



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

# Modelos de Markov ocultos

Albert Sanchis  
Alfons Juan  
Jorge Civera

*DSIC*

Departamento de Sistemas  
Informáticos y Computación

# Objetivos formativos

- Interpretar un *HMM (modelo de Markov oculto)*
- Calcular la probabilidad de una cadena de forma directa

# Índice

1	Definición de HMM	3
2	Probabilidad de una cadena	5

# 1. Definición de HMM

Un *modelo de Markov oculto o HMM (Hidden Markov Model)* es un modelo probabilístico para *procesos Markovianos*...

...el estado en  $t + 1$  solo depende del estado en  $t$  y solo se observa  $x$  (la secuencia de estados visitados permanece *oculta*).

# Definición de HMM (cont.)

Un HMM es un modelo  $M = (Q, \Sigma, \pi, A, B)$ , donde:

- $Q$  es un conjunto finito de **estados** (que incluye uno *final*,  $F$ )
- $\Sigma$  es un conjunto finito de **símbolos** o **alfabeto**
- $\pi \in [0, 1]^Q$  es un vector de **probabilidades iniciales**
- $A \in [0, 1]^{Q \times Q}$  es una matriz de **probabilidades de transición**
- $B \in [0, 1]^{Q \times \Sigma}$  es una matriz de **probabilidades de emisión**

**Ejemplo:**

$$Q = \{0, 1, F\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$\pi$	0	1
	0.6	0.4

$A$	0	1	$F$
0	0.3	0.7	
1		0.6	0.4

$B$	$a$	$b$
0	0.5	0.5
1	0.2	0.8

## 2. Probabilidad de una cadena

La probabilidad de que  $M$  genere  $x = x_1x_2 \cdots x_T$  es:

$$P_M(x) = \sum_{\mathbf{q}=q_1q_2\cdots q_T} P_M(x, \mathbf{q})$$

donde

$$P_M(x, \mathbf{q}) = [\pi_{q_1} B_{q_1, x_1}] \cdot [A_{q_1, q_2} B_{q_2, x_2}] \cdot \dots \cdot [A_{q_{T-1}, q_T} B_{q_T, x_T}] \cdot A_{q_T, F}$$

**Ejemplo (cont.):** tomemos  $x = ab$

$$\begin{aligned} P_M(ab) &= P_M(01F, ab) + P_M(11F, ab) \\ &= [0.6 \cdot 0.5] \cdot [0.7 \cdot 0.8] \cdot 0.4 \\ &\quad + [0.4 \cdot 0.2] \cdot [0.6 \cdot 0.8] \cdot 0.4 \\ &= 0.06720 + 0.01536 = 0.08256 \end{aligned}$$