Tema 2. PRINCIPIS DEL DISSENY DIGITAL

Grau en Informàtica

Exercicis

EXERCICIS

2.1. Obtenció de la taula de veritat

2.1.1. En una empresa agrícola …

SOLUCIÓ :

	C	D	P	X	N
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
2	0	1	0	0	1
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	0
5	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	0
7	1	1	1	1	0

2.1.2. Se'ns ha responsabilitzat del control del nivell d'un depòsit d'aigua de reg...

SOLUCIÓ :

	E	Nm	NM	Ge	Gs
0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	X	X
2	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	1
4	1	0	0	0	1
5	1	0	1	X	X
6	1	1	0	0	1
7	1	1	1	0	1

Els valors d'entrada Nm = 0 i NM = 1 són impossibles, perquè si s'ha arribat al nivell màxim d'aigua (NM = 1), també s'ha arribat al nivell mínim (Nm, impossible igual a zero).

2.1.3. Elaboreu la taula de veritat d'un circuit sumador ….

SOLUCIÓ:

Entrades				Eixides		
a_1	a_0	b_1	b_0	s_2	s_1	s_0
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1

1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

2.1.4. Per al disseny d'un circuit de detecció de fallades …..

SOLUCIÓ:

Entrades				Eixides	
P	/M1	/M2	/M3	F	O
0	0	0	0	X	X
0	0	0	1	X	X
0	0	1	0	X	X
0	0	1	1	X	X
0	1	0	0	X	X
0	1	0	1	X	X
0	1	1	0	X	X
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	1

L'enunciat especifica que és impossible que amb el procés detingut (P=0) algun dels mòduls de detecció active la seua eixida (/M=0). Aquestes situacions impossibles es reflectixen amb X en les eixides de la taula de veritat.

2.1.5. La tarima dels eixugavidres de l'Empire State Building ….

SOLUCIÓ:

U	P	S	B	M	$S/\overline{B}$	Comentari
0	**0**	**0**	**0**	**0**	**X**	Cap botó polsat: Immòbil
0	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	S'ha polsat el botó B -> Baixa
0	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	S'ha polsat el botó S -> Puja
0	**0**	**1**	**1**	**0**	**X**	S'han polsat ambdós botons -> Immòbil
0	**1**	**0**	**0**	**0**	**X**	Cap botó polsat -> Immòbil
0	**1**	**0**	**1**	**0**	**X**	Botó B, però estem al primer pis -> Immòbil
0	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	S'ha polsat el botó S -> Puja
0	**1**	**1**	**1**	**0**	**X**	S'han polsat ambdós botons -> Immòbil
1	**0**	**0**	**0**	**0**	**X**	Cap botó polsat -> Immòbil

1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**	S'ha polsat el botó B -> Baixa
1	**0**	**1**	**0**	**0**	**X**	Botó S, però estem a l'últim pis -> Immòbil
1	**0**	**1**	**1**	**0**	**X**	S'han polsat ambdós botons -> Immòbil
1	**1**	**0**	**0**	**X**	**X**	Situació impossible. La tarima no pot estar al primer i a l'últim pis al mateix temps.
1	**1**	**0**	**1**	**X**	**X**	
1	**1**	**1**	**0**	**X**	**X**	
1	**1**	**1**	**1**	**X**	**X**	

2.1.6. El pont sobre el riu Sec ....

SOLUCIÓ:

D1	D0	I1	I0	Sd	Si
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	X	X
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

2.1.7. Una empresa classificadora de fruita ...

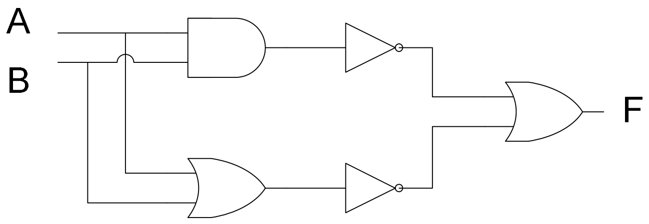
Fixeu-vos que com diu la codificació de la grandària, les peces que són extragrans o grans es poden representar per una única fila de la taula de veritat, amb la combinació 0x per als valors de les variables P1 i P0. El mateix ocorre amb les que són mitjanes o xicotetes, que es poden representar amb la combinació 1x.

Comentari	D	P1	P0	V1	V2	V3	V4	V5
Sense defecte, extragran -> cap a C1	0	0	0	0	0	0	X	X
Sense defecte, gran -> cap a C2	0	0	1	0	0	1	X	X
Sense defecte, mitjana -> cap a C3	0	1	0	0	1	X	0	X
Sense defecte, xicoteta -> cap a C4	0	1	1	0	1	X	1	X
Amb defecte, extragran/gran -> cap a C5	1	0	X	1	X	X	X	0
Amb defecte, mitjana/xicoteta -> cap a C6	1	1	X	1	X	X	X	1

Fixeu-vos també que, una vegada la peça de fruita ha sigut desviada per una de les vàlvules perquè prenga el camí de l'esquerra, el valor de les vàlvules que queden a la dreta és indiferent. El mateix ocorre quan una vàlvula fa que la fruita prenga el camí de la dreta, respecte de les vàlvules que queden a l'esquerra.
D'aquesta manera, quan el circuit decideix que V1 = 1, la fruita es desvia cap a la dreta (cap a V5). Per tant, els valors que el circuit puga assignar a les vàlvules V2, V3 i V4 són indiferents, ja que la fruita no les travesarà en el seu camí cap a la cistella corresponent. Per tant, l'única representació correcta en aquest cas per als valors de V2, V3 i V4 és X.

2.2. Anàlisi de circuits

2.2.1. Donat el circuit següent, obtingueu la funció lògica equivalent:



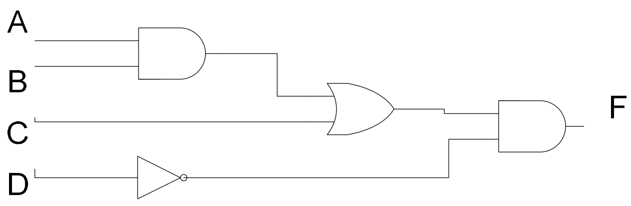
SOLUCIÓ

$$F = \overline{A \cdot B} + \overline{A + B}$$

2.2.2. Donada la següent funció lògica, obtingueu el circuit equivalent:

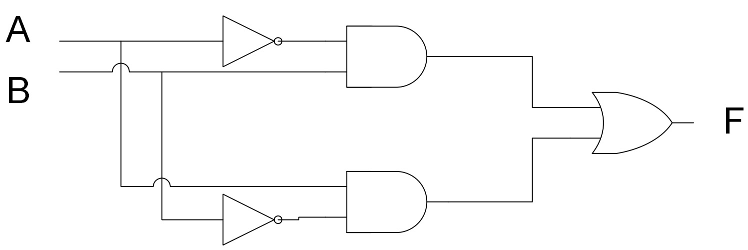
$$F = (A \cdot B + C) \cdot \overline{D}$$

SOLUCIÓ



El producte lògic té major precedència que la suma lògica, la qual cosa explica la col·locació de les portes AND i OR de la part esquerra del circuit, corresponents al terme (A · B + C) = ((A · B) + C)

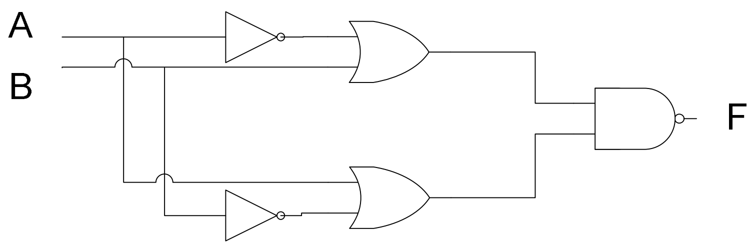
2.2.3. Donat el circuit següent, obtingueu la taula de veritat:



SOLUCIÓ

B	A	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

2.2.4. Donat el següent circuit, comproveu si és equivalent al circuit de l'exercici anterior valent-se de les seues taules de veritat:



SOLUCIÓ:

Des de l'anàlisi del circuit és pot expressar la funció lògica F amb una NAND de (B+/A) i (/B+A). Si apliquem De Morgan a aquesta expressió, obtenim:

$$F(B,A) = \overline{(B+\overline{A}) \bullet (\overline{B}+A)} = \overline{B} \bullet A + B \bullet \overline{A}$$

Si comparem el resultat analític de la funció F, amb l'expressió lògica de l'esquema de l'exercici 2.3.1, són anàlegs. Per tant, tenen la mateixa taula de veritat.

2.3. Àlgebra de Boole

2.3.1. L'entrenador lògic disposa de les següents portes per a construir circuits lògics:

- 4x OR de 2 entrades
- 4x AND de 2 entrades
- 8x NAND de 2 entrades
- 6x NAND de 3 entrades
- 4x NAND de 4 entrades
- 6x NOT

Dibuixeu els circuits lògics que, utilitzant únicament portes disponibles en l'entrenador, implementen les funcions que es proposen a continuació. Justifiqueu algebraicament les equivalències:

a) $f = a \cdot b \cdot c$

b) $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d}$ (per aquest apartat, suposeu que ja heu utilitzat totes les portes NAND de 4 entrades)

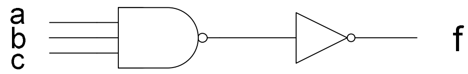
c) $f = \overline{a \cdot b \cdot c}$ (para aquest apartat, suposeu que només disposeu de les NAND de 4 entrades).

SOLUCIÓ:

a) Com no es disposa d'una porta AND de tres entrades cal fer una transformació de manera que l'expressió resultant requerisca portes del tipus disponible. Hi ha diverses possibilitats. Per exemple, ja que sí que es disposa de portes NAND de tres entrades, és fàcil transformar AND en NAND aplicant la propietat d'involució:

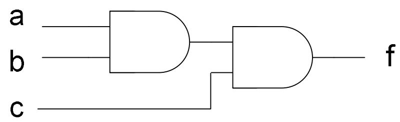
$$f = a \cdot b \cdot c = \overline{\overline{a \cdot b \cdot c}}$$

Aquesta última expressió es pot implementar directament en l'entrenador amb el circuit següent



Una altra possibilitat, aplicant la propietat associativa:

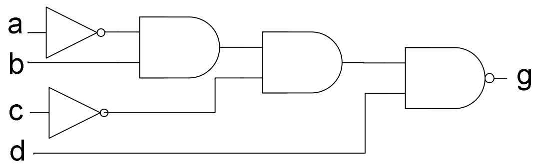
$$f = a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$$



a) *No es disposa d'una porta NAND de quatre entrades, així que seria possible aplicar la solució d'agrupar termes producte de dos en dos per mitjà de la propietat associativa.*

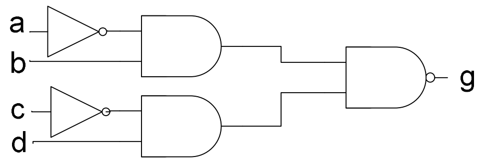
$$g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d} = \overline{((\overline{a} \cdot b) \cdot \overline{c}) \cdot d}$$

L'últim producte de dos termes està negat, així que dóna origen a una porta NAND:



O bé, per mitjà d'una agrupació alternativa:

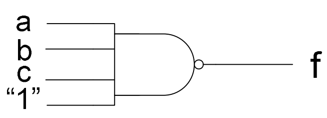
$$g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d} = \overline{(\overline{a} \cdot b) \cdot (\overline{c} \cdot d)}$$



b) *Amb les portes NAND de 4 entrades "sobra" una entrada. No és possible deixar cap entrada sense connectar, així que d'una manera o d'una altra caldrà fer ús de les 4 entrades.*
Una solució és utilitzar la definició d'element neutre del producte (el valor "1" lògic). D'aquesta manera s'obté::

$$f = \overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot 1}$$

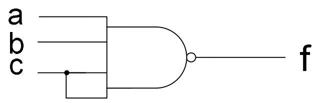
Lo que es traduïx en el circuit lògic:



Hi ha més possibilitats raonables. Per exemple, fent ús de la propietat d'idempotencia pot obtindre's la transformació:

$$f = \overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot c}$$

I el corresponent circuit lògic:



2.3.2. L'entrenador lògic disposa de les següents portes per a construir circuits lògics:

- 4x OR de 2 entrades
- 4x AND de 2 entrades
- 8x NAND de 2 entrades
- 6x NAND de 3 entrades
- 4x NAND de 4 entrades
- 6x NOT

Dibuixeu els circuits lògics que, utilitzant únicament portes disponibles en l'entrenador, implementen les funcions que es proposen a continuació. Justifiqueu algebraicament les equivalències

a) $f = a + b + c + \overline{d}$

b) $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}}$ (per aquest apartat, suposeu que ja ha utilitzat tots els inversors NOT)

SOLUCIÓ:

Per a la funció a): $f = a + b + c + \overline{d}$

Es necessita implementar una OR de 4 entrades. Per fer-ho, es necessiten 3 OR de dues entrades. (Per exemple, 1ª OR -> (a+b), 2[na] OR -> (eixida 1ª OR +c), i 3ª OR -> (eixida 2[na] OR + /d)

/d es pot implementar amb alguna de les portes NOT o NAND existents.

Per a la funció b): $g = \overline{\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}}$

Es pot expressar la funció lògica g com una NAND de tres entrades, de les sis que hi ha. Les entrades /a i /b es podem implementar amb portes NOT o NAND (/a = /(a•a), i /c=/(c•c))

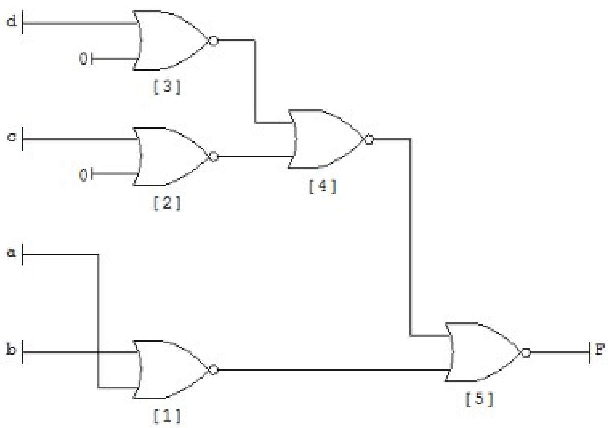
2.3.3. Donada la següent funció:

$$F(d,c,b,a) = (\bar{d} + \bar{c}) \cdot (a + b)$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NOR de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{(\bar{d} + \bar{c})} + \overline{(a + b)}}$$

2.3.4. Donada la següent funció:

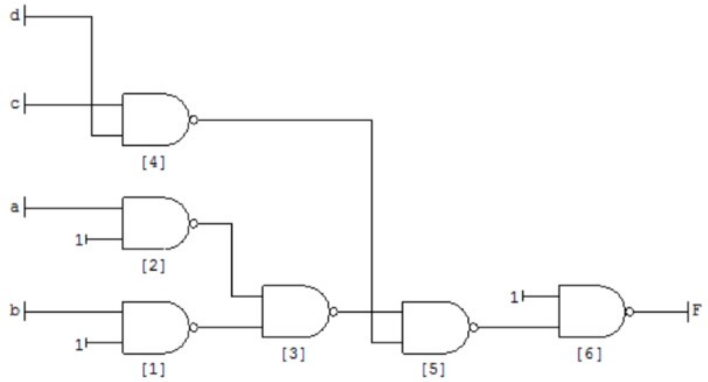
$$F(d,c,b,a) = (\bar{d} + \bar{c}) \cdot (a + b)$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NAND de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.

1)



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{\left(\overline{d \cdot c}\right) \cdot \left(\overline{\bar{a} \cdot \bar{b}}\right)}}$$

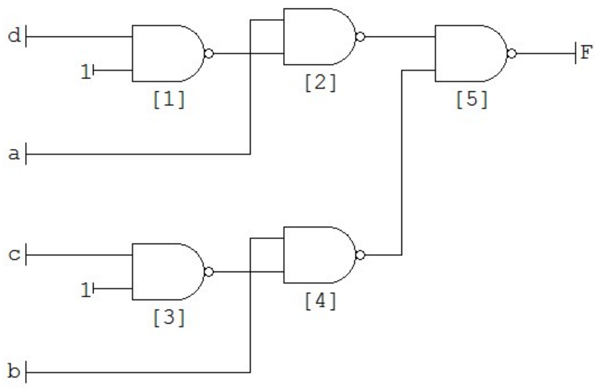
2.3.5. Donada la següent funció:

$$F(d,c,b,a) = \bar{d} \cdot a + \bar{c} \cdot b$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NAND de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{(\bar{d} \cdot a)} \cdot \overline{(\bar{c} \cdot b)}}$$

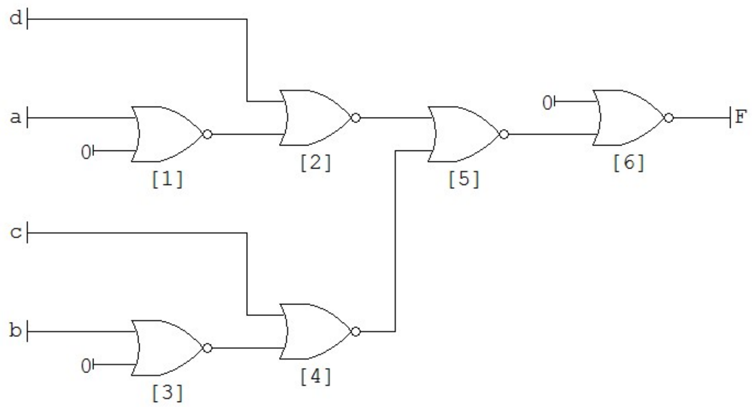
2.3.6. Donada la següent funció:

$$F(d,c,b,a) = \bar{d} \cdot a + \bar{c} \cdot b$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NOR de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(d,c,b,a) = \overline{\overline{\overline{(d + \bar{a})} + \overline{(c + \bar{b})}}}$$

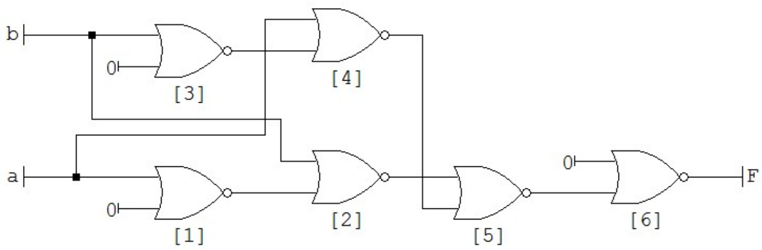
2.3.7. Donada la següent funció:

$$F(b,a) = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NOR de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones.

$$F(b,a) = \overline{\overline{\overline{(\bar{b} + a)} + \overline{(b + \bar{a})}}}$$

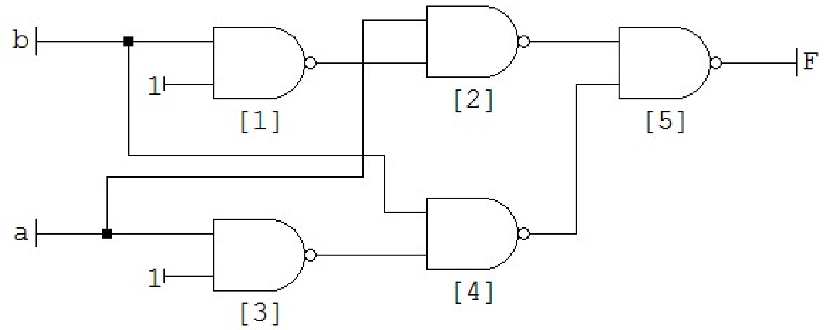
2.3.8. Donada la següent funció:

$$F(b,a) = \bar{b} \cdot a + b \cdot \bar{a}$$

Obtindre la mateixa funció F únicament con portes NAND de 2 entrades.

SOLUCIÓN:

a) Dibujar el esquema.



b) Escribir las ecuaciones

$$F(b,a) = \overline{\overline{(\bar{b} \cdot a)} \cdot \overline{(b \cdot \bar{a})}}$$

2.4. Obtenció de la funció lògica: formes canòniques

2.4.1. Donada la següent taula de veritat:

Entrades				Eixida
D	C	B	A	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Equació canònica conjuntiva (producte de sumes):

$$S = \prod_{D,C,B,A} (0,1,2,3,4,7,8,11,12,13,14,15)$$

Equació canònica disjuntiva (suma de productes):

$$S = \sum_{D,C,B,A} (5,6,9,10)$$

Escriviu les equacions canòniques conjuntiva i disjuntiva de l'eixida S.

2.4.2. Representeu la funció següent mitjançant la forma canònica disjuntiva (sumatori):

$$f = \prod_{D,C,B,A}(0,2,3,14) \bullet \prod_{\Phi}(1,10,15)$$

SOLUCIÓ

En l'expressió d'una funció lògica per mitjà d'una forma canònica conjuntiva/producte de sumes/productori, es dedueixen quins són els minitermes de la funció per exclusió: tots els termes de la funció (tenint en compte que el total de termes és 2^n, sent n l'*aritat* de la funció / el nombre de variables de la funció; en aquest cas, n = 4, i la funció té 16 termes). Cal tindre en compte que, si la funció té combinacions d'entrada indiferents (x com a valor d'eixida), aquestes han de reflectir-se en les dues formes canòniques. Així:

$$f = \prod_{D,C,B,A}(0,2,3,14) \bullet \prod_{\Phi}(1,10,15) = \sum_{D,C,B,A}(4,5,6,7,8,9,11,12,13) + \sum_{\Phi}(1,10,15)$$

2.4.3. Representeu la funció següent per mitjà de la forma canònica conjuntiva (productori):

$$f = \sum_{D,C,B,A}(1,2,11,12,15) + \sum_{\Phi}(5,7,8)$$

SOLUCIÓ

En aquest cas, i de forma anàloga a l'exercici anterior, deduïm els maxitermes per exclusió:

$$f = \sum_{D,C,B,A}(1,2,11,12,15) + \sum_{\Phi}(5,7,8) = \prod_{D,C,B,A}(0,3,4,6,9,10,13,14) \bullet$$

2.4.4. Obteniu la forma canònica de la funció següent per mitjà del producte de maxitermes:

$$f(d,c,b,a) = (c+\overline{d}+a)\cdot(a+b+c+\overline{d})\cdot(d+a+\overline{b}+\overline{c})\cdot(\overline{b}+c+d+a)$$

SOLUCIÓ:

Per obtenir la forma canònica conjuntiva o producte de sumes de la funció és necessari conèixer quins són el maxitermes de la funció. Açò ho podem obtenir mitjançant la taula de veritat. Per construir la taula de veritat de la funció n'hi ha prou amb aplicar a l'expressió algebraica totes les combinacions possibles de les entrades. També es pot fer més ràpidament calculant per a cada terme producte de l'expressió quins són els valors de les variables d'entrada que el fan zero. El resultat, per qualsevol dels dos camins, és:

Entrades				*Eixida*
D	*C*	*B*	*A*	*f*
0	*0*	*0*	*0*	*1*
0	*0*	*0*	*1*	*1*
0	*0*	*1*	*0*	*0*
0	*0*	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*0*	*0*	*1*
0	*1*	*0*	*1*	*1*
0	*1*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*1*
1	*0*	*0*	*0*	*0*
1	*0*	*0*	*1*	*1*
1	*0*	*1*	*0*	*0*

1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Des de la taula de veritat, la forma canònica conjuntiva és:

$$\boldsymbol{f} = \prod_{\boldsymbol{D},\boldsymbol{C},\boldsymbol{B},\boldsymbol{A}} (2, 6, 8, 10)$$

2.4.5. Quina és la forma canònica disjuntiva que representa la funció següent?:

$$f(d, c, b, a) = 1$$

SOLUCIÓ:

$$f(d,c,b,a) = \sum_{d\,c\,b\,a} (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15)$$

2.4.6. Indiqueu la forma canònica conjuntiva de la funció següent:

$$f(c, b, a) = \sum_{c,b,a} (2,4,6) + \sum_{\varnothing} (1)$$

SOLUCIÓ:

$$f(c,b,a) = \prod_{c,b,a} (0,3,5,7) \cdot \prod_{\varnothing} (1)$$

2.4.7. Obtingueu la forma canònica de la funció següent mitjançant la suma de minitermes:

$$f(c, b, a) = \overline{c} \cdot a$$

SOLUCIÓ:

$$f(c,b,a) = \sum_{c,b,a} (1,3)$$

2.4.8. En l'edifici de la figura següent, s'han instal·lat tres sensors de presència (A, B i C)...

SOLUCIÓ:

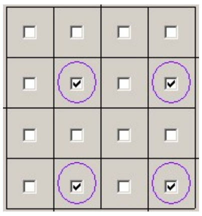
$$AS = \sum_{SS,A,B,C} (9, 11, 12, 13, 15) + \sum_{\Phi} (2, 6, 10, 14)$$

2.5. Simplificació de funcions: mapes de Karnaugh

2.5.1. Donada la següent taula de veritat…
escriviu les dues equacions de l'eixida S que s'obtenen en simplificar (per mitjà d'uns i per mitjà de zeros), utilitzant mapes de Karnaugh.

SOLUCIÓ
La simplificació per Karnaugh de la funció S ens dóna la taula següent, i simplificant per uns, s'obtenen els grups següents:

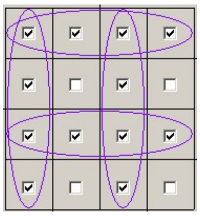
DC / ***BA***	***00***	***01***	***11***	***10***
00	*0*	*0*	*0*	*0*
01	*0*	*1*	*0*	*1*
11	*0*	*0*	*0*	*0*
10	*0*	*1*	*0*	*1*



Aquests grups donen lloc als termes següents:
S = (/DC/BA) + (D/C/BA)+ (/DCB/A) + (D/CB/A)

Simplificant per zeros, s'obtenen els grups següents:

DC / ***BA***	***00***	***01***	***11***	***10***
00	*0*	*0*	*0*	*0*
01	*0*	*1*	*0*	*1*
11	*0*	*0*	*0*	*0*
10	*0*	*1*	*0*	*1*

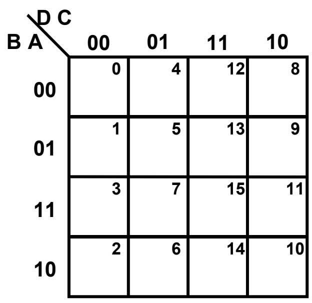


Aquests grups donen lloc als termes següents:
S = (D + C) · (/D + /C) · (B + A) · (/B + /A)

2.5.2. Obteniu la funció lògica **simplificada** per a l'eixida *segment* ***G*** del circuit *visualitzador BCD* si la taula de veritat corresponent a la dita eixida és la següent:

SOLUCIÓ

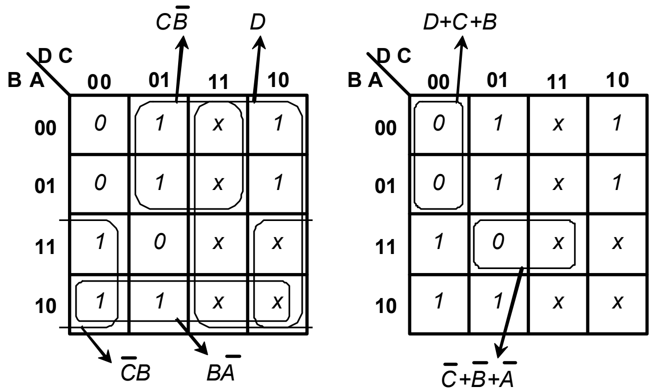
Comencem amb una taula buida de quatre variables, D, C, B i A:



i l'omplim amb els valors de l'eixida g:

BA \ DC	00	01	11	10
00	0	1	x	1
01	0	1	x	1
11	1	0	x	x
10	1	1	x	x

Ara podem fer la simplificació. Com que només es demana la funció simplificada, se sobreentén que se'ns demana la més simplificada de les dues possibles, per uns i per zeros. És a dir, cal fer ambdues simplificacions i, en cas que les expressions resultants siguen distintes, triar la més senzilla.



Com que la simplificació de g per un té un resultat $g = D + C\overline{B} + \overline{C}B + B\overline{A}$ i per zeros té un resultat $g = \left(D + C + B\right)\cdot\left(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A}\right)$, cal fer un recompte de les portes i del nivell de cada simplificació per a triar el resultat més senzill. En la simplificació per uns, el nivell del circuit és 3 i s'usen 7 portes (3 NOT, 3 AND2, 1 OR3), i en la simplificació per zeros, el nivell del circuit és 3 i s'usen 6 portes (3 NOT, 2 OR3, 1 AND2). El resultat més simple és, evidentment, la simplificació per zeros.

Finalment, per tant, la resposta al problema és $g = \left(D + C + B\right)\cdot\left(\overline{C} + \overline{B} + \overline{A}\right)$.

2.5.3. Simplifiqueu, tant per uns com per zeros, la funció següent:

$$f = \sum_{C,B,A}(0,1,2,3)$$

SOLUCIÓ:

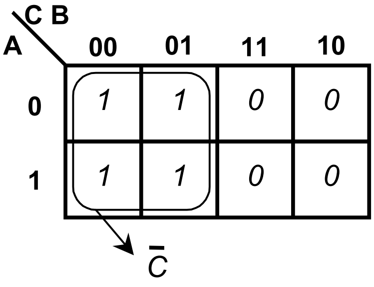
La figura següent mostra una taula de Karnaugh de 3 variables, buida. Per facilitar el treball s'indica el nombre del terme associat al cantó superior dret de cada cel·la.

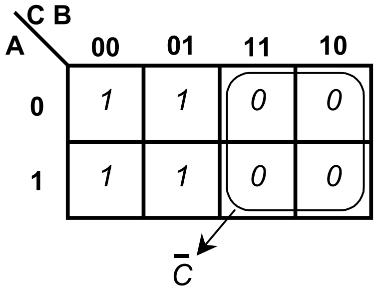
A \ CB	00	01	11	10
0	0	2	6	4
1	1	3	7	5

Per completar la taula el que fem és traslladar, des de la taula de veritat o des d'una forma canònica, els valors de la funció f a cadascuna de les cel·les.

A \ CB	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Finalment fem la simplificació. A l'esquerra per uns, i a la dreta per zeros.





Teniu en compte que, en aquest cas particular, ambdues simplificacions donen com a resultat la mateixa expressió algebraica. Açò és una casualitat, i en general, els resultats de simplificar per uns i per zeros no hi coincidiran.

2.5.4. En una planta de fabricació de peces ceràmiques, ...

SOLUCIÓ:

$$classe1 = \mathrm{CA} + \mathrm{BA} \text{ i } \mathrm{clase2} = \mathrm{CA} + \mathrm{BA} + \mathrm{CB}$$

2.5.5. Es vol implementar un circuit amb quatre entrades (D, C, B i A) i dues eixides (S1 i S0). Les equacions canòniques dels circuits d'eixida són les següents:

$$S0 = \sum_{DCBA}(2,3,6,7,14,15) + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$

$$S1 = \sum_{DCBA}(1,5,13) + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$

Obteniu les equacions corresponents al circuit mínim de les eixides S0 i S1, respectivament.

SOLUCIÓ:

$$S0 = B$$

$$S1 = \overline{B}\,A$$

2.5.6. Siguen $A = a_1a_0$ i $B = b_1b_0$ dos nombres naturals expressats en binari amb dos bits. Obteniu les funcions lògiques de comparació $(A \geq B)$ i $(A \leq B)$ simplificades.

SOLUCIÓ:

$$(A \geq B) = (a_1 + \overline{b_1})(a_1 + a_0 + \overline{b_0})(a_0 + \overline{b_1} + \overline{b_0})$$

$$(A \leq B) = (\overline{a}_1 + b_1)(\overline{a}_1 + \overline{a}_0 + b_0)(\overline{a}_0 + b_1 + b_0)$$

2.5.7. Siguen A = a1a0 i B = b1b0 dos nombres naturals expressats en binari, i la funció lògica simplificada $F = (a_1 + a_0 + b_1 + b_0)(a_1 + \overline{a}_0 + b_1 + \overline{b}_0)(\overline{a}_1 + \overline{a}_0 + \overline{b}_1 + \overline{b}_0)(\overline{a}_1 + a_0 + \overline{b}_1 + b_0)$, que implementa una funció de comparació d'ambdós nombres. Indiqueu quina comparació realitza la funció: ?

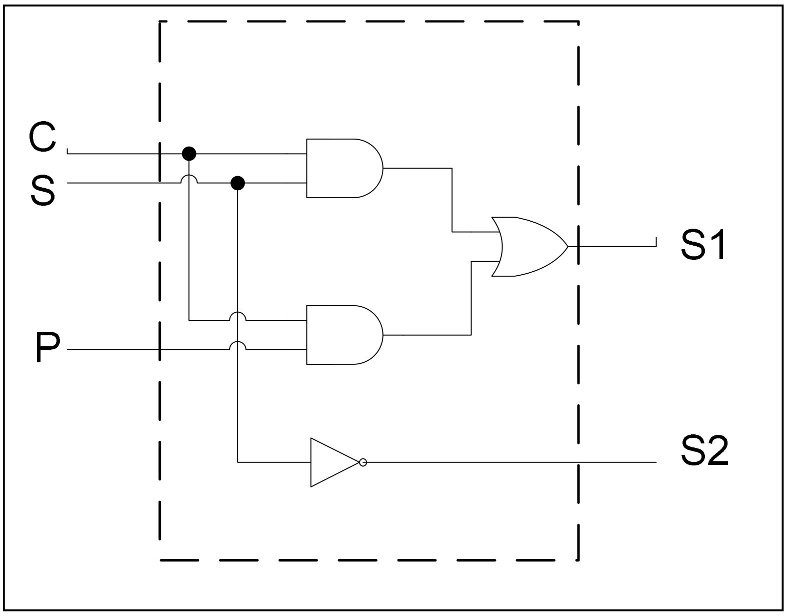
☐ F = (A > B)
☐ F = (A < B)
☐ F = (A = B)
x F = (A ≠ B)

2.6. Implementació de circuits

2.6.1. En la cadena de muntatge d'una planta de fabricació de cotxes ...

SOLUCIÓ:

C	S	P	S1	S2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0



P \ CS	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

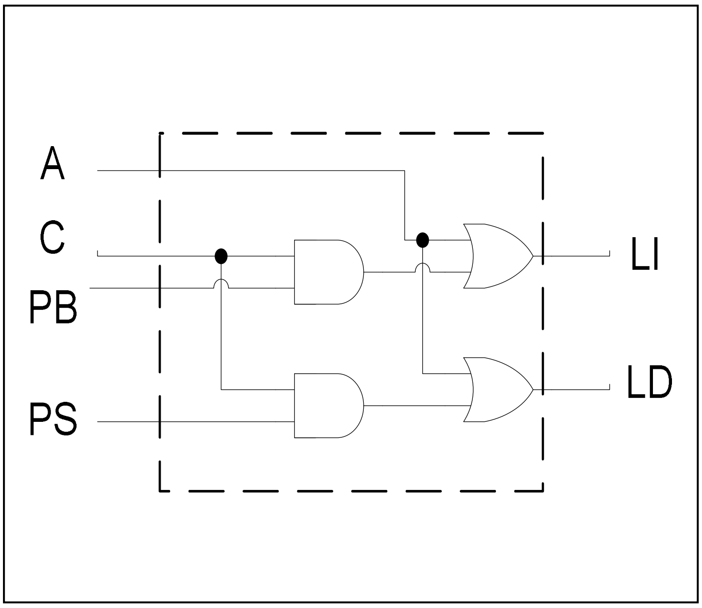
P \ CS	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	1	0	0	1

$S1 = C \cdot S + C \cdot P \quad i \quad S2 = \overline{S}$

2.6.2. Es vol implementar un circuit que controle l'encesa dels llums intermitents d'un cotxe.

SOLUCIÓ

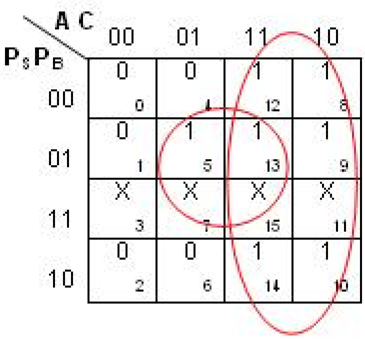
	A	C	P_S	P_B	L_i	L_D
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	X	X
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	1	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	X	X
12	1	1	0	0	1	1
13	1	1	0	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1
15	1	1	1	1	X	X



Simplificació de les funcions

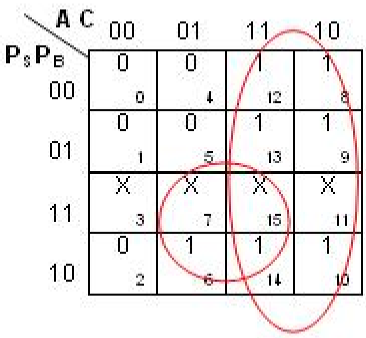
Simplificació per uns:

Per a Li:



$L_I = P_B \cdot C + A$

Per a L_D:



$L_D = P_S \cdot C + A$

Si la simplificació es fera per zeros, obtindríem el següent:

$L_I = (A + C) \cdot (A + P_B)$

$L_D = (A + C) \cdot (A + P_S)$

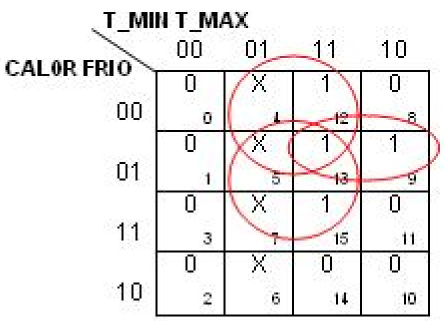
2.6.3. Es vol implementar un circuit combinacional per a intentar mantenir, entre dos valors, la temperatura d'una habitació...

SOLUCIÓ

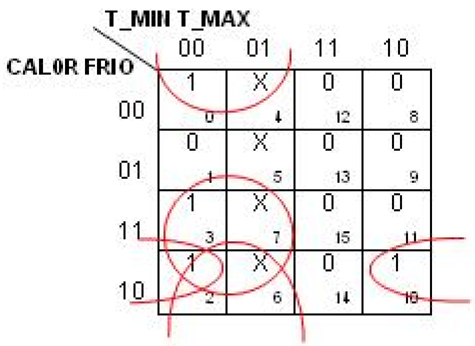
	T_MIN	T_MAX	CALOR	FRED	AIRE	AIRE
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	X	X
5	0	1	0	1	X	X
6	0	1	1	0	X	X
7	0	1	1	1	X	X
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0
10	1	0	1	0	0	1
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	1	0

Simplificació per uns:

AIRE FRED



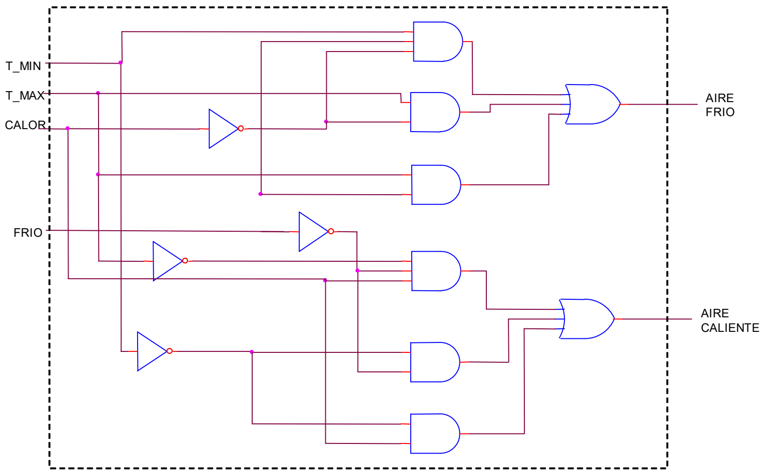
AIRE CALENT



AIRE FRED = T_MAX . CALOR + T_MAX . FRED + T_MIN . CALOR . FRED

AIRE CALENT = T_MIN . CALOR + T_MIN . FRED + T_MAX . CALOR . FRED

... // ...



2.6.4. Es vol construir el circuit de control del moviment d'una cinta transportadora que pot moure's de forma indefinida en els dos sentits (esquerra i dreta)......

SOLUCIÓ:

/CD	/CI	/PD	/PI	M/P	D/I	Comentari
0	0	X	X	X	X	Impossible. La cinta no es pot moure en els dos sentits.
0	1	0	0	X	X	Entrada de balancí impossible
0	1	0	1	1	1	Moure cap a la dreta (PD activada)
0	1	1	0	0	X	Parar
0	1	1	1	1	1	Continuar movent cap a la dreta
1	0	0	0	X	X	Entrada de balancí impossible
1	0	0	1	0	X	Parar
1	0	1	0	1	0	Moure cap a l'esquerra (PI activada)
1	0	1	1	1	0	Continuar movent cap a l'esquerra
1	1	0	0	X	X	Entrada de balancí impossible
1	1	0	1	1	1	Moure cap a la dreta
1	1	1	0	1	0	Moure cap a l'esquerra
1	1	1	1	0	X	Parar

Cinta movent-se cap a la dreta (/CD = 0)

Cinta movent-se cap a l'esquerra (/CI = 0)

Cinta parada (/CD = /CI = 1)

NOTA 1: És evident que tots el casos amb /CD = /CI = 0 són impossibles perquè la cinta no pot moure's simultàniament en ambdós sentits.

NOTA 2: És evident que tots el casos amb /PD = /PI = 0 són impossibles perquè l'enunciat diu explícitament que els dos senyals del balancí són excloents.

NOTA 3: En el casos impossibles és obligatori que les eixides prenguen valor X

NOTA 4: En el casos en què el circuit para la cinta (eixida M/P = 0), el valor de l'eixida D/I és indiferent, per la qual cosa el seu valor en aquests casos ha de ser D/I = X.

2.6.5. A la vella factoria, s'ha instal·lat un pont grua per a traslladar arbres ....

A) Realitzeu la taula de veritat de la funció lògica. Per favor, seguiu l'ordre següent per a les entrades: PS, PB, PI, PD, i l'ordre següent per a les eixides: S, B, **I**, D.

SOLUCIÓ:

La taula de veritat

Nº	PS	PB	PI	PD	S	B	I	D
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	0	0	1	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	0	1	1	0
7	0	1	1	1	X	X	X	X
8	1	0	0	0	1	0	0	0
9	1	0	0	1	1	0	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	X	X	X	X
12	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	1	X	X	X	X
14	1	1	1	0	X	X	X	X
15	1	1	1	1	X	X	X	X

B) Indiqueu les formes canòniques disjuntiva i conjuntiva de la funció lògica a partir de la taula de veritat de l'enunciat anterior per a l'eixida B.

SOLUCIÓ:

Formes canòniques disjuntiva i conjuntiva:

$$FCD = \sum_{PS,PB,PI,PD}(4,5,6) + \sum_{\varnothing}(7,11,13,14,15)$$

$$FCC = \prod_{PS,PB,PI,PD}(0,1,2,3,8,9,10,12,) \cdot \prod_{\varnothing}(7,11,13,14,15)$$

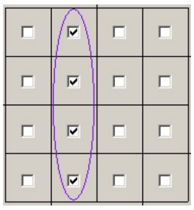
C) Obteniu l'expressió mínima de la funció lògica mitjançant la simplificació de Karnaugh, tant per uns com per zeros, per a l'eixida B.

SOLUCIÓ:

Expressió mínima de la funció lògica:

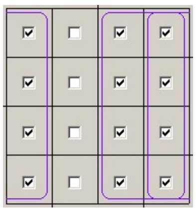
Simplificació per 1: (/PS·PB)

PS PB / PI PD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



Simplificación per 0: (/PS)·(PB)

PS PB / PI PD	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	X	0
11	0	X	X	X
10	0	1	X	0



2.6.6. Es vol realitzar el circuit de control d'un escalfabiberons. ....

A) Realitzeu la taula de veritat :

SOLUCIÓ:

La taula de veritat:

Nº	C	T	B	L	R
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	X
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	X
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	X
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	X
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

B) Indiqueu les formes canòniques disjuntiva i conjuntiva

SOLUCIÓ:

FCD = $\sum_{C,T,B,L} (3,7) + \sum_{\varnothing}(1,5,9,13)$

FCC = $\prod_{C,T,B,L} (0,2,4,6,8,10,11,12,14,15) \cdot \prod_{\varnothing}(1,5,9,13)$

C) Obteniu l'expressió mínima de la funció lògica R mitjançant la simplificació de Karnaugh, tant per uns com per zeros.

SOLUCIÓ:

Per 1: (L·/C)

CT BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

Per 0: (/C) · (L)

CT BL	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	0	0
10	0	0	0	0

2.6.7. Es vol dissenyar una part del circuit de control d'un aparell de vídeo. ...

A) SOLUCIÓ:

SF	SI	TA	TR	MA	MR
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	X	X
1	1	0	1	X	X
1	1	1	0	X	X
1	1	1	1	X	X

Quan no es polsa cap de les dues tecles no s'activa cap dels senyals del motor, com correspon a la lògica de funcionament del dispositiu real. El cas SF=1, SI=1 mai no es pot donar en la pràctica perquè és impossible que la cinta siga al principi i al final del seu corregut al mateix temps. La taula de veritat recull aquesta situació assignant valors indeferents /X) a les eixides MA i MR.

B) SOLUCIÓ:

Es demanen les expressions en notació sumatori i productori, no les expressions algebraiques, Qualsevol omissió en la identificació de les variables d'entrada, o canvi d'operador, invalida completament la forma canònica. Pareu especial atenció a la forma conjuntiva, on l'operador entre els dos productoris és un producte i no una suma.

Forma canònica disjuntiva:

$$MA= \sum_{SF,SI,TA,TR}(2,6,7)+\sum_{\Phi}(12,13,14,15)$$

Forma canònica conjuntiva:

$$MA= \prod_{SF,SI,TA,TR}(0,1,3,4,5,8,9,10,11)\cdot\prod_{\Phi}(12,13,14,15)$$

2.6.8. Una empresa dedicada a l'embalatge fabrica caixes de cartró...

SOLUCIÓ

Color		Grandària		Trajectòria 1	Trajectòria 2	Trajectòria 3
C1	C0	T1	T0			
0	0	0	0	*1*	*0*	*0*
0	0	0	1	*0*	*0*	*1*

0	0	1	0	*0*	*1*	*0*
0	0	1	1	*0*	*1*	*0*
0	1	0	0	*1*	*0*	*0*
0	1	0	1	*0*	*0*	*1*
0	1	1	0	*0*	*0*	*1*
0	1	1	1	*0*	*0*	*1*
1	0	0	0	*X*	*X*	*X*
1	0	0	1	*X*	*X*	*X*
1	0	1	0	*X*	*X*	*X*
1	0	1	1	*X*	*X*	*X*
1	1	0	0	*1*	*0*	*0*
1	1	0	1	*0*	*0*	*1*
1	1	1	0	*0*	*0*	*1*
1	1	1	1	*0*	*0*	*1*

$$Trajectòri \quad a\ 1 = \sum_{C1C0T1T0}(0,4,12) \quad + \sum_{\phi}(8,9,10,11)$$