PROBLEMAS UD 4

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Parte 1: DISTRIBUCIONES DISCRETAS

1) Una variable tiene la siguiente pauta de distribución de probabilidad:

X	1	2	3	4	5	6
P(X = x)	2/9	1/9	3/9	2/9	0	1/9

Calcular:
a) P (X = 9) b) P (X > 3) c) E(X) d) E(5X+3)

2) La siguiente tabla muestra la función de probabilidad de la variable X: número de personas por día que entran en un bar y piden una copa de vino.

X	0	1	2	3	4	5	> 5
P(X = x)	0.01	0.1	0.3	0.4	0.1	???	0

Calcular:
a) P (X = 5) b) P (X ≤ 2) c) P (X < 2) d) P (X > 3) e) E(X) f) Varianza de X

3) Un juego consiste en lanzar dos dados. Si la suma del resultado de ambos dados es mayor o igual a 10, el jugador gana 300 euros. Si la suma es 7, 8 o 9, gana 100 euros y en el resto de casos, el jugador pierde el importe de la apuesta. ¿Cuál debería ser este importe para que la pérdida esperada por día sea de 100 euros?

4) Un laboratorio farmacéutico desarrolla una nueva sustancia activa para aliviar el dolor de espalda. El laboratorio afirma que e efectivo en el 90% de los casos. La sustancia se prueba en 4 pacientes. Si X es el número de pacientes que obtienen alivio con esta sustancia,

a) Obtener la función de probabilidad de X, considerando la hipótesis de que el laboratorio tenga razón.
b) Calcular P (X ≤ 1)
c) Si este medicamento no alivia el dolor de ninguno de los 4 pacientes, ¿es ésta razón suficiente para dudar de la eficiencia argumentada por el laboratorio? Discutir este tema en base a cálculo de probabilidades.
d) Calcular la media. Interpretar el valor de la media.

5) Un empresario compra un cierto tipo de equipos usados a 100 € y, después de algunas reparaciones que cuestan 25 €, los revende a 220 €. Si el equipo vendido resulta ser defectuoso, el empresario tiene que devolver el importe al cliente y pagar una indemnización de 100 €. Se sabe que el 20% de los equipos que el empresario compra son defectuosos. Para determinar si el equipo es defectuoso o no, antes de venderlo, el empresario tiene la posibilidad de llevar a cabo un test que diagnostica su estado (defectuoso o correcto), pero tiene cierta probabilidad de error (P). El empresario no venderá el equipo si es defectuoso según este test, aunque dicho test puede equivocarse en algunos casos. Determinar el coste máximo (C) que el empresario debería pagar por este test, en función de P, de modo que sea rentable llevar a cabo el test.

6) Una empresa realiza envíos de las órdenes de compra de los clientes con un retraso menor de una semana en el 95% de los casos, lo cual se considera satisfactorio. Las quejas de ciertos clientes sugieren que el porcentaje de retraso podría haber incrementado, y el director decide estudiar si esto es cierto. Para estudiar este asunto, se seleccionan 10 órdenes de compra al azar. Si más de una sufre un retraso mayor de una semana, el proceso de producción se verifica. ¿Cuál es la probabilidad de verificar el proceso sin que exista necesidad de ello?

7) De acuerdo a datos previos registrados, el número medio de accidentes mortales ocurridos durante los fines de semana en las carreteras de una cierta región es de 3. Calcular la probabilidad de que no haya accidentes mortales en una cierta semana.

8) Si un ingeniero informático comete un error de media por cada 1000 líneas de código generadas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 2 errores en un programa con 3000 líneas de código?

9) Una compañía de seguros sabe que la probabilidad de que una persona muera por accidente de trabajo un cierto año es 0,00003. Si la compañía tiene 180.000 seguros de vida de este tipo (que sólo cubren la muerte por accidente laboral) y el importe de las indemnizaciones son 5.000 euros por accidente de trabajo mortal,

a) ¿Cuál es la probabilidad de tener que pagar un año 20.000 euros o más a causa de este tipo de pólizas de seguro?
b) ¿Qué cantidad de dinero debería tener en depósito la compañía durante un año para poder ser capaz de pagar este tipo de pólizas con una probabilidad del 90%?

10) Una fábrica que elabora bolígrafos produce de media dos bolígrafos defectuosos por cada 85 unidades. Si los bolígrafos se empaquetan en cajas de 170 unidades, ¿cuál es la probabilidad de encontrar dos cajas con todos los bolígrafos correctos en 7 cajas extraídas aleatoriamente?

11) Una empresa vende mecheros a bajo precio, de modo que un 20% de ellos son defectuosos. Estos mecheros se venden en el mercado en envases de 4 unidades y en cajas de 10 paquetes.

a) Si se extrae aleatoriamente un envase, ¿cuál es la probabilidad de encontrar dos o más mecheros defectuosos?
b) Si se extrae al azar una caja, ¿cuál es la probabilidad de encontrar tres o menos mecheros defectuosos?
c) Si se extrae al azar una caja, ¿cuál es la probabilidad de encontrar tres envases sin mecheros defectuosos?

12) Una fábrica registra el número de accidentes sufridos por sus trabajadores en una semana. Esta variable sigue una distribución de Poisson con parámetro $\lambda=2$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra algún accidente en una semana?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran 4 accidentes en dos semanas?
c) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran 2 accidentes en una semana y otros dos accidentes adicionales en la siguiente semana?

Parte 2: DISTRIBUCIONES CONTINUAS: uniforme, exponencial...

13) Una variable continua sigue una distribución uniforme: X ~ U (10; 20). Si se dibuja un diagrama box-whisker con muchos datos de esta variable, ¿qué forma tendría? Dibujar dicho diagrama.

14) El tiempo de espera hasta ser atendido en una tienda es una variable aleatoria con distribución exponencial de media 3 minutos. Si se construye un diagrama box-whisker con muchos datos de esta variable, ¿qué forma tendría? Dibujar este diagrama, después de calcular los cuartiles, mediana y extremo del bigote derecho.

15) Una distribución exponencial de media 3 minutos tiene una mediana de 2,08. Dado que la media es mayor que la mediana, esto implica que la distribución tiene una asimetría positiva. ¿Esta afirmación es verdadera o falsa?

16) La longitud de una cierta pieza sigue una distribución determinada por la siguiente función de densidad f(x). Las piezas cuya longitud está comprendida entre 1,5 y 2,1 se consideran correctas.

$$f(x) = \begin{cases} k & 1 \le x \le 2 \\ k - (x-2)^2 & 2 \le x \le 2.5 \\ 0 & \text{otros valores} \end{cases}$$

a) Obtener el valor de la constante k.
b) Obtener la proporción de piezas correctas.

17) Una variable aleatoria continua X sigue una distribución cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k(1+x^2) & x \in [0,\ 3] \\ 0 & x \notin [0,\ 3] \end{cases}$$

a) Obtener el valor de la constante k.
b) Calcular la probabilidad de que X pertenezca al intervalo [1, 2].
c) Calcular la probabilidad de que X sea inferior a 1.
d) Sabiendo que X es superior a 1, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 2?

18) La vida de una lámpara, X (horas) es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad: $f(x) = 0.001 \cdot e^{-0.001 \cdot x}$ siendo x>0. Si se selecciona al azar una lámpara que ha estado funcionando durante 500 horas, ¿cuál es la probabilidad de que funcione más de 1.000 horas?

19) Una cierta variable aleatoria X está definida para valores x < a, siendo f(x) su función de densidad. ¿Qué es lo que se obtendría con la siguiente expresión? (sólo una respuesta es verdadera)

$$\int_{-\infty}^{a} x \cdot f(x)\ dx$$

a) El valor de la función de distribución para x=a
b) El valor de la desviación típica de X
c) Esta expresión siempre valdrá uno.
d) El valor medio de X.

20) Se lleva a cabo un estudio sobre la duración de llamadas de teléfono recibidas en cierto negocio. La función de densidad de esta variable es la siguiente. Obtener la media.

$$f(x) = \begin{cases} 0.5 \cdot e^{-x/2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

21) Una variable aleatoria continua tiene la siguiente función de densidad. Obtener su media.

$$f(x) = \begin{cases} x - 0.5 & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & otros\ valores \end{cases}$$

22) Obtener la varianza de la variable aleatoria definida por esta función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1/2\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & otros\ valores \end{cases}$$

23) Un departamento comercial quiere estudiar el porcentaje de tiempo que un cierto ordenador se está utilizando a lo largo de distintas semanas. Asumiendo que el porcentaje de uso sigue la función de densidad indicada a continuación, obtener la media y la varianza.

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & otros\ valores \end{cases}$$

24) Obtener el valor medio de una variable X definida por esta función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x/5 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1/5 & 1 \leq x \leq 5 \\ (6-x)/5 & 5 \leq x \leq 6 \\ 0 & otros \end{cases}$$

25) La variable aleatoria X: tiempo de funcionamiento (años) de un equipo hasta el fallo, sigue una distribución exponencial con una media de 6 meses.

a) Obtener la función de densidad de X.
b) Obtener la desviación típica.
c) Calcular la probabilidad de que el equipo funcione al menos un año.

26) El tiempo entre fallos (X) de una máquina sigue una distribución exponencial, siendo E(X) = 200 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran más de 200 horas sin que ocurra ningún fallo?

27) Si el tiempo de vida de un componente eléctrico sigue una distribución exponencial, siendo la media 100 horas, ¿cuál es la probabilidad d que transcurran más de 200 horas sin ningún fallo?

28) Se sabe que el tiempo de vida de un sistema informático sigue una distribución exponencial con una media de 8 años.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de vida esté entre 3 y 12 años?
b) Si dicho sistema informático ha estado trabajando durante 10 años sin fallar, ¿cuál es la probabilidad de que continúe funcionando otros 15 años adicionales?

29) La duración X de ciertos componentes electrónicos fluctúa aleatoriamente, verificándose que Prob (X > x) = $e^{-\alpha \cdot x}$. Estos componentes tienen una duración media de 400 horas. ¿Qué porcentaje de ellos funcionarán más de 400 horas?

30) La duración T de ciertos componentes electrónicos fluctúa aleatoriamente, verificándose que P (T > t) = $e^{-\alpha \cdot t}$. En el 50% de los casos, la duración es inferior a 100 horas.

a) Si un sistema está formado por dos componentes dispuestas en paralelo, calcular la probabilidad de que este sistema funcione más de 100 horas.
b) Lo mismo, pero si las componentes se disponen en serie.

31) El personal de una consultoría emplea una estación de trabajo para llevar a cabo cierto tipo de cálculos técnicos. El tiempo que cada empleado requiere en una sesión es de 20 minutos de media. Si este tiempo sigue una distribución exponencial,

a) Calcular la probabilidad de que un empleado tarde menos de 20 minutos en una sesión.
b) Un empleado va a usar la estación de trabajo pero está ocupada por alguien que la ha estado utilizando durante 30 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga que esperar más de 10 minutos hasta que pueda utilizarla?

32) La duración de cierto componente electrónico sigue una distribución exponencial con una media de 1.000 horas. Si un componente de este tipo ha estado funcionando durante 300 horas, ¿cuál es la probabilidad de que funcione durante otras 700 horas adicionales?

33) Un mecanismo está formado por dos componentes electrónicos de idénticas características, A y B, ensamblados en serie. La duración (horas) de funcionamiento de estos componentes fluctúa aleatoriamente siguiendo una distribución exponencial de parámetro z. Si se requiere que el mecanismo tenga una fiabilidad del 99,4% después de "t" horas de trabajo, ¿qué fiabilidad se necesita a las "t" horas de trabajo para cada uno de los dos componentes?

Parte 3: DISTRIBUCIÓN NORMAL

34) Si Z es una variable con una distribución normal tipificada N(0, 1), calcular:

a) P (Z < 1.85) b) P (Z < -1.85) c) P(1 < Z < 1.85)
d) P (-1.85 < Z < -1) e) P (-1 < Z < 1.85)

35) Si X es una variable aleatoria con distribución N (5, 2), calcular:

a) P (1 <X< 8) b) P (X<1) c) P (X < -1)

36) Una empresa fabrica resistencias eléctricas con unos límites de tolerancia de 40 ± 0.5 Ω. Si la resistencia está fuera de este intervalo, se considera defectuosa. Si la resistencia se distribuye Normalmente con una media de 39,5 y una desviación típica de 0,2, calcular el porcentaje de resistencias defectuosas.

37) Una compañía elabora ciertas piezas para motores eléctricos. El peso es un parámetro de calidad clave. La compañía quiere rechazar el 3% de piezas con el menor peso, y el 3% de piezas con el mayor peso. Si el peso medio es de 4,72 kg, la desviación típica es 0,006 kg y la distribución es Normal, calcular el máximo y el mínimo peso de piezas que será puesto a la venta.

38) Se asume que el peso (kg) de los estudiantes de una universidad sigue una distribución N (69, 6). ¿Cuál es el valor L que cumple: P(X > L) = 0,9 ?

39) El coeficiente intelectual de los estudiantes de cierto colegio sigue un modelo normal, de modo que P(X>1,4) = 0,1056 y P(X>1) = 0,4013. Calcular los parámetros de la distribución.

40) Una variable X con distribución Normal cumple estas dos condiciones: P(X<15) = 0,1 y P(X<20) = 0,95.

a) Calcular P(X<13)
b) Calcular un valor “a” que cumpla: P(X<a) = 0.05
c) Calcular un valor “b” que cumpla: P(X>b) = 0.5

41) La señal recibida por un monitor de ordenador se considera apropiada si la desviación entre el voltaje observado y el valor teórico no supera los 10 voltios. Las desviaciones observadas siguen un modelo Normal de media cero y desviación típica 5. Calcular el porcentaje de señales recibidas por el monitor que se consideran apropiadas.

42) En un sistema binario la información se transmite por medio de señales eléctricas en voltios. Cuando la señal es de 2 voltios ésta se codifica como bit 0, y cuando es de 3 voltios se codifica como 1. El voltaje recibido no es siempre 2,00 ni 3,00 debido a la presencia de ruido aleatorio en el circuito. Este ruido puede modelizarse con un modelo Normal que se denomina ruido Gaussiano. Se asume que en este caso el ruido es Gaussiano de media N=0 y desviación típica 0,22. La señal se codifica como bit 0 si el voltaje recibido es menor que 2,6 mientras que se codifica como bit 1 si el voltaje recibido es mayor o igual a 2,6. Calcular:

a) Probabilidad de que el bit se reconozca como 1 cuando se ha transmitido como bit 0.
b) Probabilidad de que el bit se reconozca como 0 cuando se ha trasmitido como bit 1.

43) El tiempo medio que necesita un ordenador para ejecutar un algoritmo complejo es de 2,52 minutos y la desviación típica es de 0,37 minutos. Asumiendo que este tiempo se distribuye Normalmente, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo esté entre 2 y 4 minutos? ¿Cuál es la probabilidad de que la diferencia en valor absoluto entre el tiempo de ejecución y la media sea menor o igual a un minuto?

44) El ruido producido por un motor sigue una distribución Normal de media 90,4 decibelios y varianza 5,8 decibelios^2. Si se toma la media de dos medidas, ¿cuál sería la distribución?

45) Un ingeniero químico está diseñando una planta petroquímica. Cuatro actividades (A, B, C y D) necesitan llevarse a cabo secuencialmente y sin solapamiento. La duración de estas actividades (en días) se asume que son variable aleatorias independientes con una distribución Normal: A: N(50, 5); B: N(20, 3); C: N(70, 10); D: N(40, 4). ¿Cuál es la probabilidad de llevar a cabo las cuatro actividades con una duración menor a 200 días?

46) El diámetro de ciertos ejes fabricados por un sistema mecánico se distribuyen Normalmente con una media de 3,81 cm y una desviación típica de 0,051. Las arandelas de estos ejes tienen un diámetro interior distribuido Normalmente con una media de 3,942 cm y una desviación típica de 0,025. Si se toma aleatoriamente un eje y una arandela, ¿cuál es la probabilidad de que el diámetro del eje sea mayor que el diámetro interior de la arandela?

47) El peso neto de un paquete es una variable aleatoria N (20, 2) y el peso del embalaje es una variable aleatoria N (1, 0.2). Si se cargan 13 paquetes (convenientemente embalados) sobre una estructura de madera que pesa 50 kg, ¿cuál es la probabilidad de que el peso total sea superior a 300 kg?

48) El diámetro de los tornillos de una caja, medidos en cm, siguen una distribución N (2, 0,03) y el diámetro interior de las tuercas, en otra caja, siguen una distribución N (2,02; 0,04). Un tornillo ajusta dentro de una tuerca si el diámetro interior de la tuerca es superior al diámetro del tornillo y la diferencia entre ambos diámetros no es superior a 0,05 cm. Si se seleccionan al azar un tornillo y una tuerca, ¿cuál es la probabilidad de que encajen?

49) En un examen de selectividad los alumnos del colegio A obtuvieron notas con una distribución N (625, 10), y los del colegio B obtuvieron notas con distribución N (600, 12,25). Si dos alumnos del colegio A y tres alumnos del B realizaron este examen, ¿cuál es la probabilidad de que la media de las dos notas de los alumnos del colegio A sea superior a la nota media de los tres alumnos del colegio B?

50) El parámetro de calidad de cierta pieza fabricada por una empresa se distribuye Normalmente con una media de 150 y una varianza de 0,16. Las piezas se consideran correctas si este parámetro está entre 149,2 y 150,4.

a) Si un paquete contiene 10 piezas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar al menos 9 piezas correctas?
b) Si un paquete contiene 100 piezas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar al menos 90 piezas correctas?

51) La resistencia eléctrica de las bombillas fabricadas por una empresa se distribuyen Normalmente con $\mu = 2000$ y $\sigma=200$. Estas bombillas se empaquetan en lotes de 100 unidades. Una bombilla se considera defectuosa si su resistencia es inferior a 1900. El lote se considera de baja calidad si 20 o más bombillas son defectuosas. Si se toma al azar un lote, ¿cuál es la probabilidad de que sea de baja calidad?

52) Una máquina elabora piezas cuya longitud sigue una distribución Normal. Se sabe que el 6,68% de las piezas tienen una longitud superior a 10 cm, y el 15,87% de las piezas tienen una longitud inferior a 5 cm. Se considera que la pieza es correcta si su longitud está comprendida entre 3 y 12 cm. Calcular el porcentaje de piezas defectuosas fabricadas por esta máquina.

53) El peso de cierto tipo de recipientes a presión para productos gaseosos sigue una distribución Normal de media 6 kg y desviación típica 1 kg. El peso del gas en el interior del recipiente es una variable aleatoria Normal, independiente del peso del recipiente, cuya media es 13 kg y la desviación típica 1,5 kg. El recipiente lleno se transporta sobre una plataforma de seguridad que pesa 86,94 kg, la cual se carga en un montacargas. Calcular la probabilidad de que se supere la carga máxima del montacargas que es de 100 kg.

54) Un elevador cuya carga máxima es de 100 kg transporta 3 sacos de cemento colocados sobre una plataforma de madera. El peso de cada saco sigue una distribución Normal N (20; 0,5) kg. ¿Cuál debería ser el peso máximo de la plataforma para que se exceda el peso total cargado en el elevador sólo en el 5% de los casos?

55) El tiempo de ejecución de cierto algoritmo sigue una distribución Normal N (m, σ). Obtener los parámetros de la distribución si $m = 5\cdot\sigma$ y $P(X<6) = 0{,}84134$.

56) Una empresa envía cada semana (45 veces al año) las facturas a un cliente por fax. El tiempo de transmisión por fax sigue una distribución N (168; 5) segundos. Obtener el número medio de veces al año en que el tiempo de transmisión estará entre 165 y 175 segundos.

57) Una red informática recibe 4489 llamadas por minuto en promedio. El número de llamadas por minuto, X, sigue una distribución de Poisson. La red se satura de llamadas cuando X es superior a 4600. ¿Cuál es la probabilidad de que exista saturación en un cierto minuto?

58) Una compañía que elabora mesas de oficina tiene dos líneas de producción (A y B). En la línea A, la altura de las mesas (cm) fluctúa según una distribución Normal N (75; 1,2), y en la línea B, la altura sigue un modelo N (77; 0,9). Si se selecciona al azar una mesa de cada línea, ¿cuál es la probabilidad de que la mesa de la línea A sea más alta que la mesa de la línea B?

59) El tiempo requerido por un ordenador para ejecutar un algoritmo complejo sigue una distribución Normal de media 2,52 minutos y desviación típica 0,37 minutos.

a) Calcular la probabilidad de que el tiempo esté entre 2 y 4 minutos.
b) Calcular la probabilidad de que la diferencia (en valor absoluto) entre el tiempo de ejecución y la media sea inferior a 1 minuto.

60) En un cierto día, un grupo de 180 personas está haciendo cola en un banco para pagar ciertos impuestos. El importe no es el mismo para cada contribuyente, pero la media por persona es de 85 euros y la desviación típica es de 12,3 euros. ¿Cuál es la probabilidad de que el banco haya recibido en ese día en total más de 15.000 euros?

61) Una tienda informática estima que, durante el próximo mes de enero, las ventas descenderán en 480 euros. Se estima que el descenso estará comprendido entre 350 y 610 euros, con una probabilidad del 80%. Asumiendo que la tienda está en lo cierto y que el descenso sigue una distribución Normal, ¿cuál es la probabilidad de que el descenso registrado sea inferior a 500 euros?

62) El número de errores en las facturas de una empresa siguen una distribución de Poisson con una media de 0,8 errores por factura.

a) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar algún error en una factura?
b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar más de 10 errores en 10 factoras seleccionadas aleatoriamente?
c) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar menos de 350 errores en 500 facturas seleccionadas aleatoriamente?

63) Se sabe por experiencia previa que alrededor de 2/5 de los estudiantes matriculados en cierta asignatura no acudirán al examen final. Teniendo en cuenta que los alumnos se distribuyen en distintas aulas para el examen, ¿cuántos alumnos deberían convocarse para cada aula, con capacidad para 120 alumnos, para que se garantice espacio suficiente para todos los alumnos que finalmente acudirán al examen con una probabilidad del 97,5%?

64) La carga máxima de un elevador en una fábrica es de 10,000 kg. El elevador se usa para transportar cajas con un peso distribuido uniformemente entre 40 y 60 kg. Calcular el número máximo de cajas que se pueden cargar para que la probabilidad de que se sobrepase la carga máxima sea menor del 0,1%.

65) El número de placas base fabricadas sin defecto por una empresa es cuatro veces el número de placas defectuosas.

a) Si se fabrican 200 placas base por día, ¿cuál es la probabilidad de que haya más de 40 y menos de 70 placas defectuosas?

b) ¿Cuántas placas base deberán fabricarse un cierto día para que haya más de 100 placas correctas con una probabilidad del 90%

66) El peso de las naranjas que llegan a una fábrica fluctúa Normalmente con una media de 150 gr y con una desviación típica de 30 gr. Calcular el mínimo número de naranjas que deberían colocarse en una malla (de peso despreciable) para tener un peso total inferior a 5 kg con una probabilidad del 1%.

67) Una variable aleatoria X sigue un modelo N(20; 4).

a) Calcular la diferencia entre la media y el segundo cuartil.
b) Calcular la diferencia entre el tercer cuartil y la media.
c) ¿Qué valor dista 1,5 veces el intervalo intercuartílico por encima del tercer cuartil?

68) Una empresa del sector mecánico produce ciertas piezas cuyo parámetro de calidad, X, sigue una distribución Normal que cumple las siguientes condiciones: $P(X>100) = 0,1$ $P(X<97) = 0,05$. Los límites de tolerancia son 96 y 102. Calcular el porcentaje de piezas fuera de los límites de tolerancia.

69) Se ha desarrollado un programa de simulación para una determinada actividad de investigación. Cada vez que el programa se ejecuta tarda entre 10 y 30 segundos en llevar a cabo un algoritmo, y este tiempo se distribuye uniformemente. Calcular el máximo número de ejecuciones que pueden llevarse a cabo para que la duración total supere los 45 minutos sólo en el 1,5% de los casos.

70) El número de ordenadores vendidos diariamente en una tienda informática fluctúa aleatoriamente de acuerdo a una distribución uniforme entre 20 y 40 unidades.

a) Después de 182 días de ventas, ¿cuál es la probabilidad de haber vendido más de 5600 ordenadores, asumiendo que las ventas son independientes entre los distintos días?
b) ¿Cuántos días deberían considerarse para garantizar, con un 67% de probabilidad, de que las ventas totales superan las 6,000 unidades?

71) Una fábrica tiene dos máquinas envasadoras. La primera envasa el 75% de la producción total, y la segunda, el 25% restante. El peso neto llenado en cada envase (gr) es una variable N (170; 7) en la primera máquina envasadora, y N (176; 7) en la segunda. Aquellos envases cuyo peso neto es inferior a 180 gr se consideran correctos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de cada máquina de producir un paquete defectuoso?
b) Se toma al azar un envase y resulta ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido envasado por la segunda máquina?
c) Si se toman al azar 5 envases, ¿cuál es la probabilidad de que dos de ellos hayan sido envasados por la primera máquina?

SOLUCIONES:

Parte 1: DISTRIBUCIONES DISCRETAS

1) a: 0 ; b: 1/3 ; c: 3 ; d: 18
2) a: 0.09 ; b: 0.41 ; c: 0.11 ; d: 0.19 ; e: 2.75 ; f: 1.1875
3) 460 €
4) a: $\binom{4}{x} \cdot 0.9^{x} \cdot 0.1^{4-x}$ b: 0.0037 ; d: 3.6
5) C < 20 – 196 P
6) 0.0861
7) 0.0498
8) 0.5768
9) a: 0.7867 ; b: 40,000 €
10) 0.00589
11) a: 0.1808 ; b: 0.0285
12) a: 0.8647 ; b: 0.1954 ; c: 0.0733

Parte 2: DISTRIBUCIONES CONTINUAS: uniforme, exponencial...

13) Q1=12.5, Q2=15, Q3=17.5
14) Q1=0.863, Q2=2.079, Q3=4.159, extreme derecho = 9.104
15) verdadera
16) a: 0.694 ; b: 0.416
17) a: 1/12 ; b: 5/18 ; c: 1/9 ; d: 5/16
18) 0.3679
19) d.
20) 2
21) 19/12
22) 4/45
23) a: 0.75 ; b: 0.0375
24) 3
25) b: 0.5 ; c: 0.1353
26) 0.368
27) 0.1353
28) a: 0.464 ; b: 0.153
29) 0.368
30) a: 0.75 ; b: 0.25
31) a: 0.6321 ; b: 0.6065
32) 0.497
33) 0.997

Parte 3: DISTRIBUCIÓN NORMAL

34) a: 0.9678 ; b: 0.0322 ; c: 0.1265 ; d: 0.1265 ; e: 0.8091
35) a: 0.9104; b: 0.0228 ; c: 0.0013
36) 50%
37) min = 4.7087; max = 4.7313
38) 61.3
39) N (m=0.9 ; σ=0.4)
40) a: 0.007 ; b: 14.39 ; c: 17.19
41) 95.44%
42) a: 0.0032 ; b: 0.0344
43) a: 0.919 ; b: 0.993
44) N(90.4; 1.703)
45) 0.9484
46) 0.0102
47) 0.9992
48) 0.3811
49) 0.9938
50) a: 0.4343 ; b: 0.0235
51) 0.993
52) 2.9%
53) 0.0005
54) 38.57 kg
55) N(5, 1)
56) 29.02
57) 0.0485
58) 0.0918
59) a: 0.92 ; b: 0.993
60) 0.9656
61) 0.5792
62) a: 0.5507 ; b: 0.18 ; c: 0.0058
63) 179 alumnos
64) 195 paquetes
65) a: 0.464 ; b: 133
66) 37 naranjas
67) a: 0 ; b: 2.7 ; c: 30.8
68) 0.5%
69) 127
70) a: 0.036 ; b: 202 días
71) a: 0.0764; 0.2843 b: 0.55 c: 0.088