

4. La regla de decisión de Bayes

La **regla de decisión de Bayes** predice el efecto que producirá una causa x eligiendo, entre un conjunto de efectos posibles \mathcal{C} , uno de máxima **probabilidad a posteriori** (de la observación de la causa):

$$c^*(x) = \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c | x)$$

Probabilidad de error (efecto predicho distinto del realmente producido)

$$P(\text{error} | x) = 1 - P(c^*(x) | x)$$

Ninguna otra elección mejoraría esta probabilidad de error!

Regla de Bayes: otra versión

Por el teorema de Bayes, la regla de Bayes se puede reescribir como:

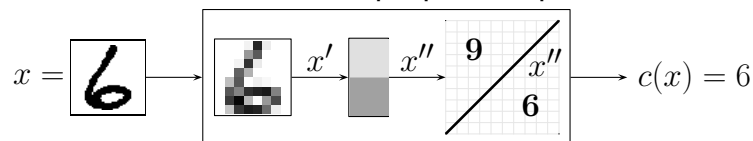
$$\begin{aligned} c^*(x) &= \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c | x) \\ &= \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c) \frac{p(x | c)}{p(x)} \\ &= \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c) p(x | c) \end{aligned}$$

donde $P(c)$ es la **probabilidad a priori** del efecto c ; y $p(x | c)$ es la **(densidad de) probabilidad** de que x sea la causa del efecto c .

5. Reconocimiento de Formas y Apr. Automático

El **Reconocimiento de Formas** y **Aprendizaje Automático** estudian sistemas capaces de aprender y predecir a partir de datos.

Un problema clásico es la construcción de clasificadores para objetos percibidos con sensores apropiados; p.e. un OCR de 6 o 9:



La aproximación convencional se basa en la regla de Bayes:

$$c^*(x) = \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c | x) = \arg \max_{c \in \mathcal{C}} P(c) p(x | c)$$

donde $P(c | x)$, o $P(c)$ i $p(x | c)$, se aprenden a partir de ejemplos.

La regla de decisión de Bayes: Problema de las flores

	SETO	VERS	VIRG	3	4	5
$P(x)$:	0.33	0.34	0.33	0.40	0.40	0.20

$P(y x) = \frac{P(x,y)}{P(x)} = P(y) \frac{P(x y)}{P(x)}$			
x	SETO	VERS	VIRG
3	0.325	0.675	0.000
4	0.325	0.175	0.500
5	0.350	0.000	0.650
x	3	4	5
$c^*(x)$			
$P(\text{error} x)$			

Distribución conjunta		
T	N	P
SETO	3	0,13
SETO	4	0,13
SETO	5	0,07
VERS	3	0,27
VERS	4	0,07
VERS	5	0,00
VIRG	3	0,00
VIRG	4	0,20
VIRG	5	0,13
Suma:		1,000