

EJERCICIOS ADICIONALES MODELIZACIÓN (LABORATORIO)

Problema LABORATORIO

En un parque natural deben establecerse turnos de vigilancia para las 24 horas del día, todos los días de la semana.

Con el fin de organizar mejor los turnos, un día se ha dividido en seis franjas de 4 horas: de las 00:00 a las 04:00, de 04:00 a 08:00, de 08:00 a 12:00, etc. En cada franja horaria se han definido las necesidades mínimas de los dos tipos de empleado existentes (Responsables e Informadores) para asegurar una vigilancia efectiva del parque natural.

En la tabla siguiente se detalla dicha información.

	Franja horaria					
	0–4h	4–8h	8–12h	12–16h	16–20h	20–24h
Responsables	1	2	4	4	2	2
Informadores	2	4	8	10	6	3

Cualquier empleado ha de trabajar 8 horas consecutivas, comenzando su turno al principio de una de las franjas en que se ha dividido el día, incluida la última franja del día (es decir, es posible comenzar a trabajar a las 20:00 de un día y terminar a las 04:00 del día siguiente).

El sueldo estándar de un vigilante Responsable es de 6,25 €/hora, y el de un Informador es 3,75 €/hora. Las horas trabajadas entre las 20:00 y las 04:00 se pagan un 40% más caras.

- Plantea un **modelo de programación lineal con LINGO** que permita a los gestores del parque decidir cuántos empleados de cada tipo contratar en cada turno, de modo que se cubran las necesidades de vigilancia con el mínimo coste.
- Obtén con LINGO el valor óptimo de la función objetivo y el valor óptimo de cada variable decisión** del modelo de programación planteado en el apartado a).
- Indica **como modificarías el modelo matemático del apartado a)** de modo que se considere la posibilidad de utilizar adicionalmente un nuevo tipo de vigilante «mixto» que trabajaría en el turno de 08:00 a 16:00, cobra sueldo de vigilante responsable y puede trabajar las 4 primeras horas de Responsable y las 4 últimas de Informador o bien las 4 primeras horas de Informador y las 4 últimas de Responsable.
Reformula el modelo para que tenga en cuenta esta nueva posibilidad.
No se pide la solución óptima con LINGO

Problema LABORATORIO

El área de servicios informáticos de la Universidad debe organizar un dispositivo de refuerzo para atender las incidencias de los usuarios. Existen dos tipos de empleado: los sénior pueden atender 10 incidencias por hora, con un coste de 120 euros/hora; los aprendices pueden atender 6 incidencias por hora, con un coste de 70 euros/hora.

La franja de tiempo en la que se necesita reforzar la atención es de 10:00 a 17:00. La tabla siguiente muestra los posibles turnos para un empleado de refuerzo, y la cantidad total de incidencias que se espera tener que atender en cada franja horaria.

Franja horaria	Turno A	Turno B	Turno C	Turno D	Cantidad de incidencias a atender
10:00–11:00	×				60
11:00–12:00	×	×			90
12:00–13:00	×	×	×		100
13:00–14:00	×	×	×	×	60
14:00–15:00		×	×	×	50
15:00–16:00			×	×	60
16:00–17:00				×	30

El número total de empleados sénior y aprendices disponibles para refuerzo son 12 y 8, respectivamente.

- Formula un modelo de programación lineal en LINGO (indicando claramente variables, función objetivo y restricciones) que permita determinar la forma de organizar el dispositivo de refuerzo de la manera menos costosa posible.
- Obtén con LINGO el valor óptimo de la función objetivo y el valor óptimo de cada variable decisión del modelo de programación planteado en el apartado a).
- Indica que añadirías o eliminarías en el modelo construido en el apartado (a) para que contemple la siguiente **condición adicional**: en cada franja horaria de 12 a 15, debe haber trabajando al menos un empleado sénior por cada dos aprendices. El modelo resultante debe continuar siendo lineal.

No se pide la solución óptima con LINGO

SOLUCIONES

Ejercicio LABORATORIO 1

a)

MODELO MATEMÁTICO:

$$\text{MIN} = 60 \cdot \text{RA} + 50 \cdot \text{RB} + 50 \cdot \text{RC} + 50 \cdot \text{RD} + 60 \cdot \text{RE} + 70 \cdot \text{RF} + 36 \cdot \text{IA} + 30 \cdot \text{IB} + 30 \cdot \text{IC} + 30 \cdot \text{ID} + 36 \cdot \text{IE} + 42 \cdot \text{IF};$$

$$\begin{aligned} [\text{respons0_4h}] \quad & \text{RF} + \text{RA} \geq 1; \\ [\text{respons4_8h}] \quad & \text{RA} + \text{RB} \geq 2; \\ [\text{respons8_12h}] \quad & \text{RB} + \text{RC} \geq 4; \\ [\text{respons12_16h}] \quad & \text{RC} + \text{RD} \geq 4; \\ [\text{respons16_20h}] \quad & \text{RD} + \text{RE} \geq 2; \\ [\text{respons20_24h}] \quad & \text{RE} + \text{RF} \geq 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\text{inform0_4h}] \quad & \text{IF} + \text{IA} \geq 2; \\ [\text{inform4_8h}] \quad & \text{IA} + \text{IB} \geq 4; \\ [\text{inform8_12h}] \quad & \text{IB} + \text{IC} \geq 8; \\ [\text{inform12_16h}] \quad & \text{IC} + \text{ID} \geq 10; \\ [\text{inform16_20h}] \quad & \text{ID} + \text{IE} \geq 6; \\ [\text{inform20_24h}] \quad & \text{IE} + \text{IF} \geq 3; \end{aligned}$$

b)

SOLUCIÓN ÓPTIMA:

Global optimal solution found.

Objective value: **970.0000**

Variable	Value	Reduced Cost
RA	1.000000	0.000000
RB	1.000000	0.000000
RC	4.000000	0.000000
RD	0.000000	0.000000
RE	2.000000	0.000000
RF	0.000000	0.000000
IA	2.000000	0.000000
IB	2.000000	0.000000
IC	7.000000	0.000000
ID	3.000000	0.000000
IE	3.000000	0.000000
IF	0.000000	0.000000

c)

w_{C1} = Cantidad de vigilantes «mixtos» contratados para el turno C (Responsable de 8:00 a 12:00 e Informador de 12:00 a 16:00).

w_{C2} = Cantidad de vigilantes «mixtos» contratados para el turno C (Informador de 8:00 a 12:00 y Responsable de 12:00 a 16:00)

$$\text{Min } z = 60 x_A + \dots + 42 y_F + 50 (w_{C1} + w_{C2}) \text{ euros/día}$$

$$\begin{aligned} [\text{respons. 8-12h}] \quad & x_B + x_C + w_{C1} \geq 4 \\ [\text{respons. 12-16h}] \quad & x_C + x_D + w_{C2} \geq 4 \\ [\text{inform. 8-12h}] \quad & y_B + y_C + w_{C2} \geq 8 \\ [\text{inform. 12-16h}] \quad & y_C + y_D + w_{C1} \geq 10 \end{aligned}$$

[naturaleza de las variables] $x_A, \dots, x_F, y_A, \dots, y_F, w_{C1}, w_{C2} \geq 0$ y enteras

Ejercicio LABORATORIO 2

a)

MODELO MATEMÁTICO:

! VARIABLES:

Si = Cantidad de empleados sénior con turno `i`.

Ai = Cantidad de empleados aprendices con turno `i`.

i = A, ..., D.

! FUNCIÓN OBJETIVO;

MIN = $120 \cdot 4 \cdot (SA + SB + SC + SD) + 70 \cdot 4 \cdot (AA + AB + AC + AD)$;

! RESTRICCIONES;

[10:00 - 11:00] $10 \cdot SA + 6 \cdot AA \geq 60$;

[11:00 - 12:00] $10 \cdot (SA + SB) + 6 \cdot (AA + AB) \geq 90$;

[12:00 - 13:00] $10 \cdot (SA + SB + SC) + 6 \cdot (AA + AB + AC) \geq 100$;

[13:00 - 14:00] $10 \cdot (SA + SB + SC + SD) + 6 \cdot (AA + AB + AC + AD) \geq 60$;

[14:00 - 15:00] $10 \cdot (SB + SC + SD) + 6 \cdot (AB + AC + AD) \geq 50$;

[15:00 - 16:00] $10 \cdot (SC + SD) + 6 \cdot (AC + AD) \geq 60$;

[16:00 - 17:00] $10 \cdot SD + 6 \cdot AD \geq 30$;

[Sénior] $SA + SB + SC + SD \leq 12$;

[Aprendices] $AA + AB + AC + AD \leq 8$;

@GIN(SA);@GIN(SB);@GIN(SC);@GIN(SD);

@GIN(AA);@GIN(AB);@GIN(AC);@GIN(AD);

b)

SOLUCIÓN ÓPTIMA:

Global optimal solution found.

Objective value: **7160.000**

Variable	Value	Reduced Cost
SA	5.000000	480.0000
SB	1.000000	480.0000
SC	3.000000	480.0000
SD	3.000000	480.0000
AA	5.000000	280.0000
AB	0.000000	280.0000
AC	0.000000	280.0000
AD	0.000000	280.0000

c)

MODELO MATEMÁTICO:

Añadimos las siguientes restricciones:

! Relación entre tipos de trabajadores;

[12:00 - 13:00] $2 \cdot (SA + SB + SC) \geq (AA + AB + AC)$;

[13:00 - 14:00] $2 \cdot (SA + SB + SC + SD) \geq (AA + AB + AC + AD)$;

[14:00 - 15:00] $2 \cdot (SB + SC + SD) \geq (AB + AC + AD)$;