



- 4.1 Introducción
- 4.2 Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule
- 4.3 Generador
- 4.4 Receptor
- 4.5 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito
- 4.6 Ecuación del circuito
- 4.7 Problemas

#### Objetivos

- Conocer los efectos energéticos de la corriente eléctrica y el efecto Joule.
- Conocer el generador de fuerza electromotriz y el receptor de fuerza contraelectromotriz.
- Realizar balances energéticos en circuitos.
- Calcular diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito.
- Resolver circuitos simples.

#### 4.1 Introducción

En este capítulo se describen los efectos energéticos de la corriente eléctrica dentro de un circuito. Se describirán que elementos suministran energía al sistema y que elementos la consumen describiendo lo que se conoce como balance de potencias.

## 4.2 Energía de la corriente eléctrica. Ley de Joule

Ya se mencionó antes con la ley de Ohm, que la corriente eléctrica implicaba una caída de tensión entre dos puntos, y por lo tanto pérdida de energía. Si consideramos un elemento cualquiera entre cuyos extremos circula una intensidad  $I$ , las cargas, que inicialmente poseen una carga  $dqV_1$ , al atravesar el elemento su energía ha disminuido hasta  $dqV_2$ . La diferencia de energía es:

$$\Delta U = dq (V_2 - V_1)$$

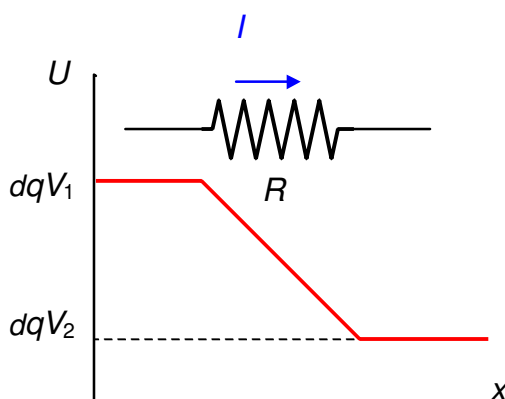


Figura 4-1. Pérdida de energía en una resistencia

la rapidez con la que las cargas pierden la energía es la potencia consumida

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{dq}{dt} (V_2 - V_1) = IV$$

Si el elemento considerado es una resistencia, aplicando la ley de Ohm, la expresión de la potencia consumida se puede reescribir de las formas siguientes:

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} \quad \text{Ecuación 4-1}$$

Conviene recordar al respecto que la potencia se mide en **vatios** (W).

En una resistencia la energía consumida lo es por disipación de calor. Este hecho físico, la transformación de la energía eléctrica en energía calorífica, se denomina **efecto Joule**. Este fenómeno es indeseable en los casos en que utilizamos la corriente como vehículo de la información, es decir en aplicaciones informáticas o telemáticas, y en general, en los casos en que, a diferencia de lo que sucede en calentadores y estufas, no se trata de producir explícitamente energía calorífica.

## 4.3 Generador

La existencia de carga libre sometida a la acción de un campo eléctrico da como resultado una corriente eléctrica debido a las fuerzas eléctricas que actúan sobre estas cargas. La existencia de un gradiente de potencial eléctrico implica la existencia de un campo eléctrico, por lo que se puede relacionar directamente la corriente eléctrica con la diferencia de potencial entre dos puntos.

Si se unen con un hilo conductor dos conductores a distinto potencial, se iniciará un movimiento de cargas eléctricas que suponen el transporte de electrones desde el conductor de menor potencial al de mayor potencial hasta alcanzar el equilibrio electrostático en que ambos conductores están a igual potencial y por lo tanto se detiene el movimiento de carga eléctrica. Hay que recordar que la intensidad, tal como se definió, se corresponde con el movimiento de las cargas positivas, luego iría desde el conductor de mayor potencial al de menor potencial. Para producir una corriente duradera es necesario mantener

la diferencia de potencial de modo permanente, y esto se consigue mediante un dispositivo denominado generador.

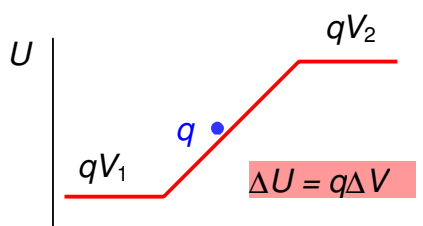


Figura 4-2

Un generador es el dispositivo que mantiene la diferencia de potencial entre sus dos extremos, llamados bornes, y por tanto, suministra la energía necesaria para que las cargas circulen por un circuito.

Un símil lo encontramos en una fuente de agua de ciclo cerrado: Del mismo modo que es necesaria una bomba para elevar el agua hasta la salida del caño, es necesario un dispositivo

que “eleve” el potencial de las cargas, para que éstas adquieran la energía necesaria. La bomba toma agua del recipiente y le proporciona energía potencial para elevarla. De forma análoga, consideraremos que las cargas entran en el generador con un potencial  $V_1$ , y por tanto con una energía  $qV_1$ , y son llevadas a otro potencial  $V_2$ , y por tanto una energía  $qV_2$ . La energía suministrada a cada carga es  $q\Delta V$ .

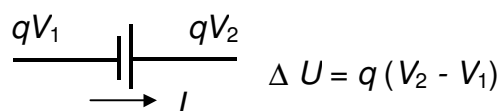


Figura 4-3. En los generadores, la corriente sale del borne positivo

En la Figura 4-3 se puede observar el símbolo del generador, donde la línea vertical mayor se corresponde con el borne de mayor potencial (borne positivo). A diferencia de lo que sucede en una resistencia, la intensidad de corriente atraviesa el generador desde el borne de menor potencial (borne negativo) al de mayor potencial.

Los generadores pueden ser de tipos diferentes, según sea la energía primaria que se transforma en energía eléctrica, por ejemplo de tipo químico (pilas o baterías), mecánico (alternadores y generadores eléctricos) y fotovoltaico, entre otros. También hay que señalar que además de generarse corriente continua, se puede generar corriente alterna, como sucede en las grandes centrales eléctricas o en el alternador de un automóvil. En este tema nos limitaremos a estudiar los generadores de corriente continua, también denominados fuentes de tensión.

Se define la energía generada como aquella que el generador convierte desde la energía primaria a energía eléctrica. Esa energía se utiliza en aportar energía potencial a las cargas que atraviesan el generador. A la energía generada por unidad de carga se le denomina fuerza electromotriz,  $\varepsilon$ .

Fuerza electromotriz de un generador (f.e.m.) es la energía producida por unidad de carga que atraviesa el generador

$$\varepsilon = \frac{dU}{dq}$$

Ecuación 4-2

También puede definirse en función de la potencia, dividiendo numerador y denominador de la expresión anterior entre  $dt$ :

$$\varepsilon = \frac{\frac{dU}{dq}}{\frac{dt}{dt}} = \frac{P_{\text{generada}}}{I} \quad P_{\text{generada}} = \varepsilon I$$

Las dimensiones de la fuerza electromotriz son las mismas que las del potencial electrostático y, por lo tanto, su unidad en el S.I. es el **voltio** (V). Su denominación como “fuerza” tiene carácter histórico y proviene de cuando el concepto de fuerza se asociaba a todo “motor” de cambio: no debe confundirse con el concepto actual de fuerza, más restrictivo, que se deriva de las leyes de Newton.

## Generador lineal

El funcionamiento que sería deseable que tuviese un generador es que la diferencia de potencial entre sus bornes se pudiese fijar de forma independiente a la intensidad suministrada. Pero esto no es así. En un generador real al aumentar la intensidad que suministra al circuito, la diferencia de potencial entre sus bornes disminuye. Esto es debido a diferentes factores de funcionamiento y depende del dispositivo utilizado.

Una situación bastante habitual es la mostrada en la Figura 4-4, en la que la caída de tensión entre los bornes del generador varía linealmente con la intensidad. A un generador con este comportamiento se le denomina generador lineal. El generador ideal sería equivalente a un generador lineal de pendiente nula y como consecuencia la d.d.p. entre sus bornes es constante e igual a la fuerza electromotriz.

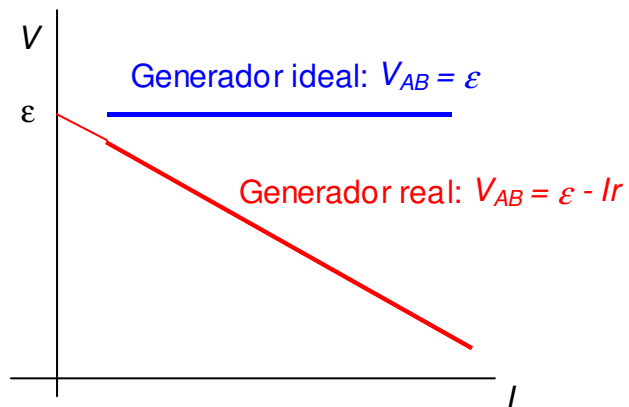


Figura 4-4. Curvas características de un generador ideal y real.

Asumiendo que la caída de tensión es debida a pérdidas energéticas en el interior del generador, la fuerza electromotriz será la d.d.p. en los bornes del generador cuando la intensidad sea nula (en circuito abierto).

Al conectar el circuito y atravesar una intensidad el generador, parte de la potencia generada ( $\varepsilon I$ ) será disipada en el mismo generador antes de ser suministrada al circuito. Si se considera que estas pérdidas internas se corresponden a pérdidas por efecto Joule en el generador, tendrán como expresión  $rI^2$ , siendo  $r$  la resistencia interna del generador. A la salida del generador, la potencia consumida por el circuito en el que está instalado, o suministrada por el generador, tiene como valor  $I(V_A - V_B)$ , siendo  $V_A > V_B$  (Figura 4-5).

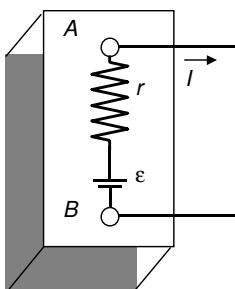


Figura 4-5. Modelo de generador lineal

Si se realiza un balance de potencias, la potencia suministrada al circuito debe ser igual a la generada en el generador menos las pérdidas internas:

$$P_{sum} = P_g - P_{joule} = \varepsilon I - I^2 r = I(\varepsilon - Ir) = I(V_A - V_B)$$

donde, eliminando las intensidades se obtiene la ecuación de la recta que representa el comportamiento del generador lineal en la Figura 4-4. Entonces, la ecuación de la recta que nos da la característica tensión–intensidad del generador será de la forma:

$$V_A - V_B = \varepsilon - Ir \quad \text{Ecuación 4-3}$$

lo que es equivalente a suponer que un generador real es equivalente a un generador ideal y una resistencia  $r$ , denominada **resistencia interna**, puestas en serie.

La recta tiene una pendiente negativa, lo que significa que habrá una intensidad tal que la diferencia de potencial en los bornes se anule. A esta intensidad se le denomina intensidad de cortocircuito, y es la intensidad máxima que puede producir un generador.

$$\Delta V \rightarrow 0 ; I \rightarrow I_C = \frac{\varepsilon}{r}$$

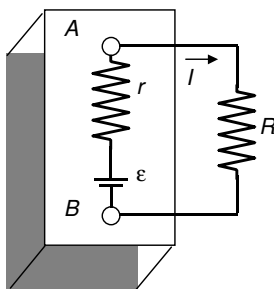


Figura 4-6. Generador lineal con carga

La f.e.m. se calculará como la intersección entre la recta y el eje de ordenadas, mientras que la pendiente de la recta se corresponde con la resistencia interna. La intensidad puede calcularse considerando el circuito donde está conectado el generador. Si llamamos  $R$  a la resistencia externa, la caída de tensión en ésta vale  $IR = V_A - V_B = \varepsilon - Ir$ . La resistencia interna no puede aislarse del resto del generador, ya que no es una resistencia tangible, pero ha sido separada en el esquema para mayor claridad. En la Figura 4-7 se ha representado de forma esquemática la caída de potencial entre los bornes de un generador lineal

teniendo en cuenta los elementos que lo componen.

Despejando  $I$  de la expresión anterior, tendremos:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Conviene resaltar la distinción entre potencia generada y potencia suministrada. Potencia generada es toda la potencia que el generador aporta al sistema al que pertenece, y vale  $\varepsilon I$ . La potencia suministrada al circuito externo al generador,  $I(V_A - V_B)$ , es menor, pues parte de la potencia generada se disipa en la resistencia interna por efecto Joule, que vale  $I^2 r$ ,

$P_{generada}$	$\varepsilon I$
$P_{disipada}$	$I^2 r$
$P_{suministrada}$	$I(V_A - V_B)$

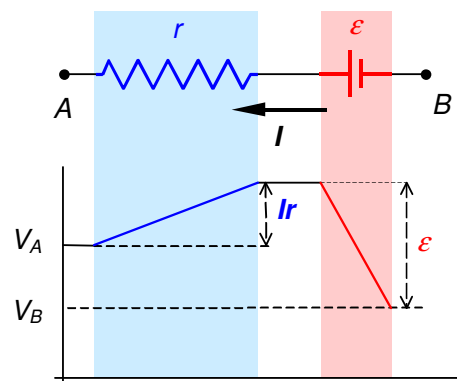


Figura 4-7. Desglose de un generador real en su componente generadora y su componente resistiva

El rendimiento de un sistema es la relación entre el “objetivo alcanzado por el sistema” y el “coste utilizado para ello”. El objetivo de un generador es suministrar potencia al circuito y para ello ha tenido que producir una cierta cantidad de potencia. Luego el rendimiento de un generador es el cociente entre la potencia suministrada y la potencia generada:

$$\eta = \frac{P_{sum}}{P_{gen}} = \frac{\varepsilon I - rI^2}{\varepsilon I} = \frac{V_{AB}}{\varepsilon} < 1$$

En esta expresión, se ve que el rendimiento aumenta al disminuir la resistencia interna. En una batería ideal el rendimiento es la unidad, y para cualquier batería real, el rendimiento es siempre menor que uno.

#### 4.4 Receptor

Un receptor es un dispositivo que transforma energía eléctrica en otras formas de energía distintas del calor, esto es, cualquier dispositivo que disipe o almacene energía por mecanismos diferentes a la ley de Joule. Si bien el caso más común son los motores que transforman energía eléctrica en mecánica, hay sistemas de consumo de energía para usos químicos, como los acumuladores o los baños electrolíticos; generadores de ondas electromagnéticas, como los hornos microondas; o de campos magnéticos como las grúas electromagnéticas, por poner unos ejemplos.

El parámetro característico de todo receptor es la fuerza contraelectromotriz  $\varepsilon'$  que se define de la forma siguiente:

La fuerza contraelectromotriz de un receptor es la energía transformada por el receptor en energía mecánica u otras, por unidad de carga que atraviesa el receptor.

$$\varepsilon' = \frac{dU}{dq}$$

Ecuación 4-4

Su ecuación dimensional es igual a la de la fuerza electromotriz y su unidad en el S.I. es el voltio (V).

La potencia que transforma, puede obtenerse dividiendo numerador y denominador en la expresión anterior por  $dt$ :

$$P_{transf} = \varepsilon' I$$

El comportamiento de un receptor ideal consistiría en transformar toda la energía que se le suministra, es decir que la potencia consumida por el receptor ( $P_{cons} = I(V_A - V_B)$ , siendo  $V_A - V_B$  la d.d.p. entre los bornes del receptor) sea igual a la potencia transformada, de manera que la diferencia de potencial en sus bornes  $V_A - V_B$ , coincida con su fuerza contraelectromotriz en cualquier circunstancia.

El símbolo de un receptor está representado en la Figura 4-8. La intensidad que atraviesa un receptor lo hace siempre entrando por el borne de mayor potencial, de la misma forma que sucede en una resistencia.

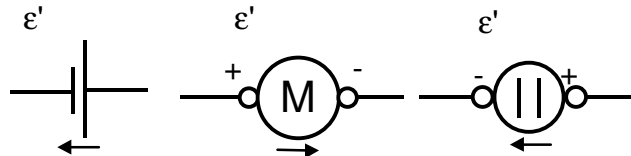


Figura 4-8. Símbolos de receptores. En todos ellos la intensidad los atraviesa entrando por el borne de mayor potencial

Cuando en un circuito se ha instalado un generador y la intensidad que lo atraviesa lo hace entrando por el borne positivo, este generador se comporta como un receptor de fuerza contraelectromotriz igual a la fuerza electromotriz del generador. Sería éste el caso, por ejemplo, cuando instalamos una batería recargable en un circuito de carga.

En la realidad siempre existen pérdidas de energía en el receptor por lo que consume más energía que la que se transforma, o, lo que es lo mismo, la diferencia de potencial en la entrada del receptor siempre es mayor que su fuerza contraelectromotriz.

**Un receptor lineal** será aquel en que la evolución de la d.d.p. entre sus bornes con la intensidad siga una línea recta. Si se supone que las pérdidas en el receptor son debidas a disipación de calor por efecto Joule y se realiza un balance de potencias, se obtiene:

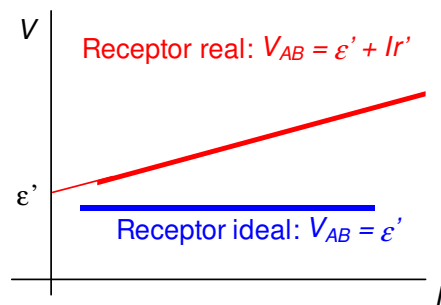


Figura 4-9. Curvas características de un receptor ideal y real

$$P_{cons} = P_{transf} + P_{calor} = \varepsilon' I + I^2 r' = I(\varepsilon' + Ir') = I(V_A - V_B)$$

donde, eliminando la intensidad, se obtiene la ecuación de una recta que relaciona la d.d.p. en bornes del receptor con la intensidad que lo atraviesa:

$$V_A - V_B = \varepsilon' + Ir' \quad \text{Ecuación 4-5}$$

que se corresponde con la descrita en el gráfico. La pendiente positiva de la recta se corresponde con la **resistencia interna** del receptor  $r'$ , responsable del calor disipado. Entonces, el comportamiento de un receptor se puede considerar análogo al de un receptor ideal y una resistencia en serie.

Por lo tanto, un receptor lineal está caracterizado por dos parámetros, fuerza contraelectromotriz y resistencia interna, y se puede considerar equivalente a un receptor ideal con una resistencia en serie.

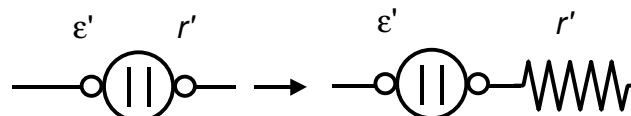


Figura 4-10. Modelo de receptor lineal

En la Figura 4-11 se representa la caída de potencia en bornes de un receptor lineal descompuesta a partir de los dos elementos que lo conforman.



De forma análoga al generador, hay que distinguir entre la potencia que el receptor transforma en otro tipo de energía, **potencia transformada**; la pérdidas por efecto Joule en la resistencia interna, **potencia disipada** y la **potencia consumida** por el receptor, que es la suma de las dos anteriores:

$P_{transformada}$	$\varepsilon' I$
$P_{disipada}$	$I^2 r'$
$P_{consumida}$	$I (V_A - V_B)$

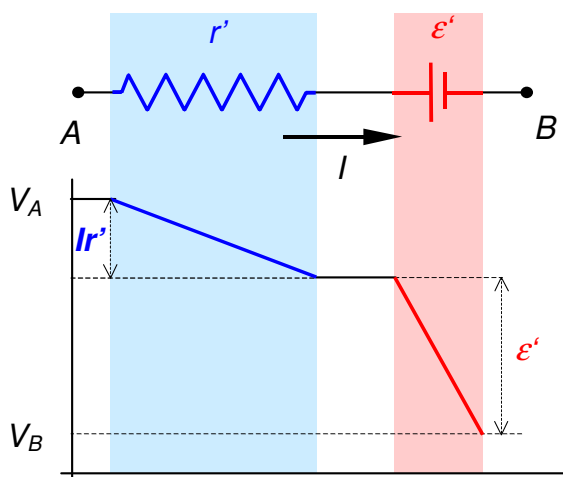


Figura 4-11. Desglose de un receptor real en su componente transformadora y su componente resistiva

El objeto de un receptor es la transformación de potencia eléctrica en otro tipo de potencia, para lo cual consume una cantidad mayor de potencia debido a la presencia de pérdidas. Entonces, el rendimiento de un receptor es el cociente entre la potencia transformada y la potencia suministrada:

$$\eta = \frac{P_{transf}}{P_{sum}} = \frac{\varepsilon'}{V_{AB}} < 1$$

el rendimiento aumenta cuando disminuye la resistencia interna. El rendimiento es la unidad para el caso de un receptor ideal, y menor que uno para el caso de un receptor real.

#### 4.5 Diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito

Si consideramos el tramo de un circuito, representado en la Figura 4-12, atravesado por una intensidad con sentido desde el punto A al B, podemos realizar un balance de potencias teniendo en cuenta que la potencia consumida por el tramo en su totalidad será la potencia consumida en cada uno de los elementos que lo componen.

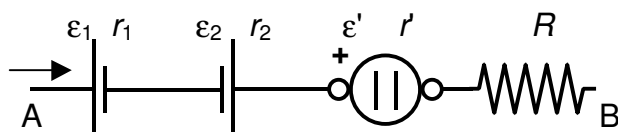


Figura 4-12. Rama de un circuito entre los puntos A y B, con generadores, receptores y una resistencia

Dado que la intensidad que atraviesa el tramo, lo hace desde A hacia B, la potencia total consumida es  $I(V_A - V_B)$  (si este valor fuese negativo indicaría que el tramo del circuito considerado genera más energía de la que consume). Las potencias consumidas aparecerán con signo positivo a la derecha de la igualdad, mientras que las generadas aparecerán con signo negativo.

Así, el generador 1, trabaja como receptor, dado que la intensidad lo atraviesa de mayor a menor potencial, luego consume una potencia igual a  $\varepsilon_1 I + r_1 I^2$ ; el generador 2, participa como generador y por lo tanto genera una potencia igual a  $\varepsilon_2 I$  (que aparecerá con signo negativo) y la potencia disipada vale  $r_2 I^2$ ; el receptor tiene la polaridad señalada en la figura y consume una potencia



igual a  $\varepsilon' I + r' I^2$  y la resistencia disipa  $R I^2$ . Realizando el balance de potencias, tenemos:

$$I(V_A - V_B) = \varepsilon_1 I + r_1 I^2 - \varepsilon_2 I + r_2 I^2 + \varepsilon' I + r' I^2 + R I^2$$

ecuación que, dividida por la intensidad, quedará:

$$V_A - V_B = \varepsilon_1 + r_1 I - \varepsilon_2 + r_2 I + \varepsilon' + r' I + R I$$

Expresión que nos permite calcular la diferencia de potencial entre los puntos  $A$  y  $B$ .

Este resultado, puede sistematizarse para poder usarlo como una regla:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \sum I R - \sum \varepsilon$$

Ecuación 4-6

Ecuación que hay que utilizar con el siguiente criterio de signos:

1.  $V_A - V_B$  representa la diferencia de potencial entre el punto  $A$  y el punto  $B$ . Para calcular dicha diferencia de potencial se recorre la rama del circuito desde  $A$  hasta  $B$ .
2. En el sumatorio  $\sum I R$ , se deben considerar todas las resistencias del circuito, incluyendo las resistencias internas de baterías y receptores. En dicho sumatorio, la intensidad es positiva si va de  $A$  a  $B$  (en el mismo sentido en el que se recorre la rama), y negativa si va en sentido opuesto.
3.  $\sum \varepsilon$  representa el sumatorio para todas las fuerzas electromotrices y contra-electromotrices. En dicho sumatorio,  $\varepsilon$  se considera positivo cuando al recorrer la rama de  $A$  a  $B$  salimos por el borne positivo de la batería o del receptor, y  $\varepsilon$  es negativo cuando al ir de  $A$  a  $B$  salimos por el borne negativo de la batería o del receptor. En este criterio no se diferencia entre baterías y receptores, lo único que hay que considerar es el signo del borne por el que se sale al recorrer el circuito de  $A$  a  $B$ .

Podemos llegar a la misma solución recorriendo el circuito elemento a elemento. Para ello partamos de una rama como la de la Figura 4-13, y recorramosla de un punto  $A$  a otro  $B$ . En este caso supondremos que la intensidad que atraviesa el tramo de circuito lo hace desde  $B$  hacia  $A$ , lo que implica la polaridad señalada en el receptor.

Saliendo del punto A, atravesamos en primer lugar una resistencia, que es atravesada por la corriente  $I$ . Las resistencias siempre producen una caída del potencial, por lo que la tensión a la salida (el punto A) es menor que a la entrada. Como hemos salido del punto A, esto supone que el potencial sube en una cantidad  $IR$ . A continuación atravesamos un receptor ideal que implica una nueva caída de potencial en el sentido de la intensidad. Posteriormente, atravesamos un receptor  $\varepsilon_1$ , saliendo por el borne positivo, por lo que “salimos” con más potencial que entramos, en una cantidad  $\varepsilon_1$ . Por último, atravesamos un generador  $\varepsilon_2$ , saliendo por el borne negativo, es decir, “salimos” con un potencial  $\varepsilon_2$  menor. Si sumamos todos estos aumentos y disminuciones del potencial llegamos a:  $V_{AB} = V_A - V_B = -IR - \varepsilon' - \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ .

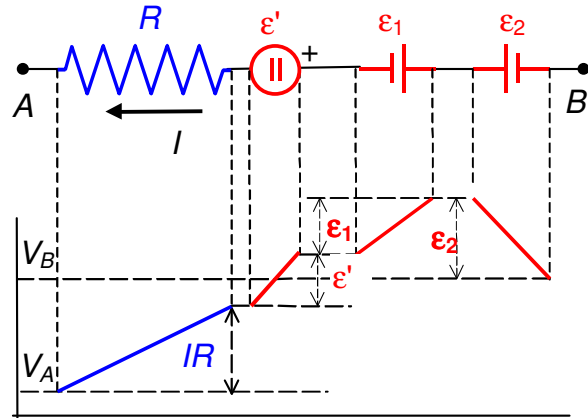
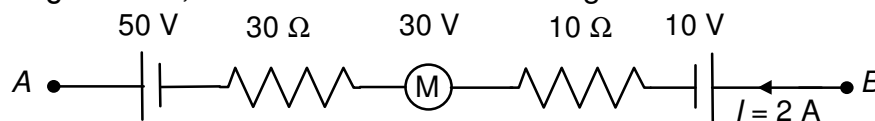


Figura 4-13. Diferencia de potencial entre A y B

### Ejemplo 4-1

Calcular la diferencia de potencial entre los puntos A y B de la rama de la figura. ¿La rama, consume o suministra energía al resto del circuito?



**Solución**

Aplicando la Ecuación 4-6, tendremos:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \sum IR - \sum \varepsilon = -2(40) - (-50 + 30 + 10) = -80 + 10 = -70 \text{ V}$$

Observemos por una parte, que la intensidad va de B a A, y por lo tanto en sentido contrario a *nuestro* desplazamiento, por lo que es negativa. Por otra parte, en los motores, la corriente sale por el negativo, por lo que al ir de A a B, hemos salido por el positivo.

En esta rama, las cargas salen por A con menos energía que entraron por B, por lo que la rama en su conjunto consume energía del resto del circuito.

## 4.6 Ecuación del circuito

Si en un circuito cerrado se conocen todos los elementos que lo configuran, es posible calcular el valor de la intensidad que circula por el mismo. Así, supongamos el circuito de la Figura 4-14 y nos fijamos en los puntos  $A$  y  $B$ , que están unidos por un conductor sin resistencia, por lo que la diferencia de potencial  $V_{AB}$  es cero. Si calculamos  $V_{AB}$  por el camino largo, tendremos:

$$V_{AB} = 0$$

$$\sum IR = \sum \varepsilon$$

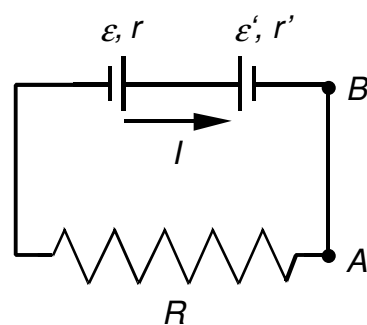


Figura 4-14. Circuito simple con un generador, un receptor y una resistencia

Obteniendo una ecuación que nos permite calcular la intensidad de corriente que circula por un circuito cerrado conteniendo generadores, receptores y resistencias:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R}$$

Ecuación 4-7

Resulta útil para comprender el funcionamiento de un circuito hacer un balance de energía o de potencias, señalando en un esquema la totalidad de las energías puestas en juego por cada elemento de un circuito, comprobando así el principio de conservación de la energía.

Por ejemplo, para el circuito mostrado en la Figura 4-14, tendríamos un diagrama como el mostrado en la Figura 4-15.

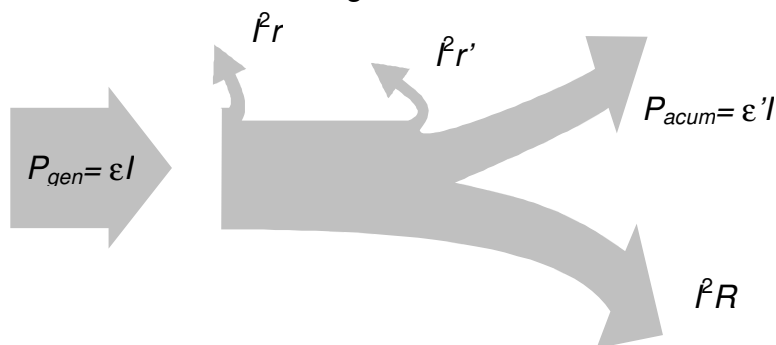


Figura 4-15. Diagrama de un balance de energía

apreciando en él que la suma de la potencia suministrada equivale a la suma de la potencia consumida.

$$\varepsilon I = P_r + P_{r'} + \varepsilon' I + P_R$$

### Determinación del sentido de la intensidad

En las ecuaciones presentadas, se supone conocida la intensidad del circuito. Normalmente, resolver un circuito implica calcular la intensidad conociendo los elementos que lo componen. A la hora de calcular la intensidad, es importante obtener adecuadamente su sentido. En ocasiones, la colocación de las baterías indica claramente cual es el sentido de la intensidad, pero en otras

ocasiones (cuando aparecen baterías y receptores) puede no ser evidente cual es el sentido que tendrá la intensidad.

En caso de duda sobre el sentido de la intensidad hay que proceder del siguiente modo:

1. Suponer de forma arbitraria un sentido para la intensidad.
2. Mediante la expresión anterior, calcular el valor de la intensidad, y comprobar si es positiva o negativa.
3. Si la intensidad resultante es positiva, el sentido que inicialmente hemos supuesto es el correcto y el problema queda resuelto.
4. Si la intensidad es negativa el sentido que inicialmente hemos supuesto en el apartado 1 no es el adecuado. Entonces debemos de asignarle el sentido contrario.
5. Calculamos de nuevo la intensidad, y volvemos a comprobar su signo.
6. Si la intensidad es positiva, el sentido que hemos supuesto en el punto 4 es el correcto y el problema queda resuelto.
7. Si la intensidad es negativa, este sentido que hemos supuesto tampoco es el correcto. De esta forma, ninguno de los dos sentidos de la intensidad son posibles, lo cual indica que no hay corriente en el circuito: la intensidad es cero. Esto puede ser así en el caso de que en el circuito tengamos algún motor, y las baterías del mismo no tengan potencia suficiente para mover el motor.

Hay que señalar que en **ausencia de receptores**, si la intensidad es negativa podemos deducir que la intensidad va en sentido contrario al calculado pero con el mismo valor absoluto. Esto es debido a que la Ecuación 4-6 es simétrica (el cambio de sentido de la intensidad afecta por igual al signo de todos los sumandos) en ausencia de receptores. La presencia de un receptor rompe esta simetría y obliga a realizar de nuevo los cálculos ante un valor de la intensidad negativa que lo atraviese.

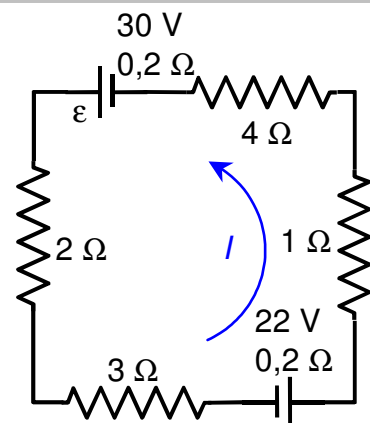
### Ejemplo 4-2

Calcula la intensidad que circula por el circuito de la figura.

#### Solución

Podemos observar que los posibles generadores están dispuestos de modo que sus efectos se suman, por lo que no hay receptores, y el sentido de la corriente es el de la figura. La intensidad la obtenemos aplicando la ecuación del circuito.

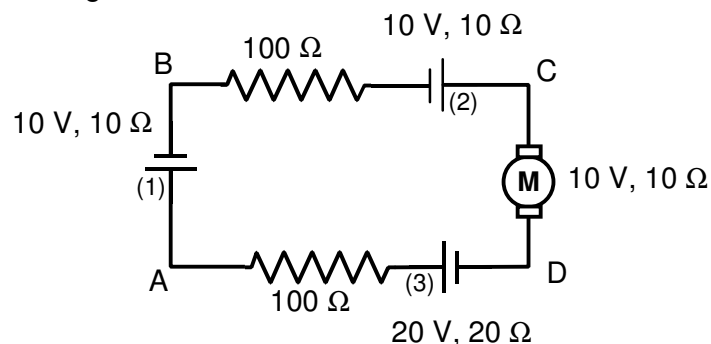
$$I = \frac{30 + 22}{10,4} = 5 \text{ A}$$



### Ejemplo 4-3

Dado el circuito de la figura, responde a las siguientes cuestiones:

- Calcula el valor y sentido de la intensidad que circula por el circuito.
- Diferencia de potencial entre el punto A y el C ( $V_A - V_C$ ). Desarrolla el cálculo por el camino ABC y por el camino ADC.
- ¿Qué elementos suministran energía al circuito? Calcula el valor de la potencia suministrada por cada elemento.
- ¿Qué elementos consumen energía en el circuito? Calcula el valor de la potencia consumida por cada elemento.
- ¿Cuál es el rendimiento del motor? ¿Y el de la fuente (2)?
- Si modificamos la fuerza electromotriz de la fuente (1), ¿cuál debe ser su nuevo valor para que la diferencia de potencial entre los puntos A y C tenga valor cero? ¿Cuál es la intensidad del circuito en este caso?



*Solución:*

a) A la vista de las fuentes que actúan y su polaridad, es de esperar que la intensidad tenga sentido dextrógiro. Si calculamos su valor con esta consideración previa:

$$I = \frac{\sum (\epsilon_i - \epsilon'_i)}{\sum R_i} = \frac{30 - 20}{250} = 0,04 \text{ A}$$

como  $I > 0$ , el sentido de las intensidades, tal como se previó, es dextrógiro.

Si hubiésemos supuesto un sentido levógiro de intensidades, hubiésemos obtenido lo siguiente:

$$I = \frac{\sum (\epsilon_i - \epsilon'_i)}{\sum R_i} = \frac{-30 - 10 + 10}{250} = -0,12 \text{ A}$$

Lo que implicaría recalculer la intensidad de nuevo en el otro sentido. Observad que la presencia de la fuerza contraelectromotriz del motor hace que la ecuación no sea simétrica con el sentido de las intensidades y, por lo tanto, los valores absolutos de las cantidades calculadas no coinciden.

b) Calcularemos en primer lugar  $V_A - V_C$  siguiendo el camino que pasa por el punto B:

Aplicamos la ecuación:

$$V_A - V_C = I_{AC} \sum R_{AC} - \sum (\epsilon_{AC} - \epsilon'_{AC})$$

$I_{AC}$  es la intensidad que va de  $A$  a  $C$ , con el signo correspondiente, y los términos incluidos en el sumatorio corresponden a los elementos que se encuentran entre  $A$  y  $C$  en el camino elegido. Entonces:

$$V_A - V_C = 0,04(10+100+10) - (-10 + 10) = 4,8 \text{ V}$$

Si el camino elegido es el que pasa por el punto  $D$ , observamos la presencia de una fuerza contraelectromotriz debida al motor. En el motor la intensidad sale por el borne negativo, luego la polaridad de éste será (+) en  $C$  y (-) en  $D$  ya que la intensidad atraviesa el motor de  $C$  a  $D$ . La intensidad por el camino  $ADC$  va de  $C$  a  $A$ , luego tendrá signo negativo en la ecuación:

$$V_A - V_C = -0,04(20+100+10) - (-20 + 10) = 4,8 \text{ V}$$

el mismo valor que el hallado anteriormente.

c) Las fuentes son los únicos elementos con capacidad de suministrar energía al circuito. De entre ellas, suministrarán energía aquellas cuya aportación al circuito implique coger cargas a un potencial y devolverlas al circuito con un potencial mayor, o lo que es lo mismo con mayor energía potencial. Entonces, suministrarán energía aquellas fuentes en las que la corriente eléctrica entra por el borne negativo. En este ejercicio, esto sucede con las fuentes (2) y (3).

La potencia que suministran al circuito será el resultado de quitar a la potencia generada por las fuentes, las pérdidas por efecto Joule en sus resistencias internas:

$$P_S = P_g - P_J = \varepsilon I - r I^2$$

La fuente (2):

$$P_S = 10 \cdot 0,04 - 10 \cdot 0,04^2 = 0,384 \text{ W}$$

La fuente (3):

$$P_S = 20 \cdot 0,04 - 20 \cdot 0,04^2 = 0,768 \text{ W}$$

La potencia total suministrada al circuito es la suma de ambos valores = 1,152 W

d) Consumirán energía las resistencias, el motor y aquellas fuentes en las que las cargas eléctricas pierdan energía al atravesarlas (entren por el borne positivo), lo que sucede, en este ejercicio, con la fuente (1). La potencia consumida será:

- En las resistencia, por efecto Joule:

$$P_{JR} = R I^2 = 100 \cdot 0,04^2 = 0,16 \text{ W}$$

Siendo este valor común para ambas resistencias.

- En el motor habrá que considerar la potencia transformada y las pérdidas por efecto Joule en sus resistencias internas:

$$P_{CM} = P_T + P_J = \varepsilon' I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$

- En el generador (1), la fuerza electromotriz actúa como contraelectromotriz, consumiendo o almacenando energía. También habrá que considerar las pérdidas por efecto Joule en sus resistencias internas.

$$P_{C\varepsilon} = P_{\varepsilon} + P_J = \varepsilon I + r I^2 = 10 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,04^2 = 0,416 \text{ W}$$

En total, la potencia consumida en el circuito (sin considerar las resistencias internas de los generadores que actúan como tales), es:

$$P_C = 2P_{JR} + P_{CM} + P_{C\varepsilon} = 2 \cdot 0,16 + 0,416 + 0,416 = 1,152 \text{ W}$$

Valor que es igual a la potencia suministrada al circuito. El balance de potencias da por lo tanto, tal como debe suceder, la igualdad entre energías suministradas y consumidas en el circuito.

e) El objeto de un receptor es transformar potencia eléctrica en otro tipo de potencia. En el caso del motor esta última será potencia mecánica. El rendimiento nos dará una valoración del éxito obtenido en esta tarea. Su valor vendrá dado por la relación entre la potencia transformada y la potencia total consumida:

$$\eta = \frac{P_T}{P_{C_M}} = \frac{\varepsilon' I}{\varepsilon' I + r I^2} = \frac{0,4}{0,416} = 0,962$$

Dando el resultado en %, tendremos:

$$\eta = 96,2 \%$$

O sea, cada 100 vatios consumidos por el motor, 96,2 se transforman en potencia mecánica, perdiéndose el resto por calentamiento.

Por su parte, el objeto de un generador es tomar potencia de una fuente energética y suministrarla al circuito en forma de potencia eléctrica. Pero parte de la potencia generada, se pierde en la resistencia interna del generador. El rendimiento nos dará una valoración del éxito obtenido por el generador para ejecutar su tarea y vendrá dado por la relación entre la potencia suministrada al circuito y la generada:

$$\eta = \frac{P_S}{P_g} = \frac{\varepsilon I - r I^2}{\varepsilon I} = \frac{0,384}{0,4} = 0,96$$

Valor que dado en % queda:

$$\eta = 96 \%$$

Entonces cada 100 vatios generados por la fuente (2), 4 se pierden por calentamiento en su resistencia interna.

f) La presencia del motor plantea la posibilidad de que existan dos soluciones distintas que den como resultado que  $V_A - V_C = 0$ , dado que la



ecuación que determina esta diferencia de potencial por el camino  $ADC$  es distinta en función del sentido que tenga la intensidad en el circuito.

Si consideramos que la intensidad mantiene su sentido dextrógiro, y calculamos  $V_A - V_C$  por el camino  $ADC$ :

$$V_A - V_C = -130 I - (-20 + 10) = 0$$

de donde

$$I = \frac{1}{13} \text{ A}$$

Para calcular el valor de la fuerza electromotriz de la fuente (1), calcularemos esta misma diferencia de potencial por el camino  $ABC$ :

$$V_A - V_C = 120 \frac{1}{13} - (-\varepsilon + 10) = 0$$

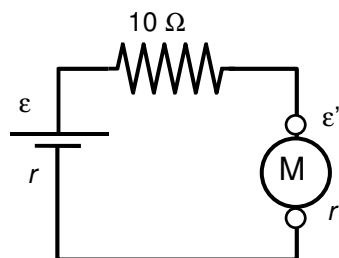
de donde

$$\varepsilon = 10 - \frac{120}{13} = \frac{10}{13} \text{ V}$$

#### Ejemplo 4-4

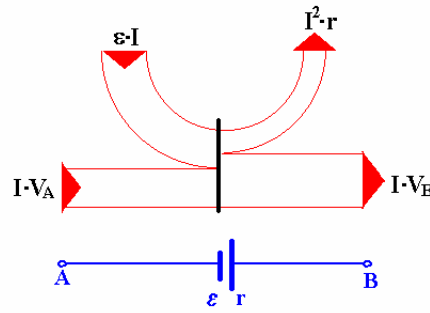
El motor del circuito de la figura consume 20 W, de los cuales un 10 % es por efecto Joule. Si la fuente suministra 60 W al circuito externo, determina:

- la potencia consumida en la resistencia de  $10 \Omega$ ,
- si la fuente genera una potencia de 64 W, determinar sus características:  $\varepsilon, r$
- por último, calcular las características del motor:  $\varepsilon', r'$



**Solución:**

El problema está planteado en términos de energía, y podemos recordar el comportamiento de los elementos del circuito a partir de este punto de vista para poder hacer un planteamiento general del circuito antes de resolver los apartados:

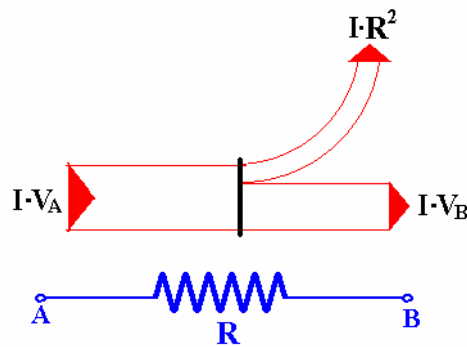


El generador es el único que puede aportar energía al circuito. La energía que genera por unidad de tiempo, la potencia generada, es proporcional a la intensidad que circula por el circuito:  $P_g = \varepsilon I$ . De esta energía, una parte se pierde en forma de calor en el propio generador ( $I^2 r$ ), y el resto es la que se suministra al circuito:

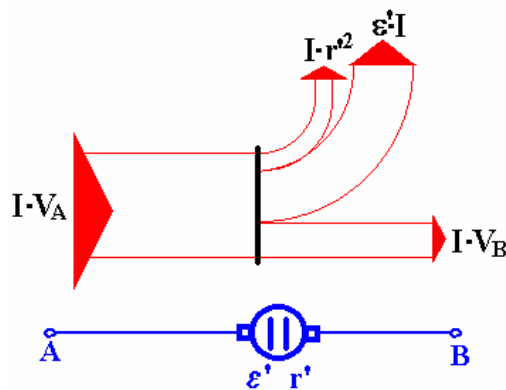
$$P_{JG} = I^2 r; \quad P_S = IV_B - IV_A = \varepsilon I - I^2 r$$

En la resistencia las cargas siempre pierden energía, según la ley de Joule la que nos dará el calor producido por unidad de tiempo:

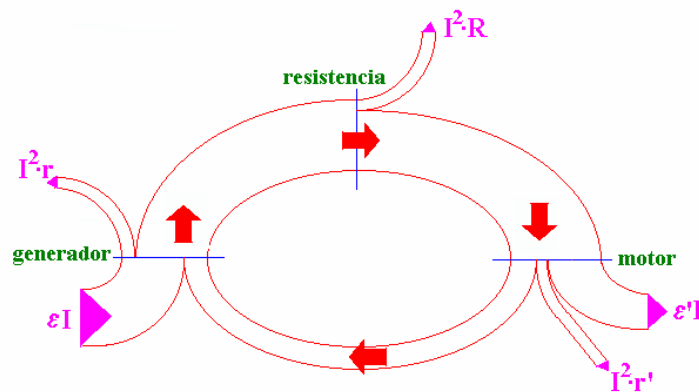
$$P_J = I^2 R$$



Por último, en el motor las cargas aportan la energía que se transforma una parte en energía mecánica ( $\varepsilon' I$ ), y otra que se pierde en forma de calor en el propio motor ( $I^2 r'$ ). Por tanto, la energía que consume el motor por unidad de tiempo es la suma de la transformada más las pérdidas por efecto Joule en su resistencia interna:  $P_c = \varepsilon' I + I^2 r'$



De esta manera, podemos considerar el circuito como un sistema en el que, de forma continua, se producen intercambios de energía, y podemos representarlo utilizando el siguiente diagrama de flujo de energía por unidad de tiempo:



Si ahora, teniendo en cuenta todas estas consideraciones, vamos interpretando los datos del problema llegaremos a determinar todas las características del generador y motor.

En el motor la potencia consumida se invierte en producir potencia mecánica (90%) y en pérdidas por efecto Joule (10%)

$$\begin{aligned}\varepsilon' I + P_{r'} &= 20 \text{ W} \\ 10 \% (20 \text{ W}) &= 2 \text{ W} = P_{r'} \\ 18 \text{ W} &= \varepsilon' I\end{aligned}$$

La potencia que suministra el generador al circuito (60 W) será igual a la suma de la que consume el motor (20 W) y la que se pierde por efecto Joule en la resistencia  $R$ :

$$60 \text{ W} = 20 \text{ W} + P_J \rightarrow P_J = P_R = 40 \text{ W} = I^2 \cdot 10 \Omega \rightarrow I = 2 \text{ A}$$

De los 64 W que genera el generador 60 W se suministran al circuito y el resto son pérdidas por efecto Joule en el propio generador:

$$\varepsilon I = 64 \text{ W} = 60 \text{ W} + P_r$$

Ahora ya podemos resolver todos los apartados del problema:

- a)  $P_J = P_R = 40 \text{ W}$
- b)  $\varepsilon I = 64 \text{ W} \rightarrow \varepsilon = 32 \text{ V}$        $P_r = 4 \text{ W} \rightarrow r = 1 \Omega$
- c)  $\varepsilon' I = 18 \text{ W} \rightarrow \varepsilon' = 9 \text{ V}$        $P_{r'} = 2 \text{ W} \rightarrow r' = 0,5 \Omega$

## 4.7 Problemas

1. Se calcula una resistencia de  $10 \Omega$  para disipar 5,0 W como máximo.

- a) ¿Qué corriente máxima puede tolerar esta resistencia?
- b) ¿Qué tensión entre sus bornes producirá esta corriente?

Sol: a) 0,707 A      b) 7,07 V

2. Si la energía cuesta 8 céntimos por kilovatio-hora. ¿Cuánto costará hacer funcionar un ordenador durante 4 horas si tiene una resistencia de  $120 \Omega$  y está conectado a una tensión de 220 V?

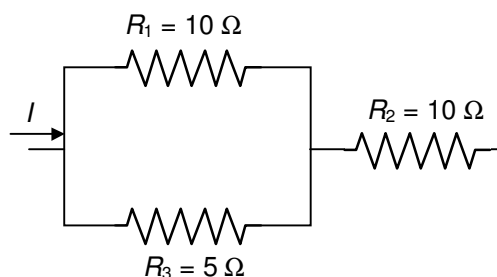
Sol: 12,91 céntimos

3. En el circuito de la figura, indica:

a) ¿Qué resistencia disipa más potencia por efecto Joule?

b) ¿Qué resistencia disipa menos potencia? Justifica las respuestas.

Sol: a)  $R_2$ , b)  $R_1$



4. Dos resistencias iguales se conectan en serie a una tensión  $V$ . Posteriormente se

montan en paralelo y se conectan a la misma tensión  $V$ . ¿En cuál de los dos montajes se disipa menos potencia?

Sol:  $P_s < P_p$

5. Se conecta una resistencia variable  $R$  a un generador de fuerza electromotriz  $\varepsilon$  que permanece constante independientemente de  $R$ . Para un valor de  $R = R_1$  la corriente es de 6 A. Cuando  $R$  aumenta hasta  $R = R_1 + 10 \Omega$ , la corriente cae hasta 2 A. Halla: a)  $R_1$ , b)  $\varepsilon$ .

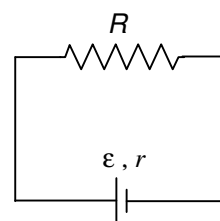
Sol: a)  $5 \Omega$ , b)  $30 \text{ V}$

6. Una batería tiene una fuerza electromotriz  $\varepsilon$  y una resistencia interna  $r$ . Cuando se conecta una resistencia de  $5 \Omega$  entre los terminales de la misma, la corriente es de 0,5 A. Cuando se sustituye esta resistencia por otra de  $11 \Omega$ , la corriente es de 0,25 A. Halla: a) La fuerza electromotriz  $\varepsilon$  y b) la resistencia interna  $r$ .

Sol: a)  $3 \text{ V}$ , b)  $1 \Omega$

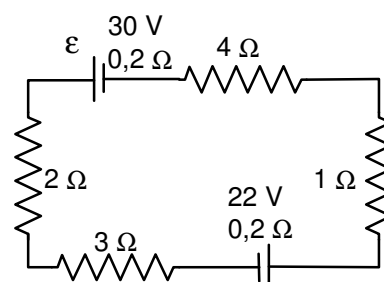
7. En el circuito de la figura la  $\varepsilon = 6 \text{ V}$  y la  $r = 0,5 \Omega$ . La disipación de calor por efecto Joule en  $r$  es 8 W. Halla: a) La intensidad, b) diferencia de potencial entre los extremos de  $R$ , c) valor de  $R$ .

Sol: a) 4 A, b) 4 V, c)  $1 \Omega$



8. Halla la diferencia de potencial entre los bornes del generador  $\varepsilon$ .

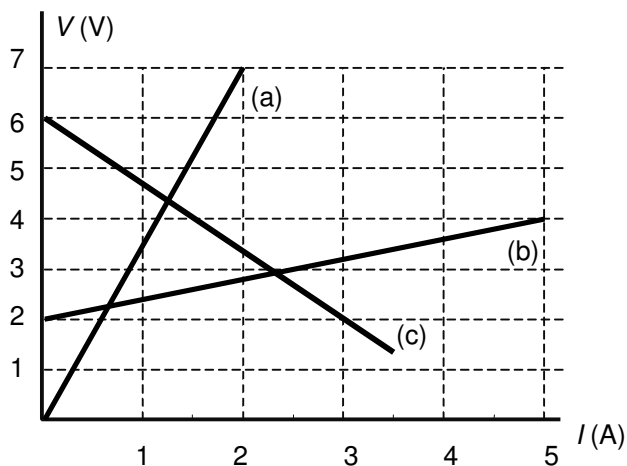
Sol:  $29 \text{ V}$



9. Si a un generador de fuerza electromotriz  $\varepsilon$  y resistencia interna  $r$  se conecta una resistencia  $R$ , determina cuál debe ser su valor para que la potencia disipada en  $R$  sea máxima.

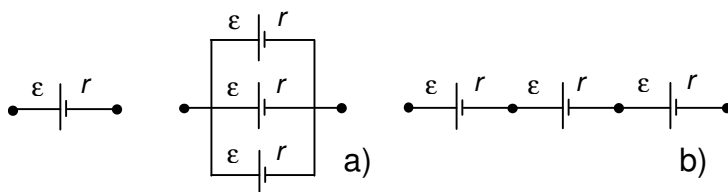
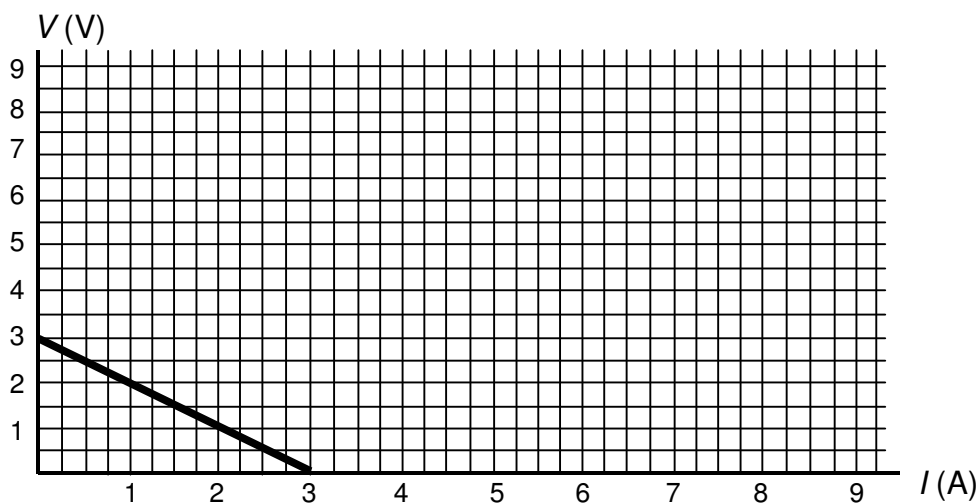
Sol:  $R = r$

10. En las figuras se representa la característica tensión corriente de diferentes elementos de un circuito de cc. Identifica cada una de ellas con el elemento a que corresponde.



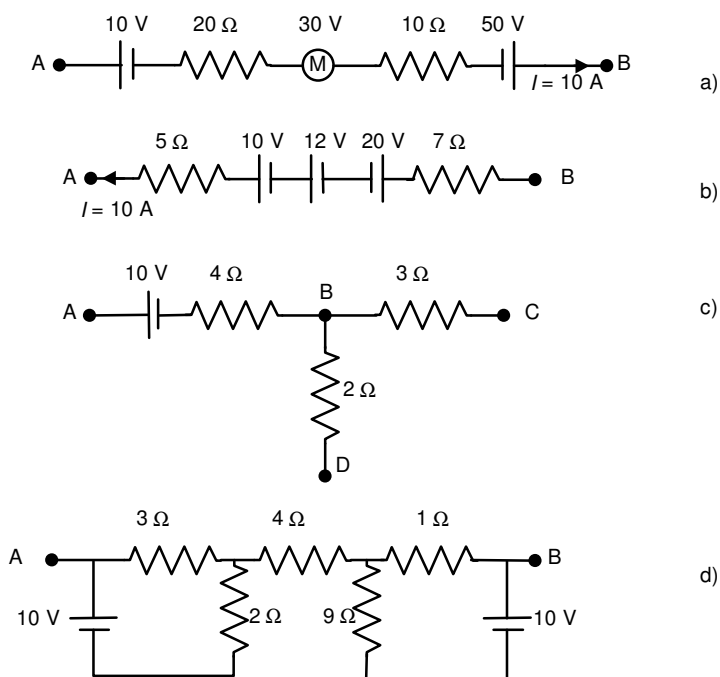
	recta	característica
generador		
receptor		
resistencia		

11. En la figura se representa la característica tensión corriente de un generador. Representa en la misma figura la gráfica correspondiente a: a) tres generadores idénticos al anterior dispuestos en paralelo, b) ídem en serie.



12. Determina la diferencia de potencial entre los puntos A y B en las siguientes figuras:

Sol: a) 290 V, b) -118 V, c) 10 V, d) 5 V

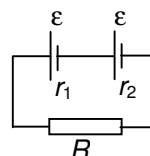


**13.** Un conjunto de  $N$  generadores idénticos con fuerza electromotriz  $\varepsilon$  y resistencia interna  $r$  se asocian en serie cerrando el circuito con un hilo sin resistencia. Calcula: a) intensidad que recorre el circuito, b) diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera  $j$  y  $k$ .

Sol: a)  $\varepsilon/r$ , b) 0

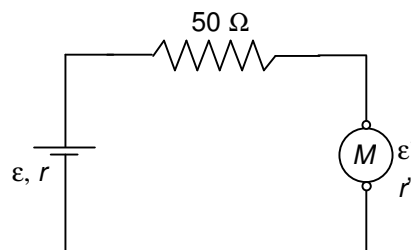
**14.** Dado el circuito de la figura con  $r_1 > r_2$ , calcula el valor de  $R$  para que la diferencia de potencial en bornes de uno de los generadores sea cero. Indica en cual de ellos.

Sol:  $R = r_1 - r_2$ . En el 1.



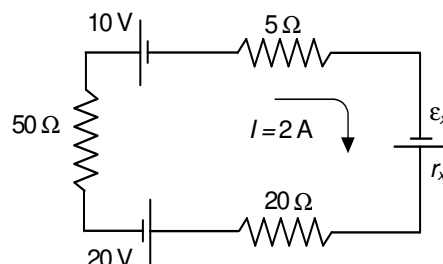
**15.** El motor del circuito de la figura consume 50 W, de los que un 20% lo es por efecto Joule. Si la fuente suministra 100 W al circuito externo, determina: a) Potencia consumida en la resistencia de  $50 \Omega$ , b) Si la fuente genera una potencia de 110 W, determina las características de la fuente:  $\varepsilon$ ,  $r$ , c) las características del motor:  $\varepsilon'$ ,  $r'$ .

Sol: a) 50 W, b) 110 V,  $r = 10 \Omega$ , c) 40 V,  $10 \Omega$ .



**16.** Si por el circuito de la figura circula una intensidad  $I = 2 \text{ A}$ , en el sentido indicado, y el rendimiento del generador  $\varepsilon_x$  es del 80%. Determina los valores de  $\varepsilon_x$  y  $R_x$ .

Sol:  $\varepsilon_x = 225 \text{ V}$  y  $R_x = 22,5 \Omega$ .



## GLOSARIO

**Efecto Joule.** Disipación de energía, en forma de calor, que se produce al circular corriente por un conductor.

**Fuerza electromotriz** de un generador es la energía que genera por unidad de carga.

**Generador lineal.** Dispositivo que suministra energía a un circuito, produciendo una diferencia de potencial entre sus bornes que decrece linealmente con la intensidad en la forma:

$$V_A - V_B = \varepsilon - Ir$$

**Rendimiento** de un generador es el cociente entre la potencia que suministra y la potencia que genera.

**Receptor** es un dispositivo que transforma energía eléctrica en otras formas de energía distintas del calor.

**Fuerza contraelectromotriz** de un receptor es la energía transformada por el receptor en energía mecánica u otras formas distintas del calor, por unidad de carga que atraviesa el receptor.

**Rendimiento** de un receptor es el cociente entre la potencia transformada y la potencia consumida por el mismo.