

ALFABETO, PALABRA, LENGUAJE

Preguntas:

Pregunta 1

Dado $L = \{ax : x \in \{a, b\}^*\}$, proporcione el conjunto de palabras de longitud 3 sobre L .

Solución:

aaa, aab, aba, abb

Pregunta 2

Dado $L = \{axa : x \in \{a, b\}^*\}$, enumere el conjunto de las palabras de L de longitud menor o igual que 4.

Solución:

aa, aaa, aba, aaaa, aaba, abaa, abba

Pregunta 3

Dado $L = \{axa : x \in \{a, b\}^*\}$, obtenga las diez primeras palabras de L en orden canónico.

Solución:

aa, aaa, aba, aaaa, aaba, abaa, abba, aaaaa, aaaba, aabaa

Pregunta 4

Dado $L = \{xayaz : x, y, z \in \{a, b\}^*\}$, obtenga las diez primeras palabras de L en orden canónico.

Solución:

aa, aaa, aab, aba, baa, aaaa, aaab, aaba, aabb, abaa

Pregunta 5

Dado $L = \{x \in \{a, b\}^* : |x| \equiv 1 \pmod{2}\}$, obtenga las diez primeras palabras de L en orden canónico.

Solución:

$a, b, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb$

Pregunta 6

Dado $L = \{xx^r : x \in \{a, b\}^*\}$, obtenga las diez primeras palabras de L en orden canónico.

Solución:

$\lambda, aa, bb, aaaa, abba, baab, bbbb, aaaaaa, aabbaa$

Pregunta 7

Dados $L_1 = \{xaay : x, y \in \{a, b\}^*\}$ y $L_2 = \{xayaz : x, y, z \in \{a, b\}^*\}$, ¿es L_1 igual a L_2 ?

Solución:

El enunciado es falso. Téngase en cuenta que $aba \in L_2$ y que sin embargo $aba \notin L_1$

Pregunta 8

Dados $L_1 = \{ax : x \in \{a, b\}^*\}$ y $L_2 = \{axa : x \in \{a, b\}^*\}$, ¿qué relación existe entre L_1 y L_2 ?

Solución:

El lenguaje L_1 contiene todas las palabras que comienzan con el símbolo a . El lenguaje L_2 contiene todas las palabras que comienzan y acaban con el símbolo a .

Por una parte, consideremos $x = ab$. Obviamente, $x \in L_1$ y $x \notin L_2$. Por otra parte, todas las palabras de L_2 pertenecen a L_1 (todas ellas comienzan por a). Por lo que $L_2 \subsetneq L_1$

Pregunta 9

Dado $L = \{x \in \{a, b\}^* : |x| > 2\}$, obtenga un conjunto D tal que $L = \{a, b\}^* - D$.

Solución:

$$D = \{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb\}$$

Pregunta 10

Obtenga el conjunto de segmentos de la palabra $abccbb$.

Solución:

$$Seg(abccbb) = \{\lambda, a, b, c, ab, bb, bc, cb, cc, abc, bcc, cbb, ccb, abcc, bccb, ccbb, abccb, bccbb, abccbb\}$$

Pregunta 11

Obtenga el conjunto de prefijos de la palabra $baccbb$.

Solución:

$$Pref(baccbb) = \{\lambda, b, ba, bac, bacc, baccb, baccbb\}$$

Pregunta 12

Obtenga el conjunto de sufijos de la palabra $bcacba$.

Solución:

$$Suf(bcacba) = \{\lambda, a, ba, cba, acba, cacba, bcacba\}$$

Pregunta 13

Dado $L = \{axa : x \in \{a, b\}^*\}$, obtener el conjunto de segmentos de longitud 3 correspondientes a todas las palabras de longitud 4 de L .

Solución:

$$aaa, aab, aba, abb, baa, bba$$

Pregunta 14

Sabiendo que $y \in Pref(x^r)$, ¿es necesariamente cierto que $y^r \in Suf(x)$?

Solución:

Recordamos primero que, si $x = yz$ entonces $x^r = z^r y^r$.

Si $y \in Pref(x^r)$ entonces existe alguna palabra z tal que $x^r = yz$. Aplicando la propiedad mencionada, $x = z^r y^r$ donde se puede ver que, en efecto, $y^r \in Suf(x)$.

Pregunta 15

Sabiendo que $y \in Pref(x)$, ¿es necesariamente cierto que $y^r \in Suf(x^r)$?

Solución:

Recordamos primero que, si $x = yz$ entonces $x^r = z^r y^r$.

Si $y \in Pref(x)$ entonces existe alguna palabra z tal que $x = yz$. Aplicando la propiedad mencionada, $x^r = z^r y^r$ donde se puede ver que, en efecto, $y^r \in Suf(x^r)$.

Pregunta 16

Sabiendo que $y \in Pref(x)$ y $z \in Suf(y)$, ¿es necesariamente cierto que $z \in Seg(x)$?

Solución:

Si $z \in Suf(y)$, entonces existe una palabra w tal que $y = wz$.

Si $y \in Pref(x)$, existe una palabra v tal que $x = yv$. Sustituyendo el valor de y obtenido antes, vemos que $x = wzv$, y que en efecto $z \in Seg(x)$.

Pregunta 17

Describe informalmente el lenguaje $L = \{x \in \{a, b\}^* : a \in Pref(x) \wedge b \in Suf(x)\}$.

Solución:

El lenguaje contiene las palabras sobre el alfabeto que empiezan por a y acaban con b .

Pregunta 18

Describe informalmente el lenguaje $L = \{x \in \{a, b\}^* : ab \notin Seg(x) \wedge ba \notin Seg(x)\}$.

Solución:

Si las palabras del lenguaje no contienen el segmento ab ni el segmento ba , el lenguaje L contiene la palabra λ junto con todas las palabras formadas exclusivamente por símbolos a o por símbolos b .

Pregunta 19

Proporcione una descripción formal del lenguaje formado por las palabras sobre el alfabeto a, b tales que son palíndromos de longitud impar.

Solución:

$$L = \{xux^r : x \in \Sigma^*, u \in \Sigma\}$$

Pregunta 20

Proporcione una descripción formal para el lenguaje formado por las palabras sobre el alfabeto $\{a, b\}$ tales que están formadas por una secuencia de a s seguida de otra de b s de la misma longitud.

Solución:

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

Pregunta 21

Dados $L_1 = \{x \in \{a, b\}^* : |x| \equiv 1 \pmod{2}\}$ y $L_2 = \{x \in \{a, b\}^* : |x|_a \equiv 1 \pmod{2} \text{ si } |x|_b \not\equiv 1 \pmod{2}\}$, ¿es L_1 igual a L_2 ?

Solución:

Las palabras de L_2 tienen un número impar de símbolos a (resp. de símbolos b) si tienen un número par de símbolos b (resp. de símbolos a), por lo que el lenguaje es el de palabras de longitud impar, esto es, L_1 .

Pregunta 22

Dados $L_1 = \{xaybz : x, y, z \in \{a, b\}^*\}$ y $L_2 = \{xaby : x, y \in \{a, b\}^*\}$, ¿es L_1 igual a L_2 ?

Solución:

El lenguaje L_2 es el de aquellas palabras que contienen el segmento ab .

El lenguaje L_1 es el de aquellas palabras que cumplen que a un símbolo a le sigue un símbolo b .

Tomemos $\omega = xaybz$ como una palabra cualquiera del lenguaje del lenguaje, donde $x, y, z \in \{a, b\}^*$. Por una parte, si y contiene al menos un símbolo b , entonces $ab \in \text{Seg}(ay)$ y por lo tanto ab es un segmento de la palabra. Por otra parte, si y es una palabra formada exclusivamente por símbolos a , entonces $ab \in \text{Seg}(ayb)$, y por lo tanto, ab también es un segmento de la palabra.

Con lo que ambos lenguajes descritos son el mismo.