

## EJERCICIOS DISTRIBUCIONES DISCRETAS

1. Al servicio de atención al cliente de una empresa comercial llega un promedio de 10 llamadas por hora. Se pide:

a) Identifica la variable y propón un modelo para explicar su comportamiento.

Teniendo en cuenta la respuesta del apartado a) contesta:

b) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 5 llamadas en una hora?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que se reciban 3 o menos llamadas en una hora?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que se reciban exactamente 15 llamadas en dos horas?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que lleguen exactamente 5 llamadas en 30 minutos?

**Sol: a) 0'0378; b) 0'0103; c) 0'0516 d) 0'1755**

2. La empresa que gestiona el mantenimiento de las carreteras comarcales de una provincia está interesada en analizar el número de baches en una sección de una de las carreteras comarcales, que gestiona y que requiere reparación urgente. A partir de la información que conoce y la experiencia adquirida supone que en dicho tramo suele aparecer una media de dos baches por km. Identifica la variable y propón un modelo para explicar su comportamiento. Teniendo en cuenta el modelo propuesto contesta a las siguientes cuestiones:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya baches que reparar en un tramo de 5 km?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario reparar al menos un bache en un tramo de medio km?

c) Si el número de baches está relacionado con la cantidad de vehículos que circulan por ella y algunos tramos tienen mucho tráfico mientras que otros apenas lo tienen ¿qué puede decirse sobre la hipótesis de que el número de baches sigue una distribución de probabilidad como el que has propuesto?

**Sol: a) 0'0000454; b) 0'6321**

3. Se ha fabricado una partida de transistores con un 20% de unidades defectuosas. Si  $X$  es una variable aleatoria que indica el número de transistores defectuosos obtenidos al seleccionar 4 transistores de la partida, obtener su función de probabilidad.

4. En una empresa se producen cintas magnetofónicas cortando trozos de una gran bobina de cinta magnetofónica de grabación en la que aparecen defectos aleatoriamente a una media de 1'5 fallos cada 1000m. ¿De qué longitud tendrán que ser las cintas para que el 50% de ellas no tenga defectos? **Sol: 462m**

5. Un comerciante compra relés eléctricos en lotes de 1.000 unidades. En cada lote se seleccionan 15 unidades, y el lote se acepta si el número de unidades defectuosas es menor o igual que 3. El fabricante sabe que hay un 10% de unidades defectuosas en cada lote, ¿cuál es la probabilidad de que sea rechazado un lote? Antes de contestar a la pregunta identifica la variable y propón un modelo para explicar su comportamiento. **Sol: 0'0555**

6. En pruebas realizadas a un amortiguador para automóvil se encontró que el 20% presentaban fuga de aceite. Si se instalan 20 de estos amortiguadores, hallar la probabilidad de que,

a) 4 salgan defectuosos,

b) más de 5 tengan fuga de aceite.

c) de 3 a 6 amortiguadores salgan defectuosos.

d) Determine el promedio y la desviación estándar de amortiguadores con defectos.

**Sol:** a) 0'218199; b) 0'195792; c) 0'7072; d) 4 y 0'17889

7. Una fábrica está interesada en analizar el número de accidentes por semana. Dicha fábrica supone que el número medio de accidentes por semana es igual a 2. Se pide:

- a) probabilidad de que en una semana haya algún accidente
- b) probabilidad de que hayan 4 accidentes en el transcurso de 2 semanas
- c) probabilidad de que hayan 2 accidentes en una semana y otros 2 en la siguiente

**Sol:** a) 0'8646; b) 0'1954; c) 0'0733

8. Un sistema multiproceso utiliza 12 procesadores y ha sido configurado de modo que puede satisfacer todas sus funciones, aunque más lentamente, si funcionan 9 procesadores. Si la probabilidad de que funcione cada procesador durante el tiempo de ejecución de un trabajo es 0'8 y los fallos de los procesadores son independientes ¿cuál es la probabilidad de que el sistema funcione hasta que se complete el trabajo? ¿Qué probabilidad hay de que funcionen 4 procesadores y justo el quinto deje de hacerlo?

**Sol:** 0'7946; 0'08192

9. Una industria recibe piezas en lotes de un gran número de unidades. Se desea preparar un plan de control de calidad de tal forma que tomando al azar " $n$ " unidades del lote, si se observa alguna defectuosa se rechaza el lote. Determinar " $n$ " para que si el lote tiene un 5% de unidades defectuosas, la probabilidad de aceptarlos sea menor de 0'01. **Sol:** 90

10. Una partida de bujías con alta proporción de inservibles (20%) sale al mercado en paquetes de 4 unidades y en cajas de 10 paquetes. Calcular la probabilidad de que

- a) elegido un paquete al azar contenga 2 o más bujías inservibles
- b) elegida una caja al azar contenga más de 10 bujías inservibles
- c) elegida una caja al azar contenga 3 paquetes sin bujías inservibles

**Sol:** a) 0'1808 b) 0'1608 c) 0'2062

11. Una máquina de fabricación de tornillos produce por término medio 2 tornillos defectuosos por cada 85, empaquetándose estos en cajas de 170 unidades. ¿Cuál es la probabilidad de que tomadas al azar 7 cajas, sólo en 2 de ellas no haya ningún tornillo defectuoso? **Sol:** 0'0064

12. Una partida de diamantes industriales con una proporción de inservibles del 10% sale al mercado en paquetes de 4 unidades y en cajas de 10 paquetes. Elegida una caja al azar calcular la probabilidad de que contenga 3 paquetes con al menos 1 diamante defectuoso. **Sol:** 0'2554

13. Un producto se comercializa en paquetes de 15 unidades, y a su vez los paquetes se envían en cajas de 20 paquetes cada una. Un paquete se considera defectuoso si tiene 4 o más unidades defectuosas. Si un lote tiene un 10% de unidades defectuosas ¿Cuál es la probabilidad de que una caja no tenga ningún paquete defectuoso? **Sol:** 0'3188

14. El número medio de defectos en un compuesto textil es  $10^{-4}$  defectos por centímetro cuadrado. Con este producto se fabrican paños que tiene cada uno una superficie de 100 centímetros cuadrados. Los paños se empaquetan en cajas que tienen 15 unidades. Se pide:

- a) Calcula el porcentaje de cajas que contendrán algún paño que contenga algún defecto.

b) Calcula la probabilidad de encontrar 3 cajas seguidas sin paños defectuosos y justo la cuarta que contenga algún paño defectuoso.

**Sol:** a)  $0'1393$ ; b)  $P(\text{caja sin paños defectuosos})=0'8607$ ,  $0'00196636$

**15.** Una línea productiva fabrica un determinado componente con un  $0'8\%$  de defectuosos. Estos componentes son empaquetados en bolsas de 200 componentes. Calcule el porcentaje de bolsas con más de 3 componentes defectuosos. **Sol:**  $8\%$

**16.** La empresa **FLOOR S.A.** comercializa baldosas de alta dureza en el mercado árabe. Ha recibido la última remesa de baldosas de un fabricante español para distribuirlas en dicho mercado. El mercado árabe cada vez se está haciendo más competitivo y solicita baldosas más perfectas y con el menor número posible de manchas. El fabricante de las baldosas ha informado a **FLOOR S.A.** que su proceso productivo genera una media de  $0'5$  manchas por baldosa. Se pide

- a) Si **FLOOR S.A.** define la variable número de manchas en una baldosa, ¿qué modelo propondrías para explicar su comportamiento?
- b) Calcula y explica qué estarías calculando con las siguientes expresiones:
  - b.1)  $P(X=0)$
  - b.2)  $P(X \leq 2)$
  - b.3)  $P(0 < X \leq 3)$

c) Calcula y explica la media y varianza de la variable

Si **FLOOR S.A.** recibe la mercancía en cajas que contienen 50 baldosas,

d) ¿Cuál es la probabilidad de que elegida una caja al azar no contenga ninguna baldosa con manchas? Identifica previamente la variable y propón un modelo para explicar su comportamiento.

e) **FLOOR S.A.** ha pactado con el fabricante español que si en una partida de 100 cajas encuentra dos defectuosas le devuelve todo el cargamento y todos los costes asociados a esa operación corren a cargo del fabricante. Sabiendo que una caja se considera defectuosa si se encuentran como mínimo un  $10\%$  de baldosas con manchas, ¿qué probabilidad hay de que **FLOOR S.A.** devuelva una partida de 100 cajas?

**17.** La empresa de alfombras **ALADIN S.L.** teje alfombras de diferentes tamaños que vende a diferentes países. Las alfombras son confeccionadas de forma artesanal. Este hecho hace que en algunas ocasiones aparezca algún fallo en la confección. La empresa ha detectado que encuentra  $0'5$  errores por término medio en una alfombra pequeña de  $2m^2$ .

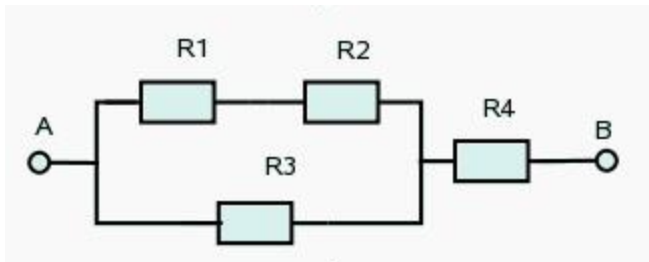
La empresa **ALADIN** realiza un envío de 100 alfombras de  $4m^2$  a una empresa belga con la que ha pactado el siguiente plan de calidad: cuando el pedido llegue al puerto de Amberes, la empresa belga escogerá 10 alfombras al azar y si encuentra más de dos alfombras con algún fallo inmediatamente devolverá el envío. Se pide:

- a) ¿Qué probabilidad hay de que la empresa Belga devuelva el envío a **ALADIN**? Antes de contestar la pregunta identifica la variable, propón un modelo para explicar su comportamiento y el parámetro(s) que la caracterizan.
- b) Calcula e interpreta la esperanza y la desviación típica de la variable del apartado anterior.

Si la empresa Belga devuelve más de dos envíos a **ALADIN** de un conjunto de 5 recibirá una gratificación. Se pide:

- c) ¿Qué probabilidad hay de que la empresa Belga reciba la gratificación?. Antes de contestar a la pregunta identifica la variable y propón un modelo para explicar su comportamiento.

**18.** La empresa **GESPORT S.A.** utiliza SC como los de la figura de la derecha para trasladar los contenedores por la terminal portuaria que gestiona. El SC dispone de un sistema de seguridad que se activa siguiendo el circuito que aparece en la siguiente figura.



Si la vida de todas las componentes “R” del circuito se pueden modelizar como una exponencial y sabemos que un 80% de las componentes superan las 9000 horas de funcionamiento. Se pide:

- a) Calcula la fiabilidad del dispositivo a las 9000 horas.  
b) **GESPORT** tiene una flota de 15 SC teniendo en cuenta la información anterior, ¿qué probabilidad hay de que más de tres SC presenten problemas debido a falta de fiabilidad del circuito? Antes de contestar a la pregunta identifica y modeliza el comportamiento de la variable.

**GESPORT S.A.** ha analizado la cantidad de SC que llegan a la zona de almacenaje para depositar o cargar contenedores. Ha estimado que llegan 15 SC cada hora por término medio.

- c) ¿Qué probabilidad hay de que lleguen más de 50 SC al cabo de tres horas?. Antes de contestar a esta pregunta identifica la variable y propón un modelo para describir su comportamiento.