Problemas Resueltos Tema 2[1]

1. Optimización de la producción con rechazos por calidad. Una empresa elabora tres tipos de producto, A, B y C, a partir de una misma materia prima. El proceso de producción consta de tres etapas. En la tabla siguiente se resume cuánta materia prima se requiere en la elaboración de los diferentes tipos de producto, así como el tiempo que éstos consumen en cada fase.

	Producto tipo A	Producto tipo B	Producto tipo C
Materia prima necesaria (uds./kg)	2	2,5	1,5
Tiempo en etapa 1 (h/kg)	1	2	5
Tiempo en etapa 2 (h/kg)	—	1	1
Tiempo en etapa 3 (h/kg)	3	3	2

Los ingresos que produce la venta del producto son de 200, 235 y 220 euros por cada kilogramo de A, B y C, respectivamente. En cuanto a los costes, cada unidad de materia prima tiene un precio de 1 euro, mientras que el coste total de producción es de 8, 10 y 6 euros por cada hora de trabajo en las etapas 1, 2 y 3, respectivamente.

La disponibilidad mensual de materia prima es de 8.000 unidades, mientras que la capacidad máxima de trabajo en cada fase es de 4.000 horas/mes.

a) A partir de los datos enunciados, y suponiendo que es posible vender todo el producto fabricado, plantea un modelo lineal cuya resolución permita determinar la manera óptima de planificar la producción, de modo que el beneficio neto (ingresos menos costes) sea el mayor posible.

b) De acuerdo con las estadísticas de que dispone la empresa, se sabe que un 1%, 5% y 10% de la producción de A, B y C, respectivamente, deberá ser desechada tras ser fabricada (no será vendida), debido a su falta de calidad. Modifica el modelo anterior para que tenga en cuenta esta información.

[1] Este material es un extracto del Material Docente de Vicent Giner (DEIOAC-UPV).

2. Fabricación de varillas metálicas. La empresa Gómez&Gómez, SA se dedica a la fabricación y venta de varillas metálicas para estructuras de naves industriales. Actualmente comercializa 3 tipos diferentes de varillas, A, B y C, los cuales reportan un beneficio de 30, 25 y 20 euros/tonelada, respectivamente.

En condiciones normales la empresa dispone de hasta 1.500 toneladas de acero cada mes para fabricar las varillas, aunque si fuese necesario podría conseguir hasta 100 toneladas más al mes, con un coste adicional de 18 €/tonelada. El tren de laminación posee una capacidad de trabajo de 500 horas/mes. Cada tonelada de A, B y C requiere 0,5, 0,4 y 0,3 horas de laminado, respectivamente.

La Gerencia no está segura de cuál es la política de producción adecuada y duda acerca de conseguir cantidades extra de acero para producir más cada mes.

Plantea un modelo que permita saber cuántas toneladas de acero normal y extra son necesarios para maximizar la producción de varillas metálicas, así como de horas de trabajo en el tren de laminación.

3. Mezclas de harinas. Se ha suministrado a un almacén 2.000 kg de harina del tipo 1 y 1.000 kg de harina del tipo 2. Con ellos se hacen tres clases de mezclas: una mezcla A con triple cantidad del primer tipo de harina que del segundo; una mezcla B, en la que se emplea el triple del segundo tipo que del primero; y una tercera mezcla C, en la que se emplea la cuarta parte del segundo tipo que del primero. Por cada kilogramo que se vende de la clase A se ganan 20 u.m., por cada uno de la clase B se ganan 24 u.m., y 30 u.m. por cada kilogramo de la clase C.

Plantea un modelo lineal que nos diga cuántos kilogramos de cada mezcla se deben hacer con la harina suministrada al almacén, para que el volumen de las ventas sea máximo.

4. Fabricación de camiones. Una empresa fabrica dos tipos de camiones: el 1 y el 2. Cada camión debe pasar por el taller de pintura y el taller de ensamblaje. Si el taller de pintura estuviera destinado del todo a pintar los camiones de tipo 1, entonces se podrían pintar 800 por día; si el taller de pintura estuviera dedicado por completo a pintar los camiones tipo 2, entonces se podrían pintar 700 por día. Si el taller de ensamblaje se dedicara sólo a ensamblar motores para los camiones tipo 1, entonces se podrían ensamblar 1.500 por día; si el taller de ensamblaje se dedicara sólo a ensamblar motores para los camiones tipo 2, entonces se podrían ensamblar 1.200 por día. Cada camión tipo 1 contribuye con 300 euros a los beneficios; cada camión tipo 2 contribuye con 500 euros.

Plantea un modelo de Programación Lineal que permita a la empresa maximizar sus beneficios.

5. Planificación de recursos en una empresa de traducción de textos. Eres la persona responsable de una empresa pequeña que se dedica a la traducción de textos. Actualmente, se traducen en la empresa textos de los siguientes tipos:

- Textos legales y jurídicos.
- Textos científicos.

El staff está dividido en tres departamentos (correspondientes a las fases o etapas por las que pasa todo documento que ha de ser traducido), que son los siguientes:

- Recepción de textos, compuesto por 2 personas.
- Traducción, formado por 20 personas.
- Revisión, integrado por 8 personas.

Por término medio, cada empleado del departamento de recepción es capaz de gestionar —es decir, recibir y asignar al traductor más adecuado que esté disponible— 90 documentos a la semana, de cualquier tipo.

Cada documento de tipo legal o jurídico tarda en ser traducido 1 día. En cambio, cada documento científico se traduce en 1 día y medio.

Tras la traducción, los textos pasan a ser revisados. En un día, un revisor es capaz de revisar hasta 2 documentos de tipo legal o jurídico, o bien hasta 4 documentos científicos.

Todos los traductores son capaces de traducir cualquier tipo de documento. Igualmente, todos los empleados del departamento de revisión pueden revisar textos de cualquier tipo.

Cada texto legal o jurídico traducido produce un beneficio neto a la empresa de 12 euros, mientras que cada documento de tipo científico deja un beneficio neto de 4,5 euros.

En la empresa se trabaja 5 días por semana.

A partir de estos datos, plantea un modelo de Programación Lineal que te permita, como responsable de la empresa, saber cuál sería la mejor planificación semanal, es decir, cuántos documentos deberían gestionarse semanalmente de cada tipo para maximizar el beneficio de la empresa.

6. Producción de zumo de naranja. La firma Medina&Ruano, SA produce zumo de naranja a partir de la mezcla de hasta cinco zumos que adquiere a granel.

La tabla siguiente muestra las características relevantes de cada uno de los zumos que pueden formar parte de la mezcla, de los cuales tres de ellos proceden directamente de naranjas exprimidas, y los otros dos son concentrados reconstituidos.

	Zumos				
	1	2	3	4	5
Origen	Naranjas exprimidas			Concentrado reconstit.	
Grados brix[1]	12,3	12,2	11,9	11,4	11,6
Ácido cítrico (g/l)	10,5	8,7	9,3	7,7	7,2
Vitamina C (mg/100 ml)	47,6	67,5	25,5	79,1	81,6
Limoneno (ppm)[2]	99	79	86	20,3	61
Coste (€/litro)	0,40	0,53	0,62	0,18	0,21

(1) Los grados brix son una medida indirecta de la concentración de zumo de naranja.

(2) El limoneno es un compuesto aromático característico de los zumos de naranja. Se suele medir su concentración en partes por millón (ppm).

Los criterios de calidad que ha de cumplir el producto final son los siguientes:

- Concentración de zumo de naranja: al menos 12 grados brix.
- Acidez: no más de 9 gramos de ácido cítrico por cada litro de producto.
- Vitamina C: al menos 60 mg/100 ml.
- Aromas: entre 80 y 85 ppm de limoneno.

Además, se desea que no más de la mitad de la mezcla provenga de zumo concentrado.

A partir de esta información, plantea un modelo lineal —variables, función objetivo y restricciones— que permita a los responsables de Medina&Ruano, SA decidir cuál debe ser la formulación (por cada litro) del producto final para que su coste sea el menor posible.

7. Establecimiento de turnos en una empresa de empaquetado. En una empresa de empaquetado de cajas de regalo se plantean cómo organizar los horarios de trabajo de sus empleados. Se sabe cuántas cajas es necesario empaquetar en cada momento del día:

Hora	8-9h	9-10h	10-11h	11-12h	12-13h	13-14h	14-15h	15-16h	16-17h	17-18h
Cajas	50	60	40	30	50	40	40	30	30	40

Existen dos tipos de empleado: expertos, que cobran un sueldo de 130 euros al día, y los aprendices, con un sueldo de 75 euros al día. Todos trabajan 5 horas al día seguidas, sin interrupciones, y comienzan su jornada a una hora en punto (a las 8h, a las 9h, etc.). Cada empleado experto es capaz de empaquetar 10 cajas por hora, mientras que el aprendiz sólo alcanza a realizar 6 por hora. El número máximo de aprendices que se pueden contratar es 14.

a) Enumera mediante una tabla todos los posibles turnos u horarios para un empleado cualquiera.

b) Plantea un modelo lineal que permita saber cuántos empleados contratar de cada tipo, y con qué turnos u horarios, de modo que se pueda sacar adelante la producción con el menor coste en sueldos posible.

La Gerencia de la empresa ha decidido ahora planificar de manera conjunta los turnos y la producción; es decir, la distribución de cuántas cajas empaquetar en cada hora concreta ya NO es fija; pasa a ser libre. Sin embargo, dado que se realizan tres repartos al día, debe tenerse en cuenta que entre las 8 y las 11h hay que empaquetar 150 cajas, entre las 11 y las 15h hay que empaquetar 160, y entre las 15 y las 18h hay que realizar 100.

c) Vuelve a plantear el modelo para que ahora, además de los turnos, permita conocer cuántas cajas sería mejor empaquetar en cada hora. El objetivo continúa siendo minimizar el coste en empleados.

8. Planificación de Personal en un servicio de urgencias

El hospital ValSalud ha decidido ampliar su servicio de urgencias (abierto las 24 horas) con la consiguiente necesidad de nuevo personal de enfermería. La gerencia del hospital ha estimado las necesidades mínimas de personal por tramos horarios para poder cubrir las urgencias que se presenten.

Se definieron 6 tramos de 4 horas. La necesidad mínima de personal en cada tramo se indica en la siguiente tabla:

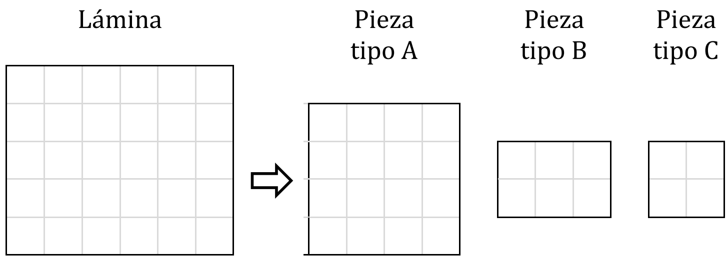
Hora	0:00-4:00	4:00-8:00	8:00-12:00	12:00-16:00	16:00-20:00	20:00-24:00
Personal	5	7	13	12	4	3

Por otro lado, el departamento de recursos humanos ha informado a gerencia que los contratos laborales han de ser de <u>ocho horas seguidas</u>, según el Convenio firmado con los sindicatos, independientemente de los horarios de entrada y salida del personal.

a) Enumera mediante una tabla todos los posibles turnos u horarios para un empleado cualquiera.

b) Plantea un modelo lineal que permita saber cuántos empleados contratar de modo que sea posible cubrir la demanda de cada tramo horario y el número total de empleados sea mínimo.

9. Corte óptimo de láminas de madera. Una fábrica se abastece de láminas de madera rectangulares de 5 m × 6 m que luego tiene que cortar convenientemente para conseguir las piezas que necesita en su proceso productivo, y que son de tres tipos: tipo A, de 4 m × 4 m; tipo B, de 2 m × 3 m y tipo C, de 2 m × 2 m (véase la figura).



Concretamente, para el próximo mes los responsables de producción calculan que necesitarán un total de 1.500 piezas de tipo A, 2.300 de tipo B y 4.200 de tipo C.

Supongamos que la máquina cortadora es capaz de realizar cualquier corte sobre las láminas que sea perpendicular a los bordes de éstas, pero no otro tipo de cortes.

a) Enumera todos los posibles patrones de corte que es posible realizar sobre las láminas para conseguir piezas de tipo A, B y/o C, descartando todos los patrones que sean equivalentes a otros ya definidos y aquellos en los que se desperdicie más madera de la estrictamente necesaria. Indica cuántas piezas de cada tipo se consiguen y cuánta madera se desperdicia con cada patrón.

b) Plantea un modelo lineal entero que permita a los responsables de producción conocer cómo programar la máquina cortadora (cuántos cortes efectuar de cada patrón) de manera que se consigan al menos las piezas necesarias de cada tipo para el próximo mes, utilizando la mínima cantidad posible de láminas.

c) Modifica el modelo anterior para el caso en que el objetivo sea minimizar la cantidad total desperdiciada de madera, suponiendo ilimitado el número disponible de láminas.

Soluciones

1. Optimización de la producción con rechazos por calidad

a)

VARIABLES:

x_A = Cantidad a fabricar de producto tipo A (kg/mes).

x_B = Cantidad a fabricar de producto tipo B (kg/mes).

x_C = Cantidad a fabricar de producto tipo C (kg/mes).

FUNCIÓN OBJETIVO:

Maximizar ingresos menos costes:

- Ingresos por ventas $= 200x_A + 235x_B + 220x_C$ euros/mes
- Costes de materia prima $= 1 \cdot (2x_A + 2{,}5x_B + 1{,}5x_C)$ euros/mes
- Costes de producción en la etapa 1 $= 8 \cdot (x_A + 2x_B + 5x_C)$ euros/mes
- Costes de producción en la etapa 2 $= 10 \cdot (x_B + x_C)$ euros/mes
- Costes de producción en la etapa 3 $= 6 \cdot (3x_A + 3x_B + 2x_C)$ euros/mes

Uniéndolo todo:

$$\text{Max } z = 200x_A + 235x_B + 220x_C - (2x_A + 2{,}5x_B + 1{,}5x_C) - 8(x_A + 2x_B + 5x_C) - 10(x_B + x_C) - 6(3x_A + 3x_B + 2x_C) \text{ euros/mes,}$$

o, simplificando:

[beneficio neto] $\text{Max } z = 172x_A + 188{,}5x_B + 156{,}5x_C$ euros/mes.

RESTRICCIONES:

[materia prima] $2x_A + 2{,}5x_B + 1{,}5x_C \leq 8000$

[etapa 1] $x_A + 2x_B + 5x_C \leq 4000$

[etapa 2] $x_B + x_C \leq 4000$

[etapa 3] $3x_A + 3x_B + 2x_C \leq 4000$

[naturaleza de las variables] $x_A, x_B, x_C \geq 0$

b)

Debemos modificar la función objetivo, ya que no todas las unidades fabricadas serán vendidas (y por tanto esas unidades NO contribuirán a los ingresos por ventas). Según el enunciado, son desechadas para la venta un 1%, 5% y 10% de las unidades producidas de A, B y C, respectivamente; o lo que es lo mismo: es apta para la venta un 99% de la producción de A, un 95% de la producción de B y un 90% de la producción de C. Por tanto:

- Ingresos por ventas = $200 \cdot 0{,}99x_A + 235 \cdot 0{,}95x_B + 220 \cdot 0{,}90x_C$ euros/mes

Todos los demás datos del modelo se mantienen inalterados, incluidos los costes de materia prima y los costes de producción. Por tanto, simplificando, la función objetivo queda ahora así:

[beneficio neto] Max $z = 170x_A + 176{,}75x_B + 134{,}5x_C$ euros/mes.

El resto del modelo (variables y restricciones) no sufriría ningún cambio.

2. Fabricación de varillas metálicas

VARIABLES:

x_i = Cantidad a fabricar de varillas tipo *i* (toneladas/mes); *i* = A, B, C.

x_E = Cantidad de acero extra a comprar (toneladas/mes).

FUNCIÓN OBJETIVO:

Max $z = 30x_A + 25x_B + 20x_C - 18x_E$ euros/mes.

RESTRICCIONES:

[materia prima] $x_A + x_B + x_C \leq 1500 + x_E$

[laminación] $0{,}5x_A + 0{,}4x_B + 0{,}3x_C \leq 500$

[acero extra] $x_E \leq 100$

$x_A, x_B, x_C, x_E \geq 0$

3. Mezclas de harinas

Para que sea más fácil modelizar, "traducimos" lo que nos dicen en el enunciado acerca de la composición de cada mezcla. Si la mezcla A lleva 3 veces más harina 1 que 2, entonces necesariamente la mezcla A está formada en un 75% por harina 1 y en un 25% por harina 2. Razonando igual con el resto de mezclas, tenemos:

Mezcla	Proporción de harina 1	Proporción de harina 2
A	75%	25%
B	25%	75%
C	80%	20%

NOTA: Es decir, en este problema NO podemos "elegir" o "decidir" cuánta cantidad de harina destinamos a cada tipo de mezcla, ya que las proporciones están fijadas.

VARIABLES:

x_i = Cantidad a fabricar de mezcla tipo *i* (kg); *i* = A, B, C.

FUNCIÓN OBJETIVO:

Max $z = 20x_{\mathrm{A}} + 24x_{\mathrm{B}} + 30x_{\mathrm{C}}$ u.m.

RESTRICCIONES:

[harina 1] $0{,}75x_{\mathrm{A}} + 0{,}25x_{\mathrm{B}} + 0{,}80x_{\mathrm{C}} \leq 2000$

[harina 2] $0{,}25x_{\mathrm{A}} + 0{,}75x_{\mathrm{B}} + 0{,}20x_{\mathrm{C}} \leq 1000$

$x_{\mathrm{A}}, x_{\mathrm{B}}, x_{\mathrm{C}} \geq 0$

4. Fabricación de camiones

VARIABLES:

x_i = Cantidad a fabricar de camiones tipo *i* (unidades/día); *i* = 1, 2.

FUNCIÓN OBJETIVO:

[beneficio] Max $z = 300x_1 + 500x_2$ (euros/día)

RESTRICCIONES:

Tenemos dos recursos a tener en cuenta: el tiempo de pintura y el tiempo de ensamblaje.

Para modelizar la restricción "no usar más tiempo de pintura del disponible" necesitamos saber cuánto tiempo de pintura consume cada camión. Nos lo dan:

- Taller de pintura puede realizar 800 camiones tipo 1 / día $\Rightarrow$ Cada camión tipo 1 necesita 1/800 días para ser pintado.

- Lo mismo con los camiones tipo 2.

Por tanto:

[pintura] $\frac{1}{800}x_1 + \frac{1}{700}x_2 \leq 1.$

NOTA: Para construir esta restricción hemos razonado de manera similar a como hicimos con la restricción del pulverizador en el problema de la planta termoeléctrica visto en clase (tema 2).

Razonando de la misma forma, obtenemos la restricción para el departamento de ensamblaje:

[ensamblaje] $\frac{1}{1500}x_1 + \frac{1}{1200}x_2 \leq 1.$

Por último, especificamos la naturaleza de las variables:

[no negatividad] $x_1 , x_2 \geq 0.$

5. Planificación de recursos en una empresa de traducción de textos

VARIABLES:

Se desea saber cuál sería la planificación semanal óptima, en cuanto a qué cantidad convendría traducir de cada tipo de documento. Por tanto:

x_{L} = Cantidad de textos legales a traducir (unidades/semana).

x_{C} = Cantidad de textos científicos a traducir (unidades/semana).

FUNCIÓN OBJETIVO:

Se desea determinar la planificación de trabajo óptima desde el punto de vista del beneficio de la empresa:

[beneficio] Max $z = 12x_{\mathrm{L}} + 4{,}5x_{\mathrm{C}}$ (euros/semana).

RESTRICCIONES:

Tres restricciones, una por cada departamento (la capacidad de trabajo de cada departamento es un recurso, y por tanto genera una restricción).

Departamento de recepción: Dispone de dos empleados, cuya capacidad de trabajo viene expresada directamente en número de documentos que son capaces de procesar (90 a la semana). Por tanto:

[recepción] $x_{\mathrm{L}} + x_{\mathrm{C}} \leq 2 \cdot 90.$

Departamento de traducción: Consta de 20 personas, cada una de ellas trabajando 5 días a la semana; es decir, la capacidad de trabajo del departamento de traducción equivale a 5·20=100 días/semana. Sabemos cuánto tiempo (en días) tarda en ser traducido cada documento legal y cada documento científico (1 y 1,5 días, respectivamente). La restricción se construye como "días necesarios menor o igual que días disponibles":

[traducción] $x_{\mathrm{L}} + 1{,}5x_{\mathrm{C}} \leq 5 \cdot 20.$

Departamento de revisión: La restricción se construye de manera similar a la anterior. Sólo hay que prestar atención a cómo nos dan la información: si en un día un revisor es capaz de revisar hasta 2 documentos legales, eso significa que cada documento legal ocupa 0,5 días del tiempo de un revisor; análogamente, si un revisor es capaz de gestionar hasta 4 documentos científicos al día, eso quiere decir que cada documento científico tarda 0,25 días en ser revisado. Tenemos 8 revisores trabajando 5 días a la semana; por tanto:

[revisión] $0{,}5x_{\mathrm{L}} + 0{,}25x_{\mathrm{C}} \leq 5 \cdot 8.$

NOTA: Esta restricción es similar a la de los departamentos de pintura y ensamblaje en el problema 2.16 "Fabricación de camiones" y a la restricción de la máquina pulverizadora del problema de la planta termoeléctrica vista en clase.

Y, finalmente, añadimos la condición de no negatividad:

$$x_{\mathrm{L}}, x_{\mathrm{C}} \geq 0.$$

6. Producción de zumo de naranja

VARIABLES:

x_i = Cantidad a utilizar de zumo i por cada litro de mezcla (litros/litro de mezcla); i = 1,…, 5.

FUNCIÓN OBJETIVO:

Minimizar costes:

[coste] Min $z = 0{,}40x_1 + \cdots + 0{,}21x_5$ (euros/litro de mezcla).

RESTRICCIONES:

Criterios de calidad del producto final:

[concentración] $12{,}3x_1 + \cdots + 11{,}6x_5 \geq 12(x_1 + \cdots + x_5)$,

[acidez] $10{,}5x_1 + \cdots + 7{,}2x_5 \leq 9(x_1 + \cdots + x_5)$,

[vitamina C] $47{,}6x_1 + \cdots + 81{,}6x_5 \geq 60(x_1 + \cdots + x_5)$,

[aroma] $80(x_1 + \cdots + x_5) \leq 99x_1 + \cdots + 61x_5 \leq 85(x_1 + \cdots + x_5)$.

Equilibrio entre zumo natural y concentrado:

[natural vs conc.] $x_4 + x_5 \leq 0{,}5(x_1 + \cdots + x_5)$,

o de forma equivalente:

[natural vs conc.'] $x_4 + x_5 \leq x_1 + x_2 + x_3$.

Por último, estamos buscando la formulación óptima de un litro de mezcla, es decir:

[litro] $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$.

Naturaleza de las variables: [no negatividad] $x_1, \ldots, x_5 \geq 0$.

7. Establecimiento de turnos en una empresa de empaquetado.

a)

Los posibles turnos que cumplen con las condiciones son los siguientes:

Turno	A	B	C	D	E	F
8-9	•					
9-10	•	•				
10-11	•	•	•			
11-12	•	•	•	•		
12-13	•	•	•	•	•	
13-14		•	•	•	•	•
14-15			•	•	•	•
15-16				•	•	•
16-17					•	•
17-18						•

Los turnos descritos en la tabla anterior son los que cumplen con la especificación dada y son aplicables para los dos tipos de empleados: expertos y aprendices.

b)

VARIABLES

Definimos las variables propias de un problema de turnos:

x_i = Cantidad de expertos contratados para el turno *i*. $(i = A, .. F)$

y_i = Cantidad de aprendices contratados para el turno *i*. $(i = A, .. F)$

FUNCIÓN OBJETIVO

Se trata de realizar las contrataciones que minimicen el coste de personal:

$$Min \;\; z = 130 \sum_i x_i + 75 \sum_i y_i$$

RESTRICCIONES

Teniendo en cuenta la capacitación de los trabajadores expertos y aprendices, su disponibilidad según los turnos enumerados en el apartado a) así como la demanda en cada intervalo horario, planteamos las restricciones clásicas de un problema de turnos: que en cada franja horaria se cubran las necesidades mínimas que en este caso hacen referencia al número de cajas que han de estar disponibles. Tendremos, por tanto, una restricción por cada franja horaria:

[8-9h] $10\, x_A + 6\, y_A \geq 50$

[9-10h] $10\,(x_A + x_B) + 6\,(y_A + y_B) \geq 60$

[10-11h] $10\,(x_A + x_B + x_C) + 6\,(y_A + y_B + y_C) \geq 40$

…

[17-18h] $10\, x_F + 6\, y_F \geq 40$

Además, tendríamos que añadir una restricción que limite el número máximo de aprendices a la cantidad deseada:

[aprendices] $\sum_i y_i \leq 14$

[Naturaleza de las variables] $x_A, \ldots, x_F, y_A, \ldots, y_F \geq 0$ y enteras

c)

Ahora la demanda se considera en bloques de horas de forma que los nuevos requisitos serán:

Turno	A	B	C	D	E	F	Demanda
8-9	•						150
9-10	•	•					
10-11	•	•	•				
11-12	•	•	•	•			160
12-13	•	•	•	•	•		
13-14		•	•	•	•	•	
14-15			•	•	•	•	
15-16				•	•	•	100
16-17					•	•	
17-18						•	

En las nuevas condiciones, no cambian los turnos y por tanto tampoco las variables decisión, pero cambia la forma en la que hacer frente a la demanda ya que ahora se agrupa en bloques de horas.

Esto afecta a las restricciones ya que ahora tendremos una restricción por cada bloque en lugar de una restricción por cada hora como en el apartado b).

[bloque 8-11h] $10\, x_A + 6\, y_A + 10\,(x_A + x_B) + 6\,(y_A + y_B) + 10\,(x_A + x_B + x_C) + 6\,(y_A + y_B + y_C) \geq 150$

Del mismo modo se plantean las restricciones del bloque 11-15h y del bloque 15-18h.

El resto del modelo es el mismo planteado en el apartado b)

8. Planificación de Personal en un servicio de urgencias

a)

Los posibles turnos que cumplen con las condiciones son los siguientes:

Turno	A	B	C	D	E	F
0:00-4:00	•					•
4:00-8:00	•	•				
8:00-12:00		•	•			
12:00-16:00			•	•		
16:00-20:00				•	•	
20:00-24:00					•	•

Se observa que se trata de una planificación de turnos rotatoria, es decir, el último turno de la tabla implica que el trabajador comienza su turno a las 20:00h de un día y que su turno se prolonga hasta las 4:00h del día siguiente.

b)

VARIABLES

Definimos las variables propias de un problema de turnos:

x_i = Cantidad de trabajadores contratados para el turno *i*. $(i = A, ..F)$

FUNCIÓN OBJETIVO

Se trata de realizar las contrataciones que minimicen el número de personas necesarias que garanticen el servicio:

$$Min \;\; z = \sum_i x_i \, , i = A, .., F$$

RESTRICCIONES

Teniendo en cuenta la disponibilidad de los trabajadores según los turnos enumerados en el apartado a) así como la demanda en cada intervalo horario, planteamos las restricciones clásicas de un problema de turnos: que en cada franja horaria se cubran las necesidades mínimas de personal de forma que las necesidades del servicio queden aseguradas. Tendremos, por tanto, una restricción por cada franja horaria:

[0:00-4:00h] $x_A + \; x_F \; \geq 5$

[4:00-8:00h] $x_A + \; x_B \; \geq 7$

[8:00-12:00h] $x_B + \; x_C \; \geq 13$

...

[20:00-24:00h] $x_E + \; x_F \; \geq 3$

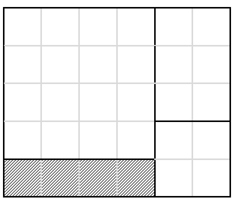
[Naturaleza de las variables] $x_A, \dots, x_F \geq 0$ y enteras

9. **Corte óptimo de láminas de madera**

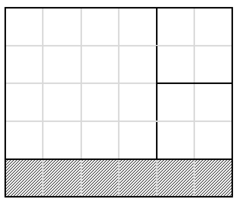
a)

Enumeramos todos los posibles cortes, de acuerdo con las condiciones indicadas:

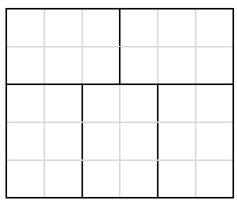
Patrón 1



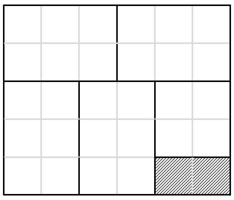
Patrón 2



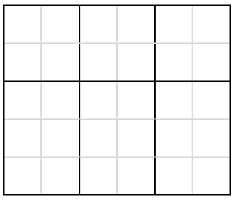
Patrón 3



Patrón 4



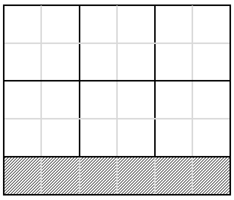
Patrón 5



Patrón 6

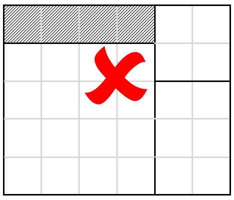
Patrón 7

Patrón 8

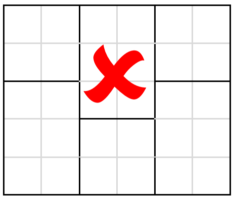


Descartamos patrones como el 1bis y el 5bis por ser equivalentes al 1 y al 5, respectivamente, y descartamos también patrones como, por ejemplo, el 9 por desperdiciar más madera de la necesaria (los patrones 3 y 4 proporcionan al menos tantas piezas tipo B como el 9 y, en el caso del 4, más piezas de otros tipos).

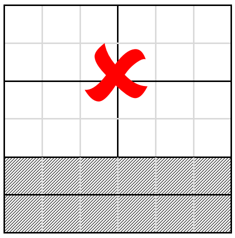
Patrón 1bis



Patrón 5bis



Patrón 9



Los 8 patrones generan diferentes cantidades de piezas A, B y C y de material desperdiciado, de acuerdo con la siguiente tabla:

	Patrón							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Cantidad piezas A	1	1	0	0	0	0	0	0
Cantidad piezas B	1	0	5	4	3	2	1	0
Cantidad piezas C	1	2	0	1	3	4	5	6
Desperdicio (m^2)	4	6	0	2	0	2	4	6

b)

VARIABLES

x_i = Cantidad de láminas a cortar según el patrón i (i = 1,…,8).

FUNCIÓN OBJETIVO

Minimizar el total de láminas a utilizar:

$$\text{Min } z = x_1 + \cdots + x_8$$

RESTRICCIONES

Obtener al menos tantas piezas tipo A, B y C como se necesitan:

[piezas A] $x_1 + x_2 \geq 1.500$

[piezas B] $x_1 + 5x_3 + 4x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 \geq 2.300$

[piezas C] $x_1 + 2x_2 + x_4 + 3x_5 + 4x_6 + 5x_7 + 6x_8 \geq 4.200$

Naturaleza de las variables:

$x_1, \dots, x_8 \geq 0$ y enteras.

c)

Únicamente hay que modificar la función objetivo, que ahora consiste en minimizar la cantidad de madera desperdiciada:

$$\text{Min } z = 4x_1 + 6x_2 + 2x_4 + 2x_6 + 4x_7 + 6x_8 \text{ metros cuadrados.}$$