

Examen del Bloque 2 de Sistemas Inteligentes
ETSINF, Universitat Politècnica de València, 13 de enero de 2016

Apellidos: Nombre:

Grupo: ☐ 3A ☐ 3B ☐ 3C ☐ 3D ☐ 3E ☐ 3F ☐ 3FLIP ☐ RE1 ☐ RE2

Marca cada recuadro con una única opción de entre las dadas.

1 ☐ D ¿Cuál de las siguientes expresiones es correcta?

A) $P(x | y) = \frac{1}{P(z)} \sum_x P(x, y, z).$

B) $P(x | y) = \frac{1}{P(z)} \sum_z P(x, y, z).$

C) $P(x | y) = \frac{1}{P(y)} \sum_x P(x, y, z).$

D) $P(x | y) = \frac{1}{P(y)} \sum_z P(x, y, z).$

2 ☐ A Un médico sabe que:

- La enfermedad de la meningitis causa rigidez de nuca en un 70 % de los casos.
- La probabilidad a priori de que un paciente tenga meningitis es de 1 / 100 000.
- La probabilidad a priori de que un paciente tenga rigidez de nuca es del 1 %.

Con base en el conocimiento anterior, la probabilidad P de que un paciente con rigidez de nuca tenga meningitis es:

A) $0.000 \leq P < 0.001.$ $P = P(m | r) = \frac{P(m) P(r|m)}{P(r)} = \frac{1/100\,000 \cdot 70/100}{1/100} = 0.0007$

B) $0.001 \leq P < 0.002.$

C) $0.002 \leq P < 0.003.$

D) $0.003 \leq P.$

3 ☐ D Considérese un problema de clasificación convencional, esto es, de C clases y objetos representados mediante vectores D -dimensionales de características reales. En términos generales, podemos decir que el problema será más difícil...

- A) cuanto menor sean C y D .
- B) cuanto menor sea C y mayor sea D .
- C) cuanto mayor sea C y menor sea D .
- D) cuanto mayor sean C y D .

4 ☐ B Se tiene un problema de clasificación para el cual se han aprendido dos clasificadores diferentes, c_A y c_B . La probabilidad de error de c_A se ha estimado empíricamente, a partir de un cierto conjunto de 100 muestras de test, obteniéndose un valor de $\hat{p}_A = 0.10$ (10 %). La probabilidad de error de c_B se ha estimado análogamente, si bien en este caso se ha empleado un conjunto de test diferente, compuesto por 200 muestras, obteniéndose también un 10 % de error ($\hat{p}_B = 0.10$). Con base en estas estimaciones, podemos afirmar que, para un nivel de confianza del 95 %:

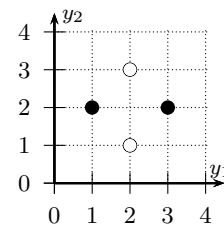
A) Los intervalos de confianza de \hat{p}_A y \hat{p}_B serán idénticos.

B) El intervalo de confianza de \hat{p}_A será mayor que el de \hat{p}_B . $I_A = \hat{p}_A \pm 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}_A (1-\hat{p}_A)}{100}} = 0.10 \pm 0.06$

C) El intervalo de confianza de \hat{p}_B será mayor que el de \hat{p}_A . $I_B = \hat{p}_B \pm 1.96 \sqrt{\frac{\hat{p}_B (1-\hat{p}_B)}{200}} = 0.10 \pm 0.04$

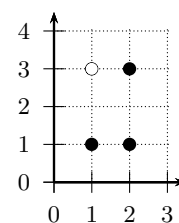
D) Los intervalos de confianza de \hat{p}_A y \hat{p}_B son en este caso irrelevantes ya que las tasas de error estimadas coinciden.

- 5 **C** En la figura de la derecha se representan cuatro muestras de aprendizaje bidimensionales de 2 clases: \circ y \bullet . A estas muestras se les aplica el algoritmo Perceptrón con pesos iniciales $\mathbf{a}_\circ = (0, 1, 0)^t$ y $\mathbf{a}_\bullet = (0, 0, 1)^t$, una constante de aprendizaje $\alpha > 0$ y un margen b . Indica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta:



- A) El algoritmo convergerá para algún $b > 0$.
- B) El algoritmo solo puede converger si $b \leq 0$.
- C) Si $b > 0$, no hay convergencia, pero se puede ajustar el valor de α tal que, tras un número finito de iteraciones, se obtengan buenas soluciones (con 25 % de error de resustitución).
- D) El algoritmo no es aplicable a estas muestras porque no son linealmente separables.
- 6 **B** ¿Cuál sería el número mínimo de errores de un clasificador lineal en el conjunto de muestras de la cuestión anterior?
- A) 0.
- B) 1.
- C) 2.
- D) 3.
- 7 **B** Dado un clasificador lineal de 2 clases \circ y \bullet definido por su conjunto de pesos $\mathbf{a}_\circ = (3, 1, 1)^t$ y $\mathbf{a}_\bullet = (1, 2, 1)^t$ (en notación homogénea, cuya primera componente es el término independiente de la función lineal correspondiente). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
- A) Como hay dos vectores de pesos y el espacio de representación es bi-dimensional, tendremos 4 regiones de decisión.
- B) Los vectores de pesos $\mathbf{a}_\circ = (2, -2, -2)^t$ y $\mathbf{a}_\bullet = (-2, 0, -2)^t$ determinan la misma frontera de decisión que la del clasificador dado. **La ecuación de la frontera es: $\mathbf{a}_\circ^t \mathbf{y} = \mathbf{a}_\bullet^t \mathbf{y}$. En ambos casos se obtiene: $y_1 = 2$.**
- C) Un clasificador equivalente al dado es el definido por $\mathbf{a}_\circ = (1, 2, 1)^t$ y $\mathbf{a}_\bullet = (3, 1, 1)^t$. **Regiones de decisión opuestas.**
- D) Como los vectores de pesos son de tres dimensiones, la frontera viene dada por la ecuación de un plano en \mathbb{R}^3 .
- 8 **D** Supóngase que estamos aplicando el algoritmo de aprendizaje de árboles de clasificación para un problema de dos clases, A y B . El algoritmo ha alcanzado un nodo t que incluye dos datos: uno de la clase A y otro de la clase B . La impureza de t , $\mathcal{I}(t)$, medida como la entropía de la distribución empírica de las probabilidades a posteriori de las clases en t , es:
- A) $\mathcal{I}(t) < 0.0$.
- B) $0.0 \leq \mathcal{I}(t) < 0.5$.
- C) $0.5 \leq \mathcal{I}(t) < 1.0$.
- D) $1.0 \leq \mathcal{I}(t)$. **$\mathcal{I}(t) = -\hat{P}(A | t) \log_2 \hat{P}(A | t) - \hat{P}(B | t) \log_2 \hat{P}(B | t) = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_2 \frac{1}{2} = 1$**

- 9 **D** La figura a la derecha muestra una partición de 4 puntos bidimensionales en 2 clústers (representados mediante los símbolos \bullet y \circ). La suma de errores cuadráticos (SEC) de esta partición es $J = \frac{30}{9}$. La transferencia del punto $(2, 3)^t$ del clúster \bullet al \circ conduce a un incremento de la SEC, ΔJ , tal que:



- A) $\Delta J > 0$.
- B) $0 \geq \Delta J > -1$.
- C) $-1 \geq \Delta J > -2$.
- D) $-2 \geq \Delta J$. **$\Delta J = -\frac{21}{9} = -2.33$ ($J = \frac{30}{9} \rightarrow J = 1$)**

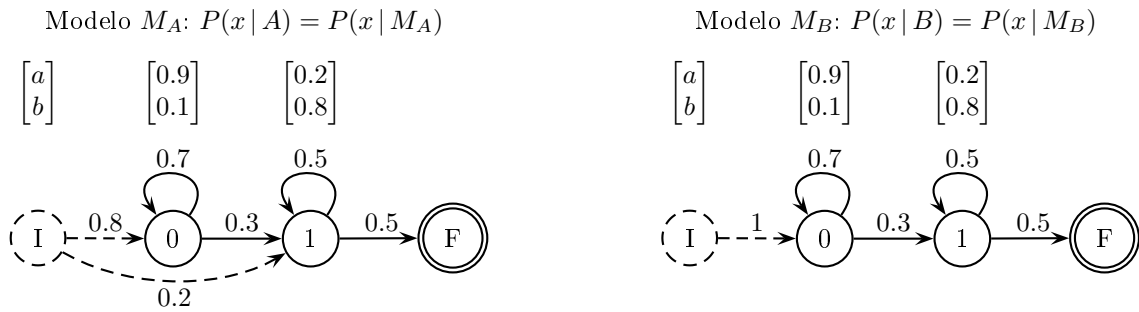
- 10 **B** Dos versiones bien conocidas del algoritmo C -medias son la de *Duda y Hart* (DH) y la “popular”. Suponiendo que ambas versiones se aplican a partir de una misma partición inicial, indica cuál de las siguientes afirmaciones sobre sus resultados es cierta:

- A) Ambas versiones obtendrán la misma partición optimizada.
- B) La versión DH obtendrá una partición final que no podrá mejorarse mediante la versión popular.
- C) La versión popular obtendrá una partición final que no podrá mejorarse mediante la versión DH.
- D) La partición final obtenida mediante la versión DH podrá mejorarse mediante la versión popular, y viceversa.

- 11 **A** Dado el modelo de Markov M_A de la pregunta 12, la aproximación de Viterbi a la probabilidad exacta que este modelo asigna a la cadena “bba” es:

- A) 0.003200. $\tilde{P}(bba, q_1 q_2 q_3 = 111 \mid M_A) = 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.8 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot 0.5 = 0.0032$
 B) 0.004328.
 C) 0.006400.
 D) Ninguno de los resultados anteriores es correcto.

- 12 **B** Se tiene un problema de clasificación en dos clases equiprobables (A y B) de objetos representados mediante cadenas de símbolos en el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$. Las funciones de probabilidad condicional de las clases vienen caracterizadas por los modelos de Markov:

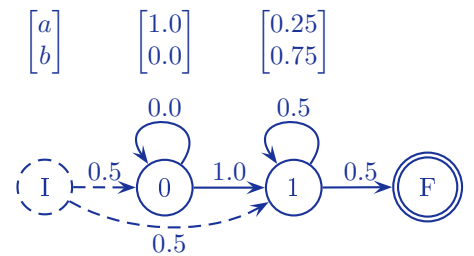


Por mínima probabilidad de error, la cadena “bba” quedaría clasificada en la clase:

- A) Indistintamente en A ó B ya que las clases son equiprobables.
 B) En la clase A. $\hat{c} = \arg \max_c P(c \mid \text{“bba”}) = \arg \max_c P(c)P(\text{“bba”} \mid c) = \arg \max_c P(\text{“bba”} \mid c)$
 C) En la clase B. $P(\text{“bba”} \mid A) \approx \tilde{P}(\text{“bba”} \mid A) = 0.0032 \gg P(\text{“bba”} \mid B) \approx \tilde{P}(\text{“bba”} \mid B) = 0.0012 \rightarrow \hat{c} = A$
 D) No se puede determinar ya que M_B no cumple las condiciones de normalización.
- 13 **C** Dado el modelo de Markov M_A de la pregunta 12, si aplicamos el algoritmo *forward* con la cadena “bba”, se cumple que:
- A) $\alpha(q = 1, t = 3) = \alpha(q = 0, t = 2) \cdot A_{01} \cdot B_{1a}$.
 B) $\alpha(q = 1, t = 3) = \alpha(q = 1, t = 2) \cdot A_{11} \cdot B_{1a}$.
 C) $\alpha(q = 1, t = 3) = \alpha(q = 0, t = 2) \cdot A_{01} \cdot B_{1a} + \alpha(q = 1, t = 2) \cdot A_{11} \cdot B_{1a}$.
 D) $\alpha(q = 1, t = 3) = \alpha(q = 0, t = 2) \cdot A_{01} \cdot B_{1a} \cdot \alpha(q = 1, t = 2) \cdot A_{11} \cdot B_{1a}$.

- 14 **D** Dado el modelo de Markov M_A de la pregunta 12, tras una iteración de re-estimación por Viterbi a partir de las cadenas de entrenamiento “bba” y “ab” se cumple que:

- A) $\pi_0 = 1$.
 B) No se produce ningún cambio en el modelo.
 C) Todas las probabilidades de transición modifican su valor.
 D) El estado 0 tiene algunas probabilidades de emisión y/o transición nulas.



- 15 **B** El modelo de Markov de conjunto de estados $Q = \{0, 1, F\}$ y alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ estimado mediante una inicialización con una segmentación lineal a partir de las cadenas de entrenamiento “bbaa” y “ab”:

- A) Tiene algunas probabilidades de emisión nulas.
 B) Cumple que $A_{00} = A_{11}$ y $A_{01} = A_{1F}$.
 C) Cumple que $\pi_0 = \pi_1$.
 D) Cumple que $B_{0a} = B_{1a}$.

