DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA QUINTA/SEXTA PRÁCTICA (Modelo A)

1. Aplica la secuencia Calculus:Limit para determinar el siguiente límite:

$$\lim_{n} \left(\frac{2n+1}{2n-\sqrt{n}} \right)^{\sqrt{n+2}} = \boxed{\sqrt{e}}$$

2. Aplica la secuencia Calculus:Limit para comparar los órdenes de magnitud de las sucesiones

$$a_n = \sqrt{n^5} - \sqrt{n^3+1} \qquad \text{y} \qquad b_n = \log(n)$$

Tendrás que calcular

$$\lim_{n} \frac{a_n}{b_n} = \boxed{\infty}$$

de donde puedes concluir

$$a_n \ \boxed{\gg} \ b_n$$

IF (condición, valor si, valor no)

3. Define, usando la cláusula IF, la sucesión recurrente

$$\begin{cases} a_1 & = & 2 \\ a_{n+1} & = & 1 + \dfrac{1}{3a_n} \end{cases}$$

El término a_{10} de la sucesión, con nueve decimales, es $\boxed{1,263762[illegible]2}$.

función a iterar

ITERATE (f, x, x, n)

valor de f

valor inicial

iteraciones

4. Define, usando ITERATE , la sucesión recurrente

$$\begin{cases} a_1 & = & 3 \\ a_{n+1} & = & \sqrt{5+4a_n} \end{cases}$$

El término a_{15} de la sucesión, con veinte decimales, es $\boxed{4,999993739}$

5. Resuelve la ecuación en diferencias que proporciona la forma explícita de la sucesión que define el problema de las torres de Hanoi:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \end{cases}$$

La expresión explícita para a_n, tras simplificar la función LIN1_DIFFERENCE, quedará

$$a_n = \boxed{2^n + 1}$$

variable

índice $a_n = A$

LIN1_DIFFERENCE (s_n, t_n, n, n1, A)

$$\begin{cases} a_n = A \\ a_{n+1} = s_n \cdot a_n + t_n \end{cases}$$

6. Considera $\{a_n\}$ la sucesión de Fibonacci, definida mediante la recurrencia

$a_{n+2} - a_n - a_{n+1} = 0 \leftarrow \quad a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \quad , \quad a_1 = a_2 = 1$

de gran interés por sus numerosas aplicaciones en Ciencias de la Computación, en Matemáticas y en la Teoría de Juegos. Debes, de acuerdo con el formato que usa D5W, resolver la ecuación

LIN2_CCF_BV (p, q, t_n, n, n1, A, ?, 0)

$$\boxed{1} \cdot a_{n+2} + \boxed{(-1)} \cdot a_{n+1} + \boxed{(-1)} \cdot a_n = \boxed{0}.$$

La expresión explícita para a_n, tras simplificar la función LIN2_CCF_BV correspondiente, quedará

$a_{n+2} + p \cdot a_n + q \cdot a_{n+1} = t_n$

$$a_n = \boxed{\frac{\sqrt{5}\left(\frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2}\right)^n}{5} - \frac{\sqrt{5}\left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)^n \cdot (-1)^n}{5}}$$

Determina una sucesión exponencial b_n del mismo orden de magnitud que a_n

$$b_n = \boxed{}$$

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO:

DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA QUINTA/SEXTA PRÁCTICA (Modelo B)

1. Aplica la secuencia Calculus:Limit para determinar el siguiente límite

$$\lim_n \left(\frac{n+1}{n-\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}} = \boxed{1}$$

n siempre tiende a infinito

2. Aplica la secuencia Calculus:Limit para determinar el siguiente límite

$$\lim_n \left(\frac{\log(n^5)}{\sqrt{n}}\right) = \boxed{0} \quad \Rightarrow \quad \log(n^5)\boxed{<<}\sqrt{n}$$

3. Define, usando la función ITERATE , la sucesión recurrente

ITERATE(f, x, x₀, n) → n-1 porque el primer valor ya esta calculado

$$\begin{cases} a_1 &= 2 \\ a_{n+1} &= \sqrt{1+3a_n} \end{cases}$$

El término a_{15} de la sucesión, con nueve decimales exactos, es $\boxed{3,302775050}$.

4. Define, usando la cláusula IF, la sucesión recurrente

IF(condicion, valor cond verd, valor cond falsa)

$$\begin{cases} a_1 &= 5 \\ a_{n+1} &= 2+\dfrac{1}{a_n} \end{cases}$$

$a_n = \cancel{\sqrt{}}\ 2 + \dfrac{1}{a_{n-1}}$

El término a_{20} de la sucesión, con quince decimales, es ~~1,570126228116516~~

2,41421356237309

5. Utiliza la función LIN1_DIFFERENCE para resolver la ecuación en diferencias (lineal de primer orden)

$$\begin{cases} a_1 &= 0 \\ a_n &= 3a_{n-1}+n \end{cases}$$

reescribiéndola previamente en la forma que usa D5W. La expresión explícita para a_n queda

$$a_n = \boxed{\frac{5\cdot 3^{n-1}}{4} - \frac{2\cdot n+3}{4}}.$$

Comprueba que $a_n \approx 3^n$. Para ello, calcula

$$\lim_n \left(\frac{a_n}{3^n}\right) = \boxed{\cancel{6}}\ \frac{5}{12} \in \mathbb{R}^+.$$

6. Sea a_n el número de cadenas de bits de longitud n que pueden generarse de forma que nunca haya dos ceros consecutivos. Observa (y calcula para $n=5$) que las cadenas posibles para los primeros valores serán

Si $n=1$	$\Rightarrow$	0	1						
Si $n=2$	$\Rightarrow$	01	11	10					
Si $n=3$	$\Rightarrow$	010	011	101	110	111			
Si $n=4$	$\Rightarrow$	0101	0110	0111	1010	1110	1101	1011	1111

de donde se deduce que $a_1=2$, $a_2=3$, $a_3=5$, $a_4=8$, $a_5=\boxed{13}$, ...

Define a_n como sucesión recurrente:

$$a_1=2 \ , \quad a_2=3 \ , \ \boxed{a_{n+2}=a_n+a_{n+1}}$$

La expresión explícita para a_n, tras simplificar la función LIN2_CCF_BV correspondiente, quedará

$$a_n = \boxed{\left(\frac{1}{2}-\frac{3\sqrt{5}}{10}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right)^n\cdot(-1)^n+\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{1}{2}\right)^n\cdot\left(\frac{3\sqrt{5}}{10}+\frac{1}{2}\right)}$$

¿Cuántas cadenas podrías generar por este procedimiento si $n=100$? $\boxed{927372692193078999176}$

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO: