1.- (d) $H_4 = \{(2y+z, y, z) / y, z \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^3$

La primera component és el doble de la segona més la tercera.

$(0,0,0) \in H_4 \qquad 0 = 2\cdot 0 + 0$

Considerem dos vectors de H_4:

$(2y_1+z_1, y_1, z_1)$
$(2y_2+z_2, y_2, z_2)$ i els sumem:

$$(\underbrace{2y_1+z_1+2y_2+z_2}, y_1+y_2, z_1+z_2) \overset{?}{\in} H_4$$

Ara farem el doble de la segona component més la tercera per a comprovar si és igual a la primera

$$2(y_1+y_2)+z_1+z_2 = 2y_1+2y_2+z_1+z_2 = 2y_1+z_1+2y_2+z_2 \checkmark$$

Considerem ara $\alpha \in \mathbb{R}$ i $(2y+z, y, z) \in H_4$ i multipliquem $\alpha(2y+z, y, z) = (\underbrace{2\alpha y + \alpha z}, \alpha y, \alpha z) \overset{?}{\in} H_4$

Ara sumen el doble de la segona component més la tercera

$2\alpha y + \alpha z$ que coincideix amb la primera component del vector. Per tant hem provat que H_4 és un subespai vectorial de $\mathbb{R}^3$.

2.- (b)

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_1\left(\frac{1}{2}\right)} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{2,1}(-3),\ E_{4,1}(-5)]{E_{3,1}(1)}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & -8 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & -4 & 0 \\ 0 & -12 & 3 & -12 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{2,3}]{} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & -8 & 2 & -8 & 0 \\ 0 & -12 & 3 & -12 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow[E_{4,2}(3)]{E_{3,2}(2)}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

S. Comp. Indeterminat

Els vectors són lligats.