(Justifique las respuestas)

Cuestión 1 **(1½ puntos)**

Dados los lenguajes:

$$L_1 = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ bb \in Suf(x)\}$$
$$L_2 = \{a^n b^m \ : \ n,m \geq 0\}$$
$$L_3 = \{b^n a^m \ : \ n,m \geq 0\}$$

(a) (½ punto) Describa el lenguaje $L_1 \cap L_3$.

Solución:

$L_1 \cap L_3 = \{bb\}\{b\}^*$.

(b) (½ punto) Describa el lenguaje $(bb)^{-1}L_2$.

Solución:

$(bb)^{-1}L_2 = \{b\}^*$.

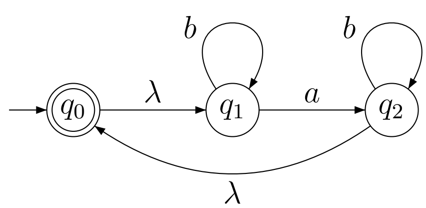
(c) (½ punto) Describa el lenguaje $(bb)^{-1}L_3$.

Solución:

$(bb)^{-1}L_3 = \{b^n a^m \ : \ n,m \geq 0\} = L_3$.

Cuestión 2 **(1½ puntos)**

Dado el siguiente autómata:



(a) (0.75 puntos) Enumere las 10 primeras palabras en orden canónico aceptadas por el autómata.

Solución:

$\lambda, a, aa, ab, ba, aaa, aab, aba, abb, baa$.

(b) (0.75 puntos) Describa el lenguaje aceptado por el autómata.

Solución:

$L(A) = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ |x|_a \geq 1\} \cup \{\lambda\}$.

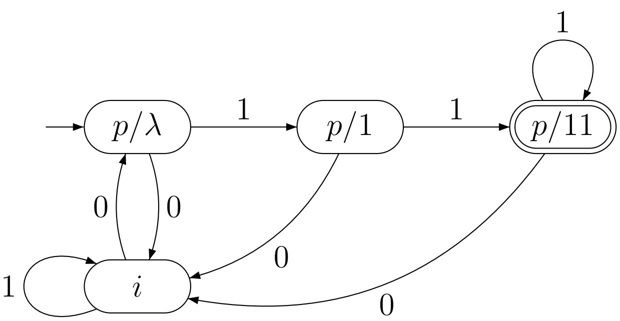
Cuestión 3 **(3 puntos)**

Proporcione:

(a) ($1\frac{1}{2}$ puntos) Un AFD que acepte el lenguaje
$L = \{x \in \{0,1\}^* \ : \ |x|_0 \mod 2 = 0 \wedge 11 \in Suf(x)\}$.

Solución:

Un AFD que acepta el lenguaje es el siguiente:

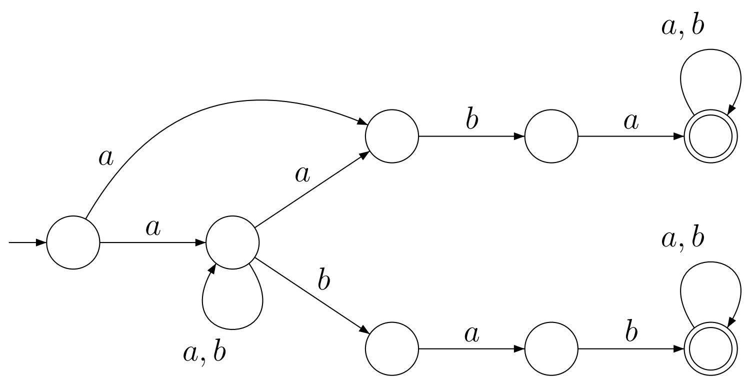


donde el nombre de los estados indica el número de símbolos 0 analizados (p par, i impar), así como la presencia de parte (o todo) el sufijo que es necesario procesar para aceptar la palabra.

(b) ($1\frac{1}{2}$ puntos) Un AF que acepte el lenguaje
$L = \{x \in \{a,b\}^* \ : \ a \in Pref(x) \wedge (aba \in Seg(x) \vee bab \in Seg(x))\}$.

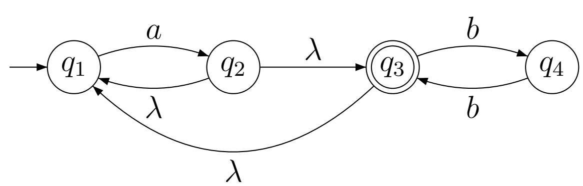
Solución:

Un AF que identifica el lenguaje es el siguiente:



Cuestión 4 **(2 puntos)**

Proporcione un AFD equivalente al siguiente autómata.



Solución:

La siguiente tabla muestra la λ-clausura de cada estado:

Q	$\lambda - clausura$
q_1	$\{q_1\}$
q_2	$\{1_1, q_2, q_3\}$
q_3	$\{q_1, q_3\}$
q_4	$\{q_4\}$

El AFD obtenido según la construcción vista en clase es el que se muestra a continuación:

		a	b
$\rightarrow$	$\{1\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\emptyset$
$\leftarrow$	$\{1, 2, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{4\}$
	$\{4\}$	$\emptyset$	$\{1, 3\}$
$\leftarrow$	$\{1, 3\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{4\}$

Cuestión 5 **(1 punto)**

Dado el lenguaje $L = \{0x \ : \ x \in \{0, 1\}^*\}$, describa el lenguaje $\overline{L}L - L$.

Solución:

Según la definición de complementario:

$$\overline{L} = \{1x \ : \ x \in \{0, 1\}^*\} \cup \{\lambda\},$$

por lo que el producto $\overline{L}L$ puede describirse como:

$$\overline{L}L = \{1x \ : \ x \in \{0, 1\}^* \wedge |x|_0 \geq 1\} \cup L,$$

por lo que:

$$\overline{L}L - L = \{1x \ : \ x \in \{0, 1\}^* \wedge |x|_0 \geq 1\}.$$

Cuestión 6 **(1 punto)**

Dados los siguientes lenguajes y homomorfismo:

$$L = \{x \in \{a, b\}^* \ : \ |x|_a = 2|x|_b\} \qquad \begin{cases} h(0) = aa \\ h(1) = b \end{cases}$$
$$L' = \{0, 1, 00, 01, 10, 11\}$$

describa el lenguaje $h^{-1}(L) \cap L'$.

Solución:

El ejercicio pide la descripción del lenguaje resultado de una intersección donde un lenguaje (L') es finito, por lo que el lenguaje $h^{-1}(L) \cap L'$ es también finito. Teniendo esto y la definición de la operación homomorfismo inverso en cuenta, basta comprobar para qué palabras de L' su imagen de acuerdo con el homomorfismo h pertenece a L, obteniéndose que $h^{-1}(L) \cap L' = \{01, 10\}$.

Otra forma de abordar el ejercicio es obtener una descripción para $h^{-1}L$, que, de acuerdo a la definición del homomorfismo es:

$$h^{-1}L = \{x \in \{0,1\}^* \;:\; |x|_0 = |x|_1\}.$$

Así, el lenguaje $h^{-1}(L) \cap L'$ contiene todas las palabras de L' con el mismo número de simbolos 0 y 1, esto es, $h^{-1}(L) \cap L' = \{01, 10\}$.