

Segundo Parcial

(Justifique formalmente las respuestas o proporcione resultados parciales)

Ejercicio 1

(1 punto)

Enumere las siete primeras palabras en orden canónico del lenguaje representado por la expresión $(b + aa)^*(\lambda + b)(a + bb)^*$.

Solución:

$\lambda, a, b, aa, ba, bb, aaa$

Ejercicio 2

(1 punto)

Obtenga una expresión regular para denotar el lenguaje de palabras sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$ tales que contienen al menos una a , una b y una c , y donde el primer símbolo b no aparece antes del primer símbolo a , ni el primer símbolo c antes del primer símbolo b .

Ejemplo: Las palabras $aabbabc$ y $aabaccba$ son del lenguaje mientras que aab , acb , bc y $baacc$ no lo son.

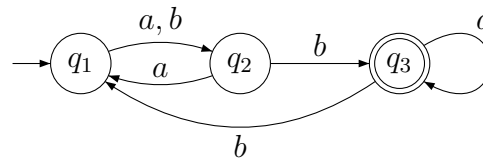
Solución:

$aa^*b(a + b)^*c(a + b + c)^*$

Ejercicio 3

(3 puntos)

Utilice el método visto en clase para analizar el siguiente autómata y obtener una expresión regular que describa el lenguaje aceptado por él.



Solución:

El sistema de ecuaciones en expresiones regulares asociado al autómata es:

$$\begin{cases} X_1 = (a + b)X_2 \\ X_2 = aX_1 + bX_3 \\ X_3 = aX_3 + bX_1 + \lambda \end{cases}$$

de donde, el lenguaje identificado por el autómata es el asociado al lenguaje por la derecha del estado inicial. Por lo que buscaremos obtener la expresión asociada a X_1 .

Aplicando el Lema de Arden en la tercera ecuación se obtiene que:

$$X_3 = a^*(bX_1 + \lambda) = a^*bX_1 + a^*,$$

sustituyendo en el sistema el valor de X_3 obtenemos:

$$\begin{cases} X_1 = (a + b)X_2 \\ X_2 = aX_1 + ba^*bX_1 + ba^* = (a + ba^*b)X_1 + ba^* \end{cases}$$

volviendo a sustituir en el sistema el valor de X_2 obtenemos:

$$X_1 = (a + b)(a + ba^*b)X_1 + (a + b)ba^*$$

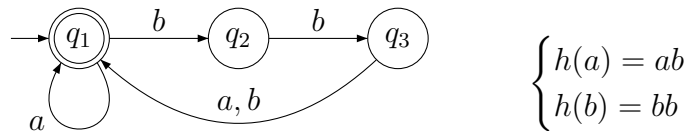
y aplicando el Lema de Arden en esta ecuación se obtiene:

$$X_1 = ((a + b)(a + ba^*b))^*(a + b)ba^*$$

Ejercicio 4

(3 puntos)

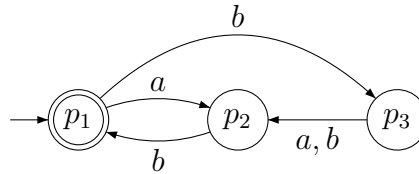
Dados el siguiente autómata y homomorfismo:



obtenga un AFD que acepte el lenguaje $h^{-1}(L(A)) \cap L(A)$.

Solución:

Obtenemos primero un autómata para $h^{-1}(L(A))$.



no es necesario obtener autómatas completamente especificados para calcular la intersección. El autómata que se obtiene aplicando la construcción es el siguiente:

		a	b
\rightarrow	$\langle q_1, p_1 \rangle$	$\langle q_1, p_2 \rangle$	$\langle q_2, p_3 \rangle$
	$\langle q_1, p_2 \rangle$	—	$\langle q_2, p_1 \rangle$
	$\langle q_2, p_3 \rangle$	—	$\langle q_3, p_2 \rangle$
	$\langle q_2, p_1 \rangle$	—	$\langle q_3, p_3 \rangle$
	$\langle q_3, p_2 \rangle$	—	$\langle q_1, p_1 \rangle$
	$\langle q_3, p_3 \rangle$	$\langle q_1, p_2 \rangle$	$\langle q_1, p_2 \rangle$

Ejercicio 5

(2 puntos)

Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, se define la operación $P(x)$ como la que inserta en las

palabras de longitud dos o más una a como segundo símbolo. Esta operación se extiende a lenguajes de forma natural como:

$$P(L) = \{P(x) : x \in L\}.$$

Si L es un lenguaje regular, ¿es $P(L)$ siempre un lenguaje regular?

Ejemplo: Dado $L = \{a, bab, bbaabba\}$, se obtiene $P(L) = \{a, baab, babaabba\}$.

Solución:

La operación es de cierre en la clase de los lenguajes regulares. Para la demostración consideraremos el lenguaje regular de palabras cuya longitud es mayor o igual a dos:

$$L2 = \{x \in \{a, b\}^* : |x| \geq 2\}$$

En efecto, la función puede definirse como el resultado de:

$$P(L) = (\{aa\}(a^{-1}(L \cap L2))) \cup (\{ba\}(b^{-1}(L \cap L2))) \cup (L \cap \{\lambda, a, b\})$$

Como la definición puede hacerse como composición, sobre lenguajes regulares, de operaciones que garantizan que el resultado es un lenguaje regular, se puede concluir que la operación $P(L)$ es cerrada en la clase de los lenguajes regulares.

Evaluación del laboratorio

Ejercicio 1

(1 punto)

Diseñe e implemente un módulo *Mathematica* que, dados un AFD A y una palabra x de entrada, devuelva *True* si el análisis de x desde cada estado de A conduce siempre al mismo estado y que devuelva *False* en caso contrario.

Solución:

```
Ej[A_, x_] := Module[{q, qq, i, s},
  qq = {};
  For[i = 1, i <= Length[A[[1]]], i++,
    q = A[[1, i]];
    For[s = 1, s <= Length[x], s++,
      l = Cases[A[[3]], {q, x[[s]], _}];
      If[l == {},
        q = {};
        Break[],
        q = l[[1, 3]]];
  ]; (* if *)
```

```
];(* for s *)  
  AppendTo[qq, q];  
];(* for i *)  
Return[Length[Union[qq]] == 1]  
]
```