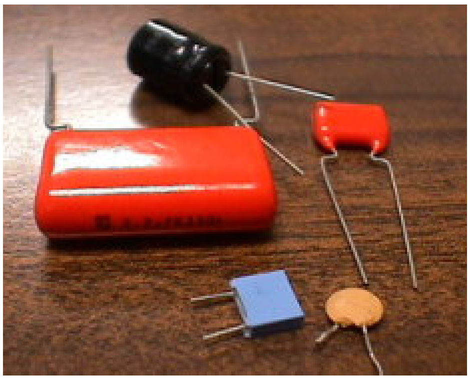
Capítulo 2

Propiedades electrostáticas de conductores y dieléctricos



Objetivos

- Conocer las características de los conductores cargados en equilibrio: campo eléctrico en el interior y en la superficie, potencial y distribución de cargas.
- Conocer las características de los fenómenos de influencia total entre conductores.
- Definir la capacidad de un condensador y saber calcular la capacidad equivalente de asociaciones de condensadores en serie y en paralelo.
- Entender los fenómenos de carga de un condensador y saber hallar la energía almacenada en un condensador.
- Saber discutir los efectos de un dieléctrico sobre la capacidad, carga, energía, diferencia de potencial y campo eléctrico de un condensador.

El tema anterior se dedicó al estudio del campo eléctrico en el vacío. Este tema, perteneciente también a la electrostática, se dedica al estudio del campo eléctrico en presencia de materiales conductores y aislantes, a los que a partir de ahora denominaremos dieléctricos (del prefijo griego “diá-“, que significa a través, de entre, y “electricidad”). En él se describen los fenómenos de influencia electrostática en los materiales conductores y los de polarización en los dieléctricos, ambos consecuencia de los campos eléctricos. Como aplicaciones de dichos fenómenos se estudian las pantallas electrostáticas y los condensadores. Las pantallas se utilizan para aislar el campo eléctrico en una región del espacio, como por ejemplo, para evitar ruidos parásitos en un laboratorio de medidas de precisión, para proteger la señal que se transmite por los cables de osciloscopios o los de un televisor, etc. Los condensadores se pueden encontrar como componentes en la mayoría de las placas de circuitos de los ordenadores y demás instrumentos electrónicos y actúan almacenando energía electrostática, como filtros de señales eléctricas, etc.

2.1 Introducción

Según su capacidad para conducir la electricidad, permitiendo el desplazamiento de sus cargas eléctricas, los materiales se clasifican en:

◊ Dieléctricos (caucho, vidrio,...)
◊ Conductores (metales, soluciones acuosas de ácidos y bases,...)
◊ Semiconductores (Ge, Si,...)

El diferente comportamiento eléctrico se debe principalmente a la estructura atómica y molecular de la materia. Planteamos dos ejemplos: el cobre (Cu) como conductor típico, y el germanio (Ge) como mal conductor.
La configuración electrónica del cobre (conductor) es:

^{29}Cu: $1s^2$ $2s^2$ $2p^6$ $3s^2$ $3p^6$ $3d^{10}4s^1$

Debido a que cada átomo de cobre tiene completamente ocupadas sus tres primeras capas electrónicas, y un único electrón en la última, cuando los átomos están unidos para formar el cristal, éste adquiere mayor estabilidad electrónica si los átomos se quedan con la última capa completa (la tercera en este caso) y dejan libre el electrón de la siguiente capa. Estos electrones libres se pueden mover fácilmente a través del cristal de cobre cuando sobre ellos actúe la fuerza de un campo eléctrico, de ahí que el cobre sea un buen conductor de la electricidad.
La configuración electrónica del germanio (semiconductor) es:

^{32}Ge: $1s^2$ $2s^2$ $2p^6$ $3s^2$ $3p^6$ $3d^{10}4s^2$ $4p^2$

Tiene las tres primeras capas ocupadas como el cobre, y en la cuarta cuatro electrones. En este caso, al formar el cristal éste adquiere mayor estabilidad electrónica si tiene ocho electrones en la última capa, por lo que cada átomo comparte los cuatro electrones de su última capa con sus cuatro vecinos formando enlaces covalentes. Estos electrones están más ligados a sus núcleos y necesitan un aporte de energía para liberarse y conducir la corriente eléctrica.

2.2 Conductor en equilibrio electrostático

A partir de ahora, en este tema al hablar de conductores nos referiremos únicamente a conductores metálicos sólidos.

Modelo de metal: Los iones positivos (núcleos + electrones ligados) están distribuidos periódicamente formando la red cristalina, y los electrones de la última capa de los átomos (el $4s^1$ del ejemplo del Cu) se mueven libremente respecto a los iones, pero sin salir del metal formando una nube o gas electrónico, por lo que se denominan electrones libres. Esta movilidad de los electrones libres es lo que caracteriza a los metales como buenos conductores.

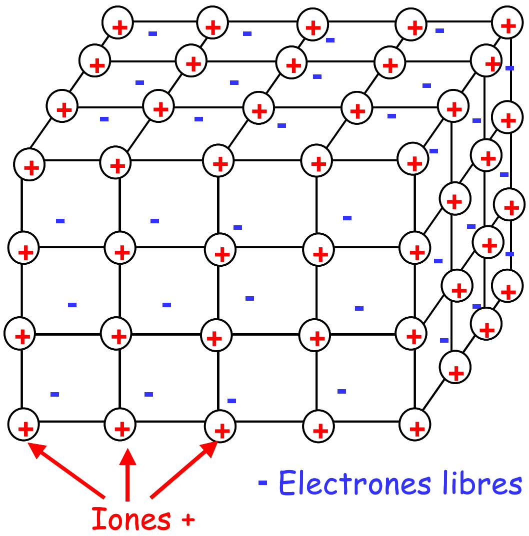


Figura 2-1. Modelo de metal

Conductor en equilibrio electrostático: Cuando en un conductor, ya sea neutro o cargado, no hay movimiento neto de cargas eléctricas se dice que está en equilibrio electrostático. En ese caso, se cumple:

a) **Campo eléctrico:** Si no hay movimiento de electrones libres la suma de fuerzas sobre ellos debe ser nula. Como las fuerzas electrostáticas sobre los electrones son mucho más intensas que las gravitatorias, el equilibrio en un conductor supone que el campo eléctrico en cualquier punto del conductor debe ser nulo $\vec{E} = 0$.

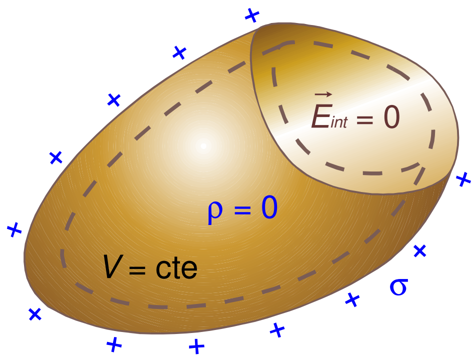


Figura 2-2. Distribución de carga en un conductor en equilibrio electrostático. El flujo a través de cualquier superficie de Gauss (trazo punteado) interior es nulo

b) **Localización de la carga:** Si el campo eléctrico es nulo en el interior, aplicando el teorema de Gauss a cualquier superficie cerrada dentro del conductor el flujo será nulo, y por lo tanto la carga encerrada también será nula, con lo que la densidad volumétrica de carga en el interior del conductor será cero (ρ = 0). Si el conductor está cargado, la carga necesariamente debe distribuirse sobre la superficie exterior. Lo mismo sucede si el conductor está sometido a la acción de un campo eléctrico externo: aparecerán distribuciones superficiales de carga que aseguren que el campo eléctrico en el interior del conductor es nulo.

En el caso de un conductor cargado y hueco como el de la Figura 2-3, la carga reside toda ella en la superficie exterior, siendo nula la carga en la superficie interna del hueco. Podemos deducir este resultado considerando que la distribución de carga superficial que anula el campo eléctrico en el interior del conductor macizo, también es solución para anular el campo eléctrico en el interior de la parte metálica del conductor hueco. Así, un conductor macizo o hueco con la misma su-

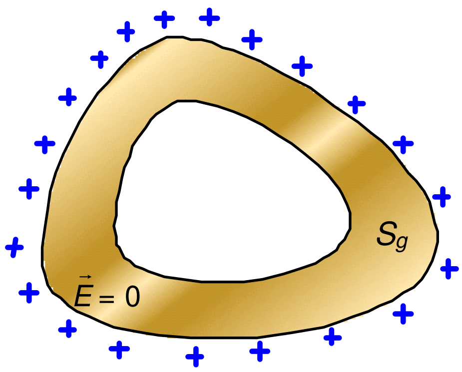
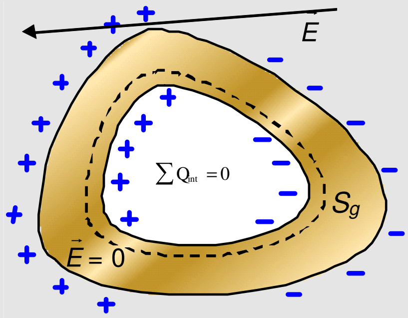


Figura 2-3. Conductor cargado con un hueco

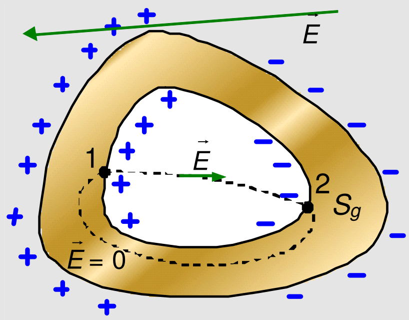
perficie exterior se comportan del mismo modo desde un punto de vista electrostático.

Carga en la superficie interior del conductor hueco

La aplicación del teorema de Gauss nos permite deducir que la carga neta en la superficie interior del conductor es nula. Pero esta solución no es incompatible con la idea de una distribución de cargas positivas y negativas en esta superficie, de manera que la suma total sea nula, tal como se muestra en la figura adjunta. En este apartado demostraremos que la única solución posible es aquella en que las cargas en el interior son nulas.



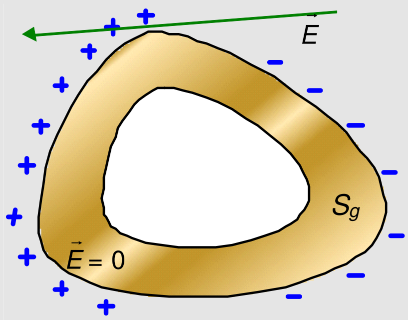
Para ello consideremos lo siguiente: si las cargas en la superficie interior no son nulas, existirá un campo eléctrico en el interior de hueco del conductor. Si consideramos una línea de campo, que va desde la distribución de cargas positivas hasta la distribución de cargas negativas y calculamos la diferencia de potencia a lo largo de la misma (entre los puntos 1 y 2), el resultado nos dará un valor distinto de cero:



$$V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

Sin embargo, si seguimos para el cálculo un camino por el interior del conductor, donde el campo eléctrico es nulo, el resultado es diferente: $V_1 - V_2 = \int \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$

Es decir, los puntos 1 y 2 están a un mismo potencial, lo que es lógico dado que ambos pertenecen a la superficie del conductor.



Como conclusión, la única solución posible es la no existencia de distribuciones de carga en la superficie interior de un conductor hueco cargado o sometido a la acción de un campo eléctrico externo.

c) **Potencial electrostático:** Como el campo electrostático es nulo ($E = 0$) en el interior del conductor, la diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera del conductor será asimismo nula y por lo tanto el potencial será constante en todo el volumen del conductor. De esta forma el volumen y la superficie del conductor son equipotenciales. Como consecuencia, en puntos exteriores y próximos al conductor, el campo eléctrico será normal a la superficie.

d) **Campo eléctrico en un punto exterior muy próximo al conductor. <u>Teorema de Coulomb:</u>**

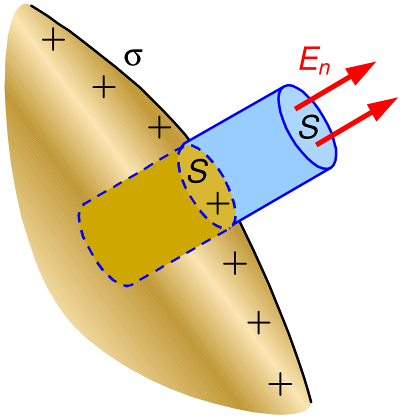


Figura 2-4. Superficie gaussiana para el cálculo del campo eléctrico en la superficie de un conductor

Para calcular el campo eléctrico en cualquier punto exterior de la superficie de un conductor cargado en equilibrio electrostático y muy próximo a la misma, se puede aplicar el teorema de Gauss. Para ello escogemos una superficie gaussiana con la forma de un cilindro pequeño con las bases paralelas a la superficie (ver Figura 2-4). Una de las bases está fuera del conductor y la otra está en el interior. No hay flujo a través de la superficie en el interior del cilindro, ya que el campo es nulo en el interior del conductor. Dado que la superficie del conductor es equipotencial, el campo eléctrico en sus proximidades será perpendicular a la misma y su sentido dependerá del signo de la carga. Además, al ser el campo eléctrico normal a la superficie del conductor, el flujo a través de la superficie lateral de la superficie gaussiana es cero ($\vec{E}$ es tangente a esta superficie). Por lo tanto, el flujo neto a través de la superficie gaussiana será el existente a través de la base del cilindro exterior al conductor:

$$\Phi = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_S E_n dS = E_n \int_S dS = E_n S$$

donde E_n es el módulo del campo eléctrico en la superficie S de la base superior del cilindro, que se puede considerar constante si el cilindro es suficientemente pequeño.

Aplicando ahora la ley de Gauss obtenemos

$$\Phi = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

Igualando ambas ecuaciones se obtiene finalmente que el campo en la superficie del conductor es normal a la superficie, sentido hacia el exterior si la carga próxima es positiva y de módulo:

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{Ecuación 2-1}$$

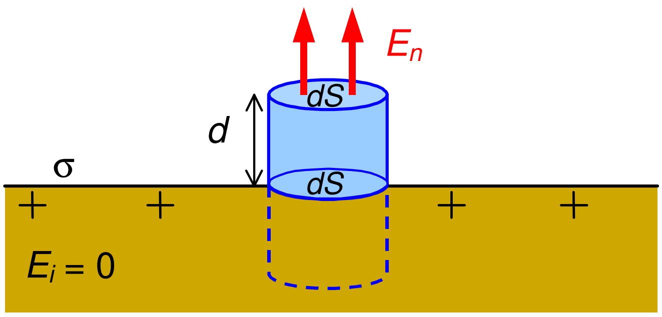


Figura 2-5. Superficie gaussiana para el cálculo del campo eléctrico en la superficie de un conductor plano indefinido

Si el conductor es plano e indefinido, con densidad superficial de carga uniforme σ, aplicar el teorema de Gauss nos llevaría a que el campo sería normal al conductor y su módulo uniforme para cualquier distancia al conductor: $\forall d \rightarrow E_n = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

2.3 Capacidad de un conductor aislado.

Definimos una nueva magnitud, la capacidad de un conductor aislado, como la relación entre la carga que posee el conductor y la diferencia de potencial a que se encuentra que, al estar aislado, es debida a su propia carga:

$$C = \frac{Q}{V}$$

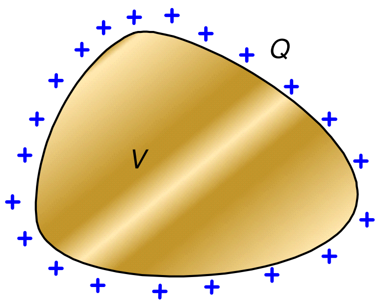


Figura 2-6. Conductor aislado con carga Q y potencial V

Es un indicativo de la cantidad de carga que podemos almacenar en un conductor a un potencial dado. La capacidad de un conductor depende únicamente de su geometría, siendo por lo tanto independiente de la carga que contenga o del potencial a que se halle.

La capacidad, en el S.I. se mide en **faradios** (F). En la práctica un faradio es una capacidad demasiado grande y se suelen utilizar submúltiplos como microfaradio (μF), nanofaradio (nF) y picofaradio (pF).

Las dimensiones de la capacidad son: $[C] = M^{-1}L^{-2}T^{4}I^{2}$

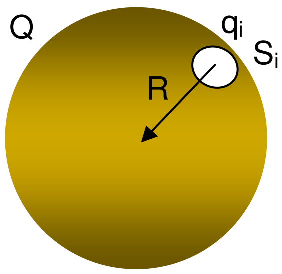
Ejemplo 2-1

¿Cuál es la capacidad de nuestro planeta?

Solución:

La tierra se puede considerar una esfera conductora aislada en el espacio, con radio aproximado de R=6.371.000 m. Calcular su capacidad implica suponer que está cargada con una carga Q y calcular su potencial debido a esta carga.

Al tratarse de un conductor, como todos sus puntos están a un mismo potencial, bastará calcular el potencial en un único punto. Como la Tierra, a efectos de cálculo, la consideramos perfectamente esférica, calcularemos el potencial en el centro de la esfera, dado que este punto se encuentra a una misma distancia R de cualquier punto de su superficie y por tanto de cualquier carga presente en ella.



El potencial creado en el centro de la esfera por una carga q_i correspondiente a una superficie S_i, es:

$$V_i = K\frac{q_i}{R}$$

Si consideramos todas las cargas q_i, presentes en todas las superficies S_i, el potencial total, por el principio de superposición, será la suma de todos los potenciales creados por estas cargas:

$$V = \sum_i V_i = \sum_i K\frac{q_i}{R} = \frac{K}{R}\sum_i q_i = \frac{K}{R}Q,$$

donde hemos tenido en cuenta que tanto la constante electrostática K como el radio de la Tierra son constantes y que la suma de todas las cargas parciales q_i es la carga total Q.

Con lo cual, la capacidad de la Tierra es:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{R}{K} = \frac{6.371.000}{9x10^9} = 0{,}0007079\,\mathrm{F}$$

O sea, un valor del orden de la milésima de Faradio.

Por un razonamiento parecido, llegaríamos a que la capacidad de 1F se corresponde con una esfera conductora de $9x10^9$ metros de radio, es decir unas tres veces la distancia de la Tierra a la Luna. Esto da una idea del orden de magnitud tan grande que supone la unidad internacional de capacidad.

2.4 Conexión de un conductor a tierra. Variación de la distribución superficial de carga.

Sabemos que las instalaciones eléctricas en las casas, laboratorios, comercios, etc, constan de lo que se llama una toma de tierra. Su existencia es obligada y supone una medida de seguridad hacia los usuarios de estas instalaciones. El ejercicio siguiente nos permitirá analizar el comportamiento eléctrico de un conductor conectado a tierra.

Ejemplo 2-2

Una esfera conductora, de radio R_1 y carga Q se une mediante un hilo conductor, de capacidad despreciable, a otra esfera de radio R_2 ($R_2<R_1$), inicialmente descargada. Suponiendo que las esferas están lo suficientemente alejadas entre sí para que los fenómenos de influencia sean despreciables, calcula:

a) Cargas Q_1 y Q_2 de cada esfera; b) Potencial; c) Densidad superficial de carga en cada esfera; d) ¿Qué ocurre si $R_2>>R_1$?

Solución

a) Al unir las dos esferas conductoras mediante un hilo conductor la carga total Q se distribuye entre ambas de tal forma que las dos esferas sean equipotenciales, por lo que podemos escribir las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} Q = Q_1 + Q_2 \\ V = \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \dfrac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \end{array}\right] \Rightarrow Q_1 = \frac{QR_1}{R_1+R_2}, \quad Q_2 = \frac{QR_2}{R_1+R_2}$$

ya que la carga total se conserva y el potencial de cada esfera es el debido a su distribución superficial esférica de carga, ya calculado en el tema anterior.

b) El potencial electrostático de ambos conductores será el mismo, por lo que se puede calcular en cualquiera de ellos

$$V = V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)}$$

c) La densidad superficial de carga es:

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{QR_1}{4\pi R_1^2 (R_1 + R_2)} = \frac{Q}{4\pi R_1 (R_1 + R_2)} \quad , \quad \sigma_2 = \frac{Q_2}{S_2} = \frac{Q}{4\pi R_2 (R_1 + R_2)}$$

d) Si $R_2 >> R_1$ el conductor de radio R_2 tendrá la totalidad de la carga, mientras que el de radio R_1 quedará descargado, como puede observarse a partir del resultado del apartado a) de este ejemplo:

$$lim_{R_2 \to \infty} Q_1 = lim_{R_2 \to \infty} \left(\frac{QR_1}{R_1 + R_2} \right) = 0$$

$$lim_{R_2 \to \infty} Q_2 = lim_{R_2 \to \infty} \left(\frac{QR_2}{R_1 + R_2} \right) = Q$$

Por otro lado el potencial de ambos conductores se anula:

$$lim_{R_2 \to \infty} V = lim_{R_2 \to \infty} \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R_1 + R_2)} \right) = 0$$

La tierra se puede considerar un conductor esférico de radio muy grande, y por lo tanto, de potencial cero. Por esta razón, *cuando se conecta un conductor cualquiera a tierra se dice que se conecta a potencial cero* y, si el conductor está aislado, la carga que pueda almacenar se va a tierra debido a que esta siempre es mucho más grande que cualquier otro conductor.

Del resultado del apartado d) vemos que para encontrar un punto de potencial cero ya no hace falta acudir al infinito, podemos utilizar la Tierra. Su gran volumen hace que su potencial permanezca constante e igual a cero, independientemente de la carga que pueda recibir de un conductor a ella conectado. Es más, al conectar un conductor a tierra, el conjunto formado por los dos elementos constituye un único conductor que estará a un mismo potencial: es decir, cero. En el ejemplo estudiado, al no haber campos externos que actúen sobre el conductor, esta solución de “potencial cero” implica que toda la carga del conductor pasa a la Tierra. Esto convierte las conexiones a Tierra de los aparatos eléctricos en una medida de seguridad imprescindible, dado que la carcasa conductora de estos descarga a tierra las cargas acumuladas durante su funcionamiento. De no existir la conexión eléctrica a tierra, esta descarga se realizaría a través del usuario con peligro de electrocución.

En el caso en que el conductor se vea sometido a acciones electrostáticas externas, la Tierra le aportará la carga positiva o negativa necesaria para mantener su potencial y el campo eléctrico en su interior nulos.

Por otra parte, si analizamos el apartado c) del ejercicio 2-1, veremos que el resultado muestra que la densidad superficial es mayor cuanto menor es el radio de las esferas. Aplicando este resultado a un conductor, podemos inducir que la distribución de carga no será uniforme, sino que su valor será mayor cuanto menor sea el radio de la superficie y será especialmente grande cuando este radio tienda a cero, como sucede en las puntas.

En las puntas de un conductor la densidad de carga eléctrica será muy grande y, por lo tanto, también lo será, por la Ley de Coulomb, el campo eléctrico en sus proximidades. Como la fuerza electrostática es proporcional al campo eléctrico, si sucede una descarga eléctrica a través del aire, esta sucederá desde sus puntas: esto explica la forma de los pararrayos y de los electrodos de los arcos voltaicos, donde la presencia de las puntas guía la descarga eléctrica. El mismo fenómeno se puede aplicar a situaciones no deseables y explica, por ejemplo, porqué puede ser peligroso protegerse bajo un árbol o pasear por la playa durante una tormenta.

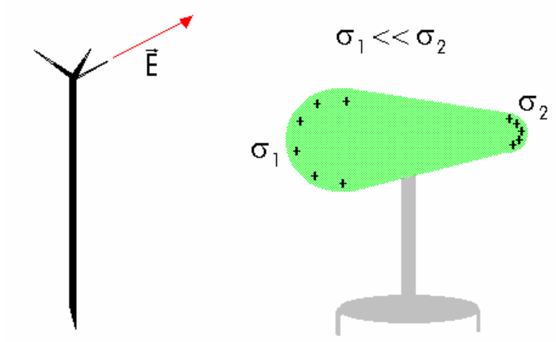


Figura 2-7. La densidad de distribución de la carga eléctrica depende del radio de curvatura del conductor. En el pararrayos obtenemos puntos próximos al conductor que facilitan que la descarga eléctrica suceda por los mismos, evitando que la descarga suceda por lugares no deseados.

2.5 Fenómenos de influencia electrostática. Pantallas electrostáticas

Supongamos que existe una carga eléctrica Q situada en las proximidades de un conductor; el campo eléctrico producido por dicha carga provoca un movimiento de cargas en el conductor por efecto de las fuerzas de Coulomb, produciendo una redistribución de las cargas del mismo (los electrones se desplazan formando densidad superficial de carga negativa en una zona y dejando otra con densidad superficial de carga positiva). Dicho movimiento de cargas cesa en el momento que se restituyen las condiciones de equilibrio, cuando el campo en el interior del conductor es cero (las condiciones de equilibrio electrostático se alcanzan en un tiempo muy pequeño, del orden de 10^{-17} s). De esta forma, decimos que se ha producido un *fenómeno de influencia electrostática* sobre el conductor como consecuencia del campo eléctrico exterior.

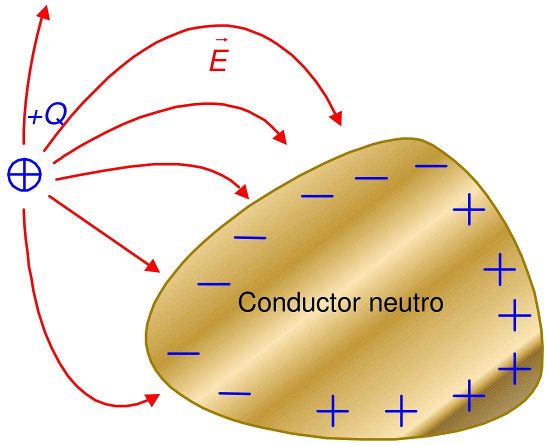


Figura 2-8. El campo eléctrico externo produce en el conductor una separación de cargas que lo polariza. El fenómeno desaparece al alejarse la carga externa

Este fenómeno de influencia electrostática se puede aplicar para cargar conductores procediendo de la siguiente forma: Se colocan dos conductores neutros en contacto, en el campo eléctrico creado por una carga eléctrica cercana, como se muestra en la Figura 2-9. Al actuar el campo eléctrico creado por la carga sobre ellos, se distribuyen las cargas hasta que el campo eléctrico en el interior de los conductores sea cero (a). Manteniendo la carga eléctrica cercana, se separan los dos conductores (b) y se quedan uno cargado positivamente y el otro negativamente (c).

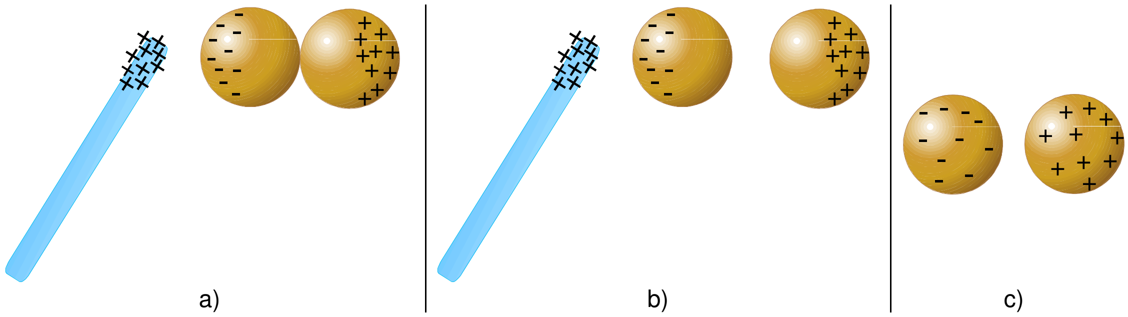


Figura 2-9. Carga de conductores por influencia electrostática. Un objeto cargado produce que los conductores en contacto adquieran cargas opuestas. Si separamos los conductores en presencia del objeto, éstos retendrán la carga aunque posteriormente retiremos éste

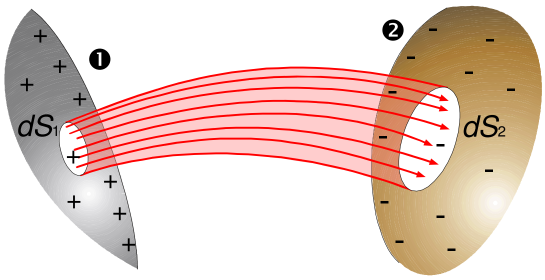


Figura 2-10. Elementos correspondientes en dos conductores que se ejercen influencia electrostática

De forma general, se dice que dos conductores presentan influencia electrostática cuando el campo eléctrico creado por uno de ellos influye eléctricamente en el otro. Dados dos conductores como los que se muestran en la Figura 2-10, si desde un elemento de superficie del conductor 1, dS_1, trazamos un tubo de corriente (superficie formada por las líneas de campo eléctrico que salen del elemento dS_1 y llegan al conductor 2) a un elemento de superficie dS_2, entonces se dice que dS_1 y dS_2 son **elementos correspondientes**.

Si se aplica el teorema de Gauss a una superficie cerrada formada por el tubo de corriente, de modo que las bases del tubo están situadas en el interior de los dos conductores, donde el campo eléctrico es nulo, y dado que en la superficie lateral del tubo el campo es tangente, el flujo del campo eléctrico a través de esta superficie de Gauss será nulo:

$$\Phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{Sup.\ lateral} \vec{E}\cdot d\vec{S} + \int_{Bases} \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

Aplicando el teorema de Gauss, dicho flujo será igual a la carga encerrada en el interior de la superficie de Gauss, dividido por ε_0:

$$\Phi = \int \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0 = \frac{Q_{dentro}}{\varepsilon_0}$$

De esta forma, se concluye que la carga total encerrada en el interior de la superficie de Gauss es cero. Si llamamos dq_1 y dq_2 a las cargas existentes en dS_1 y dS_2 respectivamente, se tiene que:

$$\Phi = 0 = \frac{dq_1 + dq_2}{\varepsilon_0} \Rightarrow dq_1 = -dq_2$$

Lo que constituye el teorema de los elementos correspondientes que dice: “**Los elementos correspondientes tienen cargas iguales y opuestas**”.

No todos los *dS* de un conductor tienen siempre elemento correspondiente en el otro; en este caso hablamos de influencia parcial. Habrá ***influencia electrostática total*** cuando toda la superficie de un conductor tenga su correspondiente en el otro, o, de una forma gráfica, cuando todas las líneas de campo que emergen de un conductor acaban en el otro conductor.

Los dos ejemplos más comunes de influencia total son el caso de un conductor que envuelve por completo al otro, y dos conductores planos enfrentados entre sí, y separados por una distancia pequeña comparada con su superficie (ver Figura 2-11).

Dos conductores que se ejercen influencia electrostática total, en el caso de estar cargados, necesariamente han de tener la misma carga en módulo, pero de diferente signo. Esto tiene su aplicación más directa en los condensadores.

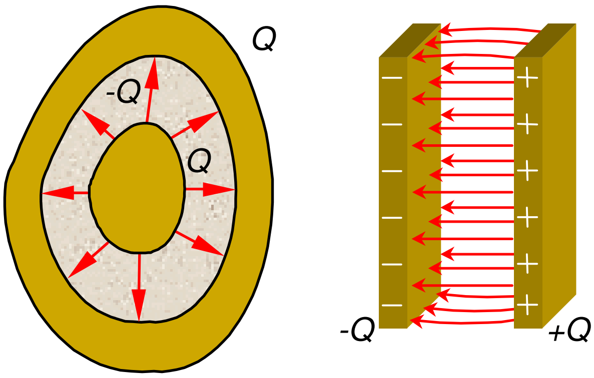


Figura 2-11. Ejemplos de influencia total. En la izquierda se representa un conductor que rodea completamente al otro, y en la derecha dos conductores planos enfrentados

Pantallas eléctricas: Jaula de Faraday

Las *pantallas eléctricas* son dispositivos capaces de evitar los fenómenos de influencia electrostática. El ejemplo más sencillo consiste en lo que se denomina jaula de Faraday: un conductor con una cavidad interna (conductor hueco) conectado a tierra. Dicho sistema aísla desde el punto de vista electrostático el exterior del conductor de la cavidad interior: (Figura 2-12):

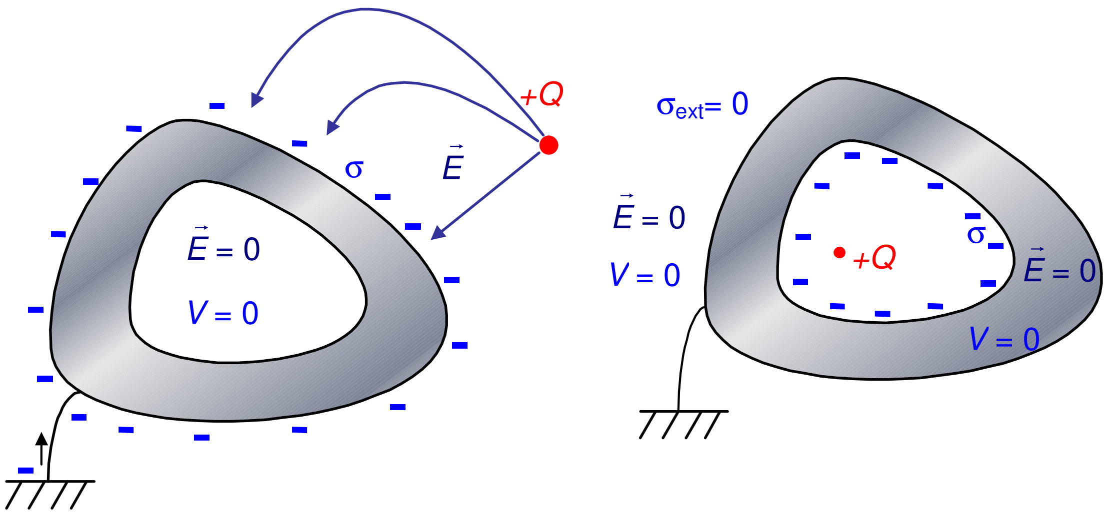


Figura 2-12. Pantallas electrostáticas. A la izquierda apantallamiento de la zona interior, las cargas externas al conductor hueco no tienen influencia sobre el interior del conductor hueco conectado a tierra. A la derecha, apantallamiento de la zona exterior, las cargas internas al conductor hueco no tienen influencia sobre el exterior del conductor hueco conectado a tierra

◊ El campo eléctrico y el potencial electrostático en el interior de la cavidad debidos a la presencia de las cargas situadas en el exterior del conductor son nulos. La explicación de este fenómeno ya se vio en el apartado 2-2 al hablar de la localización de las cargas en un conductor hueco. El efecto electrostático de la distribución de cargas externa, creada para dar lugar a las condiciones de equilibrio en un conductor macizo, es el mismo cuando se trata de un conductor hueco y, por lo tanto, los valores de campo eléctrico en su interior (cero) y potencial (constante e igual a cero) también lo son.

◊ El campo eléctrico y el potencial electrostático en el exterior del conductor debidos a la presencia de cargas situadas en la cavidad del conductor son nulos. En la superficie interna del hueco del conductor aparecerá, por influencia, la misma carga situada en su interior pero de signo contrario, que provendrá de tierra. Su distribución en la superficie será aquella que anule el campo y el potencial en el interior del conductor y es de esperar que esta solución sea independiente de su espesor. Por lo tanto, el campo eléctrico y el potencial, debido a la presencia de las cargas existentes en el hueco del conductor, serán nulos también nulo en todo el espacio externo al conductor.

Como ejemplo de pantalla eléctrica, podemos citar el cable coaxial. Un cable coaxial está constituido por un conductor, rodeado de un material dieléctrico, y a su vez, todo ello rodeado de otro conductor (ver Figura 2-13). De esta forma, la señal que viaja por el conductor interior queda protegida por el efecto pantalla producido por el conductor externo.

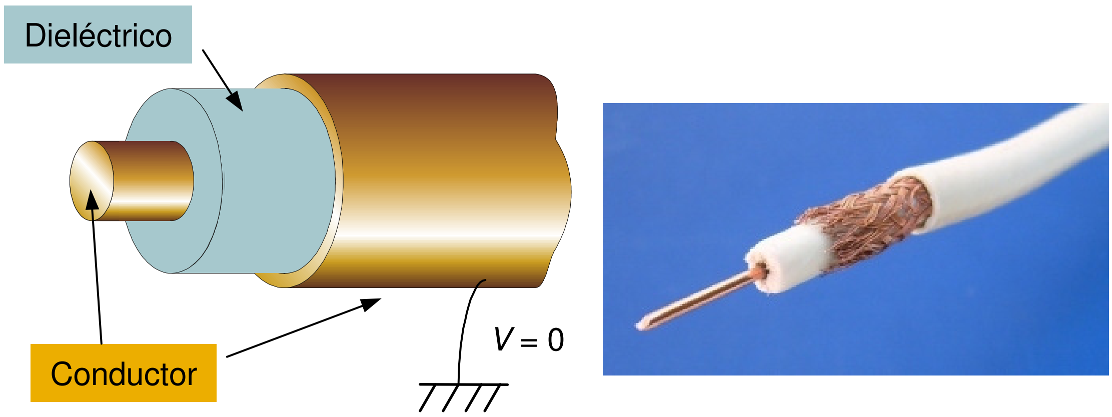


Figura 2-13. Esquema y fotografía de un cable coaxial

2.6 El condensador. Capacidad

Un condensador es un sistema de dos conductores, aislados uno de otro, que se ejercen influencia electrostática total y que, por lo tanto, poseen cargas iguales y opuestas. Los dos conductores se llaman armaduras. Los condensadores se utilizan para almacenar carga y energía eléctrica y tiene numerosas aplicaciones en circuitos eléctricos.

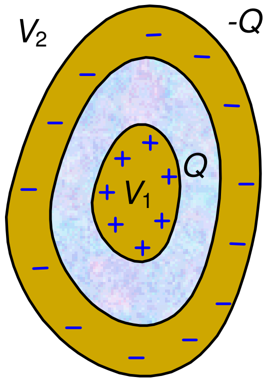


Figura 2-14. Condensador

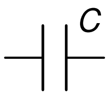
Si las armaduras de un condensador se conectan a una diferencia de potencial $V_1 - V_2$ se produce un desplazamiento de cargas de un conductor a otro hasta que la diferencia de potencial en las armaduras sea igual a la diferencia de potencial aplicada. Por tanto, la cantidad de carga Q en el condensador depende de la diferencia de potencial V que se le aplique, de la geometría del condensador y del material aislante existente entre las armaduras.

La capacidad del condensador se define como la relación entre el valor absoluto de la carga Q de cada una de sus armaduras y la diferencia de potencial existente entre ellas. El valor de la capacidad es independiente de la carga Q y de la diferencia de potencial, sólo depende de la geometría del condensador y del material aislante existente entre las armaduras.

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{V_{12}} \qquad \text{Ecuación 2-2}$$

Esta magnitud es equivalente a la capacidad de un conductor aislado, vista con anterioridad, y también se mide en Faradios.

Su representación gráfica en los circuitos es:



Condensador plano

Un condensador plano tiene las armaduras formadas por dos placas planas paralelas de superficie S y separadas una distancia d mucho menor que las dimensiones de las placas. Consideraremos que el espacio entre las armaduras está en vacío.

Cuando está cargado los dos conductores están en equilibrio, con la carga distribuida uniformemente por su superficie. La densidad superficial de carga será:

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

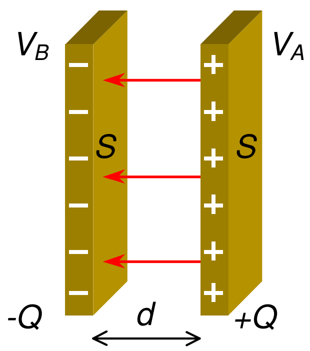


Figura 2-15. Condensador plano

Dada la geometría del condensador, en el espacio comprendido entre las armaduras podemos suponer que nos encontramos próximos a la superficie de un conductor plano indefinido, y el campo será normal a las armaduras y uniforme, de valor:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0}$$

Para hallar su capacidad se utiliza la definición de capacidad, en la que el cálculo de la diferencia de potencial entre las armaduras se hace como la circulación del campo eléctrico entre ellas a lo largo de una línea recta normal a ellas. De esta forma el campo eléctrico y los desplazamientos son paralelos:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{\int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{\ell}} = \frac{Q}{Ed} = \frac{Q}{\left(Q/S\varepsilon_0\right)d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$ Ecuación 2-3

La capacidad depende exclusivamente de parámetros geométricos. Mayor superficie de las armaduras, y distancias más cortas aumentan la capacidad, pero tienen un límite práctico (el volumen que puedan ocupar dentro de los circuitos, sobre todo en microelectrónica, debe ser lo más pequeño posible) y físicos (distancias pequeñas pueden ocasionar que el campo aumente, $E = \frac{V_{AB}}{d}$, y llegue a ionizar el aire o el material aislante situado entre las armaduras cortocircuitando el condensador).

El condensador cilíndrico

Un condensador cilíndrico está formado por dos superficies conductoras, cilíndricas, coaxiales de radios R_1 y R_2 y longitud L generalmente mucho mayor que los radios ($L >> R_2$). Esta última condición nos permitirá despreciar los efectos de borde y suponer el condensador como un sistema indefinido. Este tipo de condensador nos ayudará a comprender las características de los cables coaxiales utilizados en la transmisión de señales de TV, en los osciloscopios, etc.

Las armaduras tendrán la misma cantidad de carga y ésta se distribuirá uniformemente por sus superficies con densidades superficial de carga σ_1 positiva y σ_2 negativa:

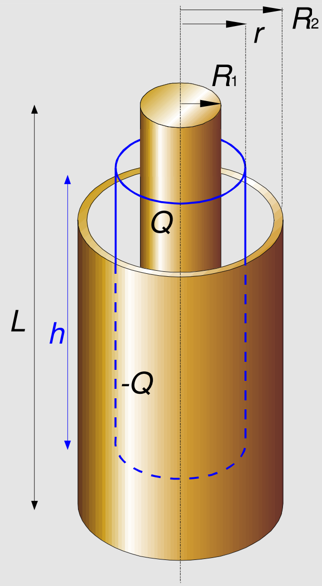
$$\sigma_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{Q}{2\pi R_1 L} \quad \text{y} \quad \sigma_2 = \frac{-Q}{S_2} = \frac{-Q}{2\pi R_2 L}$$

La capacidad será:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \qquad V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E dr$$

Dónde la diferencia de potencial se ha calculado siguiendo la trayectoria radial entre ambas superficies, dado que, debido a las condiciones de simetría, es ésta la dirección del campo eléctrico en el interior del condensador.

Para hallar el campo eléctrico en el espacio entre los dos cilindros se utiliza el teorema de Gauss y se aplica a una superficie cerrada formada por un cilindro de radio $R_1<r<R_2$ y altura $h<L$ como se muestra en la figura.. Por la simetría axial del problema la superficie lateral será equipotencial, el campo eléctrico normal a ella y uniforme, y por lo tanto el flujo será:



$$\Phi = \int_{S_{gaussiana}} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_{S_{lateral}} EdS = ES = E2\pi rh$$

$$\Phi = \frac{Q_{dentro}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_1 S_1}{\varepsilon_0} = \frac{\frac{Q}{2\pi R_1 L}2\pi R_1 h}{\varepsilon_0} = \frac{Qh}{L\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Qh}{L\varepsilon_0 2\pi rh} = \frac{Q}{2\pi rL\varepsilon_0}$$

entonces

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} Edr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0 r}dr = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln r\Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

y la capacidad

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi L\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi L\varepsilon_0}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$$

Como se puede observar, se mantiene lo comentado anteriormente para el condensador plano: la capacidad sólo depende de la geometría del condensador y de ε_0. Igual que en el plano, la capacidad aumentará al disminuir la distancia entre las armaduras ($\frac{R_2}{R_1} \rightarrow 1$) y al aumentar la superficie (aumentar L).

2.7 Energía almacenada por un condensador.

Para cargar un condensador se aplica una diferencia de potencial V a las armaduras del condensador, lo que provoca un paso de electrones, a través de un dispositivo preparado para ello, de la armadura con potencial positivo a la con potencial negativo. Conforme aumenta la carga q del condensador, la diferencia de potencial v entre las armaduras del condensador va aumentando

$$v = \frac{q}{C}$$

Si queremos seguir cargando el condensador, la energía necesaria para llevar una carga elemental dq de una placa a la otra cuando existe una diferencia de potencial v es:

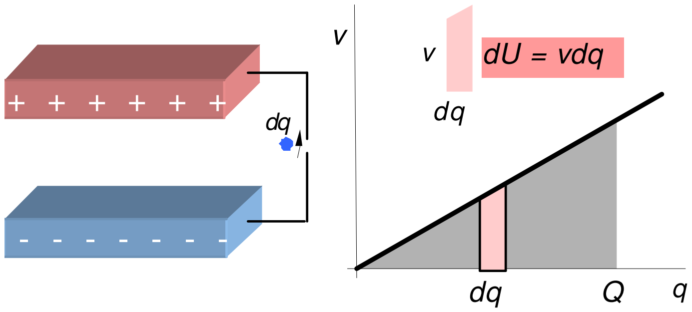


Figura 2-16. Al aumentar la carga del condenador en *dq*, su energía aumenta en *dU*. Este aumento de energía equivale al área del trapecio elemental. La energía del condensador cargado es el área del triángulo

$$dU \;=\; vdq = \frac{q}{C}dq$$

La energía necesaria para cargar con carga Q y diferencia de potencial V el condensador es:

$$U = \int_0^Q vdq = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QV}{2} = \frac{V^2C}{2}$$

$$U = \frac{CV^2}{2} = \frac{QV}{2} = \frac{Q^2}{2C} \qquad \text{Ecuación 2-4}$$

Este resultado puede interpretarse geométricamente con ayuda de la figura 2-16. La recta representa el aumento de la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador conforme se carga éste, desde $q = 0$ hasta $q = Q$, según $v = q/C$; y el área debajo de la recta representa la energía adquirida en el proceso incremental de carga. Este área puede demostrarse fácilmente que coincide con el valor obtenido en la Ecuación 2-4.
Esta energía queda almacenada en el condensador en forma de campo eléctrico.

2.8 Asociación de condensadores

Se define la **capacidad equivalente** de una asociación de condensadores como la capacidad de un único condensador tal que al aplicarle la misma diferencia de potencial que a la asociación almacene la misma cantidad de carga. Se estudiarán a continuación los dos tipos de asociación de condensadores más frecuentes: en serie y en paralelo. Se pueden asociar varios condensadores para conseguir una capacidad equivalente mayor o menor que la de cada condensador por separado: así veremos que si se conectan en paralelo se consigue una capacidad mayor, mientras que si se conectan en serie se consigue una capacidad menor.

Asociación en serie

La asociación de condensadores en serie se realiza conectando una armadura de uno de ellos con otra del siguiente como se muestra en la Figura 2-17. Se supone que los condensadores están inicialmente descargados y que para cargarlos se aplica una diferencia de potencial V entre las armaduras libres del primero y del último condensador. La del primer condensador tendrá carga $+Q$ y la del último $-Q$. De esta forma la carga del conjunto de condensadores será la que se ha desplazado entre estas dos armaduras, Q. Pero por influencia total entre las armaduras de los condensadores aparecerán cargas de signo contrario en las armaduras a las que no se tiene acceso, lo cual, junto con la neutralidad eléctrica que deben mantener las armaduras internas conectadas en serie, hace que todos los condensadores presenten la misma carga Q, igual a la total del conjunto de condensadores.

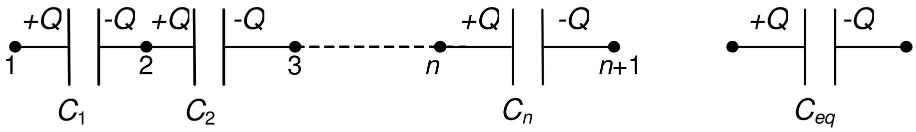


Figura 2-17. Asociación de *n* condensadores en serie y su equivalente

La diferencia de potencial V entre los bornes de la asociación se puede expresar como la suma de las diferencias de potencial en cada uno de los condensadores en serie:

$$V_1 - V_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} (V_i - V_{i+1})$$

para cada condensador se verifica que:

$$V_i - V_{i+1} = \frac{Q}{C_i} \quad \text{para } i = 1,2,....,n$$

y por lo tanto, $V = V_1 - V_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q}{C_i}$. En el condensador equivalente a la asociación, al aplicarle la misma diferencia de potencial se verifica que $V = \frac{Q}{C_{eq}}$, y comparando ambas expresiones, se tiene que:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} \qquad \text{Ecuación 2-5}$$

La capacidad equivalente de un conjunto de condensadores asociados en serie es el inverso de la suma de los inversos de las capacidades de los condensadores asociados. Así, cuando se asocian n condensadores en serie, la capacidad equivalente es menor que la capacidad de cada uno de los condensadores asociados.

Asociación en paralelo

Un conjunto de condensadores se dice que están asociados en paralelo cuando se conectan todos ellos a la misma diferencia de potencial, como se muestra en la figura 2-18. Al aplicar una diferencia de potencial V_A-V_B, el proceso de carga se puede realizar entre las armaduras de todos los condensadores. De esta forma, la carga total de la asociación es la suma de las cargas: $Q_t = \sum_{i=1}^{n} Q_i$

Para cada condensador se verifica que $Q_i = (V_A - V_B)C_i$, entonces:

$$Q_t = (V_A - V_B)\sum_{i=1}^{n} C_i$$

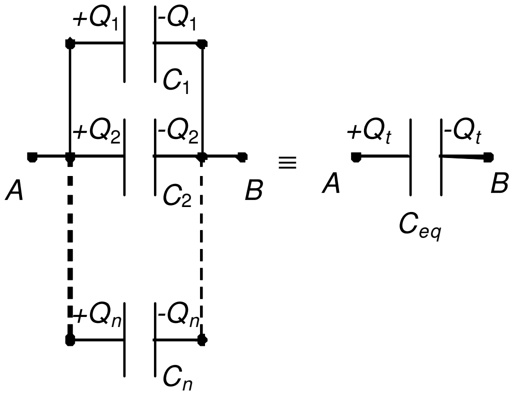


Figura 2-18. Asociación de condensadores en paralelo y condensador equivalente

En el condensador equivalente, al aplicar la misma diferencia de potencial V_A-V_B, se debe cargar con la misma carga: $Q_t = (V_A$-$V_B)\ C_{eq}$

Comparando ambas expresiones se tiene que:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i \qquad \text{Ecuación 2-6}$$

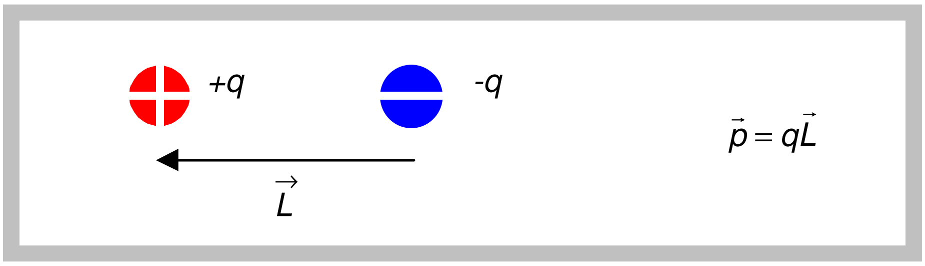
La capacidad equivalente de un conjunto de condensadores asociados en paralelo es igual a la suma de las capacidades. Así, la capacidad equivalente es mayor que cada una de las capacidades de los condensadores que forman la asociación.

2.9 Dieléctricos. Dipolo eléctrico. Polarización

Los materiales dieléctricos son malos conductores de la corriente eléctrica. Comparados con los conductores, los dieléctricos se caracterizan porque en su interior no hay cargas libres, sino que todos los electrones están ligados a sus átomos o moléculas. Si bien son eléctricamente neutros, ello no quiere decir que no puedan tener acciones electrostáticas locales dado que, a nivel molecular, la distribución de cargas eléctricas positivas y negativas no son uniformes. Así, en un enlace covalente, el átomo más electronegativo tenderá a agrupar los electrones compartidos en su entorno, quedando cargado negativamente, mientras que los átomos menos electronegativos quedarán con carga positiva: Esto da como consecuencia dos centros de carga, uno positivo y otro negativo separados una cierta distancia, es decir, un dipolo eléctrico.

Dipolo eléctrico

Denominamos dipolo eléctrico al conjunto formado por dos cargas eléctricas de mismo valor, q, pero diferente signo, separadas una distancia, d. Se caracteriza por el **momento dipolar eléctrico** $\vec{p}$, magnitud vectorial cuyo módulo equivale al producto de la carga q por la distancia entre las cargas L; teniendo por dirección la de la línea de unión entre las cargas, y de sentido hacia la positiva. El momento dipolar eléctrico se mide en C·m.



Los dipolos eléctricos tienen interés por su presencia en la materia, dado que gran número de moléculas son polares, es decir, presentan asimetría en la distribución espacial de su carga electrónica, y pueden ser consideradas como dipolos eléctricos. Un ejemplo muy característico es el caso de la molécula de agua, que tiene un momento dipolar elevado. Los momentos dipolares de las moléculas suelen expresarse en e·nm en lugar de C·m.

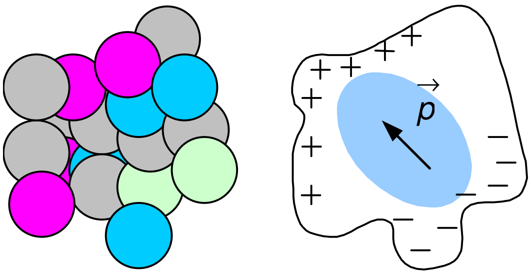


Figura 2-19. La asimetría en la distribución espacial de la carga electrónica origina un momento dipolar en muchas moléculas

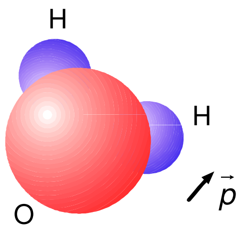
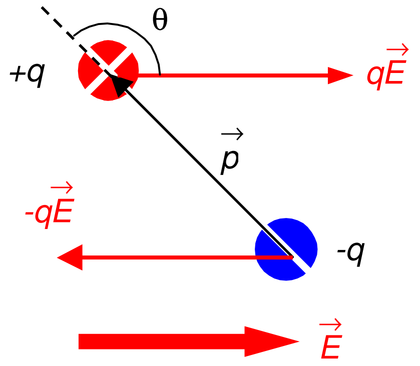


Figura 2-20. Momento dipolar de la molécula de agua. El vector momento dipolar apunta hacia los átomos de hidrógeno que es donde hay menos densidad electrónica

Momentos dipolares eléctricos de algunas sustancias en e·nm			
Cloruro de hidrógeno	0,021	Alcohol etílico	0,023
Monóxido de carbono	0,0025	Cloruro de sodio	0,021
Agua	0,039	Hidrógeno	0
Amoniaco	0,031	Metano	0

La importancia de los dipolos eléctricos en la materia reside en la respuesta que producen cuando se aplica un campo eléctrico externo a un material. Como consecuencia de este campo, van a aparecer sobre el dipolo eléctrico dos fuerzas paralelas y de sentido contrario, sistema que se denomina **par de fuerzas**. Un par de fuerzas se caracteriza por su momento, que se define como el producto vectorial entre cualquier vector que une las dos líneas de acción de las fuerzas por el vector fuerza.



$$\vec{M} = \vec{L} \times q\vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

El efecto del par será, por tanto, hacer girar el dipolo en el sentido tendente a alinear el momento dipolar con el campo eléctrico aplicado.

Polarización

Dado un material dieléctrico, al aplicar un campo eléctrico externo, el campo eléctrico en su interior es inferior al que tendríamos en el vacío. Esto supone que, por ejemplo, la capacidad de un condensador relleno de dieléctrico es mayor que la de un condensador vacío. Este fenómeno no se justifica suficientemente con un modelo en el que los electrones estén ligados, y sin cargas libres, sino que se debe plantear un modelo en el que los electrones, sin dejar de estar ligados a los átomos, tengan posibilidad de realizar pequeños desplazamientos por efecto de fuerzas de Coulomb. La consecuencia de estos desplazamientos son los denominados *fenómenos de polarización* de los dieléctricos, para los que existen dos modelos:

a) Dieléctricos en los que en sus átomos o moléculas coincidan los centros de las distribuciones de las cargas positivas y negativas. En este caso al aplicar un campo eléctrico las cargas positivas se desplazan en el sentido del campo y las negativas en el contrario, formando así un dipolo con un momento dipolar $\vec{p}$. Este tipo de polarización se denomina *polarización electrónica o inducida* y es un fenómeno muy rápido.

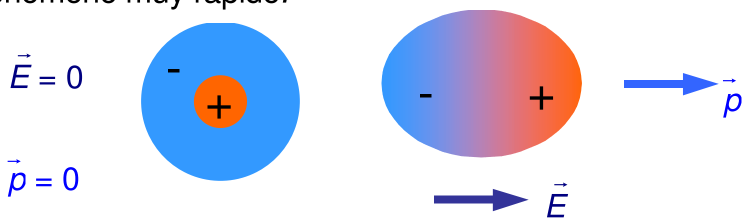
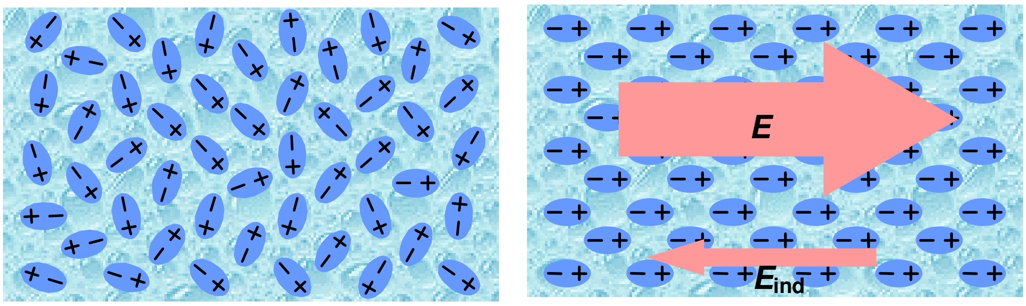


Figura 2-21. Polarización electrónica

b) Dieléctricos con átomos o moléculas en los que los centros de las distribuciones de las cargas positivas y negativas no coincidan, formando ya de por sí pequeños dipolos orientados al azar. En este caso al aplicar un campo eléctrico los dipolos se orientan y se dice que la *polarización* es *por orientación*. Este fenómeno puede ser más o menos rápido dependiendo de la interacción del material con las moléculas circundantes, y depende fuertemente de la temperatura.



Orientación al azar $\frac{d\vec{p}}{dv} = 0$

$\vec{E} = 0$

Orientación $\frac{d\vec{p}}{dv} \neq 0$

$\vec{E} \neq 0$

Figura 2-22. Polarización por orientación

Ambas polarizaciones, por deformación y por orientación, pueden darse simultáneamente en muchos materiales, y suponen una justificación microscópica de lo que ocurre en los materiales dieléctricos cuando se aplica un campo eléctrico.

Desde un punto de vista macroscópico, para estudiar el efecto del campo eléctrico en los dieléctricos considérese la siguiente experiencia:

- Si se toma un condensador plano y se conecta a una fuente de V_0, el condensador se carga con Q y entre sus placas existe una diferencia de potencial de V_0. Si, a continuación, se desconecta la fuente de tensión y se rellena el espacio entre placas con un material dieléctrico o aislante y se vuelve a medir la diferencia de potencial, nos encontramos un valor $V < V_0$. El cociente V_0/V es una constante característica para cada dieléctrico que se denomina **constante dieléctrica relativa** o permitividad relativa del material, ε_r que siempre es mayor o igual que uno.

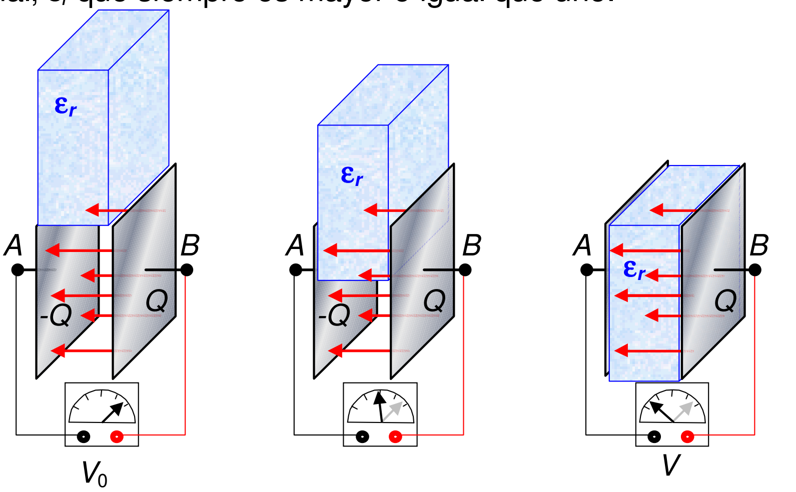


Figura 2-23. Variación de V en un condensador al introducir un dieléctrico en su interior manteniendo la carga constante

Si $V = V_0/\varepsilon_r$, entonces $E = V/d = V_0/(d\varepsilon_r) = E_0/\varepsilon_r$, es decir, al introducir el dieléctrico en el condensador, manteniendo la carga constante, tanto el campo eléctrico como el potencial disminuyen en el factor ε_r .

Por otra parte, la capacidad que inicialmente era $C_0 = Q/V_0$, al rellenar el condensador con dieléctrico ha aumentado, pasando a valer: $C = Q/V = \varepsilon_r C_0$

- Si el condensador se rellena de dieléctrico *manteniendo la fuente de tensión conectada*, i.e., manteniendo *V constante*, entonces el campo eléctrico también se mantiene constante y, dado que la capacidad del condensador con dieléctrico es mayor: $C = \varepsilon_r C_0$, la carga aumenta. Sin dieléctrico era $Q_0 = C_0 V$, con dieléctrico será: $Q = CV = \varepsilon_r C_0 V = \varepsilon_r Q_0$.

Podemos replantear las leyes que hemos visto sin más que sustituir la expresión del campo eléctrico por la equivalente para medios dieléctricos homogéneos e isótropos (dividiendo la expresión del campo eléctrico en el vacío por la permitividad dieléctrica relativa del medio) y trabajando de forma análoga.

En la Tabla 2-1 se muestran los valores de la permitividad relativa ε_r para algunos dieléctricos típicos. El agua tiene una permitividad relativa muy grande debido al carácter altamente polar de la molécula del agua, y a la facilidad de su orientación en un campo eléctrico, pero no se utiliza como dieléctrico por la facilidad con la que disuelve las sales, adquiriendo conductividad con pequeñas cantidades de impurezas.

Material	ε_r
Aceite	2,24
Agua a 20 ºC	80
Aire	1,0006
Baquelita	4,9
Mica	5,4
Neopreno	6,9
Papel	3,7
Parafina	2,3
Plexiglás	3,4
Porcelana	7
Vidrio pyrex	5,6

Tabla 2-1. Permitividades relativas de algunas sustancias

El resultado del fenómeno de polarización en un material dieléctrico homogéneo debido a la aplicación de un campo eléctrico es la aparición de una densidad superficial de carga σ', denominada **carga ligada** porque está unida a las moléculas del dieléctrico al contrario de las cargas libres que sí pueden desplazarse por dentro del cristal. Esta carga ligada produce un campo eléctrico E_{ind} (ver Figura 2-24) de sentido opuesto al campo eléctrico aplicado, por lo que el campo en el interior del dieléctrico es menor que el campo eléctrico aplicado.

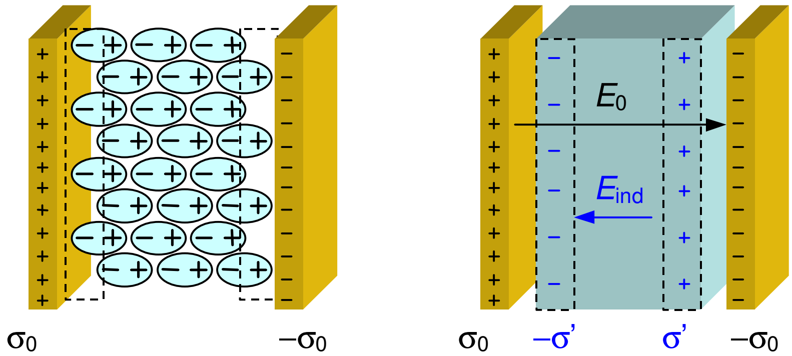


Figura 2-24. La polarización del dieléctrico produce la aparición de una carga ligada en forma de densidad superficial de carga ligada σ' en la superficie del dieléctrico

El campo eléctrico en el vacío y en las proximidades de un conductor cargado o en el interior de un condensador plano vacío vale: $E_0 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$. Si en el exterior del conductor cargado o dentro del condensador plano existiese material dieléctrico, entonces la densidad superficial de carga total sería: $\sigma_0 + \sigma'$ y el campo eléctrico en las proximidades de un conductor cargado o en el interior de un condensador plano valdría: $E = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\varepsilon_0}$.

Dado que el campo eléctrico disminuye en $1/\varepsilon_r$

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

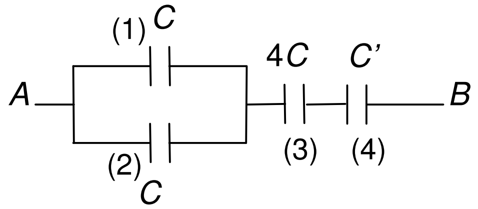
donde el parámetro $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ es la permitividad del material. Comparando $\frac{\sigma_0}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0 - \sigma'}{\varepsilon_0}$, se obtiene:

$$\sigma' = \sigma_0 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \qquad \text{Ecuación 2-7}$$

Igualdad que relaciona la densidad superficial de carga ligada con la permitividad dieléctrica. Obsérvese que la densidad de carga ligada es de signo contrario a la densidad superficial de carga libre, tal y como se indica en la Figura 2-24.

Ejemplo 2-3

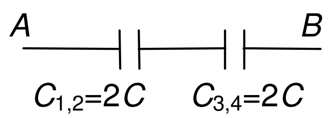
Entre los puntos *A* y *B* de la asociación de condensadores de la figura se aplica una diferencia de potencial *V*. El condensador 4 tenía una capacidad *C* vacío, pero se rellena de dieléctrico de $\varepsilon_r = 4$ antes de aplicar la diferencia de potencial *V*. Halla la capacidad *C'* de este condensador, la carga y la diferencia de potencial en cada condensador.



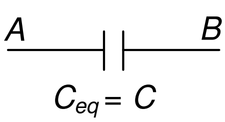
Solución

$C' = 4C$

Hallando la capacidad equivalente de los condensadores 1 y 2 en paralelo por una parte, y del 3 y 4 en serie por otra, el sistema queda:



La capacidad equivalente será:



La carga total del sistema al aplicar la diferencia de potencial *V* es:

$Q_T = VC = Q_{3,4} = Q_{1,2} = Q_3 = Q_4$; $Q_1 = Q_2 = Q_{1,2}/2 = VC/2$

La diferencia de potencial en los bornes de cada condensador será:

$V_1 = V_2 = Q_1/C = VC/2C = V/C$; $V_3 = Q_3 / 4C = V/4 = V_4$

Representando los valores en una tabla se tiene:

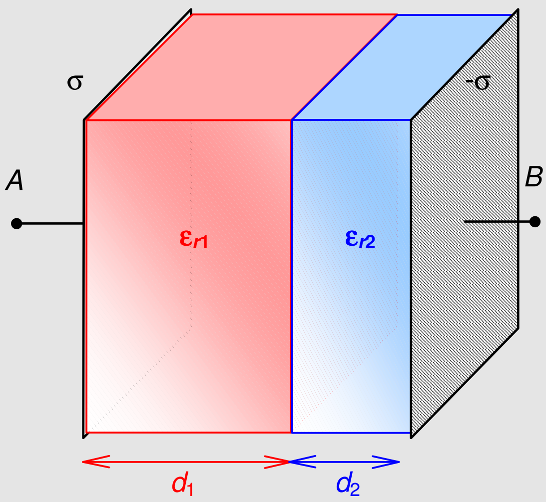
	Q	**V**
(1)	$VC/2$	$V/2$
(2)	$VC/2$	$V/2$
(3)	VC	$V/4$
(4)	VC	$V/4$

Capacidad de un condensador plano con varias capas de dieléctrico

Sea un condensador plano cuyas armaduras están cargadas con una densidad superficial $\pm\sigma$, y en el que se han introducido dos capas de dieléctrico, una de espesor d_1 y permitividad dieléctrica relativa ε_{r1} y otra de espesor d_2 y permitividad dieléctrica relativa ε_{r2}.

La capacidad de dicho condensador viene dada por,

$$C = \frac{Q}{V}$$



La diferencia de potencial entre las armaduras del condensador la podemos expresar como la suma de la diferencia de potencial en el primer dieléctrico más la diferencia de potencial en el segundo dieléctrico:

$$V_{AB} = V_1 + V_2 = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

El campo eléctrico en cada uno de los dieléctricos viene dado por:

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0} \qquad E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}$$

y de esta forma, la capacidad será:

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} = \frac{Q}{E_1 d_1 + E_2 d_2} = \frac{Q}{\dfrac{d_1\sigma}{\varepsilon_{r1}\,\varepsilon_0} + \dfrac{d_2\sigma}{\varepsilon_{r2}\,\varepsilon_0}} = \varepsilon_0 \frac{S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_{r2}}}$$

En general, para n capas de dieléctricos:

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{\sum_{i=1}^{n} \dfrac{d_i}{\varepsilon_{ri}}}$$

Puntero táctil

George Gerpheide

Investigación y Ciencia. Septiembre de 1998

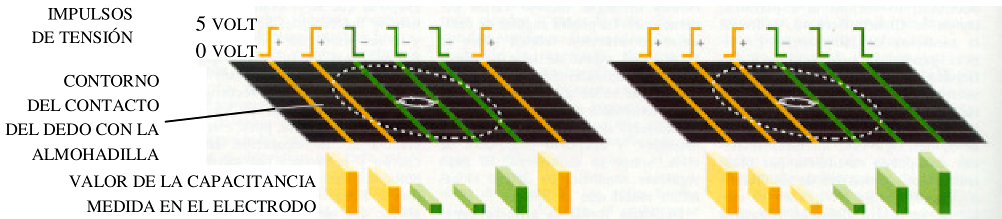
El dispositivo de puntero más corriente en los nuevos ordenadores portátiles es la almohadilla táctil, un rectángulo negro o gris que se sitúa siempre delante del teclado. El desplazamiento de un dedo por encima de él hace que el cursor realice un movimiento análogo sobre la pantalla.

Las almohadillas táctiles iniciaron su andadura no hace más de cuatro años, pero ya han desplazado a los apuntadores de bola integrados como puntero estándar de los ordenadores portátiles, que las ofrecen ahora en más de sus dos tercios. (El resto, en su mayoría modelos de IBM y de Toshiba, emplean el pequeño puntero, similar a un mando de juegos y que recuerda a la goma de borrar de lápiz, instalado en el teclado entre las letras "G", "H" y "B".) El manejo de las almohadillas táctiles es mucho más conveniente para muchas personas, entre ellas quienes padezcan de artritis. Como se trata de dispositivos completamente herméticos, en su interior no penetran el polvo ni las sustancias extrañas, lo que los hace más adecuados para ambientes difíciles, tales como talleres, plantas fabriles y garajes.

El tipo de almohadilla táctil más extendido es el de capacitancia, que funciona midiendo sus variaciones cuando el dedo del usuario altera los minúsculos campos eléctricos existentes en la parte superior de la almohadilla.

Los electrodos están dispuestos en dos capas, de orientación mutuamente ortogonal, y separados por una lámina delgada de fibra de vidrio, que actúa de aislante, o "dieléctrico".

Un campo eléctrico se establece cuando se aplica un impulso de tensión entre un electrodo superior y otro inferior, lo que tiene como resultado que los dos electrodos, el material dieléctrico interpuesto e incluso el aire circundante funcionen como un condensador. Ese campo eléctrico se modifica ante la presencia de un dedo, distorsión que genera una disminución de la capacitancia entre los electrodos y de la carga eléctrica.



EL DESEQUILIBRIO ENTRE LAS CAPACITANCIAS TOTALES (LA DEL GRUPO NARANJA ES MAYOR QUE LA DEL VERDE) SIGNIFICA QUE EL DEDO CUBRE MAS LOS ELECTRODOS VERDES

EL EQUILIBRIO ENTRE LOS VALORES DE AMBOS GRUPOS INDICA UNA POSICION EQUIDISTANTE DEL DEDO RESPECTO DE LOS ELECTRODOS

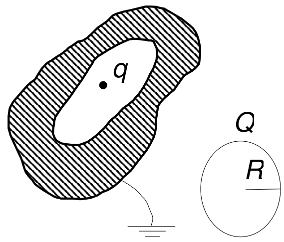
La localización del dedo requiere el desplazamiento de dos grupos de impulsos de tensión. Si se tratase de comprobar la capacitancia en cada uno de los puntos de cruce de los electrodos, se tardaría demasiado tiempo y la reacción del puntero al movimiento del dedo sería perezosa. Por ello lo que se hace es aplicar dos grupos de impulsos, positivos *(en naranja)* y negativos *(en verde; diagramas derecho e izquierdo)* a los electrodos, midiendo la carga resultante de su capacidad. La situación del dedo con relación al límite entre las regiones de impulsos positivos y negativos se determina mediante cálculos realizados con las cargas totales medidas. Ambos grupos de impulsos tienen que desplazarse conforme se mueve el dedo, de forma que su frontera se mantenga cercana al centro del mismo. La ilustración no muestra más que los impulsos correspondientes al conjunto de los electrodos paralelos verticales; lo mismo hay que hacer realmente con el juego de electrodos transversales. Se logra así el seguimiento bidimensional del movimiento del dedo hasta velocidades de unos 100 centímetros por segundo.

2.10 Cuestiones y problemas

Conductores

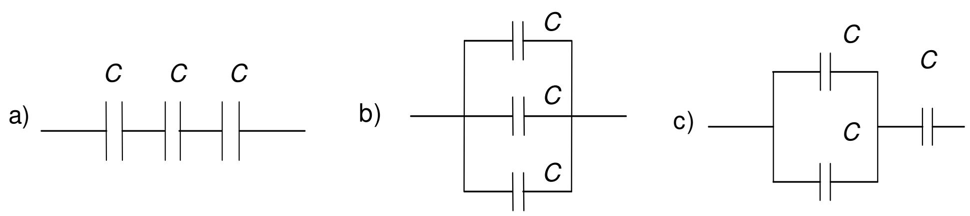
1. ¿Qué dirección llevan las líneas del campo eléctrico creado por un conductor cargado, en los puntos próximos al mismo? ¿Por qué?

2. Sea un conductor hueco conectado a tierra con una carga *q* en su interior. En el exterior, próximo a él se halla una esfera cargada con carga *Q*. ¿Cómo afecta la presencia de la carga *q* en la distribución de cargas en la superficie de la esfera de radio *R*? Razona la respuesta.



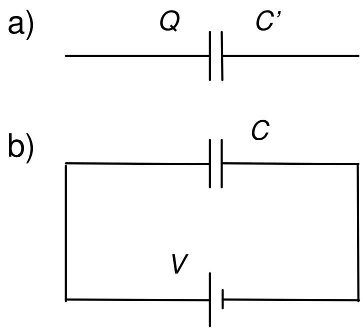
Condensadores y dieléctricos

3. Sean tres condensadores iguales de capacidad *C*. Indica en cada caso la capacidad del sistema.

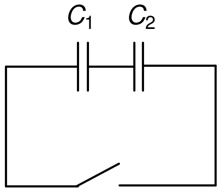


4. Se conectan en serie dos condensadores de capacidades 2,4 y 3,1 µF y el conjunto se carga con una batería de 6,1 V. a) ¿Cuál es la capacidad equivalente? b) ¿Qué carga tiene cada condensador? c) ¿Qué diferencia de potencial hay entre las placas de cada condensador?

5. Sean los dos condensadores planos de la figura:
a) aislado y con carga Q;
b) conectado a una fuente de diferencia de potencial V.
Si separamos las placas de ambos condensadores, indica como evoluciona la energía almacenada en cada uno de ellos (aumenta, disminuye o permanece constante.)

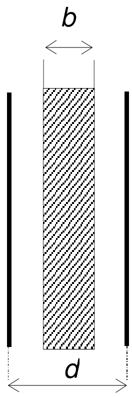


6. Un condensador de capacidad C_1, cargado con carga Q, se conecta con otro de capacidad C_2, inicialmente descargado, tal como se indica en la figura. Calcula el valor de la carga en cada condensador antes y después de cerrar el interruptor.

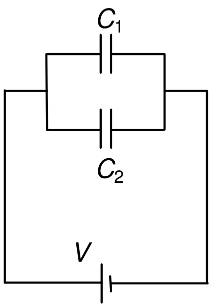


	Q_1	Q_2
antes		
después		

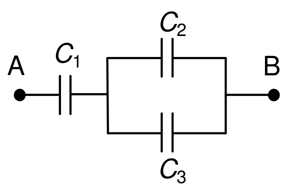
7. Una lámina de cobre de espesor b se introduce dentro de las armaduras planas de un condensador de superficie S, tal como se indica en la figura. ¿Cuál es la capacidad del condensador antes y después de introducir la lámina?
Sol: antes $C_0=\varepsilon_0 S/d$ después $C = \varepsilon_0 S/(d-b)$



8. Se dispone de dos condensadores de capacidades C_1 y C_2. Tras conectarlos en paralelo, se aplica a la asociación una diferencia de potencial V. Calcula la carga que adquiere cada condensador (Q_1 y Q_2) así como la diferencia de potencial entre las placas de cada uno de ellos (V_1 y V_2).



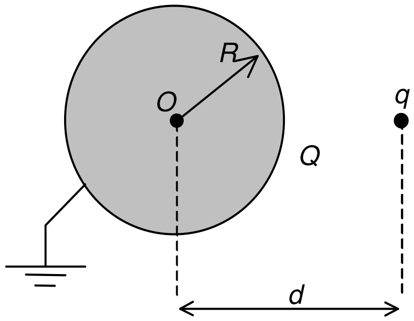
9. En la asociación de condensadores de la figura, indica en qué condensador se almacena:
a) la mayor carga, y
b) la menor carga,
al aplicar entre A y B una d.d.p. V.
($C_1 = C$; $C_2 = C/3$; $C_3 = C(2/3)$).



Conductores

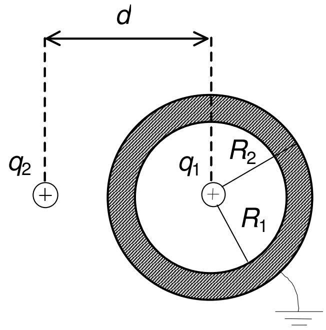
10. Sea una esfera conductora, con centro en *O* y radio *R*. Dicha esfera, que se encuentra conectada a tierra (potencial nulo) está sometida a la influencia de una carga puntual *q*, situada a una distancia *d* de *O* (*d*>*R*). Calcula la carga que aparece en la esfera en función de *q*, *R* y *d.*

Sol: $Q = -q\dfrac{R}{d}$

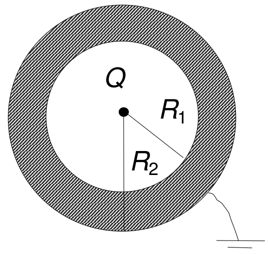


11. Dado el sistema de la figura, calcula la carga total *Q* de la esfera.

Sol: $-q_1 - \dfrac{q_2}{d}R_2$



12. La figura muestra una esfera metálica hueca de radios interior y exterior R_1 y R_2, respectivamente. Dicha esfera se encuentra conectada a tierra. Se coloca una carga puntual positiva, *Q*, en el centro de la esfera.
a) ¿Cuál es la distribución de cargas en las superficies interior y exterior de la esfera?
b) Obtén la expresiones de *V*(*r*) para $r \leq R_1$, $R_1 \leq r \leq R_2$, $r \geq R_2$.
Sol:



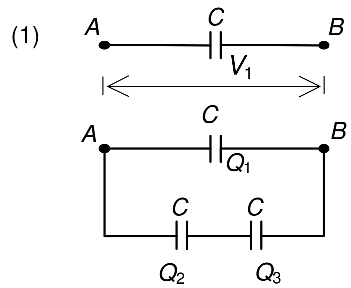
a) en R_1, -*Q*; en R_2, cero; b) $r \leq R_1$, $V = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{1}{R_1}\right)$; ($R_1 \leq r \leq R_2$; $r \geq R_2$) $V = 0$

Condensadores y dieléctricos

13. Dos condensadores planos 1 y 2 de igual capacidad *C* se conectan en paralelo a una d.d.p. *V*. Tras desconectar el conjunto de la fuente de tensión, se reduce a la mitad la distancia entre las armaduras del condensador 1. ¿Cuál será la carga de cada condensador?

Sol: $Q_1 = \dfrac{4}{3}CV$; $Q_2 = \dfrac{2}{3}CV$

14. Sea un condensador (1) de capacidad C sometido a una diferencia de potencial V_1, y otros dos de igual capacidad y descargados. Tras aislar el primer condensador se asocia a los otros dos tal como se muestra en la figura. Calcula las cargas que adquieren los tres condensadores, Q_1, Q_2, y Q_3.



Sol: $Q_1 = \frac{2}{3}V_1C; Q_2 = Q_3 = \frac{1}{3}V_1C$

15. Dos placas metálicas paralelas están separadas por una capa de aire de espesor d. Se carga a una d.d.p. V y se aísla. Se introduce una lámina de vidrio de espesor $d/2$ y permitividad relativa ε_r. ¿Cuál es el nuevo valor de la d.d.p. entre las placas, y cual tendría que ser la separación entre las placas para que la d.d.p. fuera la misma que al principio?

Sol: $V' = \frac{V}{2}\left(1+\frac{1}{\varepsilon_r}\right); \quad d' = d\left[1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\varepsilon_r}\right)\right]$

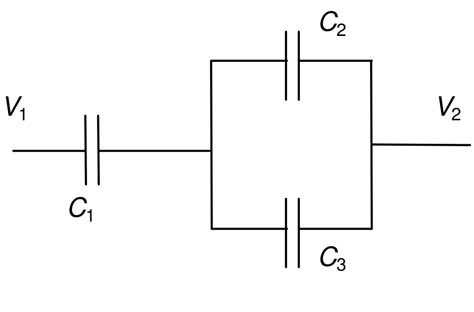
16. Una placa de dieléctrico de espesor b y permitividad dieléctrica relativa ε_r se coloca entre las armaduras de un condensador de placas planas y paralelas, de superficie S y separación d. Se aplica una d.d.p. V cuando no hay dieléctrico. A continuación se desconecta la fuente y se introduce el dieléctrico. Calcula:

a) Capacidad antes de introducir el dieléctrico.
b) Carga libre.
c) Campo eléctrico en el hueco.
d) Campo eléctrico en el dieléctrico.
e) D.d.p. entre las placas una vez introducido el dieléctrico.
f) Capacidad con el dieléctrico.

Sol: a) $C_0 = \varepsilon_0\frac{S}{d}$ b) $Q = \varepsilon_0 V\frac{S}{d}$ c) $E_0 = \frac{V}{d}$ d) $E = \frac{V}{d\varepsilon_r}$ e) $V' = \frac{V}{d}\left(\frac{b}{\varepsilon_r}+d-b\right)$

f) $C = \frac{\varepsilon_0 S}{\frac{b}{\varepsilon_r}+d-b}$

17. La figura muestra una batería de condensadores idénticos, de capacidad C, conectada a una d.d.p. constante $V=V_1-V_2$.



a) Calcula la energía almacenada en el condensador 2.

Posteriormente se rellena el condensador 2 con un dieléctrico de permitividad relativa ε_r.

b) Calcula la energía total almacenada.

c) ¿Por qué factor debería multiplicarse la distancia entre las armaduras del condensador 3 para que no se modificase la capacidad total?

Sol: a) $W_2 = \frac{CV^2}{18}$; b) $W_T = \frac{C(1+\varepsilon_r)V^2}{2(2+\varepsilon_r)}$; c) $x = \frac{1}{2-\varepsilon_r}$

18. Una esfera conductora de radio R, en el vacío, tiene una carga q. Calcula:
a) La energía almacenada en la esfera.
b) ¿Cuál es el radio R_0 de una superficie esférica tal que dentro de ella quede la mitad de la energía almacenada?

Sol: a) $W = \dfrac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$ b) $R_0 = 2R$

GLOSARIO

Teorema de Coulomb: El campo eléctrico en las proximidades de un conductor cargado en equilibrio es perpendicular a la superficie de éste, sentido hacia el exterior si la carga es positiva y contrario si es negativa y de módulo:

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Tierra: punto de conexión que garantiza que el conductor se encuentre a un potencial constante nulo.

Pantallas electrostáticas: Dispositivos que dividen el espacio en dos regiones electrostáticamente independientes.

Condensador: sistema de dos conductores, aislados uno de otro, que se ejercen influencia electrostática total almacenando carga eléctrica.

Capacidad de un condensador es la relación entre el valor absoluto de la carga Q de cada una de sus armaduras y la diferencia de potencial existente entre ellas.

Capacidad equivalente de una asociación de condensadores es la capacidad que tendría un único condensador de forma que al aplicarle la misma diferencia de potencial que a la asociación almacene la misma cantidad de carga.

Dipolo eléctrico: conjunto formado por dos cargas eléctricas de mismo valor pero diferente signo, separadas una distancia dada.

Polarización: Aparición u orientación de dipolos eléctricos en la materia como consecuencia de un campo eléctrico externo.

Constante dieléctrica: Factor en que disminuye el campo eléctrico en el interior de un dieléctrico como consecuencia de la polarización.

Carga ligada: Carga que se induce en la superficie de un dieléctrico como consecuencia de la polarización de éste.