

Prácticas de Matemática Discreta

Actividades de la sesión 4

11 de octubre de 2013

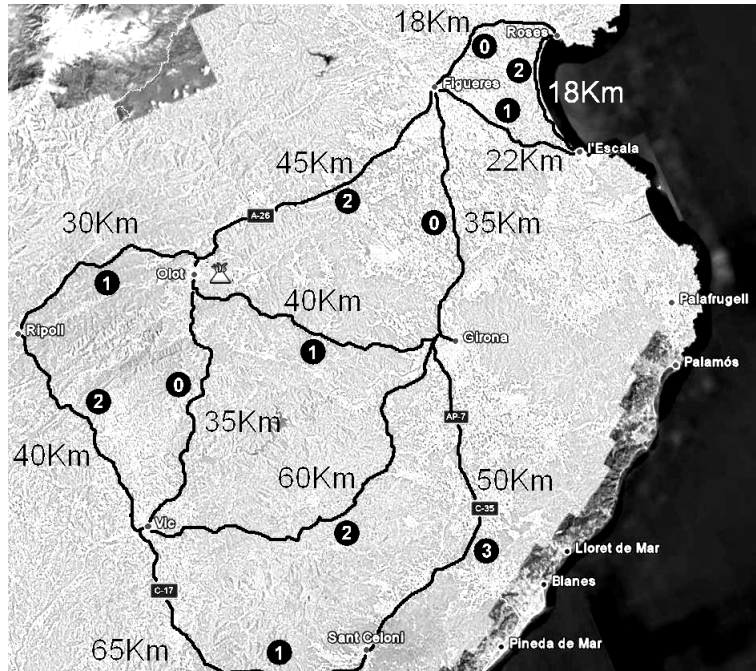
1. El problema del cartero chino

En este problema, tratado por el matemático chino Mei-ko Kwan, un cartero desea salir de una central de correos, repartir todas sus cartas a un conjunto de direcciones en una ciudad (ha de pasar por los edificios que están en las calles) y volver a la central de forma que la distancia total a recorrer sea la más corta posible. Evidentemente, deberá recorrer al menos una vez cada una de las calles, pero no quiere pasar más de una vez por la misma calle a menos que no haya más remedio.

El problema puede modelarse en términos de grafos siendo las calles las aristas, los vértices los cruces de calles y el peso de cada arista la longitud de la calle correspondiente. La solución pasaría por encontrar un camino cerrado que incluya todas las aristas y que tenga un peso total mínimo.

Es claro que si el grafo en cuestión es euleriano, la solución vendría dada por un camino euleriano cerrado empezando en el vértice de partida. Si el grafo no es euleriano, el problema es más difícil de resolver, pero disponemos del algoritmo del cartero chino que nos proporciona la solución.

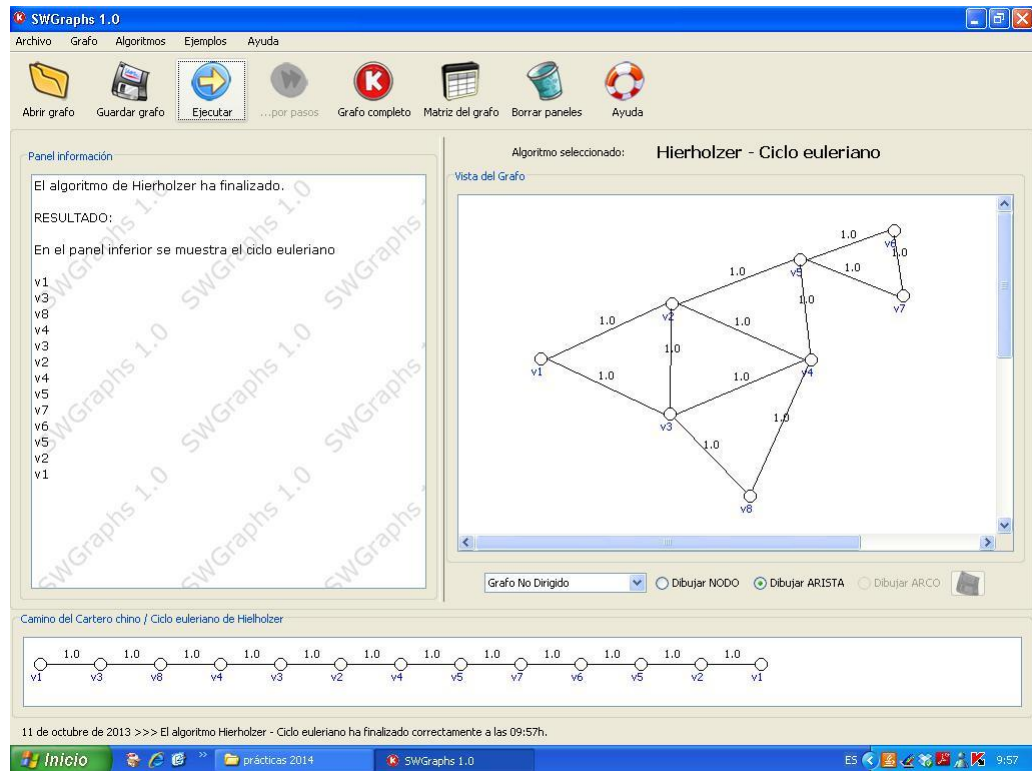
Ejercicio 1. Consideremos el mapa de carreteras con el que ya trabajamos en la primera sesión de prácticas (aparecen las distancias en Km y, dentro de círculos, el número de peajes existentes en cada tramo):



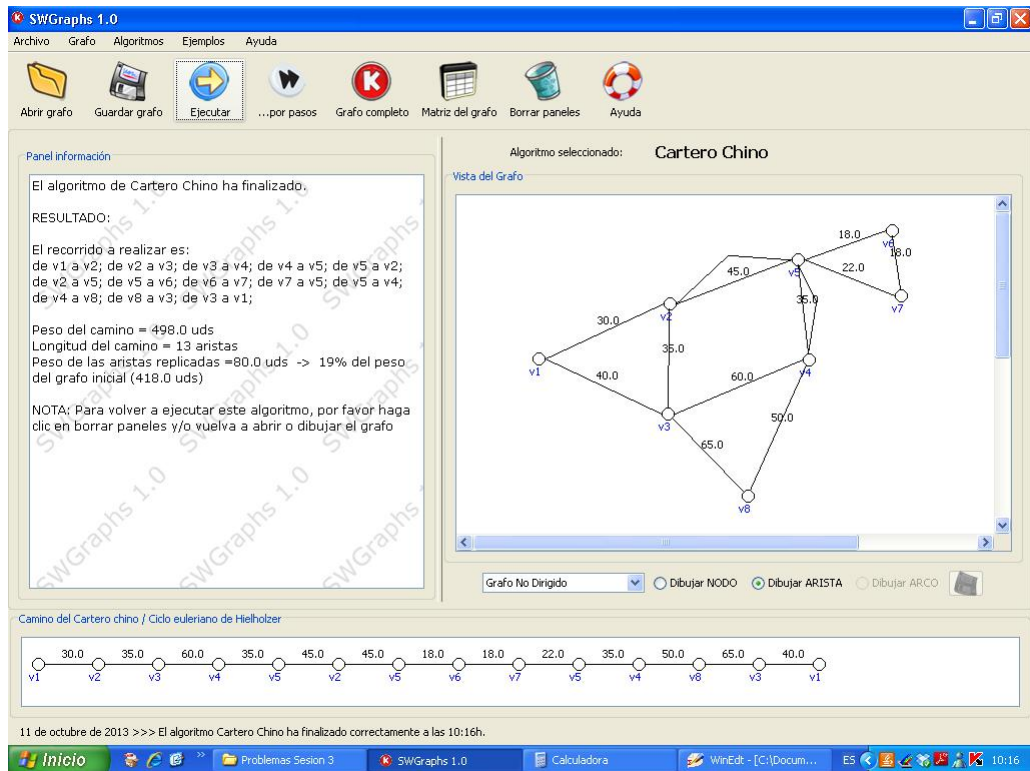
1. Supongamos que un camión de la dirección general de tráfico de reparación de carreteras sale de la central en Ripoll con el objetivo de recorrer todas las carreteras del mapa reparando todos los desperfectos encontrados en las mismas para después regresar a la central. Por supuesto, se pretende que el recorrido realizado en kilómetros por el mismo sea mínimo. Encuentra una posible ruta en estas condiciones.
2. Supongamos ahora, que el camión se propone el mismo objetivo del apartado anterior, pero debido a un desprendimiento, la carretera de Olot a Girona está impracticable. ¿Cuál sería la solución al problema en estas condiciones?

Solución:

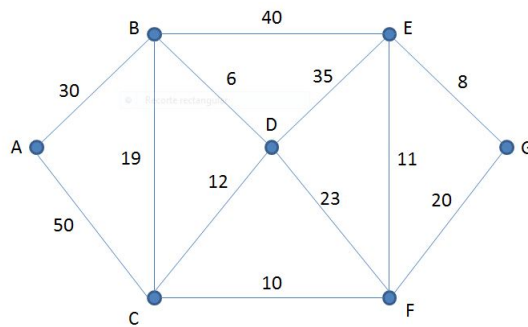
1. Está claro que el grafo es euleriano, puesto que todos sus vértices tienen grado par. Por tanto si aplicamos el algoritmo de Hierholzer asignando el vértice v_1 a Ripoll obtendremos la solución (el algoritmo de Hierholzer no funciona para grafos ponderados, por tanto, introduciremos el grafo sin ponderar). Como el camino recorre todas las aristas del grafo, para obtener el número mínimo de kilómetros, sumaremos los kilómetros correspondientes a todas las carreteras obteniendo un total de 398km.



2. En este caso, al eliminar la arista que une Olot con Girona, el grafo considerado no es euleriano ya que tiene dos vértices de grado impar. Buscamos un camino que recorra todas las aristas, excepto la eliminada, minimizando la distancia recorrida. Introducimos los pesos de las aristas y aplicamos el algoritmo del cartero chino para obtener la solución al problema.



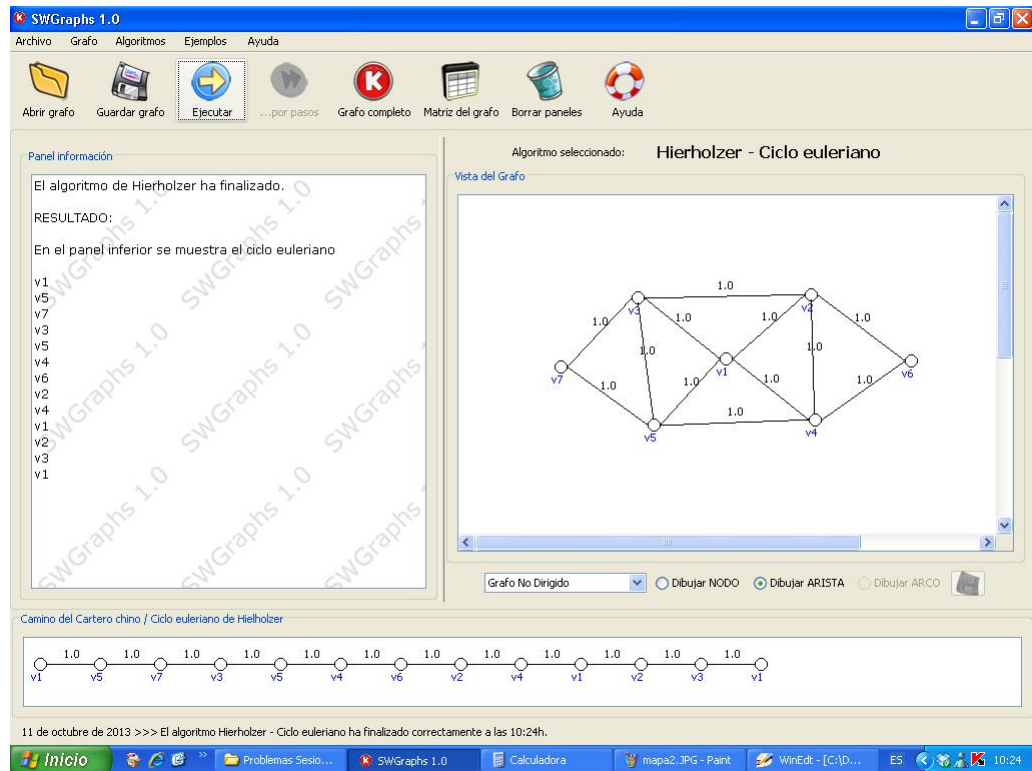
Ejercicio 2. (*) El siguiente grafo se corresponde con el plano de las calles de un barrio de una ciudad.



1. Un cartero se propone repartir el correo partiendo de la oficina de correos situada en D minimizando la distancia recorrida. ¿cuál sería una posible ruta a seguir?
2. Suponiendo que se están haciendo obras en la calle que va de E a F . ¿cuál sería la mejor ruta a seguir, de nuevo minimizando la distancia recorrida, para repartir el correo en el resto de calles?

Solución:

1. El grafo considerado es un grafo euleriano. Por tanto aplicando el algoritmo de Hierholzer obtenemos una posible solución. Puesto que recorreremos todas las calles una sola vez, la distancia recorrida es la suma de las longitudes de las calles del barrio, en este caso, 264m.



2. En este caso, el grafo ya no es euleriano, ya que tiene dos vértices de grado impar. Igual que en el problema anterior, introducimos los pesos en las aristas y aplicamos el algoritmo del cartero chino para obtener una solución al problema.

