Autòmat Diccionari

Com s'ha vist en pràctiques anteriors, una aproximació no determinista al problema del pattern matching permet abordar el problema amb un comportament temporal millor. En aquesta pràctica es mostra com, a partir del conjunt de patrons a buscar, és possible construir un autòmat determinista que permet obtenir una solució al problema amb un cost temporal encara menor.

El nou mètode es basa en la construcció de l'*autòmat diccionari* del conjunt de patrons. A partir d'un conjunt M de cadenes sobre un determinat alfabet Σ, es defineix l'autòmat diccionari $AD_M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ com segueix:

- $Q = \{x \in \Sigma^* \ : \ x \in Pref(M)\}$
- $q_0 = \lambda$
- $F = Pref(M) \cap \Sigma^* M$

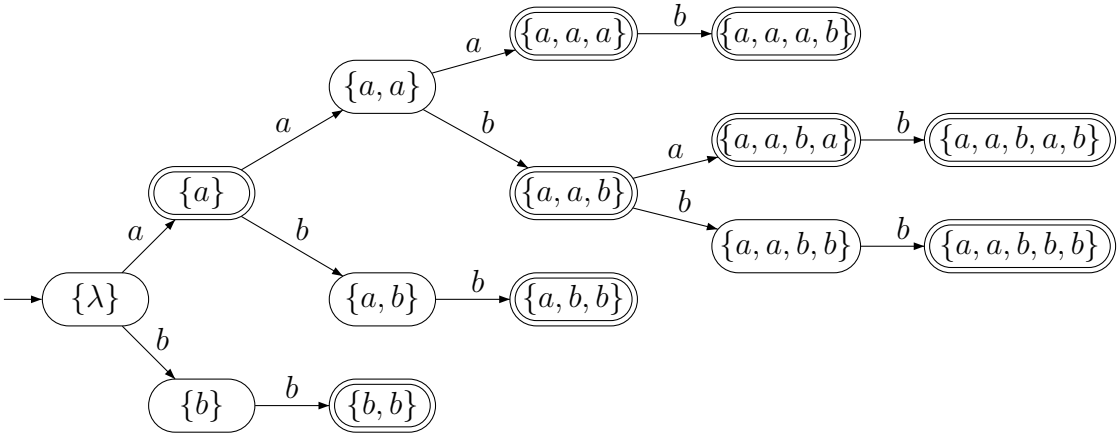
  Intuïtivament, el conjunt d'estats finals estarà format pels estats que estiguen identificats amb una cadena que tinga, almenys, un sufix en M.

- $\delta(x, a) = h(xa)$ on, per a qualsevol cadena u, $h(u)$ és el sufix més llarg d'u que pertany a $Pref(M)$.

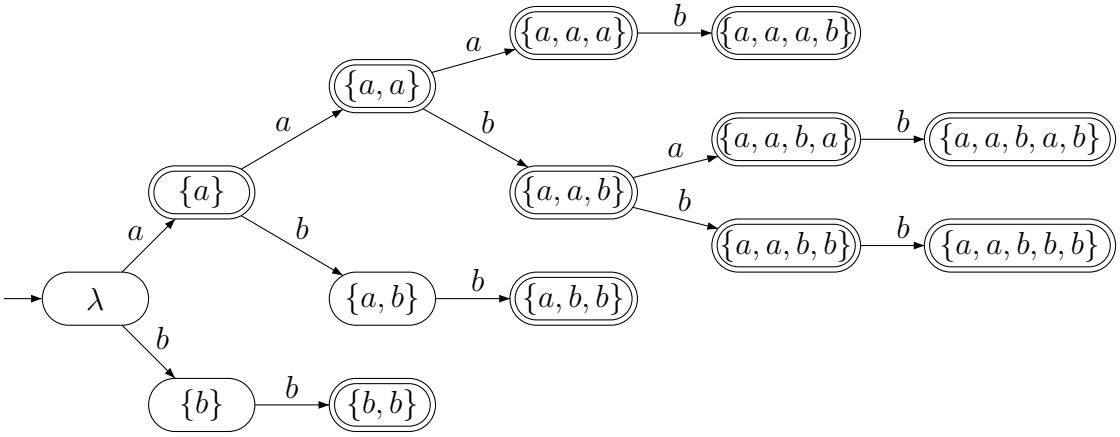
És important notar les similituds entre l'autòmat diccionari del conjunt M (AD_M) i l'arbre acceptor de prefixos del mateix conjunt ($AAP(M)$). Les diferències són, d'una banda el conjunt de finals, i d'altra, la definició de la funció de transicions. De fet, tant els finals com totes les transicions d'$AAP(M)$ són estats finals i transicions del AD_M, per la qual cosa en l'exemple següent considerem el que vam utilitzar en la pràctica anterior:

$$M = \left\{ \begin{array}{l} p_1 = a,\ p_2 = bb,\ p_3 = aaa,\ p_4 = aab,\ p_5 = abb, \\ p_6 = aaab,\ p_7 = aaba,\ p_8 = aabab,\ p_9 = aabbb \end{array} \right\}$$

Posteriorment necessitarem referir-nos a aquests patrons individualment, per la qual cosa hem associat a cada patró un identificador. L'arbre acceptor de prefixos corresponent a aquest conjunt (on identifiquem cada estat amb el prefix d'M amb el qual està associat) és el següent:

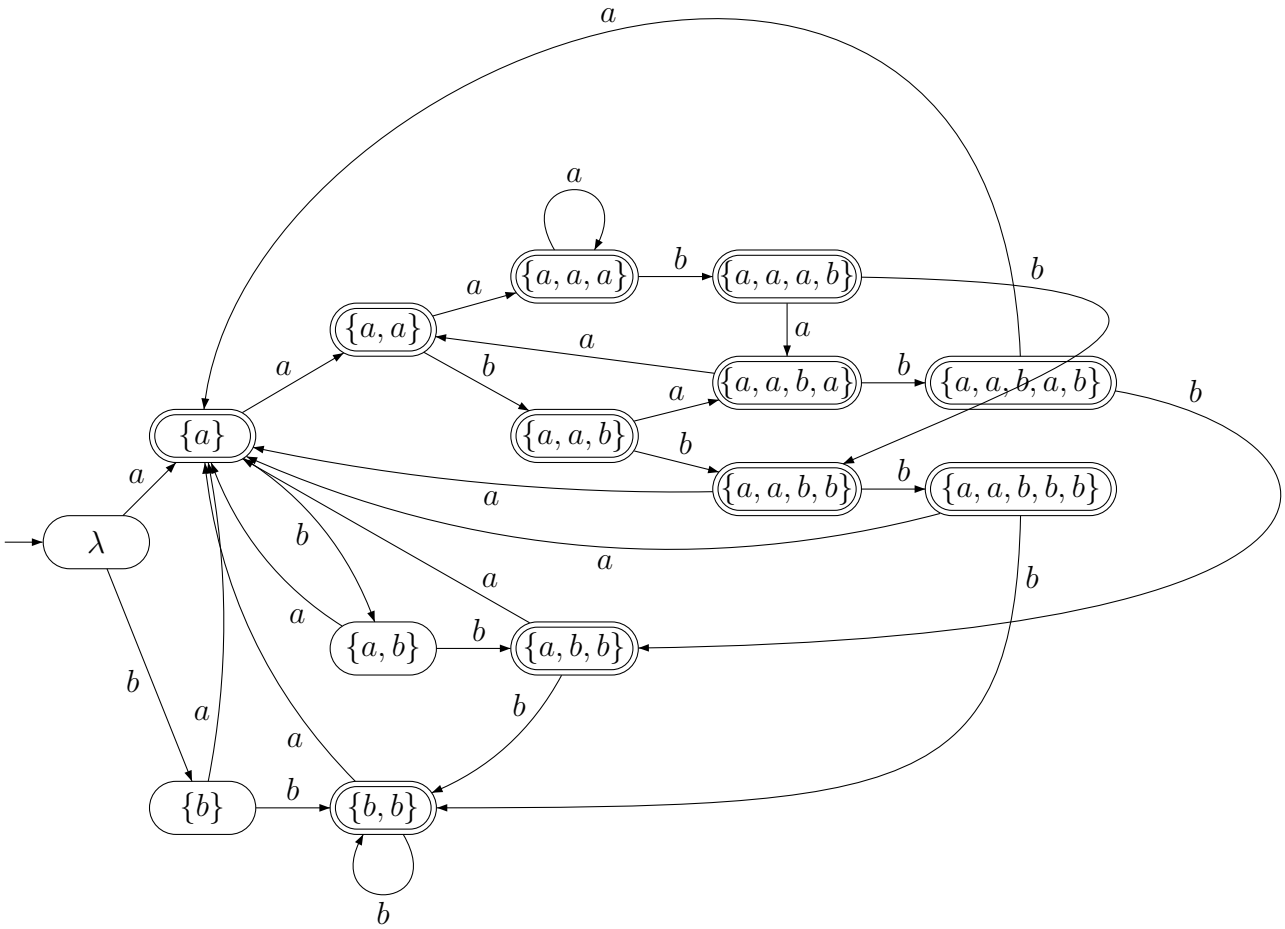


Com a primer pas modifiquem el conjunt de finals. En aquest sentit, noteu com l'estat $\{a, a\}$, que no és final en el $AAP(M)$, sí que ho és en AD_M ($\{a, a\}$ té un sufix que està en M). Aquesta primera modificació ens du a l'autòmat següent:



Ara considerem les transicions no definides en aquest autòmat, entre altres, les transicions de l'estat $\{b, b\}$ amb els símbols a i b o de l'estat $\{a, b\}$ amb el símbol a.

Per exemple, si apliquem la definició de la funció de transicions de l'AD_M, $\delta(\{a, b\}, a) = h(\{a, b, a\})$. El sufix més llarg de $\{a, b, a\}$ en $Pref(M)$ és $\{a\}$, per tant $\delta(\{a, b\}, a) = \{a\}$. A continuació mostrem el AD_M després d'aplicar aquest procés a les transicions no definides.



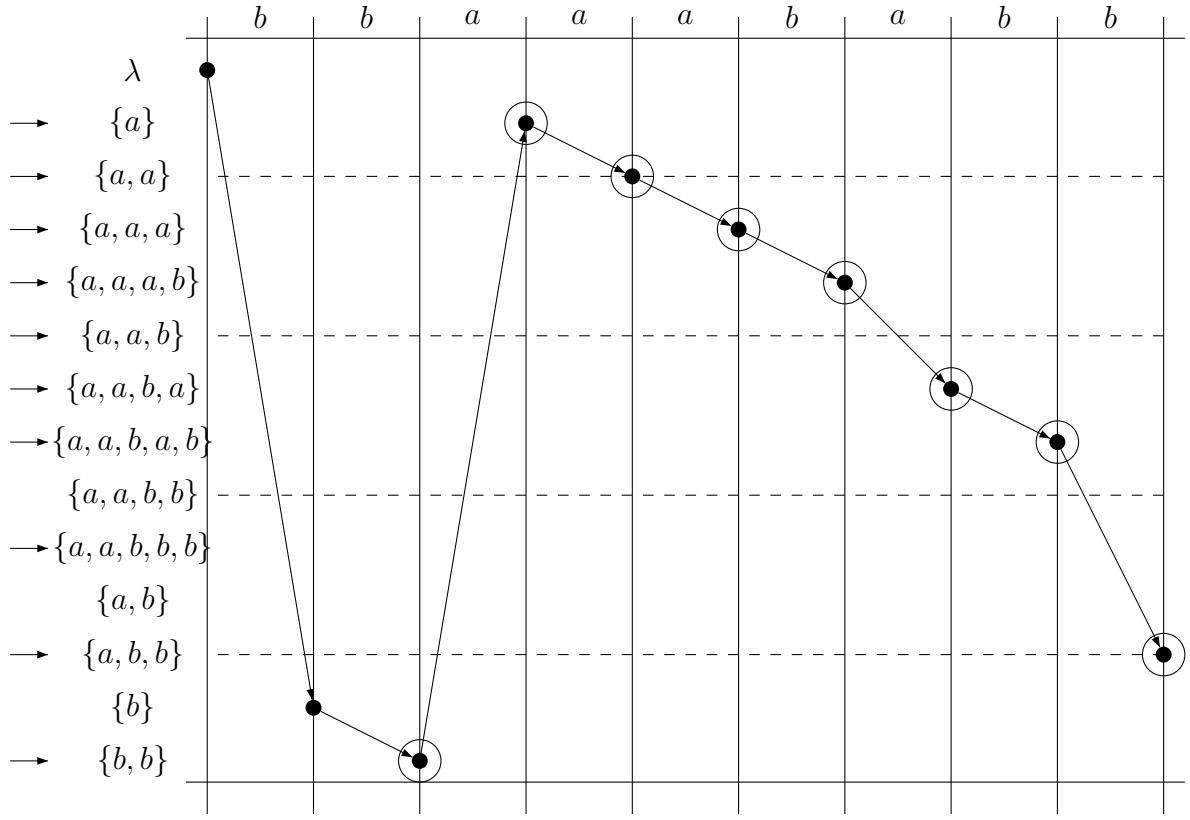
Com ja passava en la pràctica anterior, estem construint un autòmat (l'autòmat diccionari A_M) que reconeix el llenguatge $\Sigma^* M$, de manera que, mentre s'analitza un text qualsevol x, arribar a un estat final implica que s'ha trobat, almenys, un patró. De fet, s'han trobat tots els patrons que són sufixe de la cadena que denota l'estat final.

Per tant, modifiquem l'autòmat per a anotar en cada estat final u, quins patrons són sufix de la cadena u. Aquesta informació es resumeix en la taula següent:

estado	$\{a\}$	$\{a,a\}$	$\{b,b\}$	$\{a,a,a\}$	$\{a,a,b\}$	$\{a,b,b\}$
patrones	p_1	p_1	p_2	$p_1,\ p_3$	p_4	$p_2,\ p_5$

estado	$\{a,a,a,b\}$	$\{a,a,b,a\}$	$\{a,a,b,b\}$	$\{a,a,b,a,b$	$\{a,a,b,b,b\}$
patrones	$p_4,\ p_6$	$p_1,\ p_7$	$p_2,\ p_5$	p_8	p_2, p_9

Una vegada obtingut l'autòmat diccionari, és possible detectar totes les posiciones on apareix una cadena d'M en un text x. Per a açò només cal realitzar una anàlisi determinista, i sempre que s'arribe a un estat final, indicar que s'han detectat els patrons asociats al corresponent estat final. Per exemple, considerant el text $x = \{b, b, a, a, a, b, a, b, b\}$, l'anàlisi determinista es pot representar com segueix:



En aquest diagrama hem marcat els estats finals visitats durant l'anàlisi. Es pot vore que després d'analitzar el segon símbol s'arriba a l'estat $\{b, b\}$, que en ser final indica que s'ha

detectat un patró p_2 del conjunto M (el patró bb). De la mateixa manera, per exemple: després d'analitzar $\{b, b, a\}$ i $\{b, b, a, a, a, b, a\}$ s'arriba a l'estat $\{a\}$ que indica que s'ha detectat el patró a; quan s'ha analitzat $\{b, b, a, a, a\}$ s'arriba a l'estat $\{a, a, a\}$ que indica que s'han detectat els patrons a i aaa, i així succesivament.

Exercicis

Exercici 1

Implementar un mòdul Mathematica que, prenent una cadena u i un conjunt de cadenes M com entrada, torne el sufix més llarg d'u que siga un element d'M.

Exercici 2

Implementar un mòdul Mathematica que, prenent un conjunt de cadenes M com entrada, torne l'autòmat diccionari d'aquest conjunt.

Exercici 3

Implementar un mòdul Mathematica per a, donats l'autòmat diccionari d'un conjunt de patrons M i un text x, torne el conjunt de posicions d'x en las quals apareix un element d'M.

Bibliografia

Maxime Crochemore, Christophe Hancart and Thierry Lecroq ALGORITHMS ON STRINGS. *Cambridge University Press*, 2007.