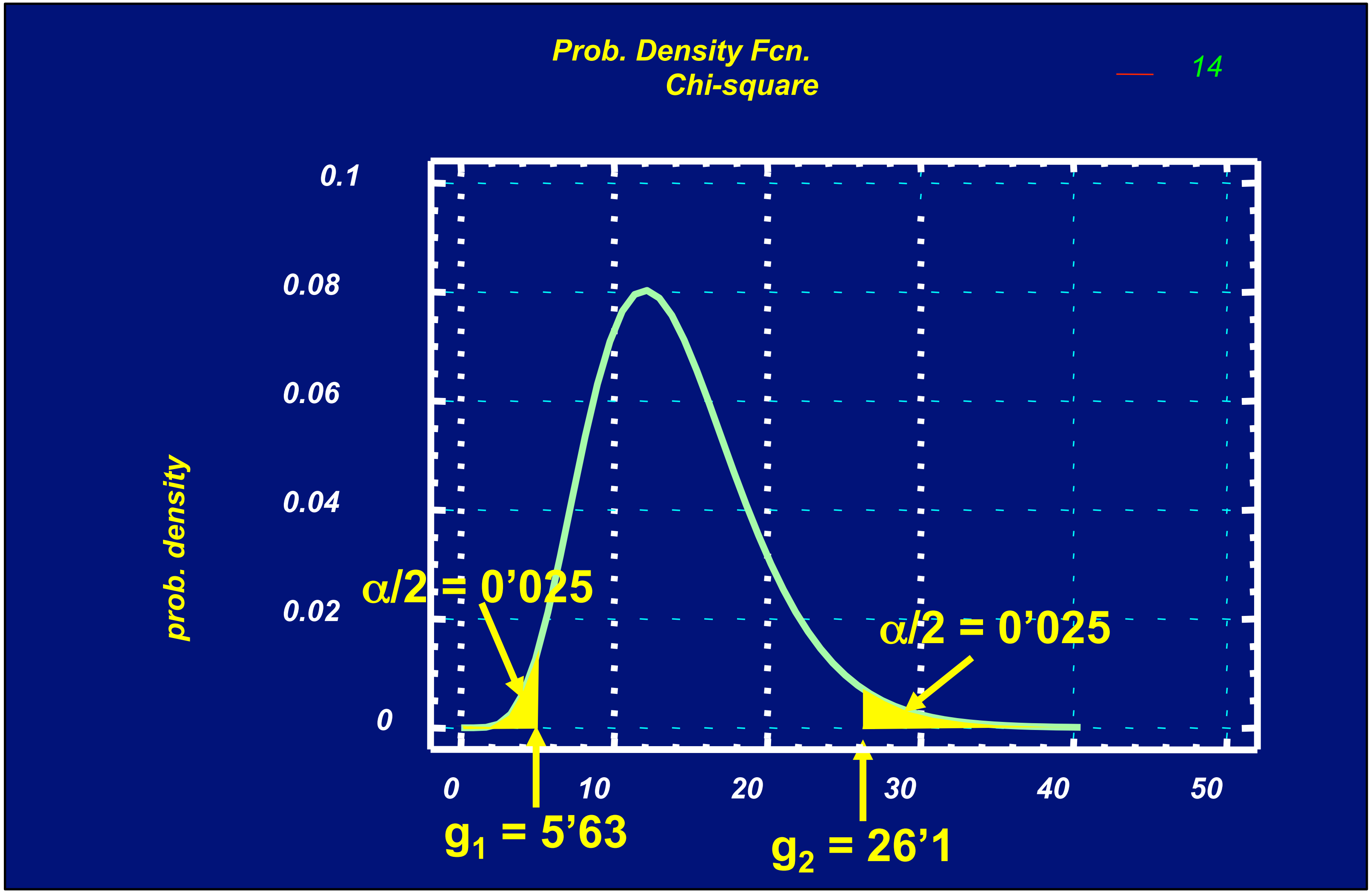
A partir de (1) se halla: $$P\left(\frac{(N-1)S^2}{g_2} < \sigma^2 < \frac{(N-1)S^2}{g_1}\right) = 1-\alpha$$

Por tanto: $$\left[\frac{(N-1)S^2}{g_2}, \frac{(N-1)S^2}{g_1}\right] \qquad \left[\sqrt{\frac{(N-1)S^2}{g_2}}, \sqrt{\frac{(N-1)S^2}{g_1}}\right]$$

Constituyen un intervalo de confianza para σ^2 y para σ respectivamente

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

$$\sigma \in \left(\sqrt{\frac{14 \cdot 392}{5.63}} = 31.2 \ , \ \sqrt{\frac{14 \cdot 392}{26.1}} = 14.5 \right) \longrightarrow \sigma \in (14.5\ ,\ 31.2)$$



CONTRASTE DE HIPÓTESIS

Parámetros Poblacionales Desconocidos

↓

Hipótesis Estadística → *Es una proposición sobre el/los parámetro(s) de una o más poblaciones*

Hipótesis: la longitud media (m) de los redondos es 2000

↓

El procedimiento estadístico que permite determinar si la hipótesis será o no aceptada recibe el nombre de Test de Hipótesis o Contraste de hipótesis

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

Test de hipótesis implica establecer **dos hipótesis**

hipótesis NULA → Ho

hipótesis alternativa → Ha

HIPÓTESIS COMPLEMENTARIAS:

Si Ho es cierta, Ha será falsa y viceversa

Ho: ***m***=2000 Ha: ***m*** ≠ 2000	Ho: ***m***=2000 Ha: ***m*** **>** 2000	Ho: ***m***=2000 Ha: ***m*** **<** 2000
CONTRASTE BILATERAL	**UNILATERAL**	**UNILATERAL**

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

En un contraste, la hipótesis nula se supone cierta mientras no se demuestre lo contrario

↓

En el proceso de contraste, comenzamos suponiendo que Ho es cierta y pedimos a los datos que contradigan la hipotesis.

Si los datos son incompatibles con Ho, la rechazamos y aceptamos Ha.

En caso contrario, no rechazamos Ho, pero no concluimos nada (no decimos: *hemos probado que Ho es cierta*).

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

Ho: Inocente	Ho: Culpable
Ha: Culpable	Ha: Inocente

¿SON CONSTRASTES EQUIVALENTES?

¿Quién debe ser la hipótesis nula?

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

En un contraste, la hipótesis nula se supone cierta mientras no se demuestre lo contrario

↓

Al realizar un CONTRASTE existen dos posibles decisiones erróneas que pueden cometerse, a las que se denomina errores de 1ª y 2ª especie:

Error de 1ª especie =

Rechazar H_0 cuando es cierta

$\alpha \rightarrow$ RIESGO 1ª ESPECIE =

probabilidad de cometer un error de 1ª especie

Error de 2ª especie =

Aceptar H_0 cuando es falsa

$\beta \rightarrow$ RIESGO 2ª ESPECIE =

probabilidad de cometer un error de 2ª especie

$\alpha \rightarrow$ Nivel de Significación del Test

Test de hipótesis

- Para un tamaño muestral fijo, no se pueden reducir a la vez ambos tipos de error.

- Para reducir α y β simultáneamete hay que aumentar el tamaño muestral.

CONTRASTE DE HIPÓTESIS

PASOS PARA REALIZAR UN CONTRASTE

1º) Establecer claramente la hipótesis nula y la alternativa

2º) Fijar el nivel de significación α (probabilidad de Error tipo I). Interesa que el error a cometer sea pequeño, por lo que α será de un valor próximo a (0.05; 0.025;...etc)

3º) Eligir el estadístico que dependerá del parámetro que estamos contrastando

4º) Determinar la región de aceptación y de rechazo

5º) Tomar una muestra de la población calculando con ella el valor del estadístico

6º) Decidir si la hipótesis es aceptable o no en función de si el valor anterior cae en la región de aceptación o en la de rechazo

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

Observamos en el resumen estadístico:

Que $\bar{x}$ **= 1993.6 ha resultado distinta de 2000**

¿Hay que ajustar la máquina cortadora?

¡ NO NECESARIAMENTE !

La diferencia entre $\bar{x}$ **y 2000 puede deberse al azar del muestreo**

De hecho $\bar{x}$ **nunca saldrá exactamente igual a 2000**

$\boxed{\text{CONTRASTE DE HIPÓTESIS}}$

CONTRASTE DE HIPÓTESIS PARA m

Hipótesis de salida a contrastar: **m**=2000

A esta hipótesis se le llama "Hipótesis Nula" H_0 . Es la hipótesis de partida y refleja el conocimiento previo de la situación

***Razonamiento intuitivo*:** Si m=2000 (H_0 cierta) $\overline{X}$ será "parecida" a 2000 y, por tanto, $\overline{X} - 2000$ diferirá poco de cero.

Por tanto:

- Si $\overline{X} - 2000$ "difiere poco" de cero se aceptará H_0 (y no se ajustará la máquina).

- Si $\overline{X} - 2000$ "no difiere poco" de cero se rechazará H_0 y se admitirá que m difiere de 2000 (y se ajustará la máquina).

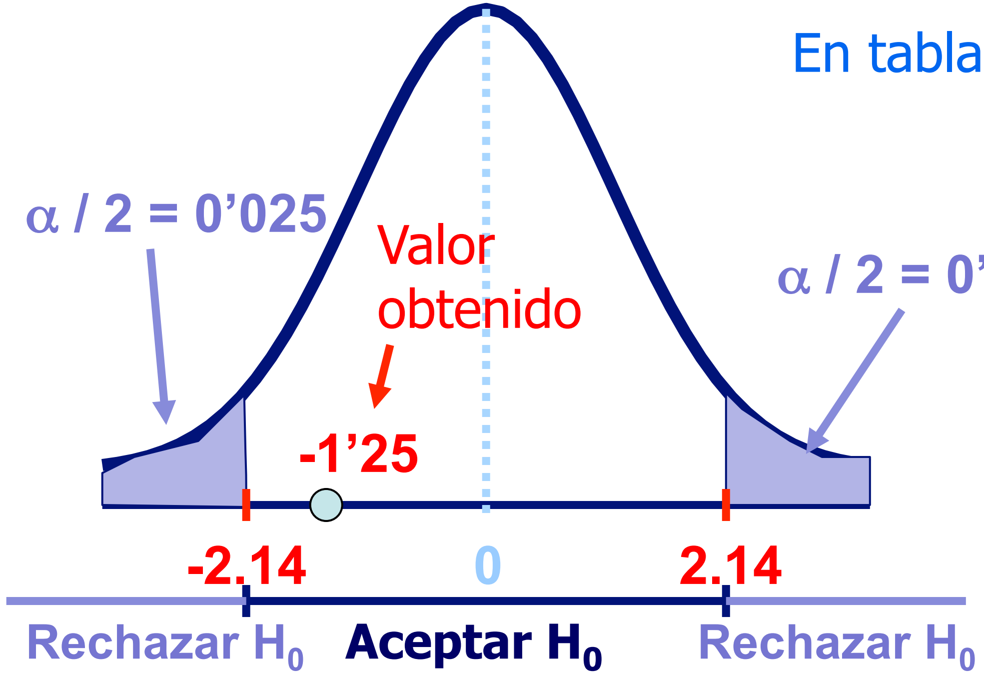
Pero … ¿Qué debe entenderse por "diferir poco" ?

La distancia en Estadística hay que medirla teniendo en cuenta la variabilidad:

$$\frac{\overline{X} - 2000}{s_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - 2000}{s/\sqrt{N}}$$

$H_0 : m = 2000$ $\qquad$ $H_1 : m \neq 2000$

Sabemos que $\boxed{\dfrac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{N}} \sim t_{N-1}}$ Si H_0 es cierta (m=2000) $\Longrightarrow$ $\dfrac{\bar{X} - 2000}{s/\sqrt{N}} \sim t_{N-1}$



En tablas se ve que: $P\left(\left|t_{14}\right| > 2.14\right) = 0.05$

Si H_0 es cierta: $\left|\dfrac{\bar{X} - 2000}{s/\sqrt{N}}\right| \leq 2.14$

Si H_0 es falsa: $\left|\dfrac{\bar{X} - 2000}{s/\sqrt{N}}\right| > 2.14$

Por tanto, si: $\left|\dfrac{\bar{X} - 2000}{s/\sqrt{N}}\right|$

> 2'14 Rechazar H_0

≤ 2'14 Aceptar H_0

$$\frac{1993.6 - 2000}{19.8/\sqrt{15}} = -1.25$$

¡ Conclusión: No tengo pruebas para suponer que la Hipótesis m=2000 no es aceptable !

RESUMEN DEL CONTRASTE:

$Ho : m = m_0$

$Ha : m \neq m_0$

Si $\left| \dfrac{\overline{X} - m_0}{s/\sqrt{N}} \right| > t_{N-1}(\alpha/2)$ → **Rechazar H_0**

Si $\left| \dfrac{\overline{X} - m_0}{s/\sqrt{N}} \right| \leq t_{N-1}(\alpha/2)$ → No Rechazar H_0 =Aceptar H_0

Donde $t_{N-1}(\alpha / 2)$ es un valor, que se busca en tablas, tal que:

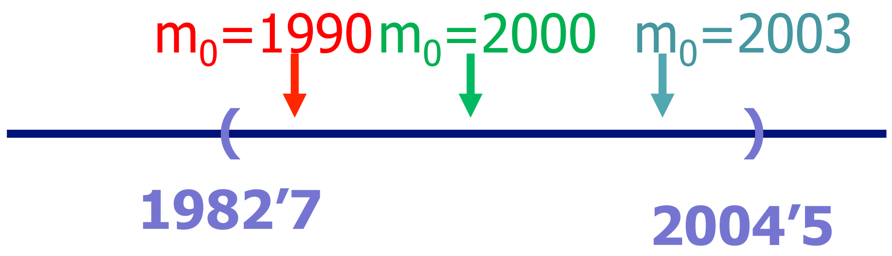
$$P(|t_{N-1}| > t_{N-1}(\alpha/2)) = \alpha$$

CONTRASTE DE HIPÓTESIS MEDIANTE INTERVALOS DE CONFIANZA:

$H_0 : m = m_0$ $\qquad$ $H_a : m \neq m_0$

Si $m_0 \in$ I de C $\longrightarrow$ Aceptar H_0

Si $m_0 \notin$ I de C $\longrightarrow$ Rechazar H_0 $\longrightarrow$ Aceptar H_a



Se acepta H_0 $\longrightarrow$

Es razonable que m=2000 $\longrightarrow$ No reajustar la máquina

Es razonable que m=1990 $\longrightarrow$ Reajustar la máquina porque corta menos

Es razonable que m=2003 $\longrightarrow$ Reajustar la máquina porque corta más

¿Hemos demostrado que *m*=2000?

El Intervalo de Confianza contiene todas las hipótesis nulas compatibles con la muestra observada

CASO: Empresa **VIGAR S.A.**

La empresa VIGAR S.A. hace 1 semana compró una máquina cortadora de redondos de acero para el armado de vigas. Cuando la adquirió se comprobó que estaba regulada para dar en promedio una longitud de 2000 mm y las piezas presentaban una variabilidad 950 mm^2. Actualmente no está segura si la máquina sigue dando en promedio redondos con esa longitud y esa variabilidad. Si estuviese segura que la máquina no está bien debe reequilibrarla, para ello debe parar la producción con lo que ello conlleva.

DECISIÓN

1 semana después

Compra Máquina Cortadora → ¿Debe Reequilibrarla?

Longitud media= 2000 → ¿Longitud media= 2000?

Variabilidad = 950 → ¿Variabilidad = 950?

HACER ESTE EJERCICIO

¿Qué decisión tomará la empresa?

CONTRASTE DE HIPÓTESIS: p-valor

El valor P (P-value) o (P-valor): la probabilidad (si Ho es cierta) de que el estadístico test tome el valor del estadístico calculado en el contraste o valores más extremos en la direccion de Ha.

- Si **P** < α (nivel de significación) → rechazamos Ho (los datos son incompatibles con Ho, la probabilidad de que, si Ho es cierta, tuvieramos estos datos, es muy baja)

- Si **P** > α (nivel de significación) → no rechazamos Ho. No hay suficiente evidencia desde el punto de vista estadístico contra Ho