Práctica 2

Imprecisiones en las medidas. Medida de resistencias

El trabajo experimental generalmente está asociado el manejo de instrumentos de medida con los que medir magnitudes. La medición no está exenta de problemas y/o limitaciones: es inevitable que no podamos acceder a un único valor cierto de la medida; esta siempre estará más o menos dispersa dependiendo de las características de la medición, calidad de los instrumentos, hechos aleatorios, etc. Por estos motivos nos encontramos con una imprecisión, incertidumbre o error en la medida.

Llamamos error a la diferencia entre el valor observado o calculado y el valor verdadero. El error se considera constituido por dos componentes, una aleatoria y otra sistemática.

- El error aleatorio se supone que procede de variaciones de las magnitudes, de carácter temporal y espacial, impredecibles o aleatorias. El efecto de tales variaciones es que dan lugar a diferencias entre las observaciones repetidas de la medición. Habitualmente, el error aleatorio se podrá reducir incrementando el número de mediciones.
- El error sistemático se produce con igual tendencia en todas las mediciones. Si es debido a un efecto identificado de una magnitud, dicho efecto puede cuantificarse y, si es significativo, puede aplicarse una corrección o un factor de corrección para compensarlo. A menudo los instrumentos y sistemas de medición se ajustan o calibran utilizando patrones y materiales de referencia (que también tendrán su incertidumbre), con objeto de corregir los efectos sistemáticos.

2.1 Incertidumbre absoluta

El valor medido experimentalmente *R*, debe venir acompañado por su **error absoluto** en la forma *R* (Δ*R*), siendo Δ*R*, la incertidumbre o error absoluto con que se ha realizado la medida. Una medida será más precisa cuanto más pequeño sea este valor.
Ejemplo: Se ha determinado que la altura de un edificio es de 34,6 m con una imprecisión o error de 0,2 m:

Altura = 34,6 (0,2) m

Para mejor expresar la calidad de la medida se utiliza el error relativo; éste es el cociente entre el error absoluto y el valor medido, resultado expresado en forma de porcentaje:

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{valor} 100$$

En el ejemplo anterior el error relativo es de 0,58 %

2.2 Errores accidentales y sistemáticos

Los errores no son todos de la misma naturaleza; en ocasiones es producido por desviaciones impredecibles, insuficientes datos de lectura o inexactitudes aleatorias, produciéndose por defecto o por exceso sin una tendencia definida: se trata de **errores accidentales**. Ejemplo: varios observadores midiendo simultáneamente la duración de un suceso con distintos cronómetros darán sin duda distintos resultados si les pedimos alta precisión.
En otros casos el error tiene una marcada tendencia en un sentido u otro y es atribuible a un problema de método más que al azar: son los **errores sistemáticos**. Ejemplo: un amperímetro modifica inevitablemente la corriente que mide (sobre todo si posee una resistencia inadecuada); se trata de un error sistemático.

2.3 Dispersión

Para expresar si un conjunto de mediciones está más o menos concentrado definimos la dispersión como:

$$D = \frac{ValorMax - ValorMin}{Valor\ \ medio} 100 = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\overline{X}} 100$$

2.4 Imprecisión de lectura

Todo instrumento tiene un error intrínseco debido a que la información que proporciona es limitada. Un metro dividido en milímetros no puede expresar resultados más allá del mm, o un cronómetro de centésimas de segundo no puede dar resultados más allá de las centésimas de segundo. A este límite lo llamaremos imprecisión de lectura. Cuando efectuamos una medida única, adoptaremos este valor como la imprecisión absoluta.
Ejemplo: Un balón está en el aire 2,56 s medido con un instrumento que aprecia centésimas de segundo; escribiremos:

$$T = 2{,}56\ (0{,}01)\ s$$

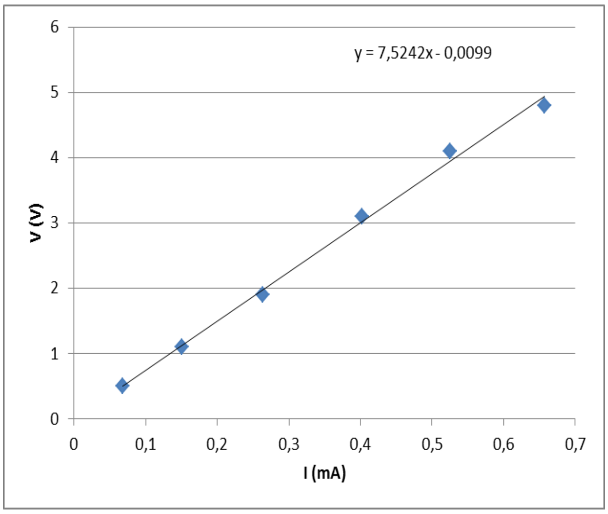
2.5 Medidas múltiples y medidas únicas

Un factor a tener en cuenta es si la medición es consecuencia de múltiples medidas reiteradas o si se trata de una medida única. Ejemplo, si medimos reiteradamente la altura de una mesa y obtenemos valores discrepantes estamos en el primer caso; si en cambio medimos la duración de un salto de pelota (suceso no repetible), solo tenemos una medida.
En el primer caso realizaremos tres medidas y daremos por bueno en valor medio si la dispersión es menor del 2%, realizando más medidas en caso contrario. El error absoluto de la medida será el valor máximo entre la desviación típica de las medidas y el error de lectura.

2.6 Representaciones gráficas

En el trabajo experimental es usual el manejo de gráficas para mejor comprender la dependencia entre magnitudes. Dentro de estas, nos encontramos las dependencias lineales, es decir, aquellas en que una magnitud depende linealmente de otra. Por ejemplo la ley de Ohm: $V = IR$, lo que significa que V

crece con la misma rapidez que *I*, y si representamos gráficamente *V* frente a *I*, obtenemos una recta de pendiente *R*.
Ejemplo:



En este grafico observamos la dependencia lineal entre *V* e *I*, y además una pendiente uniforme.

2.7 Notación

En relación a los errores absolutos existe la norma generalmente aceptada de que solo se presentan con una cifra significativa (las distintas de cero), o dos si la primera es un uno. Ejemplos:

ΔX		ΔX corregido
0,03445	una única cifra significativa >>	0,03
1,5678	dos primeras cifras significativas la primera es 1	1,6
48,903	una única cifra significativa >>	50

En muchas ocasiones presentamos resultados de medidas con incoherencias como por ejemplo:

X ± ΔX		ΔX corregido
1,244 (0,03)	Incertidumbre en las centésimas >>	1,24 (0,03)
156,19 (1,6)	Incertidumbre en las décimas >>	156,2 (1,6)
456903 (21000)	Incertidumbre en los millares >>	457000 (21000)

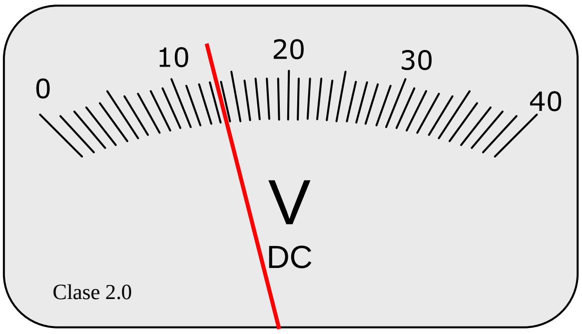
2.8 Aparatos digitales y analógicos

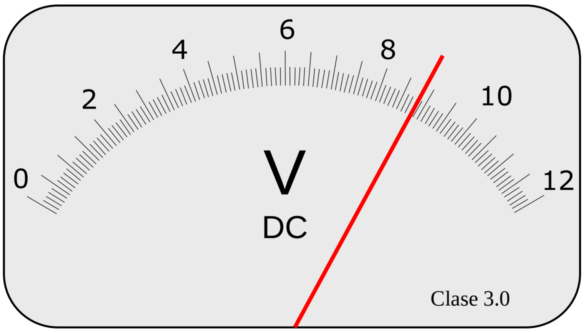
En los **APARATOS DIGITALES** el error absoluto se calcula generalmente como la suma del *error de precisión* (% de la medida) más el *error de lectura* (*n* unidades en el último dígito). En la figura se muestra dos ejemplos para un aparato digital con error de precisión de 0,5 %, y error de lectura 3d y otro con un error de precisión del 0,08 % y error de lectura 2d. En el puesto de trabajo podéis encontrar las tablas de especificaciones técnicas de los multímetros de que disponéis en el laboratorio.

01,257 mA	82,1 kΩ
Precisión 0,5%	Precisión 0,08%
Error de precisión 0,5% de 1,257 = 0,006285 mA	Error de precisión 0,08% de 82,1 = 0,06568 kΩ
Error de lectura 3 d = 0,003 mA	Error de lectura 2 d = 0,2 kΩ
ΔI=0,006285+0,003 =0,009285 mA 0,009 mA	ΔR = 0,06568 + 0,2 = 0,26568 kΩ 0,3 kΩ
I = 1,257 (0,009) mA	**R = 82,1 (0,3) kΩ**

El error de lectura se considerará como el valor correspondiente al valor de *n* unidades en el último dígito de la pantalla siempre que el valor que aparezca sea de fácil lectura. Asimismo trabajaremos siempre en la escala que de mayor precisión. De esta forma, en los ejemplos anteriores, si el error de lectura es de 3d, este error vale 3 unidades de la última cifra que se puede observar en el aparato, es decir, 0,003 mA para el primer caso, y 0,2 kΩ para el segundo.

En **APARATOS ANALÓGICOS**, el error absoluto se calcula como suma del *error de "clase"* (% del fondo de escala) más el *error de lectura*. La clase del aparato puede ser única para todas las escalas (aunque no siempre sucede así) y suele estar indicada en la misma pantalla. El error de lectura es una estimación subjetiva de la capacidad del experimentador para precisar su lectura en la pantalla. Depende de parámetros tales como, la definición de la escala o la limpieza de la pantalla. En los aparatos de aguja, la lectura se debe realizar siempre desde la perpendicular a la pantalla, para evitar desviaciones debidas al espaciado entre la aguja y la escala. La figura muestra dos situaciones diferentes.



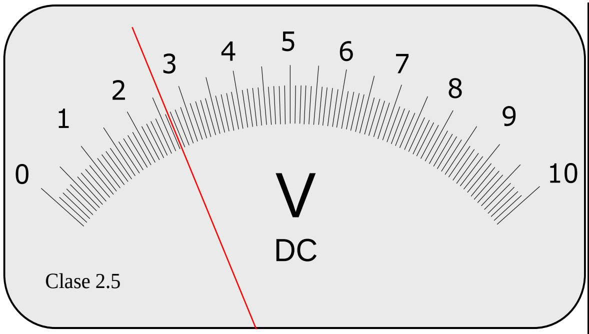


Lectura	14 V
Error de clase: 2% de 40:	0,8 V
Error de lectura:	0,5 V
ΔV =	1,3 V
V = 14,0 (1,3) V	

Lectura	8,8 V
Error de clase 3% de 12:	0,36 V
Error de lectura:	0,1 V
ΔV =	0,46 V
V = 8,8 (0,5) V	

En el primer ejemplo se ha estimado que somos capaces de distinguir dos posibles posiciones de la aguja entre dos divisiones, y como cada división equivale a 1 V, el error de lectura sería 0,5 V. En el segundo ejemplo, cada división equivale a 0,1 V y por el grosor de la aguja no es posible precisar más. Observa que el valor medido y su error no se expresan con todas las cifras que obtenemos del cálculo; esto último se explica en el apartado 2.7.

Ejercicio: Escribe con son su correspondiente error la medida indicada en la figura:



Lectura:
Error de clase:
Error de lectura:
ΔV =
V =

2.9 Medidas directas e indirectas

En muchas ocasiones no medimos una magnitud de modo directo, por ejemplo la superficie de una habitación; medimos los lados y efectuamos una operación. Entonces se dice que hemos realizado una **medida indirecta**.
Sea V la magnitud cuyo valor deseamos conocer, y que depende de las magnitudes x, y y z según una expresión matemática $V=V(x,y,z)$. Si las magnitudes x, y y z son medibles directamente y han dado como resultado $x\pm\Delta x$, $y\pm\Delta y$ y $z\pm\Delta z$ respectivamente, podremos conocer el valor de V tras sustituir los valores medidos de x, y y z en la expresión anterior y su incertidumbre a partir de la expresión:

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial V}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial V}{\partial z}\right|\Delta z$$

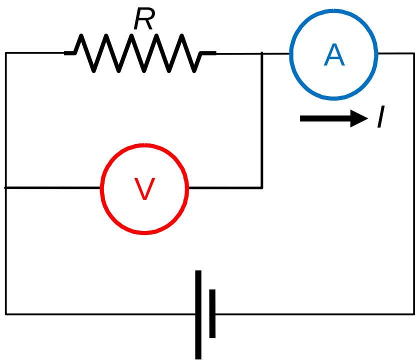
2.10 EXPERIMENTAL

ACTIVIDAD 1. Busca una resistencia de 560 Ω, y mídela con el óhmetro. Calcula también el error cometido en la medida.

$R_{nominal}$		Medida óhmetro				
R(Ω)	ΔR	R(Ω)	Precision (%)	Error de lectura	ΔR	ΔR *corregido*
560						

El error de la resistencia nominal está indicado a través del código de colores de la resistencia y el error de la medida con el óhmetro puedes obtenerlo según se explica más arriba en el apartado aparatos digitales. Deberás localizar un dato técnico del aparato que es la **precisión**, generalmente en forma de porcentaje, y estimar el error de lectura. Finalmente ajustaremos el formato del error según las normas de escritura de errores.

ACTIVIDAD 2: Vamos a medir la resistencia de modo indirecto utilizando la ley de Ohm. Colocamos la resistencia en serie con un amperímetro y un voltímetro en paralelo con la resistencia según el montaje de la figura, anotando los valores del voltímetro y amperímetro en la siguiente tabla. La resistencia será:



$$R = \frac{V}{I}$$

Como **voltímetro** usaremos el analógico y como **amperímetro** el digital. Anotaremos los resultados en la siguiente tabla:

Valor nominal		Medida de resistencias montaje corto					
1	2	3	4	5	6	7	8
$R(\Omega)$	ΔR	V	ΔV	I	ΔI	$R = V/I$	ΔR
560							

Aclaraciones:
Columna 2: es el error de la resistencia nominal que se obtiene a partir del código de colores:
Columna 3: Indicación del **voltímetro analógico**
Columna 4: Error cometido por el **voltímetro analógico**
Columna 5: Indicación del **amperímetro digital**
Columna 6: Error cometido por el **amperímetro digital**
Columna 7: División (3)/(5)
Columna 8: Se obtiene según lo visto para medidas indirectas. Determina la expresión de la incertidumbre para la medida de una resistencias a partir de la ley de Ohm, teniendo en cuenta que el resultado experimental de medir la intensidad es $I \pm \Delta I$ y el de medir la tensión es $V \pm \Delta V$.

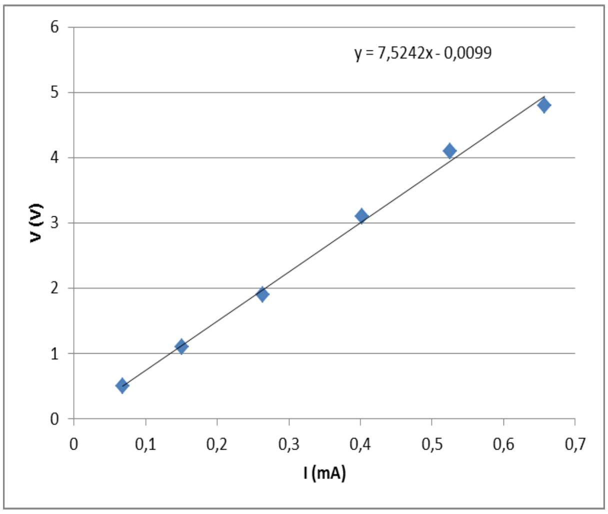
$$R = \frac{V}{I} \qquad \Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial V}\right|\Delta V + \left|\frac{\partial R}{\partial I}\right|\Delta I$$

ACTIVIDAD 2b: Repite el proceso con una resistencia de 15000 Ω. ¿Qué hecho llamativo se observa. Explica las posibles discrepancias. ¿Se trata de un error accidental o sistemático?

ACTIVIDAD 3: En este caso, vamos a aplicar la ley de Ohm, pero no haremos una única medida, sino que aplicaremos diferentes tensiones con el generador y mediremos tensión e intensidad rellenando la siguiente tabla:

$V_{generador}$ (V)	V (V)	I (mA)
0,5		
1		
2		
3		
4		
5		

La primera columna es el valor que indica el generador y lo usaremos solo como guía para hacer un barrido bien distribuido. La segunda y tercera columna contienen las lecturas que haremos en el voltímetro y amperímetro. Estos valores los llevaremos a un gráfico con *V* en el eje de ordenadas e *I* en el de abscisas. Según la ley de Ohm, la resistencia es la pendiente de la recta.



Para obtener la pendiente (la resistencia) tenemos dos procedimientos:

a) En el propio gráfico marcamos "Insertar línea de tendencia" – "Mostrar ecuación en el gráfico". El parámetro que multiplica a la "x" es la pendiente.
   1. Seleccionamos las columnas que contienen los valores de V e I (primero la "V" y pulsando CTRL, la "I")
   2. Menú insertar Gráfico Dispersión
   3. Con el gráfico seleccionado, iremos a presentación para completar Título y títulos de los ejes

b) Usando la función EXCEL "ESTIMACION.LINEAL" con los siguientes pasos:
   1. Seleccionaremos una área vacía de 2 columnas y 2 filas
   2. En la barra de fórmulas llamaremos a la función "ESTIMACION.LINEAL"…
   3. Como Conocido_y seleccionaremos la columnas con los valores de V
   4. Como Conocido_x seleccionaremos la columnas con los valores de I
   5. En el campo Constante y Estadística pondremos "1"
   6. Finalmente en la barra de fórmulas, editaremos la fórmula introducida pulsando finalmente CTRL-MAY-INTRO

   En el área de 2 columnas y 2 filas aparecerán:

pendiente recta	Ordenada en el origen
error pendiente	Error ordenada origen

A partir de los resultados, escribe el valor de la resistencia con su error absoluto.

$$R \ (\Delta R)$$