

Pràctiques de Matemàtica Discreta

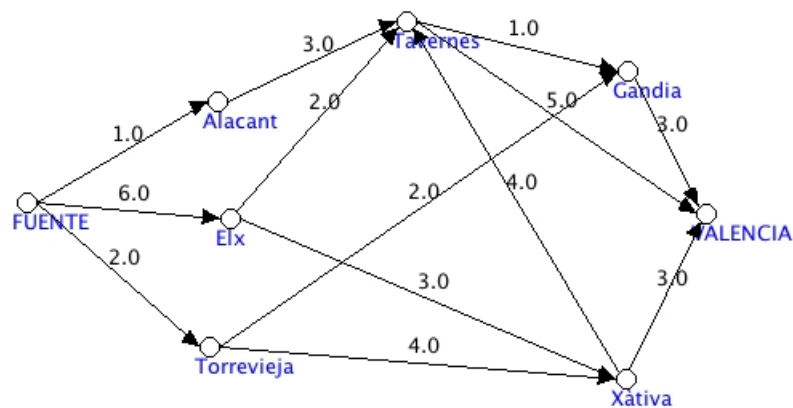
Problemes de la sessió 9 (Xarxes, fluxos y... més)

1. Un grup d'amics de Torrevieja (2 d'ells), Elx (6) i Alacant (1) vol anar a un concert del Ren Renardo a València. No queda molt temps per a l'esdeveniment i no hi ha seients lliures en els autobusos que van directament a València. En la següent taula s'indica el nombre de seients lliures en diverses líniess d'autobús per a arribar a València fent transbords. Podran arribar al concert tots els amics?

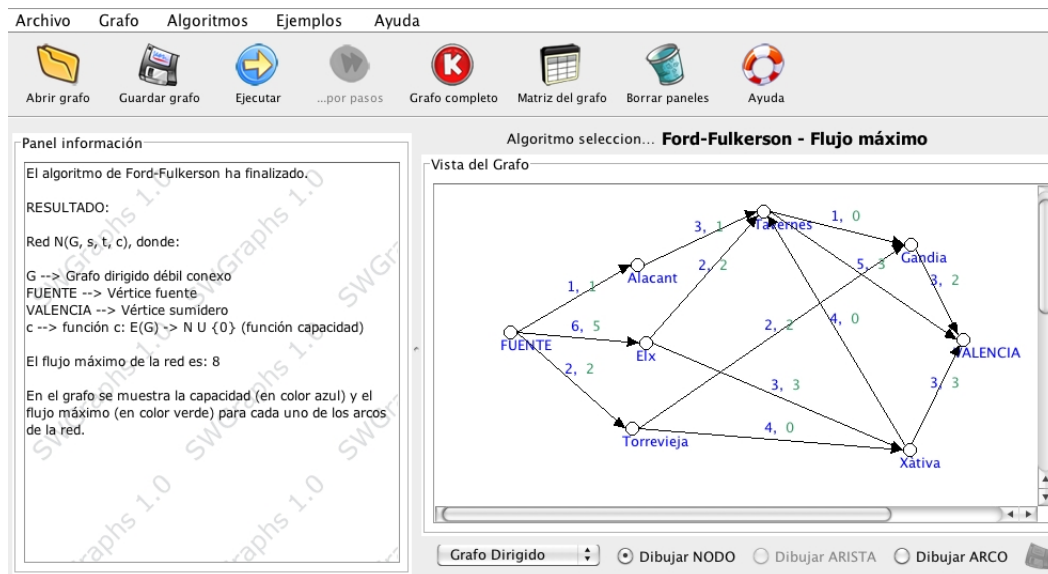
	Alacant	Elx	Torrevieja	Gandia	Xàtiva	Tavernes	València
Alacant						3	
Elx					3	2	
Torrevieja				2	4		
Gandia							3
Xàtiva						4	3
Tavernes				1			5

Solució:

El problema pot modelitzarse mitjançant la següent xarxa:



Aplicant l'algorisme de Ford-Fulkerson per a calcular un flux màxim obtenim:

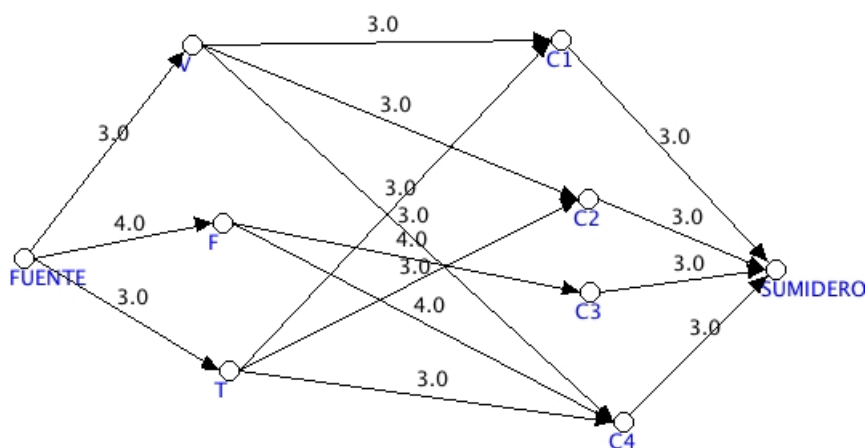


El valor del flux és 8 (i són 9 amics). Per tant, no podran arribar tots.

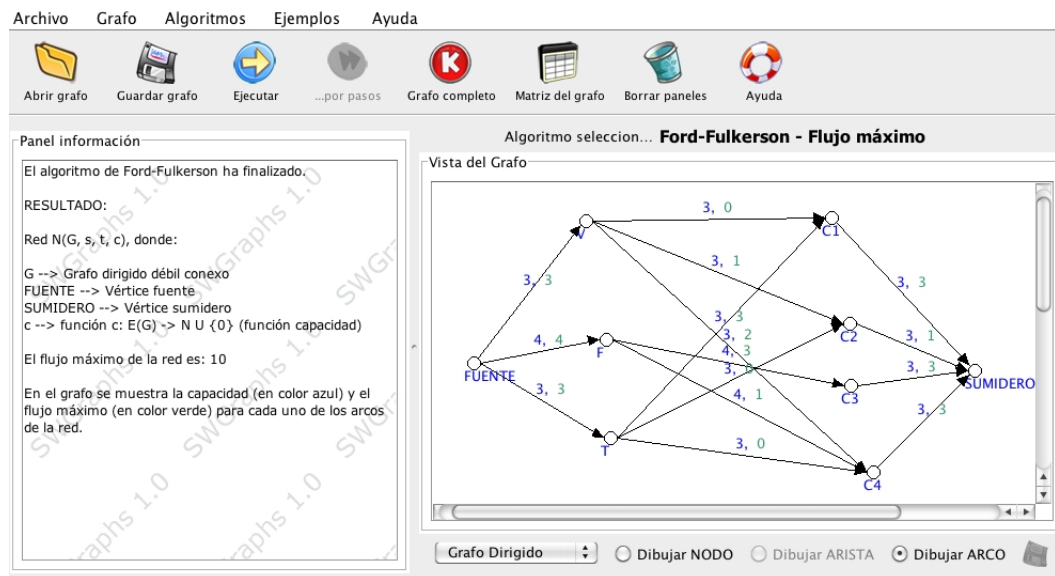
2. Volen distribuir-se 10 contenidors en 4 camions, C_1, C_2, C_3, C_4 , per a ser distribuïts en diferents mercats. Cada camió pot portar només 3 contenidors. Els contenidors estan etiquetats com $V_1, V_2, V_3, F_1, F_2, F_3, F_4, T_1, T_2, T_3$. Si els camions C_1 i C_2 només poden distribuir contenidors de tipus V i T , el camió C_3 només pot distribuir contenidors F i el camió C_4 pot portar contenidors de tots els tipus. És possible transportar tots els contenidors en un sol viatge dels 4 camions?

Solució:

El problema pot modelitzar-se mitjançant la següent xarxa:



Aplicant l'algorisme de Ford-Fulkerson obtindrem un flux màxim:



Com veiem, el flux és igual a 10 i, per tant, podrem transportar tots els contenidors.

3. En la següent taula es reflecteix la ciutat de Miskatonic (A) i alguns llocs turístics propers que denotarem per B,C,D,I,F,G,H, així com les carreteres que els enllacen i els quilòmetres d'aquestes.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		12		6		5		4
B	12		7	8			2	
C		7		6				5
D	6	8	6		1	1		
E				1		2		
F	5			1	2		15	7
G		2				15		4
H	4		5			7	4	

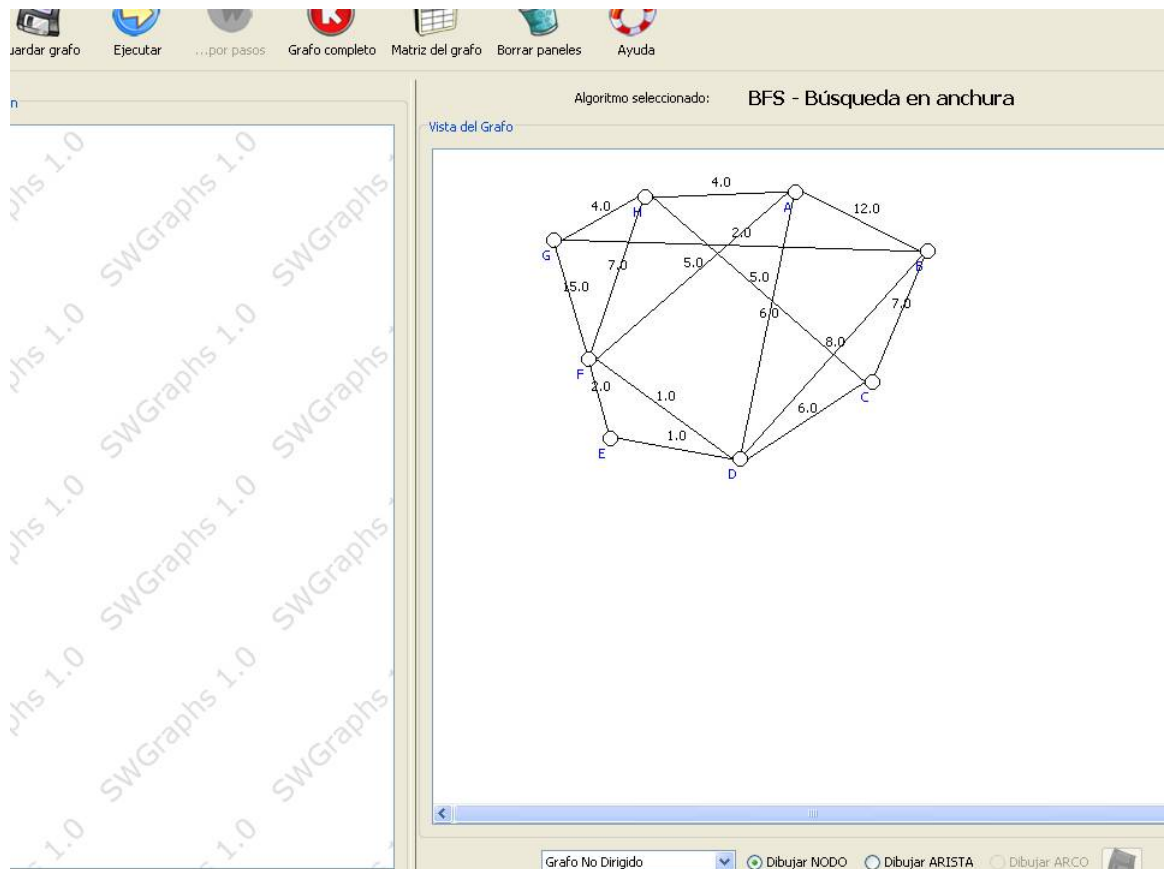
El ple de l'ajuntament de Miskatonic pretén reparar totes les carreteres arreglades en la taula, però donat l'elevat cost del projecte decideix fer-ho en dues fases. L'objectiu de la primera fase és que els habitants i els turistes es puguin desplaçar de qualsevol lloc a qualsevol altre utilitzant únicament les carreteres remodelades, deixant pendent la segona fase fins que passe la crisi econòmica en la qual viu sumit el país.

- Quines carreteres recomanaries arreglar perquè no es dispare el pressupost?
- Quin seria llavors el nombre de quilòmetres a recórrer entre A i B ?
- Abans de començar a executar el projecte es troben amb una reducció del pressupost que els obliga a canviar els plans. Aconsellat pel seu comitè assessor, l'alcalde

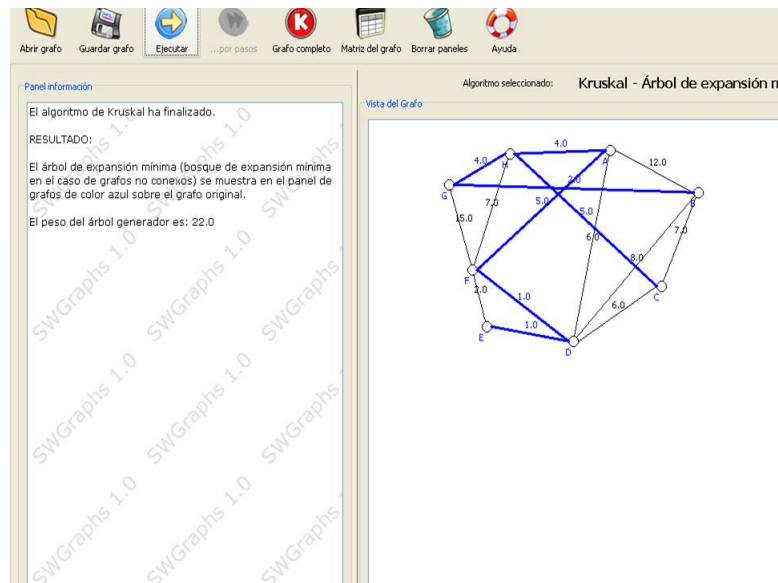
decideix arreglar únicament les carreteres que permeten accedir des de Miskatonic a poblacions situades a menys de 8 de quilòmetres d'aquesta. Quins entraran en el nou projecte?

Solució:

a) Podem modelitzar el problema mitjançant el següent graf ponderat:

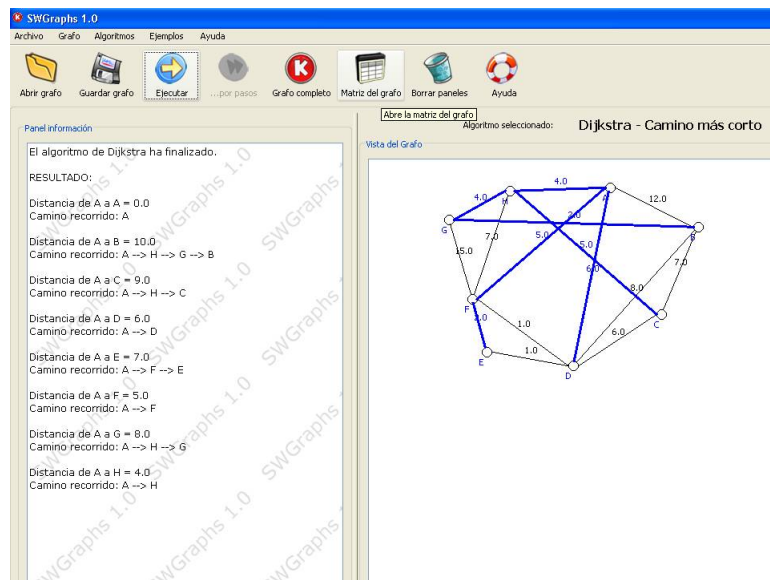


Ens interessa obtenir un subgraf connex (ja que totes les poblacions han d'estar connectades entre si) amb el menor pes possible (per a reduir al màxim les despeses). Per tant, ens interessa obtenir un arbre generador minimal. Aplicant l'algorisme de Kruskal:



Per tant, ens interessarà arreglar primer les carreteres: AH, BG, CH, DE, DF, FA i GH .

- b) L'únic camí entre A i B seguint les arestes de l'arbre generador minimal és $AHGB$, que té pes 10. Per tant, hauríem de recórrer 10 Km.
- c) Ens interessarà saber les poblacions la distància de les quals a A siga menys de 8 quilòmetres. Per a açò, aplicarem l'algorisme de Dijkstra amb vèrtex inicial en A:



Veiem, doncs, que amb el nou plantejament caldria arreglar els trams AD, AF, FE i AH .

La suma de les longituds d'aquests trams és 17. Atès que en el primer projecte calia arreglar 22 Km, la decisió presa permetrà estalviar el cost de 5 Km de tram.

4. És possible per a un insecte pujar per les arestes d'un cub de manera que passe per cada aresta una sola vegada? Per què?