

8) Proveu que la següent implicació és una tautologia, fent servir els mètodes d'inferència lògica

$$(7P \vee 7Q) \wedge (R \rightarrow Q) \wedge (S \rightarrow P) \Rightarrow 7(R \wedge S)$$

No provarem per inferència lògica:

$$P1) 7P \vee 7Q$$

$$P2) R \rightarrow Q$$

$$P3) S \rightarrow P$$

L. DeMorgan

$$c: 7(R \wedge S) \equiv 7R \vee 7S$$

$$P4) Q \rightarrow 7P$$

Cond-Disj (1)

$$P5) R \rightarrow 7P$$

Sil. Hipot. (2, 5)

$$P6) 7P \rightarrow 7S$$

Trasposició (3)

$$P7) R \rightarrow 7S$$

Sil. Hipot. (5, 6)

$$c: 7R \vee 7S$$

Cond-Disj (7)

Per Reducció al absurd

$$P4) R \wedge S$$

Premisa auxiliar Red. absurde

$$P5) R$$

Simplif (4)

$$P6) Q$$

Mod. Ponens (5, 2)

$$P7) S$$

Simplif. (4)

$$P8) P \equiv 7P$$

Mod. Ponens (3, 7)

$$P9) 7Q$$

Toll. Ponens (1, 8)

$$P10) Q \wedge 7Q \equiv \emptyset$$

Unió (6, 9)

$$c: 7(R \wedge S)$$

Per Red. Absurde

Problemes Tema 1 (Lògica)

(9) b) Anirem al teatre o al cine d'estiu. Si plou, no anirem al cine d'estiu. No anem al teatre o plou. Per tant, no anirem al teatre si i només si anem al cine d'estiu.

p: Anirem al teatre

q: Anirem al cine d'estiu

r: Plou

$$P1) \quad p \vee q$$

$$P2) \quad r \rightarrow \neg q$$

$$c: \quad \neg p \leftrightarrow q$$

$$P3) \quad \neg p \vee r$$

$$P4) \quad p \vee q \stackrel{C-D}{\equiv} \neg p \rightarrow q \quad C-D(1)$$

$$P5) \quad q \quad \text{P. auxiliar mètode condicional}$$

$$P6) \quad \neg \neg q \quad \text{doble negació (5)}$$

$$P7) \quad \neg r \quad \text{Modus Tollens (2,6)}$$

$$P8) \quad \neg p \quad \text{Modus Tollendo Ponens (3,7)}$$

$$P9) \quad q \rightarrow \neg p \quad \text{Mètode condicional}$$

$$P10) \quad (\neg p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \vee (q, q)$$

$$\text{Q.E.D.} \quad \neg p \leftrightarrow q \quad \text{C.Bicondicional (10)}$$

Problema (10) → Llibre Prob 29, pag 28-29

Problemes Lògica

- (12) a) Alguns gossos són de raça setter. Tots els gossos de raça setter saben caçar. Per tant, alguns gossos saben caçar

Univers \rightarrow tots els gossos

$P(x)$: x és de raça setter

$Q(x)$: x sap caçar

$P1) \exists x : P(x)$

$c: \exists x : Q(x)$

$P2) \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

$P3) P(a), a$ concret $\exists. E(1)$

$P4) P(a) \rightarrow Q(a)$ $\exists. U(2)$

$P5) Q(a), a$ concret Modus Ponens (3,4)

$c: \exists x : Q(x)$ Generalit. Existencial (5)

- c) Tots els qui van a la platja volen estar morenos. No existeixen persones que vulguen estar morenes i no prenguen el sol. Per tant, existeixen persones que no van a la platja.

Univers \rightarrow totes les persones

$P(x)$: x va a la platja

$Q(x)$: x vol estar moreno

$S(x)$: x pren el sol.

p : Pere

$P1) \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$

$P2) \neg \exists x (Q(x) \wedge \neg S(x))$

$c: \exists x : \neg P(x)$

$P3) \neg S(p)$

Continuació 12c)

$$P1) \quad \forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$$

$$P2) \quad \neg \exists x (Q(x) \wedge \neg S(x)) \quad c: \exists x: \neg P(x)$$

$$P3) \quad \neg S(p)$$

$$P4) \quad \forall x (\neg Q(x) \vee S(x)) \equiv \forall x (Q(x) \rightarrow S(x))$$

Llei Morgan
generalitzada
+ C. Disjunció
de (2)

$$P5) \quad P(p) \rightarrow Q(p) \quad E.U(1)$$

$$P6) \quad Q(p) \rightarrow S(p) \quad E.U(4)$$

$$P7) \quad P(p) \rightarrow S(p) \quad S. Hipotètic (5,6)$$

$$P8) \quad \neg P(p) \quad \text{Modus Tollens (3,7)}$$

$$c: \exists x: \neg P(x) \quad G.E (8)$$

e) Cap espanyol no és roig. Tots els nòrdics són rossos. Per tant, cap espanyol és nòrdic.

Univers \rightarrow totes les persones

$P(x)$: x és espanyol

$R(x)$: x és roig

$Q(x)$: x és nòrdic

$$P1) \quad \neg \exists x (P(x) \wedge R(x)) \stackrel{c.p}{\equiv} \forall x (P(x) \rightarrow \neg R(x)) \quad \text{L. Morgan}$$

$$P2) \quad \forall x (Q(x) \rightarrow R(x)) \quad c: \neg \exists x (P(x) \wedge Q(x))$$

$$P3) \quad P(a) \rightarrow \neg R(a) \quad a \text{ arbitrari} \quad E.U(1)$$

$$P4) \quad Q(a) \rightarrow \neg R(a) \quad " \quad " \quad E.U(2)$$

$$P5) \quad \neg R(a) \rightarrow \neg Q(a) \quad \text{Trasposició (4)}$$

$$P6) \quad P(a) \rightarrow \neg Q(a) \quad a \text{ arbit.} \quad \text{solos. Hipotètic (3,5)}$$

$$P7) \quad \forall x (P(x) \rightarrow \neg Q(x)) \quad G. Universal (6)$$

$$c: \neg \exists x (P(x) \wedge Q(x)) \quad \text{E. Disjunció + Llei de Morgan General (7)}$$

i) Totes les postres són bones. Aquest plat és de postres. Cap cosa bona no és desagradable. Per tant, aquest plat no és desagradable.

Univers \rightarrow totes les coses.

$P(x)$: x és una postre

$B(x)$: x és una cosa bona

$D(x)$: x és desagradable

a : aquest plat

$P1) \forall x (P(x) \rightarrow B(x))$ $c: \neg D(a)$

$P2) P(a)$

$P3) \neg \exists x (B(x) \wedge D(x)) \equiv \forall x (B(x) \rightarrow \neg D(x))$
c-d
L. Morgan

$P4) P(a) \rightarrow B(a)$ $E.U(1)$

$P5) B(a)$ $\text{Mod. Ponens } (2,4)$

$P6) B(a) \rightarrow \neg D(a)$ $E.U(3)$

$c: \neg D(a)$ $\text{Mod. Ponens } (5,6)$

Problemes inducció

(13) \rightarrow Libre Problemes 9, pag 55-56