

## ASIGNATURA: TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN

### Introducción a la Optimización con hojas de cálculo (EXCEL)

SESIONES: 1

SOFTWARE: Excel + Solver

OBJETIVOS de aprendizaje:

- Modelización con hoja de cálculo
- Parametrización del proceso de optimización en Solver
- Análisis del informe de Solución Óptima y de Análisis de Sensibilidad

En una empresa se fabrican tres productos A, B y C. Los tres productos comparten en sus procesos de producción cuatro máquinas M1, M2, M3 y M4. El producto A utiliza tres operaciones en las máquinas M1, M3 y M4. El producto B utiliza sólo dos operaciones en las máquinas M1 y M3 o en las máquinas M2 y M4. El producto C puede fabricarse utilizando las máquinas M1 y M3 o las máquinas M2, M3 y M4.

El tiempo necesario en minutos por unidad producida, para cada posibilidad de producción en cada máquina, el coste variable de producción por minuto, la capacidad diaria de producción de cada máquina y las demandas diarias mínimas de los tres productos se presentan en la siguiente tabla.

Producto	Proceso	Tiempo (min./ud.)				Demanda mínima diaria
		M1	M2	M3	M4	
A	1	10		6	3	36
B	1	8		10		45
	2		6		9	
C	1	8		16		10
	2		10	3	8	
Coste variable por minuto (u.m.)		40	50	24	30	
Capacidad diaria en minutos		480	480	480	480	

El objetivo consiste en determinar el esquema de producción que minimice el coste variable total. Vamos a resolver este problema con el **optimizador Solver de Excel**.

#### [El complemento Solver de Excel](#)

Microsoft Excel 2013 incluye el optimizador “Solver”. Está accesible en el grupo **Análisis** de la ficha **Datos** (figura 1).

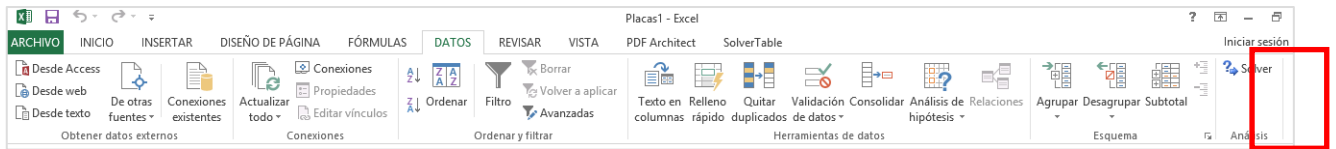


Figura 1. Comando Solver

Si no aparece “Solver” en dicha ficha, hay que seguir los siguientes pasos para habilitarlo:

1. Desplegar el menú **Archivo** y, a continuación, hacer clic en **Opciones**.

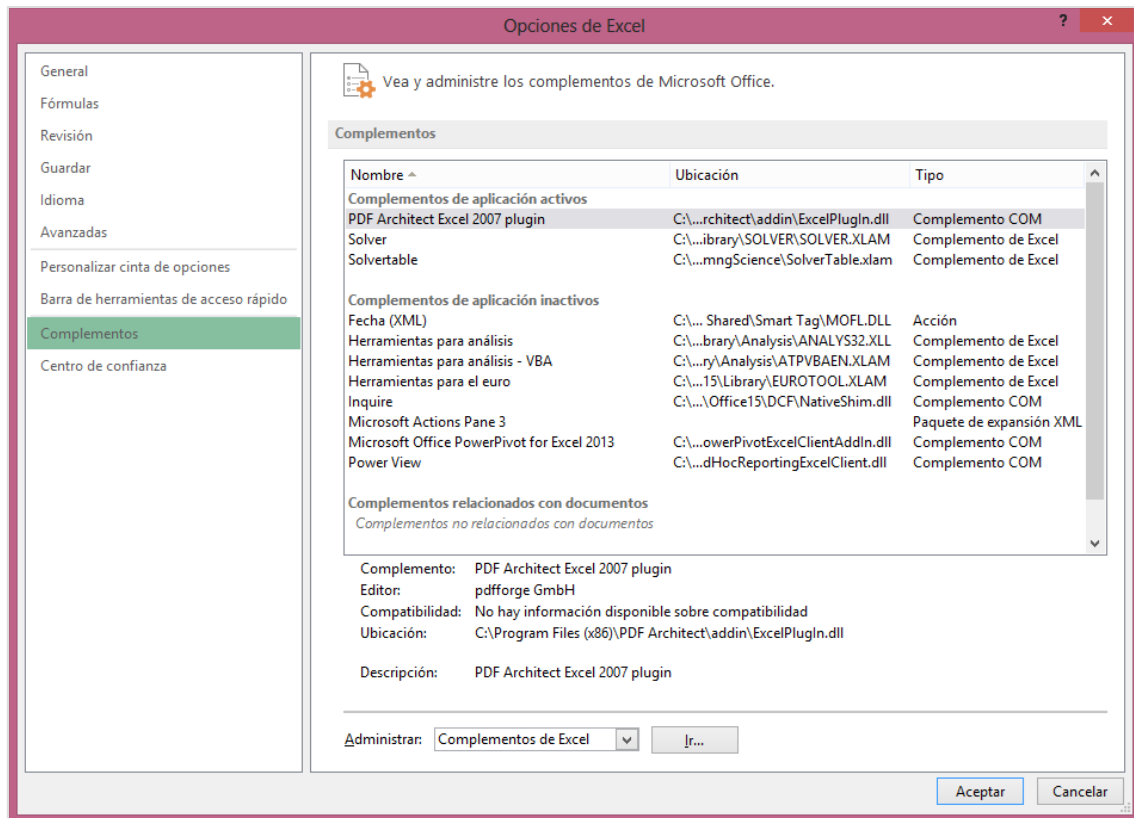


Figura 2. Instalación de Solver, paso 1.

2. Hacer clic en **Complementos** y, en el cuadro **Administrar**, seleccionar **Complementos de Excel**.

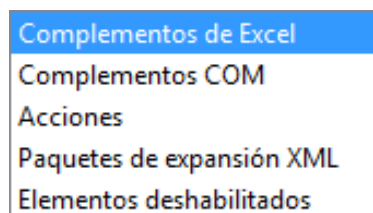


Figura 3. Instalación de Solver, paso 2.

3. Hacer clic en **Ir...**
4. En el cuadro **Complementos disponibles**, activar la casilla de verificación **Complemento Solver** y, a continuación, hacer clic en **Aceptar**.

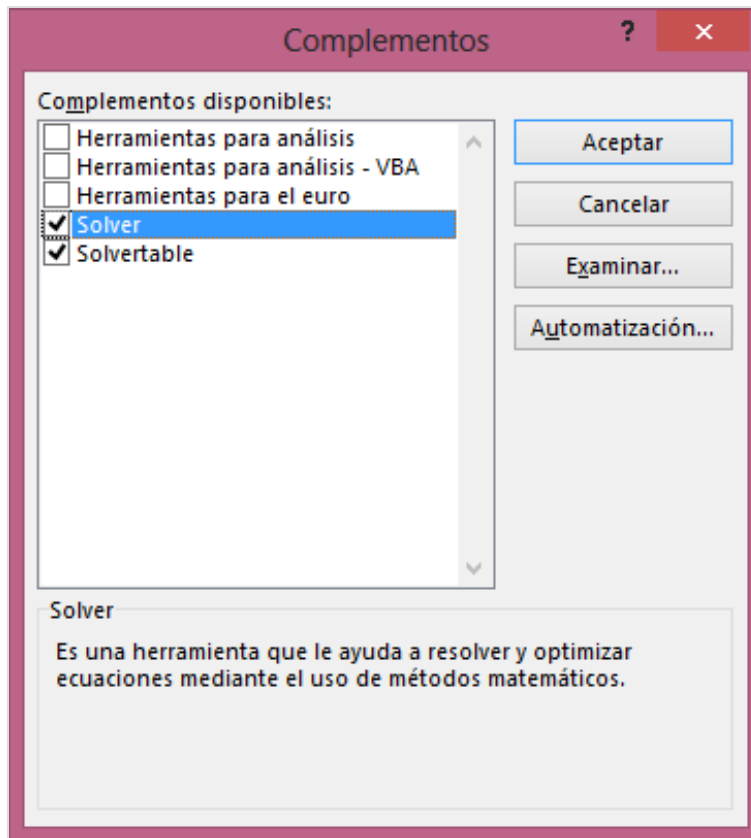


Figura 4. Instalación de Solver, paso 4.

Una vez cargado el complemento Solver mediante estas operaciones, el comando Solver estará disponible en el grupo **Análisis** de la ficha **Datos**.

### Modelización con Excel

Una vez hemos comprobado que el programa Solver está instalado en Microsoft Excel, la modelización del problema planteado en este ejercicio se realizará en los siguientes pasos:

#### 1. Datos de entrada (input)

Introducir los datos input del problema según la figura 7, indicando los datos del planteamiento del problema descrito en este ejercicio: tiempo de utilización de cada máquina en la fabricación de cada unidad de producto, coste por minuto de utilización de cada máquina, capacidad de cada máquina y la demanda mínima diaria de cada producto.

#### 2. Diseño de datos de salida (output)

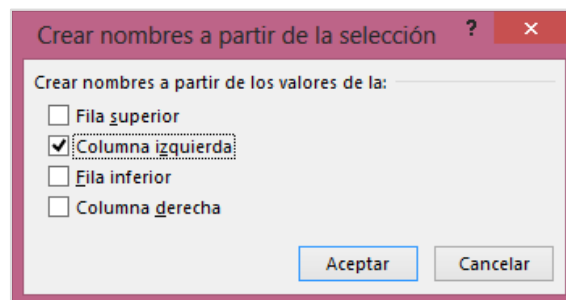
Indicar las celdas correspondientes a las **variables decisión** (PRODUCCION). En Excel estas son las celdas cambiantes: B29 (unidades a producir del producto A), B30 (producto B-proceso1), B31 (producto B-proceso2), B32 (productoC-proceso1), B33 (productoC-proceso2).

Indicar la celda correspondiente a la **función objetivo** (COSTE TOTAL), B35.

Utilizar códigos de colores en las celdas para identificar fácilmente los distintos tipos de datos: input, variables decisión, output (incluyendo función objetivo). Sugerencia: azul: datos input; rojo, naranja o amarillo: variables decisión; y gris: output. Opcionalmente, la celda correspondiente a la función objetivo puede destacarse de alguna forma (negrita, bordes, etc.).

### *Creación de nombres de rangos*

Crear **nombres de rangos** facilitará la creación de fórmulas y la legibilidad de la hoja de cálculo. Para crear el nombre de un rango de celdas (que puede ser una única celda), marcar las celdas, hacer clic en **Administrador de nombres** en la ficha de **Fórmulas** y escribir el nombre del rango. Alternativamente, si se ha incluido una etiqueta junto a las celdas a las que vamos a asignar un nombre, se puede utilizar esta misma etiqueta como nombre del rango. Para ello, marcar la etiqueta y el rango de celdas. El comando **Crear desde la selección** en la ficha **Fórmulas** abre una ventana de diálogo en la que marcaremos la posición que ocupa la etiqueta que vamos a usar como nombre del rango. Si la etiqueta contiene caracteres no permitidos (como el carácter blanco), Excel lo sustituye por un guión (\_).



**Figura 5.** Creación de nombres de rangos.

Habitualmente, los nombres de rangos se incluyen en la hoja como parte de la documentación de la misma. Para ello, escoger una celda y seleccionar la opción **Pegar nombres...** en el comando **Utilizar en la fórmula**.

<b>ETIQUETAS DE RANGOS:</b>	
CAP._Disponible	=Hoja1!\$B\$19:\$E\$19
CAP._UTILIZADA	=Hoja1!\$B\$17:\$E\$17
COSTE	=Hoja1!\$F\$5:\$F\$10
COSTE__maquinas	=Hoja1!\$B\$13:\$E\$13
COSTE_TOTAL	=Hoja1!\$B\$35
DEMANDA_DIARIA	=Hoja1!\$D\$23:\$D\$25
PROD._AGREGADA	=Hoja1!\$B\$23:\$B\$25
PRODUCCION	=Hoja1!\$B\$29:\$B\$33

**Figura 6.** Inclusión de los nombres de rangos en la hoja de cálculo.

Los nombres de rangos que hemos creado se utilizarán en las fórmulas que calcularán datos parciales del modelo o de las restricciones. Para incluir los nombres de rangos en fórmulas, no es necesario teclear el nombre completo del rango. Se puede incluir el nombre apuntando a las celdas de modo

que aparece el nombre del rango en la fórmula o bien empezamos a teclearlo y Excel muestra la lista de modo que puede elegirse el nombre a utilizar. Otra posibilidad es usar el comando **Utilizar en la fórmula** que muestra la lista de los nombres definidos.

Introducimos la fórmula que calcula la capacidad utilizada de cada una de las máquinas. En concreto, en la celda B17 indicamos

```
= SUMAPRODUCTO(B6:B10;PRODUCCION)
```

de modo que la capacidad utilizada de M1 resulta de multiplicar los minutos de M1 requeridos por unidad de cada producto, por las unidades producidas de cada tipo de producto y proceso de producción. Copiamos y pegamos la fórmula en las celdas C17:E17. También es necesario expresar mediante fórmulas el cálculo del coste por unidad de cada tipo de producto y proceso de producción. En este caso, en la celda F6 incluimos

```
= SUMAPRODUCTO(B6:E6;COSTE__maquinas)
```

Esta fórmula se ha copiado en las celdas F7:F10.

El coste total es la función objetivo y resulta de aplicar la fórmula

```
=SUMAPRODUCTO(F6:F10;PRODUCCION)
```

en la celda B35.

Por último, se vinculan las celdas B23:B25 a los valores de las variables decisión. Concretamente en B23

```
= B29
```

que es el número de unidades producidas de A; en B24 se acumulan las unidades producidas de B en cualquiera de los dos procesos, por tanto se indicará

```
= SUMA(B30;B31)
```

mientras que las unidades de C se calculan como

```
=SUMA(B32;B33)
```

en la celda B25.

#### **Funciones de Excel: SUMAPRODUCTO**

**SUMAPRODUCTO:** Multiplica los componentes correspondientes de las matrices suministradas y devuelve la suma de esos productos (es decir, **realiza una especie de “producto escalar” de los vectores o matrices proporcionados como argumento**). Los argumentos de matriz deben tener exactamente el mismo tamaño y forma. De lo contrario, SUMAPRODUCTO devuelve el valor de error #¡VALOR!. SUMAPRODUCTO considera las

entradas de matriz no numéricas como 0.

**Sintaxis:**

SUMAPRODUCTO(matriz1, [matriz2], [matriz3], ...)

Donde:

Matriz1 (Obligatorio). Es el primer argumento de matriz cuyos componentes se desea multiplicar y después sumar.

Matriz2, matriz3,... (Opcional). De 2 a 255 matrices cuyos componentes se desea multiplicar y después sumar.

2	<b>MODELO PLANIFICACION DE LA PRODUCCION</b>				
3					
4		MAQUINA 1	MAQUINA 2	MAQUINA 3	MAQUINA 4
5					COSTE UNITARIO
6	PROD.A	10		6	3
7	PROD.B1	8		10	
8	PROD.B2		6		9
9	PROD.C1	8		16	
10	PROD.C2		10	3	8
11					
12					
13	COSTE (maquinas	40	50	24	30
14					
15	<b>Restricción Maquinas</b>				
16		M1	M2	M3	M4
17	CAP. UTILIZADA	0	0	0	0
18		<=	<=	<=	<=
19	CAP. Disponible	480	480	480	480
20					
21	<b>Restricción Demanda</b>				
22		PROD. AGREGADA		DEMANDA DIARIA	
23	A	0	>=	36	
24	B	0	>=	45	
25	C	0	>=	10	
26					
27	<b>Variables Decisión</b>				
28		PRODUCCION			
29	A:				
30	B1:				
31	B2:				
32	C1:				
33	C2:				
34					
35	Coste Total:	0			

**Figura 7.** Distribución de los datos de entrada del problema en la hoja de cálculo.

### 3. Configuración del modelo de optimización

Especificación de las restricciones del modelo

Las restricciones del modelo no se muestran directamente en la hoja de cálculo sino que se especifican en la ventana de diálogo de Solver relacionando adecuadamente las celdas/fórmulas implicadas.

Entramos en Solver. En la ventana de diálogo **Parámetros de Solver** se especifican los datos del modelo de optimización y se accede a los parámetros y opciones de Solver.

Parámetros de Solver

**Figura 8.** Configuración de la herramienta Solver.

En la ventana que se muestra al ejecutar Solver (figura 8) hay que especificar el modelo matemático para obtener la solución óptima al problema:

- *Establecer objetivo.* En nuestro caso la celda donde hemos indicado la expresión que representa la función objetivo es la celda B35 (COSTE\_TOTAL).
- *Criterio de la función objetivo:* Maximizar o Minimizar. En nuestro caso seleccionaremos Mín.
- *Cambiando las celdas de variables:* las celdas que representan las variables decisión del problema: B29, B30, B31, B32, B33 (PRODUCCION).
- Agregar las restricciones del problema indicando, la celda que representa la parte izquierda de la restricción, el sentido de la restricción (  $\leq$ ,  $=$ ,  $\geq$ , Ent, o Bin ) y la celda que representa la parte

derecha de la restricción (figura 9).

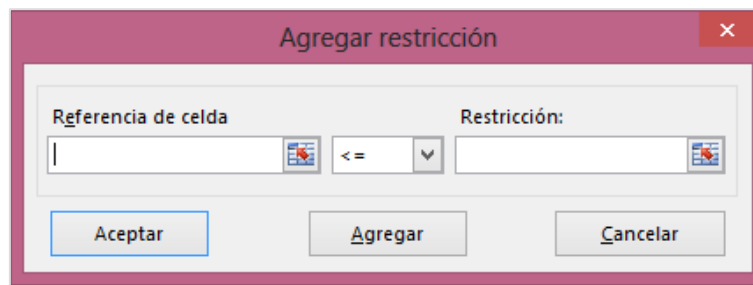
La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Agregar restricción" con un botón de cerrar (X) en la esquina superior derecha. Dentro de la ventana, hay dos campos de texto: "Referencia de celda" y "Restricción:". Entre estos campos se encuentra un selector de operadores que muestra "<=". Debajo de los campos, hay tres botones: "Aceptar", "Agregar" y "Cancelar".

Figura 9. Ventana para la introducción de una nueva restricción.

La definición de nombres de rangos nos permite definir las restricciones en bloques. En este caso, se trata de indicar que las horas de máquina utilizadas no han de superar la disponibilidad y que las unidades producidas han de ser al menos las de la demanda diaria de cada tipo de producto (figura 10).

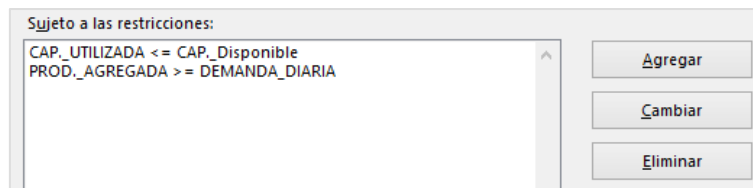
La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Sujeto a las restricciones:". En el interior, hay un área de texto que contiene las restricciones: "CAP\_UTILIZADA <= CAP\_Disponible" y "PROD\_AGREGADA >= DEMANDA\_DIARIA". A la derecha de esta área, hay tres botones: "Agregar", "Cambiar" y "Eliminar".

Figura 10. Definición de las restricciones.

Por último, antes de pedir a Solver que resuelva el problema, le indicamos que se debe aplicar la restricción de no negatividad a las variables y que el algoritmo de resolución es el Simplex (figura 11).

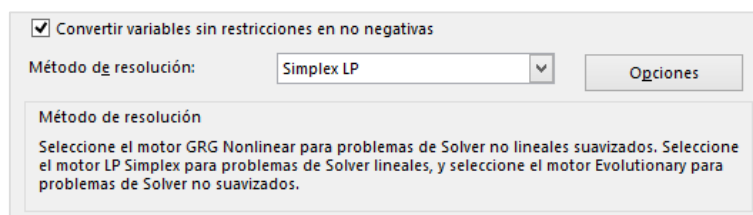
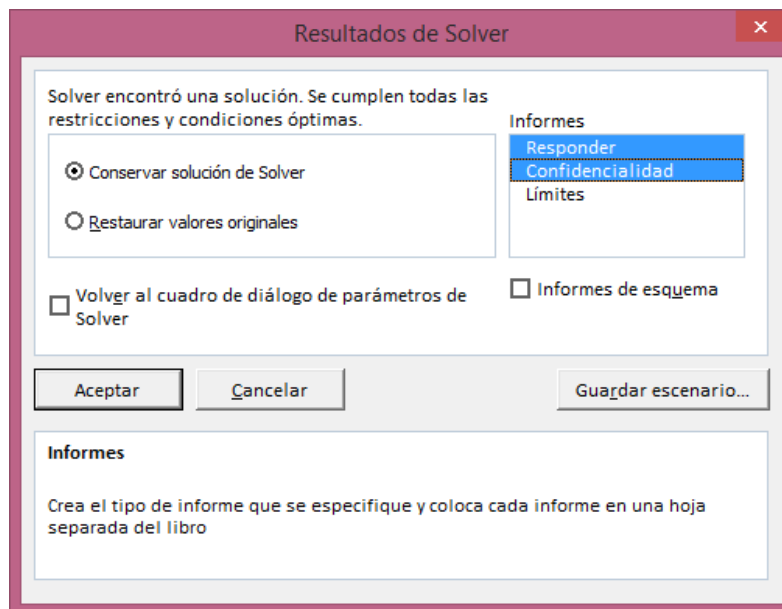
La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Opciones". En la parte superior, hay una casilla de verificación marcada con el texto "Convertir variables sin restricciones en no negativas". Debajo, hay un campo "Método de resolución:" con un menú desplegable que muestra "Simplex LP". A la derecha de este campo, hay un botón "Opciones". En la parte inferior, hay un apartado "Método de resolución" con un texto explicativo: "Seleccione el motor GRG Nonlinear para problemas de Solver no lineales suavizados. Seleccione el motor LP Simplex para problemas de Solver lineales, y seleccione el motor Evolutionary para problemas de Solver no suavizados."

Figura 11. Condición de no negatividad y método de resolución.

En el cuadro de diálogo de Parámetros de Solver hacemos clic sobre **Resolver** y obtendremos el cuadro el diálogo de la figura 12, en el que seleccionamos dos de los tres tipos de informes que proporciona Solver: Respuestas y Confidencialidad. En este cuadro de diálogo se indica un mensaje de finalización de Solver.





**Figura 12.** Selección de informes de resultados.

### Solución óptima y análisis de sensibilidad

Tras ejecutar Solver sobre nuestro problema, obtenemos la solución óptima que refleja la figura 13 y los informes que la acompañan (figuras 14 y 15), que aparecen como nuevas hojas de cálculo dentro del archivo de Excel actual.

2	<b>MODELO PLANIFICACION DE LA PRODUCCION</b>				
3					
4		MAQUINA 1	MAQUINA 2	MAQUINA 3	MAQUINA 4
5					COSTE UNITARIO
6	PROD.A	10		6	3
7	PROD.B1	8		10	
8	PROD.B2		6		9
9	PROD.C1	8		16	
10	PROD.C2		10	3	8
11					
12					
13	COSTE (maquinas	40	50	24	30
14					
15	<b>Restricción Maquinas</b>				
16		M1	M2	M3	M4
17	CAP. UTILIZADA	480	240	426	468
18		<=	<=	<=	<=
19	CAP. Disponible	480	480	480	480
20					
21	<b>Restricción Demanda</b>				
22		PROD. AGREGADA		DEMANDA DIARIA	
23	A	36	>=	36	
24	B	45	>=	45	
25	C	10	>=	10	
26					
27	<b>Variables Decisión</b>				
28		PRODUCCION			
29	A:	36			
30	B1:	5			
31	B2:	40			
32	C1:	10			
33	C2:	0			
34					
35	Coste Total:	55464			
36					

Figura 13. Solución óptima del problema.

**Microsoft Excel 14.0 Informe de respuestas**  
**Hoja de cálculo: [ejemploexcel2010.xlsx]Hoja1**

**Informe creado:**

**Resultado: Solver encontró una solución. Se cumplen todas las restricciones y condiciones óptimas**

**Motor de Solver**

Motor: Simplex LP

Tiempo de la solución: 0,031 segundos.

Iteraciones: 4 Subproblemas: 0

**Opciones de Solver**

Tiempo máximo 100 seg., Iteraciones 100, Precisión 0,000001

Máximo de subproblemas Ilimitado, Máximo de soluciones de enteros Ilimitado, Tolerancia de enteros 5

Celda objetivo (Min)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$I\$17	COSTE: PRODUCCION	0	55464

Celdas de variables

Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero
\$I\$6	A: PRODUCCION	0	36	Continuar
\$I\$8	B1: PRODUCCION	0	5	Continuar
\$I\$10	B2: PRODUCCION	0	40	Continuar
\$I\$12	C1: PRODUCCION	0	10	Continuar
\$I\$14	C2: PRODUCCION	0	0	Continuar

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
\$B\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 1	480	\$B\$18<=\$B\$17	Vinculante	0
\$C\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 2	240	\$C\$18<=\$C\$17	No vinculante	240
\$D\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 3	426	\$D\$18<=\$D\$17	No vinculante	54
\$E\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 4	468	\$E\$18<=\$E\$17	No vinculante	12
\$I\$18	A PRODUCCION	36	\$I\$18>=\$B\$21	Vinculante	0
\$I\$19	B PRODUCCION	45	\$I\$19>=\$B\$22	Vinculante	0
\$I\$20	C PRODUCCION	10	\$I\$20>=\$B\$23	Vinculante	0

**Figura 14.**Informe de respuesta para el problema del ejercicio de producción.

**Microsoft Excel 14.0 Informe de confiabilidad**

**Hoja de cálculo: [ejemploexcel2010.xlsx]Hoja1**

**Informe creado:**

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Coste	Objetivo Coeficiente	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
\$I\$6	A: PRODUCCION	36	0	634	1E+30	646,5
\$I\$8	B1: PRODUCCION	5	0	560	10	98
\$I\$10	B2: PRODUCCION	40	0	570	98	10
\$I\$12	C1: PRODUCCION	10	0	704	98	714
\$I\$14	C2: PRODUCCION	0	98	812	1E+30	98

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Sombra Precio	Restricción Lado derecho	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
\$B\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 1	480	-1,25	480	43,2	10,66666667
\$C\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 2	240	0	480	1E+30	240
\$D\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 3	426	0	480	1E+30	54
\$E\$18	CAP. UTILIZADA MAQUINA 4	468	0	480	1E+30	12
\$I\$18	A PRODUCCION	36	646,5	36	0,842105263	8,307692308
\$I\$19	B PRODUCCION	45	570	45	1,333333333	40
\$I\$20	C PRODUCCION	10	714	10	1,333333333	10

**Figura 15.**Informe de sensibilidad ("confiabilidad") para el problema del ejercicio de producción.

### Análisis de la solución óptima

En el Anexo A se dispone de la Solución Óptima y el análisis de Sensibilidad del problema planteado en el apartado 1 utilizando el programa de optimización LINGO de LINDO Systems Inc. **Identifica y compara la información que proporciona Solver de Excel y LINGO.**

#### 4. Caso Práctico

En el proceso de fabricación de un determinado producto se utiliza mano de obra, piezas de metal y cristal. En la empresa se fabrican cuatro tipos de modelos del producto (Modelo A, Modelo B, Modelo C y Modelo D). Las necesidades de mano de obra, piezas de metal y cristal, así como el beneficio unitario para fabricar cada unidad del producto según el modelo se incluyen en la siguiente tabla.

	Mano de obra (Hrs)	Metal	Cristal	Beneficio (u.m.)
Modelo A	2	4	6	6
Modelo B	1	2	2	2
Modelo C	3	1	1	4
Modelo D	2	2	2	3

Además, por restricciones de mercado no es posible vender más de 1000, 2000, 500 y 1000 unidades del modelo A, B, C y D respectivamente.

Sabiendo que se dispone de 4000 Hrs de mano de obra, 6000 piezas de metal y 10000 piezas de cristal, **obtén con Solver el plan óptimo de producción que maximice el beneficio semanal y analiza brevemente la información que proporcionan los informes de Solver.**

### Fuentes:

Daellenbach, H. and George, J.A., Introduction to Operations Research Techniques, Allyn & Bacon Inc., U.S.; International edition edition (December 1978)

Winston, W.L. and Albright, S.C., Practical Management Science, Cengage Learning, 2015

## Anexo A: Solución Óptima y Análisis de Sensibilidad con LINGO

!PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN;

MIN = 634 \* A + 560 \* B1 + 570 \* B2 + 704 \* C1 + 812 \* C2;

[MAQ\_1] 10 \* A + 8 \* B1 + 8 \* C1 <= 480;

[MAQ\_2] 6 \* B2 + 10 \* C2 <= 480;

[MAQ\_3] 6 \* A + 10 \* B1 + 16 \* C1 + 3 \* C2 <= 480;

[MAQ\_4] 3 \* A + 9 \* B2 + 8 \* C2 <= 480;

[DEM\_A] A >= 36;

[DEM\_B] B1 + B2 >= 45;

[DEM\_C] C1 + C2 >= 10;

Objective value: 55464.00

Variable	Value	Reduced Cost
A	36.00000	0.000000
B1	5.000000	0.000000
B2	40.00000	0.000000
C1	10.00000	0.000000
C2	0.000000	98.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	55464.00	1.000000
MAQ_1	0.000000	1.250000
MAQ_2	240.0000	0.000000
MAQ_3	54.00000	0.000000
MAQ_4	12.00000	0.000000
DEM_A	0.000000	-646.5000
DEM_B	0.000000	-570.0000
DEM_C	0.000000	-714.0000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges				
		Current	Allowable	
Allowable	Variable	Coefficient	Increase	Decrease
	A	634.0000	INFINITY	646.5000
	B1	560.0000	10.00000	98.00000
	B2	570.0000	98.00000	10.00000
	C1	704.0000	98.00000	714.0000
	C2	812.0000	INFINITY	98.00000

Righthand Side Ranges			
Row	Current	Allowable	Allowable
	RHS	Increase	Decrease
MAQ_1	480.0000	43.20000	10.66667
MAQ_2	480.0000	INFINITY	240.0000
MAQ_3	480.0000	INFINITY	54.00000
MAQ_4	480.0000	INFINITY	12.00000
DEM_A	36.00000	0.8421053	8.307693
DEM_B	45.00000	1.333333	40.00000
DEM_C	10.00000	1.333333	10.00000