

# Examen del bloque 2 de SIN: Test (1,75 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 13 de enero de 2022

**Grupo, apellidos y nombre:** 1,

Marca cada recuadro con una única opción. Puntuación:  $\max(0, (\text{aciertos} - \text{errores} / 3) \cdot 1,75 / 9)$ .

- 1 ☐ A Sea  $M$  un modelo de Markov de conjunto de estados  $Q = \{1, 2, F\}$  y alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$ . Durante la aplicación de una iteración del algoritmo de reestimación por Viterbi, se ha obtenido un par “(cadena, camino más probable)” por cada cadena de entrenamiento. Seguidamente, a partir de todos los pares obtenidos, se han obtenido las cuentas (frecuencias absolutas) de transición entre estados mostradas en la tabla a la derecha. La normalización *correcta* de estas cuentas resultará en la tabla de probabilidades de transición entre estados:

$A$	1	2	$F$
1	4	1	4
2	2	4	3

A)

$A$	1	2	$F$
1	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$
2	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{9}$

B)

$A$	1	2	$F$
1	$\frac{4}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{4}{18}$
2	$\frac{2}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$

C)

$A$	1	2	$F$
1	$\frac{4}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{4}$
2	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{3}{4}$

D)

$A$	1	2	$F$
1	$\frac{4}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{7}$
2	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{7}$

- 2 ☐ C La probabilidad de error de un clasificador se estima que es del 14%. Determina cuál es el número mínimo de muestras de test necesario,  $M$ , para conseguir que el intervalo de confianza al 95% de dicho error no supere el  $\pm 1\%$ ; esto es,  $I = [13\%, 15\%]$ :  $M = 4626$

- A)  $M < 2000$ .  
 B)  $2000 \leq M < 3500$ .  
 C)  $3500 \leq M < 5000$ .  
 D)  $M \geq 5000$ .

- 3 ☐ D Dados los siguientes 3 nodos de un árbol de clasificación con muestras pertenecientes a 3 clases:

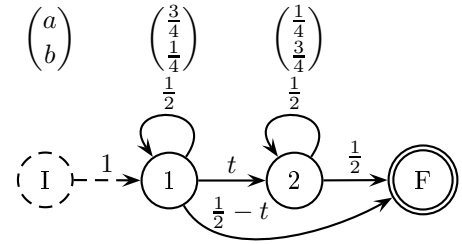
$c$	$n_1$	$n_2$	$n_3$
1	3	5	3
2	3	3	1
3	5	5	5

donde cada fila indica el número de muestras de cada clase en el nodo. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta?

- A)  $\mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_3) < \mathcal{I}(n_1)$   
 B)  $\mathcal{I}(n_3) < \mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_1)$   
 C)  $\mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_1) < \mathcal{I}(n_3)$   
 D)  $\mathcal{I}(n_3) < \mathcal{I}(n_1) < \mathcal{I}(n_2)$

- 4 **B** Sea  $M$  el modelo de Markov representado a la derecha, donde  $t$ ,  $0 < t < \frac{1}{4}$ , denota la probabilidad de transición del estado 1 al 2. Dada la cadena  $x = \text{abb}$ , la probabilidad de generar  $x$  mediante el camino  $122F$ ,  $P(\text{abb}, 122F)$ , depende de  $t$ . Análogamente, la probabilidad de generar  $x$  mediante el camino  $111F$ ,  $P(\text{abb}, 111F)$ , también depende de  $t$  (a través de la probabilidad de transición del estado 1 al  $F$ ). Indica en qué caso  $P(\text{abb}, 111F) > P(\text{abb}, 122F)$ :

- A) Nunca.  
 B) Si y solo si  $0 < t < \frac{1}{20}$ .  
 C) Si y solo si  $0 < t < \frac{1}{10}$ .  
 D) Siempre, es decir,  $0 < t < \frac{1}{4}$ .



$$P(\text{abb}, 111F) = 1 \cdot \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \left( \frac{1}{2} - t \right)$$

$$P(\text{abb}, 122F) = 1 \cdot \frac{3}{4} t \frac{3}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{2}$$

$$P(\text{abb}, 111F) > P(\text{abb}, 122F) \rightarrow t < \frac{1}{20}$$

- 5 **A** Supóngase que estamos aplicando el algoritmo Perceptrón, con factor de aprendizaje  $\alpha = 1$  y margen  $b = 0.1$ , a un conjunto de 3 muestras bidimensionales de aprendizaje para un problema de 2 clases. Tras procesar las primeras 2 muestras se han obtenido los vectores de pesos  $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 0)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 0)^t$ . A continuación, se procesa la última muestra  $(\mathbf{x}_3, c_3)$  y se obtienen los vectores de pesos  $\mathbf{w}_1 = (-1, -5, -5)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (1, 5, 5)^t$ , ¿cuál de las siguientes es esa última muestra?

- A)  $((5, 5)^t, 2)$   
 B)  $((3, 5)^t, 2)$   
 C)  $((5, 1)^t, 2)$   
 D)  $((3, 1)^t, 2)$

- 6 **D** Dado el siguiente conjunto de datos utilizado para entrenar un árbol de clasificación con 5 muestras bidimensionales que pertenecen a 2 clases:

$n$	1	2	3	4	5
$x_{n1}$	2	5	4	5	1
$x_{n2}$	3	5	3	4	3
$c_n$	2	2	2	1	1

¿Cuántas particiones diferentes se podrían generar en el nodo raíz? No consideres aquellas particiones en que todos los datos se asignan al mismo nodo hijo.

- A) 5  
 B) 3  
 C) 6  
 D) 4

7 **B** Dado el clasificador en 2 clases definido por sus vectores de pesos  $\mathbf{w}_1 = (-1, 2, 2)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (-2, -3, 3)^t$  en notación homogénea, ¿cuál de los siguientes conjuntos de vectores **no** define un clasificador equivalente al dado?

- A)  $\mathbf{w}_1 = (-1, 6, 6)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (-4, -9, 9)^t$
- B)  $\mathbf{w}_1 = (2, -4, -4)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (4, 6, -6)^t$
- C)  $\mathbf{w}_1 = (1, 2, 2)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, -3, 3)^t$
- D)  $\mathbf{w}_1 = (-3, 6, 6)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (-6, -9, 9)^t$

8 **B** Se tiene una partición de un conjunto de datos 3-dimensionales en un número de clústers dado,  $C \geq 2$ . Considérese la transferencia del dato  $\mathbf{x} = (3, 2, 9)^t$  de un clúster  $i$  a otro  $j$ ,  $j \neq i$ . Se sabe que el clúster  $i$  contiene 3 datos (contando  $\mathbf{x}$ ) y el  $j$  4. Asimismo, se sabe que la media del clúster  $i$  es  $\mathbf{m}_i = (7, 3, 3)^t$  y la del  $j$   $\mathbf{m}_j = (7, 6, 7)^t$ . Si se realiza dicha transferencia, se producirá un incremento de la suma de errores cuadráticos,  $\Delta J$ , tal que:  $\Delta J = -50.7$

- A)  $\Delta J < -70$
- B)  $-70 \leq \Delta J < -30$
- C)  $-30 \leq \Delta J < 0$
- D)  $\Delta J \geq 0$

9 **B** En un problema de razonamiento probabilístico correspondiente a desplazamientos por carretera, con las variables aleatorias de interés: Climatología ( $C$ ):{despejado (DES), nublado (NUB), lluvioso (LLU)}; Luminosidad ( $L$ ):{día (DIA), noche (NOC)}; Seguridad ( $S$ ):{seguro (SEG), accidente (ACC)}. La probabilidad conjunta de las tres variables viene dada en la tabla:

$P(s, l, c)$	DIA			NOC		
	DES	NUB	LLU	DES	NUB	LLU
SEG	0.29	0.20	0.04	0.14	0.10	0.09
ACC	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03	0.03

La probabilidad condicional  $P(S = \text{ACC} \mid L = \text{NOC}, C = \text{DES})$  es:

- A) 0.010
- B) 0.067
- C) 0.140
- D) 0.150

# Examen del bloque 2 de SIN: Problemas (2 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 13 de enero de 2022

Grupo, apellidos y nombre: 1,

## Problema sobre Forward y Viterbi

Sea  $M$  un modelo de Markov de conjunto de estados  $Q = \{1, 2, F\}$ ; alfabeto  $\Sigma = \{a, b\}$ ; probabilidades iniciales  $\pi_1 = \frac{1}{3}, \pi_2 = \frac{2}{3}$ ; y probabilidades de transición entre estados y de emisión de símbolos:

$A$	1	2	$F$
1	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$B$	$a$	$b$
1	$\frac{3}{6}$	$\frac{3}{6}$
2	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

Sea  $x=ab$ . Se pide:

- (0,75 puntos) Realiza una traza del algoritmo *Forward* para obtener la probabilidad con la que  $M$  genera la cadena  $x$ ,  $P_M(x)$ .
- (0,75 puntos) Realiza una traza del algoritmo de *Viterbi* para obtener la aproximación de Viterbi a la probabilidad con la que  $M$  genera la cadena  $x$ ,  $\tilde{P}_M(x)$ .
- (0,25 puntos) A partir de la traza realizada en el apartado anterior, determina un camino más probable con el que  $M$  genera  $x$ .
- (0,25 puntos) Determina la probabilidad con la que  $M$  genera  $x$  siguiendo un camino distinto al más probable determinado en el apartado anterior.

Solución:

- Forward:*  $P_M(x) = 67/1598 = 0.04193$

	a	b	
1	1/6	43/420	
2	2/5	43/525	
F			67/1598

- Viterbi:*  $\tilde{P}_M(x) = 4/225 = 0.01778$

	a	b	
1	1/6	1/15	
2	2/5	4/75	
F			4/225

- Camino más probable:  $22F$
- $P_M(x) - \tilde{P}_M(x) = 71/2940 = 0.02415$ .