

PROBLEMES DE MATEMÀTICA DISCRETA

Tema 3. RETÍCLES O ÀLGEBRES DE BOOLE

1. En un àlgebra o reticle de Boole, simplifica les següents expressions indicant les propietats utilitzades:

(a) $\overline{(ab + \bar{b} + \bar{a})}$

(b) $\overline{(a\bar{b}(a + \bar{a}b\bar{c}))}$

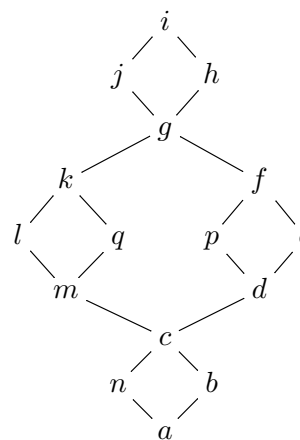
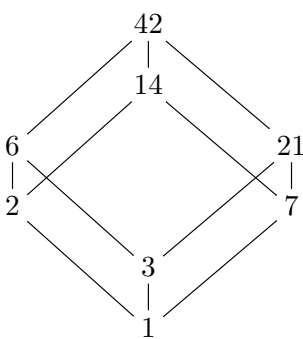
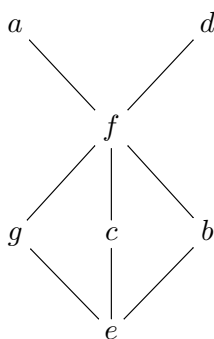
2. En el àlgebra de Boole $A = \{0, 1, a, b\}$, resol les equacions siguientes:

(a) $ax^2 = 0$,

(b) $(a + x)^2(b + x) + x^2 = 1$,

on x^2 denota xx .

3. Analitza si els conjunts ordenats amb el següents diagrames de Hasse són reticles de Boole:



Es considera el conjunt D_{36} dels divisors positius de 36 amb la relació de divisibilitat. Dibuixa el diagrama de Hasse corresponent. Calcula el màxim i el mínim del reticle. Determina els elements que tenen complementari. ¿És un reticle de Boole?

4. En un àlgebra de Boole $(A, +, \cdot)$, troba les formes canòniques d'una funció de tres variables que pren el valor 1 si xyz és l'expressió binària d'un nombre primer i val 0 si xyz és l'expressió binària d'un nombre no primer.
5. Una assemblea de 36 persones és convocada a votar per a acceptar o rebutjar diferents propostes. L'assemblea està dividida en quatre grups X, Y, Z, T , que compten amb 5, 8, 10 i 13 membres respectivament. A cada proposta, tots els membres d'un grup voten en el mateix sentit i mai un grup s'absté. Les propostes s'accepten sí i només sí aconsegueixen la majoria absoluta. Determina les formes canòniques de la funció $f(x, y, z, t)$ que pren el valor 1 quan la proposta és acceptada per majoria absoluta (almenys 19 vots) i el valor 0 en un altre cas.
6. Simplifica pel mètode de Quine-McCluskey la següent funció booleana:

$$f(x, y, z) = xyz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$