(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 **(1 punto)**

Enumere las primeras 10 palabras en orden canónico del lenguaje $(a + \lambda)(bb + a)^* + bb^*$

Solución:

$\lambda, a, b, aa, bb, aaa, abb, bba, bbb, aaaa$

Cuestión 2 **(1 punto)**

Obtenga una expresión regular para el lenguaje:

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \ : \ ab \notin Seg(x) \vee ba \in Seg(x)\}$$

Solución:

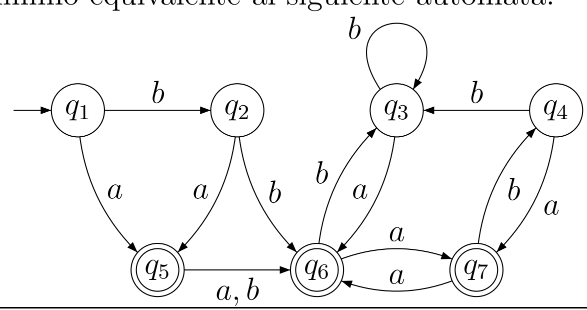
Expresiones correctas son:

$b^*a^* + (a + b)^*ba(a + b)^*$

$b^*a^* + a^*bb^*a(a + b)^*$

Cuestión 3 **(3 puntos)**

Obtener el AFD mínimo equivalente al siguiente autómata:



Solución:

A partir de la partición inicial del conjunto de estados considerando la pertenencia de estos al conjunto de estados finales:

$$\pi_0 = \{\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{q_5, q_6, q_7\}\},$$

Una traza del algoritmo de minimización de Moore para el autómata del ejercicio es la siguiente:

	π_0	a	b
$[1]_{\pi_0}$	q_1	$[5]_{\pi_0}$	$[1]_{\pi_0}$
	q_2	$[5]_{\pi_0}$	$[5]_{\pi_0}$
	q_3	$[5]_{\pi_0}$	$[1]_{\pi_0}$
	q_4	$[5]_{\pi_0}$	$[1]_{\pi_0}$
$[5]_{\pi_0}$	q_5	$[5]_{\pi_0}$	$[5]_{\pi_0}$
	q_6	$[5]_{\pi_0}$	$[1]_{\pi_0}$
	q_7	$[5]_{\pi_0}$	$[1]_{\pi_0}$

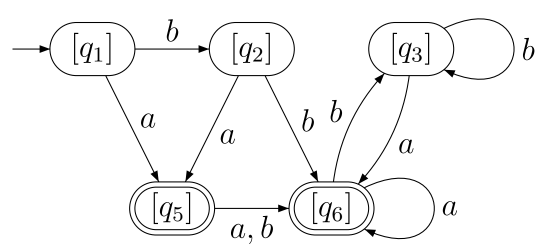
$$\pi_1 = \{\{q_1, q_3, q_4\}, \{q_2\}, \{q_5\}, \{q_6, q_7\}\}$$

	π_1	a	b
$[1]_{\pi_1}$	q_1	$[5]_{\pi_1}$	$[2]_{\pi_1}$
	q_3	$[6]_{\pi_1}$	$[1]_{\pi_1}$
	q_4	$[6]_{\pi_1}$	$[1]_{\pi_1}$
$[2]_{\pi_1}$	q_2	$[5]_{\pi_1}$	$[6]_{\pi_1}$
$[5]_{\pi_1}$	q_5	$[6]_{\pi_1}$	$[6]_{\pi_1}$
$[6]_{\pi_1}$	q_6	$[6]_{\pi_1}$	$[1]_{\pi_1}$
	q_7	$[6]_{\pi_1}$	$[1]_{\pi_1}$

$$\pi_2 = \{\{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3, q_4\}, \{q_5\}, \{q_6, q_7\}\}$$

	π_2	a	b
$[1]_{\pi_2}$	q_1	$[5]_{\pi_2}$	$[2]_{\pi_2}$
$[2]_{\pi_2}$	q_2	$[5]_{\pi_2}$	$[6]_{\pi_2}$
$[3]_{\pi_2}$	q_3	$[6]_{\pi_2}$	$[3]_{\pi_2}$
	q_4	$[6]_{\pi_2}$	$[3]_{\pi_2}$
$[5]_{\pi_2}$	q_5	$[6]_{\pi_2}$	$[6]_{\pi_2}$
$[6]_{\pi_2}$	q_6	$[6]_{\pi_2}$	$[3]_{\pi_2}$
	q_7	$[6]_{\pi_2}$	$[3]_{\pi_2}$

con lo que el autómata mínimo equivalente es el siguiente:

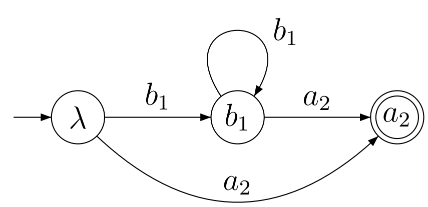


Cuestión 4 (3 puntos)

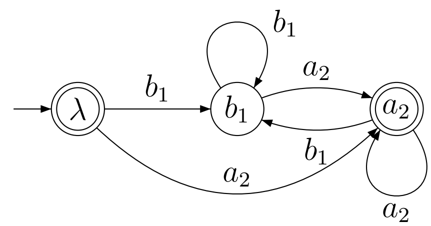
Obtener los autómatas de posición y *follow* de la expresión $\alpha = (b^*a)^*b$

Solución:

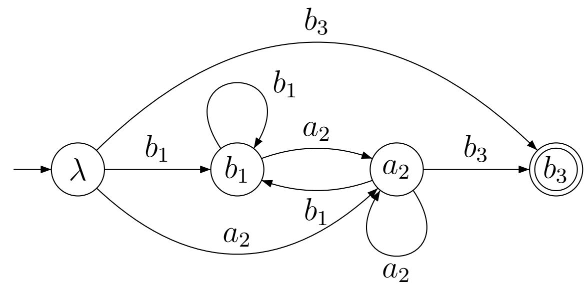
Considerando la expresión linearizada $\overline{\alpha} = (b_1^* a_2)^* b_3$, el autómata local estandar para la subexpresión $b_1^* a_2$ es el siguiente:



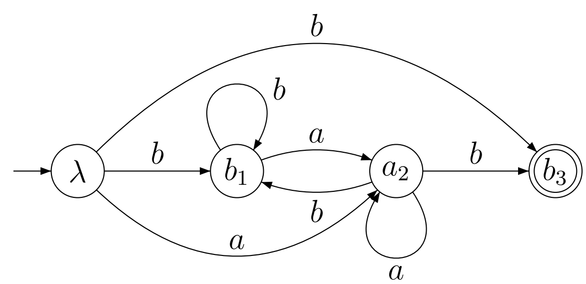
el autómata local estandar para la subexpresión $(b_1^* a_2)^*$ es el siguiente:



el autómata local estandar para $\overline{\alpha}$ es el siguiente:



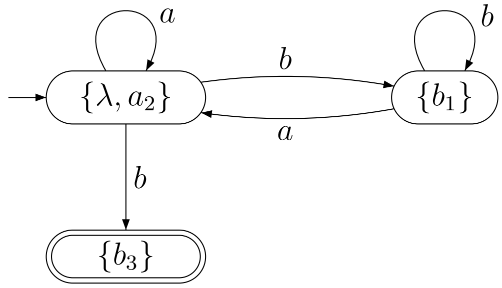
y el autómata de posición para α el siguiente:



La relación $follow$ para este autómata se resume en la siguiente tabla:

	$\in F$	$sucesores$
λ	F	$\{b_1, a_2, b_3\}$
b_1	F	$\{b_1, a_2\}$
a_2	F	$\{b_1, a_2, b_3\}$
b_3	T	$\emptyset$

con lo que el autómata follow es el mostrado a continuación:



Cuestión 5 **(2 puntos)**

Para cualquier palabra $x \in \{a, b\}^*$ se define la operación $Q(x)$ como la que elimina los símbolos b de x en caso que x contenga el segmento aa y que devuelve la misma palabra en caso contrario. La operación $Q(x)$ se extiende de forma natural a lenguajes como:

$$Q(L) = \{Q(x) \ : \ x \in L\}$$

¿Es cierto que, si L es cualquier lenguaje regular, se cumple que $Q(L)$ también lo es?

Solución:

La afirmación es cierta. La operación puede describirse como:

$$Q(x) = h(L \cap L_{aa}) \cup (L \cap \overline{L_{aa}})$$

donde el lenguaje L_{aa} es el representado por la expresión regular:

$$(a + b)^* aa(a + b)^*$$

y el homomorfismo h el definido como sigue:

$$\begin{cases} h(a) = a \\ h(b) = \lambda \end{cases}$$

.

Al ser todas las operaciones cerradas en la clase de los lenguajes regulares, la operación $Q(x)$ es cerrada al resultar de la composición de estas.

Evaluación del laboratorio

Ejercicio 1 **(1 punto)**

Diseñe un módulo *Mathematica* que, dado un AFD A y una palabra x, devuelva el prefijo más largo de x que pertenece a $L(A)$ y *False* en caso que ninguno pertenezca a $L(A)$.

Solución:

```
PrefinLA[A_,x_] := Module[{q,sol,s},
q = A[[4]];
sol = False;
For[s = 1, s <= Length[x], s++,
  l = Cases[A[[3]],{q,x[[s]],_}];
  If[l == {}, Return[sol]];
  q = l[[1,3]];
  If[MemberQ[A[[5]], q], sol = Take[x,s]];
];(* for s *)
Return[sol]
]
```

Funciones *Mathematica* útiles

- `Length[l1]`: Devuelve la longitud de la lista.
- `Join [l1, l2]`: Concatena dos listas.
- `Union[l1, l2]`: Devuelve una lista con los elementos que se encuentran en l1 o l2 y los ordena.
- `Intersection[l1, l2]`: Devuelve una lista con los elementos comunes a l1 y l2
- `Complement[l1, l2]`: Devuelve una lista con los elementos de l1 que no estan en l2.
- `Sort[l1]`: Devuelve l1 ordenada de menor a mayor (no actualiza l1).
- `Reverse[l1]`: Devuelve el reverso de l1.
- `RotateRight[l1]`: Devuelve l1 con los elementos desplazados un lugar a la derecha (el último pasa a ser el primero).
- `RotateLeft[l1]`: Idéntico al anterior pero desplazando hacia la izquierda
- `First[l1]`: Devuelve el primer elemento de la lista.
- `Rest[l1]`: Lista l1 sin el primer elemento.
- `Drop[l1, n]`: Devuelve la lista sin los primeros n elementos.
- `Take[l1, n]`: Devuelve los primeros n elementos de la lista.
- `Append[l1, x]`: Añade el elemento x al final.
- `Prepend[l1, x]`: Añade el elemento x al comienzo.
- `AppendTo[l1, x]`, `PrependTo[l1, x]`: Idénticas a las anteriores pero actualizan la lista.
- `Position[l1,x]`: Devuelve una lista con las posiciones de x en l1.
- `MemberQ[l1,x]`: Devuelve True si x pertenece a l1 y False si no.
- `Cases[lista, patrón]`: Devuelve una lista con los elementos de lista que concuerdan con patrón. El patrón puede contener el símbolo _ (subrayado), que se sustituye por cualquier símbolo.