DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA OCTAVA PRÁCTICA (Modelo A)

1. La suma s_n de los n primeros naturales impares es $s_n = \sum_{k=1}^{\square} \boxed{} = \boxed{}$

2. Obtén la suma exacta de la serie numérica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4} = \boxed{\frac{7\pi^4}{720}} \approx \boxed{0{,}94703\cancel{2}8294}$$

La suma $s_{50} = \boxed{0{,}9470327526}$ proporciona $\boxed{6}$ decimales exactos.

3. Sabiendo que la suma parcial n-ésima de la serie $\sum_{n\geq 1} a_n$ es $s_n = \frac{n}{2n+1}$, determina el término general, a_n, y la suma de la serie en caso de convergencia.

La serie tiene por término general $a_n = \boxed{\frac{1}{4n^2-1}}$, y su suma es $\boxed{\frac{1}{2}}$.

4. Halla el valor exacto para la suma de la serie $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 2^n} = \boxed{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} \approx \boxed{0{,}4054651081}$

¿Cuántos términos necesitas sumar para aproximar la suma de la serie con 4 decimales exactos? $N = \boxed{12}$

La aproximación que proporciona la suma parcial correspondiente será $\boxed{0{,}40545869}$9

5. Halla el polinomio de McLaurin de grado 9 de la función $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

$$P_9(x) := \frac{2x^9}{9} + \frac{2x^7}{7} + \frac{2x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + 2x$$

Obtén la aproximación que proporciona el polinomio anterior para $\log(3)$, al sustituir x por $\boxed{1/2}$ en P_9,

$$\log(3) \approx \boxed{\cancel{1{,}0986122888}\ 1{,}098499503}$$

Mejora la estimación anterior hallando la aproximación que proporciona el polinomio de Taylor de grado 20

$$\log(3) \approx \boxed{1.098612229}$$

Compara este valor con el que calcula Derive y concluye que la aproximación garantiza $\boxed{7}$ decimales correctos.

6. Sabiendo que la función $f(x) = \cos(x)$ se puede escribir como

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

siendo $P_n(x)$ el polinomio de Taylor de grado n y $R_n(x)$ el resto de Lagrange

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \quad , \quad s \in \left]a, x\right[$$

Aproxima los 20 primeros decimales de $\cos(0.05)$ utilizando el polinomio de McLaurin de grado 8

$$\cos(0.05) \approx P_8(0.05) = \boxed{0{,}9987502603}$$

El error cometido vendrá dado por

$$|R_8(0.05)| = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}(0.05)^9 < 10^{-\boxed{}}$$

Verifícalo calculando el valor de $\cos(0.05)$ con Derive.

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO:

DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA OCTAVA PRÁCTICA (Modelo B)

1. Comprueba que la suma de los n primeros cubos de los números naturales coincide con el cuadrado de la suma de los n primeros naturales

$$\sum_{k=1}^{\boxed{n}} \boxed{} = \boxed{} = \left(\sum_{k=1}^{n} \boxed{} \right)^2$$

2. Obtén la suma exacta de las serie numérica $\displaystyle\sum_{n\geq 3} \frac{(n-1)(2n-5)^2}{5^{n-1}} = \boxed{\frac{93}{160}}$

3. Sabiendo que la suma parcial n-ésima de la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} a_n$ es $s_n = \dfrac{4n}{8n+1}$, determina el término general, a_n, y la suma de la serie en caso de convergencia.

La serie tiene por término general $a_n = \boxed{\dfrac{4}{(8n+1)(8n-7)}}$, y su suma es $\boxed{\dfrac{1}{2}}$.

4. Considera la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n}$. Halla el valor exacto para su suma $s = \boxed{-\ln(\tfrac{3}{4})} \approx \boxed{0.2876820724}$

¿Cuántos términos necesitas sumar para aproximar la suma de la serie con 5 decimales exactos? $N = \boxed{10}$.

La aproximación que proporciona la suma parcial correspondiente será $\boxed{0.2876816792}$.

5. Halla el polinomio de McLaurin de grado 6 de la función $f(x) = \log\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$

$$P_6(x) := \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$$

Obtén la aproximación que proporciona el polinomio anterior para $\log(2)$, al sustituir x por $\boxed{0.5}$ en P_6,

$$\log(2) \approx \boxed{0.6911458333}$$

Mejora la estimación anterior hallando la aproximación que proporciona el polinomio de Taylor de grado 15

$$\log(2) \approx \boxed{0.6931453745}$$

Compara este valor con el que calcula Derive y concluye que la aproximación garantiza $\boxed{5}$ decimales correctos.

6. Sabiendo que la función $f(x) = \sin(x)$ se puede escribir como

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

siendo $P_n(x)$ el polinomio de Taylor de grado n y $R_n(x)$ el resto de Lagrange

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \quad , \quad s \in]a, x[$$

Aproxima el valor de $\sin(1)$ utilizando el polinomio de McLaurin de grado 9

$$\sin(1) \approx P_9(1) = \boxed{0.8414710097}$$

El error cometido vendrá dado por

$$|R_9(1)| = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} < 10^{-\boxed{}}$$

Verifícalo aproximando el valor de $\sin(1)$ con Derive.

APELLIDOS: **NOMBRE:** **GRUPO:**