# Examen del bloque 2 de SIN: Test (1,75 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 13 de enero de 2022

**Grupo, apellidos y nombre:** 2,

Marca cada recuadro con una única opción. Puntuación: $\max(0, (\text{aciertos} - \text{errores} / 3) \cdot 1,75 / 9)$.

1 $\boxed{\text{C}}$ Dados los siguientes 3 nodos de un árbol de clasificación con muestras pertenecientes a 3 clases:

| $c$ | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 5 | 5 |
| 3 | 1 | 1 | 4 |

donde cada fila indica el número de muestras de cada clase en el nodo. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es cierta?

A) $\mathcal{I}(n_1) < \mathcal{I}(n_3) < \mathcal{I}(n_2)$
B) $\mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_3) < \mathcal{I}(n_1)$
C) $\mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_1) < \mathcal{I}(n_3)$
D) $\mathcal{I}(n_1) < \mathcal{I}(n_2) < \mathcal{I}(n_3)$

2 $\boxed{\text{C}}$ Dado el clasificador en 2 clases definido por sus vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, -3, 1, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0, 2)^t$ en notación homogénea, ¿cuál de los siguientes conjuntos de vectores **no** define un clasificador equivalente al dado?

A) $\mathbf{w}_1 = (1, -3, 1, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (1, 1, 0, 2)^t$
B) $\mathbf{w}_1 = (0, -9, 3, 3)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 3, 0, 6)^t$
C) $\mathbf{w}_1 = (0, 6, -2, -2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, -2, 0, -4)^t$
D) $\mathbf{w}_1 = (1, -9, 3, 3)^t$, $\mathbf{w}_2 = (1, 3, 0, 6)^t$

3 $\boxed{\text{B}}$ En un problema de razonamiento probabilístico correspondiente a desplazamientos por carretera, con las variables aleatorias de interés: Climatología ($C$):{despejado (DES), nublado (NUB), lluvioso (LLU)}; Luminosidad ($L$):{dia (DIA), noche (NOC)}; Seguridad ($S$):{seguro (SEG), accidente (ACC)}. La probabilidad conjunta de las tres variables viene dada en la tabla:

| | DIA | | | NOC | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P(s, l, c)$ | DES | NUB | LLU | DES | NUB | LLU |
| SEG | 0.32 | 0.23 | 0.05 | 0.11 | 0.07 | 0.08 |
| ACC | 0.03 | 0.01 | 0.03 | 0.01 | 0.03 | 0.03 |

La probabilidad condicional $P(S = \text{ACC} \mid L = \text{NOC}, C = \text{NUB})$ es:

A) 0.140
B) 0.300
C) 0.030
D) 0.100

4 $\boxed{\text{A}}$ Supóngase que estamos aplicando el algoritmo Perceptrón, con factor de aprendizaje $\alpha = 1$ y margen $b = 0.1$, a un conjunto de 3 muestras bidimensionales de aprendizaje para un problema de 2 clases. Tras procesar las primeras 2 muestras se han obtenido los vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, -1, -1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 1)^t$. A continuación, se procesa la última muestra $(\mathbf{x}_3, c_3)$ y se obtienen los vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (1, 0, 3)^t$, $\mathbf{w}_2 = (-1, 0, -3)^t$, ¿cuál de las siguientes es esa última muestra?

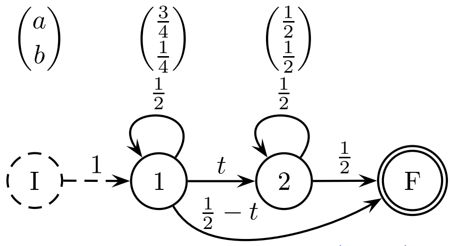
A) $((1, 4)^t, 1)$

B) $((5, 4)^t, 1)$

C) $((3, 2)^t, 1)$

D) $((4, 5)^t, 2)$

5 $\boxed{\text{C}}$ Sea $M$ el modelo de Markov representado a la derecha, donde $t$, $0 < t < \frac{1}{4}$, denota la probabilidad de transición del estado 1 al 2. Dada la cadena $x = \texttt{abb}$, la probabilidad de generar $x$ mediante el camino $122F$, $P(\texttt{abb}, 122F)$, depende de $t$. Análogamente, la probabilidad de generar $x$ mediante el camino $111F$, $P(\texttt{abb}, 111F)$, también depende de $t$ (a través de la probabilidad de transición del estado 1 al $F$). Indica en qué caso $P(\texttt{abb}, 111F) > P(\texttt{abb}, 122F)$:




$P(\texttt{abb}, 111F) = 1\frac{3}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} - t\right)$

$P(\texttt{abb}, 122F) = 1\frac{3}{4}t\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$

$P(\texttt{abb}, 111F) > P(\texttt{abb}, 122F) \rightarrow t < \frac{1}{10}$

A) Nunca.

B) Si y solo si $0 < t < \frac{1}{20}$.

C) Si y solo si $0 < t < \frac{1}{10}$.

D) Siempre, es decir, $0 < t < \frac{1}{4}$.

6 $\boxed{\text{A}}$ La probabilidad de error de un clasificador se estima que es del 3%. Determina cuál es el número mínimo de muestras de test necesario, $M$, para conseguir que el intervalo de confianza al 95% de dicho error no supere el $\pm 1\%$; esto es, $I = [2\%, 4\%]$: $M = 1118$

A) $M < 2000$.

B) $2000 \leq M < 3500$.

C) $3500 \leq M < 5000$.

D) $M \geq 5000$.

7 $\boxed{\text{C}}$ Sea $M$ un modelo de Markov de conjunto de estados $Q = \{1, 2, F\}$ y alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Durante la aplicación de una iteración del algoritmo de reestimación por Viterbi, se ha obtenido un par "(cadena, camino más probable)" por cada cadena de entrenamiento. Seguidamente, a partir de todos los pares obtenidos, se han obtenido las cuentas (frecuencias absolutas) de transición entre estados mostradas en la tabla a la derecha. La normalización *correcta* de estas cuentas resultará en la tabla de probabilidades de transición entre estados:

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 4 |

A)

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{6}$ |
| 2 | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{6}$ |

B)

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |
| 2 | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{4}{12}$ |

C)

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ |
| 2 | $\frac{2}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{4}{7}$ |

D)

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ |
| 2 | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{4}{4}$ |

8 $\boxed{\text{B}}$ Se tiene una partición de un conjunto de datos 3-dimensionales en un número de clústers dado, $C \geq 2$. Considérese la transferencia del dato $\mathbf{x} = (4, 5, 2)^t$ de un clúster $i$ a otro $j$, $j \neq i$. Se sabe que el clúster $i$ contiene 3 datos (contando $\mathbf{x}$) y el $j$ 2. Asimismo, se sabe que la media del clúster $i$ es $\mathbf{m}_i = (10, 8, 4)^t$ y la del $j$ $\mathbf{m}_j = (7, 7, 1)^t$. Si se realiza dicha transferencia, se producirá un incremento de la suma de errores cuadráticos, $\Delta J$, tal que: $\Delta J = -64.2$

A) $\Delta J < -70$

B) $-70 \leq \Delta J < -30$

C) $-30 \leq \Delta J < 0$

D) $\Delta J \geq 0$

9 $\boxed{\text{A}}$ Dado el siguiente conjunto de datos utilizado para entrenar un árbol de clasificación con 5 muestras bidimensionales que pertenecen a 2 clases:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_{n1}$ | 5 | 4 | 5 | 4 | 3 |
| $x_{n2}$ | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 |
| $c_n$ | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 |

¿Cuántas particiones diferentes se podrían generar en el nodo raíz? No consideres aquellas particiones en que todos los datos se asignan al mismo nodo hijo.

A) 4

B) 2

C) 3

D) 5

# Examen del bloque 2 de SIN: Problemas (2 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 13 de enero de 2022

**Grupo, apellidos y nombre:** 2,

## Problema sobre Forward y Viterbi

Sea $M$ un modelo de Markov de conjunto de estados $Q = \{1, 2, F\}$; alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$; probabilidades iniciales $\pi_1 = \frac{1}{2}, \pi_2 = \frac{1}{2}$; y probabilidades de transición entre estados y de emisión de símbolos:

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | $\frac{2}{6}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{2}{6}$ |
| 2 | $\frac{1}{7}$ | $\frac{3}{7}$ | $\frac{3}{7}$ |

| $B$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| 1 | $\frac{3}{6}$ | $\frac{3}{6}$ |
| 2 | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{4}$ |

Sea x=`ab`. Se pide:

1. $(0,75$ puntos) Realiza una traza del algoritmo *Forward* para obtener la probabilidad con la que $M$ genera la cadena $x$, $P_M(x)$.
2. $(0,75$ puntos) Realiza una traza del algoritmo de *Viterbi* para obtener la aproximación de Viterbi a la probabilidad con la que $M$ genera la cadena $x$, $\tilde{P}_M(x)$.
3. $(0,25$ puntos) A partir de la traza realizada en el apartado anterior, determina un camino más probable con el que $M$ genera $x$.
4. $(0,25$ puntos) Determina la probabilidad con la que $M$ genera $x$ siguiendo un camino distinto al más probable determinado en el apartado anterior.

Solución:

1. *Forward:* $P_M(x) = 859/14112 = 0.06087$

| | a | b | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/4 | 17/336 | |
| 2 | 1/8 | 23/224 | |
| F | | | 859/14112 |

2. Viterbi: $\tilde{P}_M(x) = 3/112 = 0.02679$

| | a | b | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/4 | 1/24 | |
| 2 | 1/8 | 1/16 | |
| F | | | 3/112 |

3. Camino más probable: $12F$
4. $P_M(x) - \tilde{P}_M(x) = 180/5281 = 0.03408.$