PRÁCTICA 4

Distribuciones continuas uniforme y exponencial

Ejercicio 1:

Un montacargas se utiliza para transportar paquetes de un cierto tipo cuyo peso fluctúa uniformemente entre 190 Kg y 210 Kg.

a) Determinar cuál es la variable aleatoria en estudio y su distribución.

b) Se tiene constatado que la carga máxima permitida es de 60 paquetes. ¿Cuál será en promedio el peso de la carga máxima? ¿Y su desviación típica?

RESPUESTA:

a) X= peso de un paquete $\sim U(190, 210)$

b) $CM=X_1+X_2+\ldots+X_{60}$

Media CM= $m_{X1}+m_{X2}+..+m_{X60}$

$m_{Xi}=(190+210)/2=200 \Rightarrow$

Media CM=60x200=12000 Kg

$\sigma_{CM}=(\sigma^2_{X1}+\sigma^2_{X2}+\ldots+\sigma^2_{X60})^{1/2}$

$\sigma^2_{Xi}=(210-190)^2/12=33{,}33 \Rightarrow$

$\sigma_{CM}=(60x33{,}33)^{1/2}=44{,}72$ Kg

Ejercicio 2

Una conocida multinacional que fabrica ratones inalámbricos ha incorporado a estos un chip que permite aumentar la duración de las baterías, y afirma que con ese chip la duración de las baterías llega a los 5,55 meses en el 50% de los casos. Si los tiempos de vida de las baterías siguen una distribución exponencial, se pide:

a) Determina cuál es la variable aleatoria y su distribución.

b) Calcula la probabilidad de que la duración de una batería sea superior o igual a la media.

c) ¿Cuál debería ser la duración (t) para obtener una fiabilidad a los t meses del 95%?

RESPUESTA:

a) $T \sim Exp(\alpha)$ $P(T \geq 5,55)=0,5 \Rightarrow e^{-5,55\alpha}=0,5 \Rightarrow$

$-5,55\alpha=\ln 0,5 \Rightarrow \alpha=\ln 0,5/(-5,55)=0,125$

b)media=1/0,125=8

$P(T \geq 8)=e^{-0,125/0,125}=0,3679$

c)$P(T \geq t)=e^{-0,125t}=0,95 \Rightarrow -0,125t=\ln 0,95 \Rightarrow$

$t=\ln 0,95/(-0,125)=0,41$ meses

Ejercicio 3

El tiempo T de proceso de consultas en un sistema informático sigue una distribución exponencial de parámetro α. Se sabe que el 10% de las consultas duran más de 20 segundos.

a) ¿Cuánto vale α?
b) ¿Cuánto vale en promedio T?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que una consulta dure más de 30 segundos?
d) Calcular la mediana de T y compararla con la media. Hacer también la comparación gráficamente sobre la función de probabilidad acumulada.

RESPUESTA:

a) $P(T>20)=0,1 \Rightarrow e^{-\alpha 20}=0,1 \Rightarrow -\alpha 20=\ln 0,1 \Rightarrow$

$\alpha=\ln 0,1/(-20)=0,115$

b) $media=1/0,115=8,69$ s

c) $P(T>30)=e^{-0,115x30}=0,0317$

d) $P(T>mediana)=0,5 \Rightarrow e^{-0,115xmediana}=0,5 \Rightarrow$

$-0,115xmediana=\ln 0,5 \Rightarrow$

$mediana=\ln 0,5/-0,115=6,027<$ media

$P(T<media)=0,6321$

Ejercicio 4

Una empresa que fabrica chips considera un chip defectuoso si su vida no supera las 100 horas de funcionamiento. Sabiendo que la duración en horas de un chip sigue una distribución exponencial de media 100 horas, se pide:

a) Si un chip lleva 500 horas funcionando, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total de funcionamiento del mismo sea superior a las 1000 horas?

b) Esta empresa vende los chips que fabrica en cajas de 50 unidades, ¿cuál es la probabilidad de que una caja contenga más de un chip defectuoso?

RESPUESTA:

a) media=100 $\Rightarrow$ α=0,01

$P(T>1000/T>500)=P(T>500)=e^{-0,01x500}=0,0067$

b) P(chip defectuoso)=$P(T<100)=$

$=1-e^{-0,01x100}=0,6321$

X=nºchips defectuosos en una caja de 50

$X \sim B(n=50,p=0,6321)$

$P(X>1) = 1 - P(X\leq 1) = 1 - (1-0,6321)^{50} +$
$+50x0,6321x(1-0,6321)^{49} \approx 1$