EJERCICIOS DISTRIBUCIONES EN INFERENCIA 5.1

Ejercicio 1:

Transparencia 25 UD5 inferencia parte 1-2.pdf 2) y también ejercicio 2) UD 5-1 - Distribuciones en el muestreo.pdf, pág. 6.

¿Cuál es la probabilidad de obtener una varianza muestral >10 si se toma una muestra de tamaño 20 de una población Normal con $\sigma^2 = 5$?

Ejercicio 2: Obtener la probabilidad de obtener una varianza muestral superior a 10 al sacar una muestra de tamaño 20 de una población normal de varianza igual a 5

$$(N-1)\frac{s'^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{N-1} \qquad X = N(\mu, \sqrt{5})$$

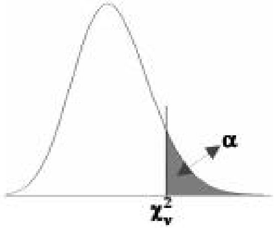
$$P(S'^2 > 10) = P\Big[\underbrace{(N-1)\cdot\frac{S'^2}{\sigma^2}}_{V.A. \sim \chi^2_{N-1}} > (N-1)\cdot\frac{10}{\sigma^2}\Big]$$

¡V.A.!

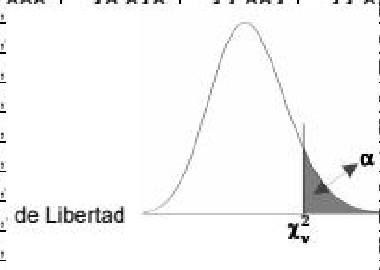
$$(N-1)\cdot\frac{10}{\sigma^2} = \frac{19\cdot 10}{5}$$

$$= P(\chi^2_{19} > 38) \overset{\text{Tabla}}{\simeq} 0'005$$

Distribución Chi Cuadrado χ^2 Contiene los valores de χ^2 tales que $\alpha = P(\chi^2_\nu \geq \chi)$, donde ν son los Grados de Libertad



v/α	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	7,879	6,635	5,024	3,842	2,706	1,323	0,455	0,102	0,016	0,004	0,001	0,000	0,000
2	1[illegible]7	9,210	7,378	5,992	4,605	2,773	1,386	0,575	0,211	0,103	0,051	0,020	0,010
3	12,[illegible]38	11,345	9,348	7,815	6,251	4,108	2,366	1,213	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072
4	14,[illegible]60	13,277	11,143	9,488	7,779	5,385	3,357	1,923	1,064	0,711	0,484	0,297	0,207
5	16,[illegible]50	15,086	12,833	11,071	9,236	6,626	4,352	2,675	1,610	1,146	0,831	0,554	0,412
6	18,[illegible]48	16,812	14,449	12,592	10,645	7,841	5,348	3,455	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676
7	20,[illegible]78	18,475	16,013	14,067	12,017	9,037	6,346	4,255	2,833	2,167	1,690	1,239	0,989
8	21,[illegible]55	20,090	17,535	15,507	13,362	10,219	7,344	5,071	3,490	2,733	2,180	1,647	1,344
9	23,[illegible]89	21,666	19,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]89	8,343	5,899	4,168	3,325	2,700	2,088	1,735
10	25,[illegible]88	23,209	20,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]49	9,342	6,737	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156
11	26,[illegible]57	24,725	21,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]01	10,341	7,584	5,578	4,575	3,816	3,054	2,603
12	28,[illegible]00	26,217	23,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]45	11,340	8,438	6,304	5,226	4,404	3,571	3,074
13	29,[illegible]19	27,688	24,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]84	12,340	9,299	7,042	5,892	5,009	4,107	3,565
14	31,[illegible]19	29,141	26,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]17	13,339	10,165	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075
15	32,[illegible]02	30,578	27,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]45	14,339	11,037	8,547	7,261	6,262	5,229	4,601
16	34,[illegible]67	32,000	28,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]69	15,339	11,912	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142
17	35,[illegible]18	33,409	30,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]89	16,338	12,792	10,085	8,672	7,564	6,408	5,697
18	37,156	34,805	31,[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]05	17,338	13,675	10,865	9,390	8,231	7,015	6,265
19	38,582	36,191	32,852	30,144	27,204	22,718	18,338	14,562	11,651	10,117	8,907	7,633	6,844
20	39,997	37,566	34,170	31,410	28,412	23,828	19,337	15,452	12,443	10,851	9,591	8,260	7,434
21	41,401	38,932	35,479	32,671	29,615	24,935	20,337	16,344	13,240	11,591	10,283	8,897	8,034



Ejercicio 2:

Transparencia 25 3) UD5 inferencia parte 1-2.pdf

¿Cuál es la probabilidad de que la varianza muestral supere al triple de la varianza poblacional (de valor 4) de una población Normal si se toma una muestra de tamaño 18?

$N = 18 \qquad P\left(\frac{S'^2}{\sigma^2} > 3\right) = P\left((N-1)\cdot\frac{S'^2}{\sigma^2} > (N-1)\cdot 3\right)$

$= P\left(\chi^2_{17} > 51\right) \simeq 0$

Distribución Chi Cuadrado χ^2 Contiene los valores de χ^2 tales que

?

v/α	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,
1	7,879	6,635	5,024	3,842	2,706	1,323	0,
2	10,597	9,210	7,378	5,992	4,605	2,773	1,
3	12,838	11,345	9,348	7,815	6,251	4,108	2,
4	14,860	13,277	11,143	9,488	7,779	5,385	3,
5	16,750	15,086	12,833	11,071	9,236	6,626	4,
6	18,548	16,812	14,449	12,592	10,645	7,841	5,
7	20,278	18,475	16,013	14,067	12,017	9,037	6,
8	21,955	20,090	17,535	15,507	13,362	10,219	7,
9	23,589	21,666	19,023	16,919	14,684	11,389	8,
10	25,188	23,209	20,483	18,307	15,987	12,549	9,
11	26,757	24,725	21,920	19,675	17,275	13,701	10,
12	28,300	26,217	23,337	21,026	18,549	14,845	11,
13	29,819	27,688	24,736	22,362	19,812	15,984	12,
14	31,319	29,141	26,119	23,685	21,064	17,117	13,
15	32,802	30,578	27,488	24,996	22,307	18,245	14,
16	34,267	32,000	28,845	26,296	23,542	19,369	15,
17	35,718	33,409	30,191	27,587	24,769	20,489	16,
18	37,156	34,805	31,526	28,869	25,989	21,605	17,
19	38,582	36,191	32,852	30,144	27,204	22,718	18,
20	39,997	37,566	34,170	31,410	28,412	23,828	19,
21	41,401	38,932	35,479	32,671	29,615	24,935	20,
22	42,796	40,289	36,781	33,925	30,813	26,039	21,

51?

¿Y de que simplemente supere a la varianza poblacional?

$$P\left(\frac{s'^2}{\sigma^2} > 1\right) = P\left((N-1)\cdot\frac{s'^2}{\sigma^2} > (N-1)\cdot 1\right)$$

$$= P\left(\chi^2_{17} > 17\right)$$

Se interpola linealmente con los valores de la tabla para obtener mayor precisión:

$$\frac{0'5 - P}{16'338 - 17} = \frac{0'5 - 0'25}{16'338 - 20'489}$$

$$\longrightarrow P \simeq 0'46$$

Ejercicio 3:

Transparencia 32 2)**UD5 inferencia parte 1-2.pdf**

Si se toman dos muestras de tamaño 10 de una misma población Normal, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza de la segunda muestra sea más del doble que la primera?

$N_1 = N_2 = 10$ $\quad\quad P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} > 2\right)$

Misma población $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$\frac{S_1'^2 / \cancel{\sigma_1^2}}{S_2'^2 / \cancel{\sigma_2^2}} \sim F_{\underbrace{9}_{N_1-1},\,\underbrace{9}_{N_2-1}}$$

$$P\left(\frac{S_1'^2}{S_2'^2} > 2\right) = P\left(F_{9,9} > 2\right) \overset{S'G}{=} 0'158239$$

	Grados de Libertad del numerador (v_1)																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
α	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
1	161,45	4052,18	199,5	4999,5	215,71	5403,35	224,58	5624,58	230,16	5763,65	233,99	5858,99	236,77	5928,36	238,88	5981,07	240,54	6022,47
2	18,51	98,5	19	99	19,16	99,17	19,25	99,25	19,3	99,3	19,33	99,33	19,35	99,36	19,37	99,37	19,38	99,39
3	10,13	34,12	9,55	30,82	9,28	29,46	9,12	28,71	9,01	28,24	8,94	27,91	8,89	27,67	8,85	27,49	8,81	27,35
4	7,71	21,2	6,94	18	6,59	16,69	6,39	15,98	6,26	15,52	6,16	15,21	6,09	14,98	6,04	14,8	6	14,66
5	6,61	16,26	5,79	13,27	5,41	12,06	5,19	11,39	5,05	10,97	4,95	10,67	4,88	10,46	4,82	10,29	4,77	10,16
6	5,99	13,75	5,14	10,92	4,76	9,78	4,53	9,15	4,39	8,75	4,28	8,47	4,21	8,26	4,15	8,1	4,1	7,98
7	5,59	12,25	4,74	9,55	4,35	8,45	4,12	7,85	3,97	7,46	3,87	7,19	3,79	6,99	3,73	6,84	3,68	6,72
8	5,32	11,26	4,46	8,65	4,07	7,59	3,84	7,01	3,69	6,63	3,58	6,37	3,5	6,18	3,44	6,03	[illegible]	5,91
9	5,12	10,56	4,26	8,02	3,86	6,99	3,63	6,42	3,48	6,06	3,37	5,8	3,29	5,61	3,23	5,47	3,18	5,35
10	4,96	10,04	4,1	7,56	3,71	6,55	3,48	5,99	3,33	5,64	3,22	5,39	3,14	5,2	3,07	5,06	[illegible]	[illegible]
11	4,84	9,65	3,98	7,21	3,59	6,22	3,36	5,67	3,2	5,32	3,09	5,07	3,01	4,89	2,95	4,74	2,9	4,63
12	4,75	9,33	3,89	6,93	3,49	5,95	3,26	5,41	3,11	5,06	3	4,82	2,91	4,64	2,85	4,5	2,8	4,39
13	4,67	9,07	3,81	6,7	3,41	5,74	3,18	5,21	3,03	4,86	2,92	4,62	2,83	4,44	2,77	4,3	2,71	4,19
14	4,6	8,86	3,74	6,51	3,34	5,56	3,11	5,04	2,96	4,69	2,85	4,46	2,76	4,28	2,7	4,14	2,65	4,03
15	4,54	8,68	3,68	6,36	3,29	5,42	3,06	4,89	2,9	4,56	2,79	4,32	2,71	4,14	2,64	4	2,59	3,89

...enominador (v_2)

?

2?

Ejercicio 4:

ejercicio 1) UD 5-1 - Distribuciones en el muestreo.pdf, pág. 4.

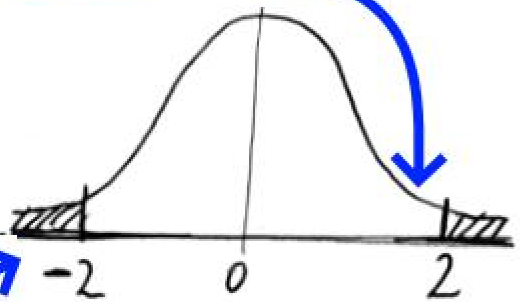
Ejercicio 1: El tiempo de transferencia de paquetes (ms) de un determinado tamaño a través de la red sigue una distribución normal con desviación típica σ=3. Si se extrae una muestra aleatoria de tamaño 16, calcular la probabilidad de que la diferencia entre la media poblacional (m) y la media muestral ($\overline{X}$) sea mayor que 2 en valor absoluto.

Tpo transf. $\sim N(m, \overset{\sigma}{\overset{\shortparallel}{3}})$, $N=16$

$$P(|\underbrace{\underbrace{\bar{X}}_{V.A}-m}_{V.A}|>2) = P(|N(0,\tfrac{3}{4})|>2)$$

$$\bar{X} \sim \overbrace{N(m, \tfrac{3}{\sqrt{16}})}$$

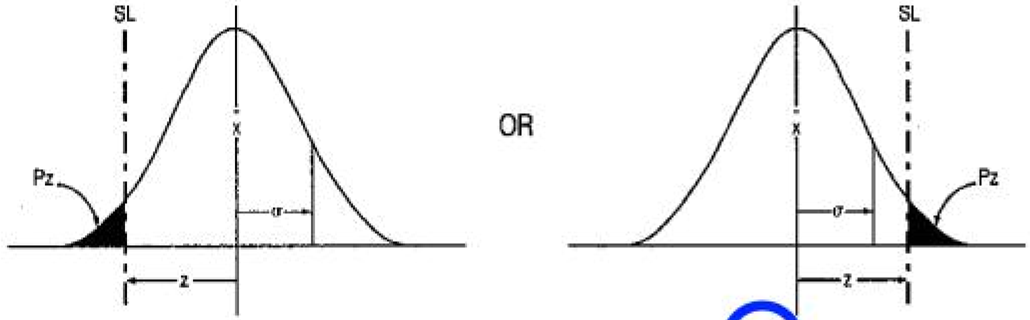
$$= P\left(N\left(0, \tfrac{3}{4}\right) > 2\right) + P\left(N\left(0, \tfrac{3}{4}\right) < -2\right)$$



$$= 2 \cdot \left(P\left(N\left(0, \tfrac{3}{4}\right) > 2\right)\right)$$

$$= 2 \cdot P\left(Z > \frac{2-0}{3/4}\right) = 2 \cdot P\left(Z > \underset{2'\overline{6}}{\underset{\parallel}{8/3}}\right) \simeq 0'0076$$

Tabla Normal Tipificada



|z|	x.x0	x.x1	x.x2	x.x3	x.x4	x.x5	x.x6	x.x7	x.x8	x.x9
4.0	.00003									
3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00[illegible]04	.00004	.00003	.00003
3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00[illegible]06	.00005	.00005	.00005
3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00[illegible]08	.00008	.00008	.00008
3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00[illegible]13	.00012	.00012	.00011
3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00[illegible]19	.00018	.00017	.00017
3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00[illegible]27	.00026	.00025	.00024
3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00[illegible]39	.00038	.00036	.00035
3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00[illegible]56	.00054	.00052	.00050
3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00[illegible]79	.00076	.00074	.00071
3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00[illegible]11	.00107	.00104	.00100
2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.00[illegible]5	.0015	.0014	.0014
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.00[illegible]1	.0021	.0020	.0019
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.00[illegible]	.0028	.0027	.0026
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048

Ejercicio 5:

ejercicio 3) UD 5-1 - Distribuciones en el muestreo.pdf, pág. 7.

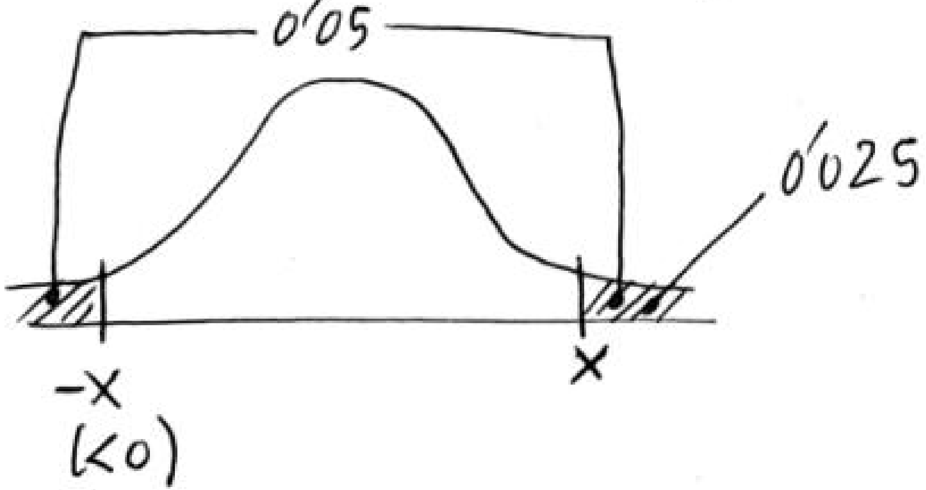
Ejercicio 3: Obtener un valor x tal que la probabilidad de que una t de Student con 10 grados de libertad sea en valor absoluto mayor que x, sea igual al 5%.

Obtener x tal que $P(|t_{10}| > x) = \underset{\substack{\uparrow \\ 5\%}}{0'05}$

Valor absoluto: $P(t_{10} > x)$ (valores positivos t_{10})

2 colas $P(t_{10} < -x)$ (valores negativos t_{10})

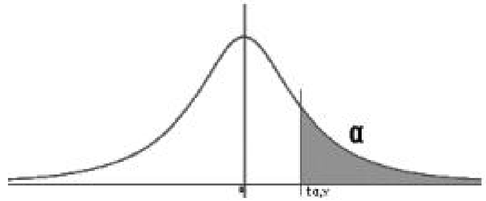
$$P(|t_{10}|>x) = \underbrace{0'05}_{\substack{\text{Área de} \\ \text{2 colas}}} \longrightarrow P(t_{10}>x) = \underbrace{0'025}_{\substack{\text{Área de} \\ \text{1 cola}}}$$



$$\xrightarrow{\text{tabla}} x = 2'228$$

Distribución t de Student

Contiene los valores de t tales que $\alpha = P(t_{\nu}^{2} \geq t)$, donde ν son los Grados de Libertad



v/α	0,0005	0,001	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,2	0,25	0,3	0,4	0,45	0,475
1	636,619	318,309	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078	1,376	1,000	0,727	0,325	0,158	0,079
2	31,599	22,327	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886	1,061	0,816	0,617	0,289	0,142	0,071
3	12,924	10,215	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638	0,978	0,765	0,584	0,277	0,137	0,068
4	8,610	7,173	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533	0,941	0,741	0,569	0,271	0,134	0,067
5	6,869	5,893	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476	0,920	0,727	0,559	0,267	0,132	0,066
6	5,959	5,208	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440	0,906	0,718	0,553	0,265	0,131	0,065
7	5,408	4,785	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415	0,896	0,711	0,549	0,263	0,130	0,065
8	5,041	4,501	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397	0,889	0,706	0,546	0,262	0,130	0,065
9	4,781	4,297	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383	0,883	0,703	0,543	0,261	0,129	0,064
10	4,587	4,144	3,169	2,764	2,228	1,812	1,372	0,879	0,700	0,542	0,260	0,129	0,064
11	4,437	4,025	3,106	2,718	2,201	1,796	1,363	0,876	0,697	0,540	0,260	0,129	0,064
12	4,318	3,930	3,055	2,681	2,179	1,782	1,356	0,873	0,695	0,539	0,259	0,128	0,064
13	4,221	3,852	3,012	2,650	2,160	1,771	1,350	0,870	0,694	0,538	0,259	0,128	0,064
14	4,140	3,787	2,977	2,624	2,145	1,761	1,345	0,868	0,692	0,537	0,258	0,128	0,064
15	4,073	3,733	2,947	2,602	2,131	1,753	1,341	0,866	0,691	0,536	0,258	0,128	0,064

Ejercicio 6:
ejercicio 4) UD 5-1 - Distribuciones en el muestreo.pdf, pág. 7.

> **Ejercicio 4**: Calcular aproximadamente la probabilidad de que al extraer dos muestras de tamaño 25 de una misma población normal, la segunda varianza muestral resulta más del doble que la primera.

Claramente se trata de una probabilidad de un cociente de varianzas muestrales de muestras de la misma población (varianza poblacional coincidente). Por lo tanto se resolverá como en problemas previos con la F de N_1 y N_2 de valor 25.

$$\frac{S_2^2 / \cancel{\sigma_2^2}}{S_1'^2 / \cancel{\sigma_1^2}} \sim F_{24,24}$$

ojo, GL muestra varianza mayor si $N_1 \neq N_2$

Para no confundirnos y dado que es la mayor, situamos S_2^2 en el numerador.

$$\frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F_{N_1-1,N_2-1} \Rightarrow \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim F_{24,24}$$

$$P\left(\frac{S_2'^2}{S_1'^2} > 2\right) = P\left((F_{24,24}) > 2\right) \underset{\text{Tablas}}{\simeq} 0'05$$

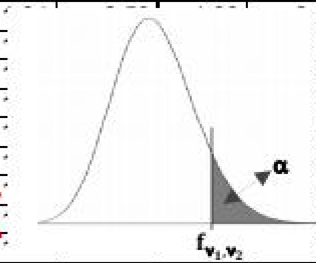
f_{v_1,v_2}

24

	Grados de Libertad del numerador (v_1)																
	10		12		16		20		30		50		100		∞	
α	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**	**0,05**	**0,01**
1	241,88	6055,85	243,91	6106,32	246,46	6170,1	248,01	6208,73	250,1	6260,65	251,77	6302,52	253,04	6334,11	254,31	6365,86
2	19,4	99,4	19,41	99,42	19,43	99,44	19,45	99,45	19,46	99,47	19,48	99,48	19,49	99,49	19,5	99,5
3	8,79	27,23	8,74	27,05	8,69	26,83	8,66	26,69	8,62	26,5	8,58	26,35	8,55	26,24	8,53	26,13
4	5,96	14,55	5,91	14,37	5,84	14,15	5,8	14,02	5,75	13,84	5,7	13,69	5,66	13,58	5,63	13,46
5	4,74	10,05	4,68	9,89	4,6	9,68	4,56	9,55	4,5	9,38	4,44	9,24	4,41	9,13	4,36	9,02
6	4,06	7,87	4	7,72	3,92	7,52	3,87	7,4	3,81	7,23	3,75	7,09	3,71	6,99	3,67	6,88
7	3,64	6,62	3,57	6,47	3,49	6,28	3,44	6,16	3,38	5,99	3,32	5,86	3,27	5,75	3,23	5,65
8	3,35	5,81	3,28	5,67	3,2	5,48	3,15	5,36	3,08	5,2	3,02	5,07	2,97	4,96	2,93	4,86
9	3,14	5,26	3,07	5,11	2,99	4,92	2,94	4,81	2,86	4,65	2,8	4,52	2,76	4,41	2,71	4,31
10	2,98	4,85	2,91	4,71	2,83	4,52	2,77	4,41	2,7	4,25	2,64	4,12	2,59	4,01	2,54	3,91
11	2,85	4,54	2,79	4,4	2,7	4,21	2,65	4,1	2,57	3,94	2,51	3,81	2,46	3,71	2,4	3,6
12	2,75	4,3	2,69	4,16	2,6	3,97	2,54	3,86	2,47	3,7	2,4	3,57	2,35	3,47	2,3	3,36
13	2,67	4,1	2,6	3,96	2,51	3,78	2,46	3,66	2,38	3,51	2,31	3,38	2,26	3,27	2,21	3,17
14	2,6	3,94	2,53	3,8	2,44	3,62	2,39	3,51	2,31	3,35	2,24	3,22	2,19	3,11	2,13	3
15	2,54	3,8	2,48	3,67	2,38	3,49	2,33	3,37	2,25	3,21	2,18	3,08	2,12	2,98	2,07	2,87
16	2,49	3,69	2,42	3,55	2,33	3,37	2,28	3,26	2,19	3,1	2,12	2,97	2,07	2,86	2,01	2,75
17	2,45	3,59	2,38	3,46	2,29	3,27	2,23	3,16	2,15	3	2,08	2,87	2,02	2,76	1,96	2,65
18	2,41	3,51	2,34	3,37	2,25	3,19	2,19	3,08	2,11	2,92	2,04	2,78	1,98	2,68	1,92	2,57
19	2,38	3,43	2,31	3,3	2,21	3,12	2,16	3	2,07	2,84	2	2,71	1,94	2,6	1,88	2,49
20	2,35	3,37	2,28	3,23	2,18	3,05	2,12	2,94	2,04	2,78	1,97	2,64	1,91	2,54	1,84	2,42
21	2,32	3,31	2,25	3,17	2,16	2,99	2,1	2,88	2,01	2,72	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,81	2,36
22	2,3	3,26	2,23	3,12	2,13	2,94	2,07	2,83	1,98	2,67	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,78	2,31
23	2,27	3,21	2,2	3,07	2,11	2,89	2,05	2,78	1,96	2,62	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,76	2,26
24	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	2,03	2,74	1,94	2,58	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,73	2,21
25	2,24	3,13	2,16	2,99	2,07	2,81	2,01	2,7	1,92	2,54	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,71	2,17
26	2,22	3,09	2,15	2,96	2,05	2,78	1,99	2,66	1,9	2,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,69	2,13
27	2,2	3,06	2,13	2,93	2,04	2,75	[illegible]	2,63	1,88	2,47	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,67	2,1
28	2,19	3,03	2,12	2,9	2,02	2,72	[illegible]	2,6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,65	2,06
29	2,18	3	2,1	2,87	2,01	2,69	1,94	2,57	[illegible]	2,41	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	1,64	2,03
30	2,16	2,98	2,09	2,84	1,99	2,66	1,93	2,55	1,84	2,39	1,76	2,25	1,7	2,13	1,62	2,01
50	2,03	2,7	1,95	2,56	1,85	2,38	1,78	2,27	1,69	2,1	1,6	1,95	1,52	1,82	1,44	1,68
60	1,99	2,63	1,92	2,5	1,82	2,31	1,75	2,2	1,65	2,03	1,56	1,88	1,48	1,75	1,39	1,6

Grados de Libertad del denominador (v_2)

f=2aprox



Ejercicio 7:
¿Cuál es la probabilidad de obtener una varianza muestral superior a 8 de una muestra de tamaño 91 de una población normal con σ^2 = 12?

$$P(s^2 > 8)$$

$$P\left((N-1)\frac{s^2}{\sigma^2} > (N-1)\cdot\frac{8}{\sigma^2}\right)$$

$$= P\left(\chi^2_{90} > \frac{90 \cdot 8}{12}\right) \simeq 0'997$$

$\parallel$

60

Interpolación lineal para más precisión

¿Y superior a 11?

$$P(s'^2 > 11)$$

$$P\left((N-1)\frac{s'^2}{\sigma^2} > (N-1)\cdot\frac{11}{\sigma^2}\right)$$

$$= P\left(\chi^2_{90} > \underset{\substack{\parallel \\ 82'5}}{\frac{90\cdot 11}{12}}\right) \simeq 0'7$$

Interpolación lineal para más precisión

Repite el último cálculo pero utiliza la aproximación a la distribución normal de la distribución Gi 2.

$$P\left((N-1)\frac{s^2}{\sigma^2} > (N-1)\cdot\frac{11}{\sigma^2}\right)$$

$$= P\left(\chi^2_{90} > \underbrace{\frac{90\cdot 11}{12}}_{82'5}\right)$$

$$\simeq P\left(z > \frac{82'5-90}{\sqrt{180}}\right) = P(z > -0'559) = 1-P(z<-0'559)$$

$$= 1 - P(z>0'559)$$

$$= 0'7133$$

Ejercicio 8:

¿Cuál es la probabilidad de obtener una varianza muestral superior a 18 de una muestra de tamaño 91 de una población normal con σ^2 = 12?

$$P\left(\chi^2_{90} > \frac{90 \cdot 18}{12} = 135\right) \quad \left(\text{Fuera de tablas}\right)$$

?

135?

v/α	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,25	0,5	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
30	53,672	50,892	46,979	43,773	40,256	34,800	29,336	24,478	20,599	18,493	16,791	14,954	13,787
31	55,003	52,191	48,232	44,985	41,422	35,887	30,336	25,390	21,434	19,281	17,539	15,656	14,458
32	56,328	53,486	49,480	46,194	42,585	36,973	31,336	26,304	22,271	20,072	18,291	16,362	15,134
33	57,648	54,775	50,725	47,400	43,745	38,058	32,336	27,219	23,110	20,867	19,047	17,074	15,815
34	58,964	56,061	51,966	48,602	44,903	39,141	33,336	28,136	23,952	21,664	19,806	17,789	16,501
35	60,275	57,342	53,203	49,802	46,059	40,223	34,336	29,054	24,797	22,465	20,569	18,509	17,192
36	61,581	58,619	54,437	50,999	47,212	41,304	35,336	29,973	25,643	23,269	21,336	19,233	17,887
37	62,883	59,893	55,668	52,192	48,363	42,383	36,336	30,893	26,492	24,075	22,106	19,960	18,586
38	64,181	61,162	56,896	53,384	49,513	43,462	37,335	31,815	27,343	24,884	22,879	20,691	19,289
39	65,475	62,428	58,120	54,572	50,660	44,540	38,335	32,737	28,196	25,695	23,654	21,426	19,996
40	66,766	63,691	59,342	55,759	51,805	45,616	39,335	33,660	29,051	26,509	24,433	22,164	20,707
45	73,166	69,957	65,410	61,656	57,505	50,985	44,335	38,291	33,350	30,612	28,366	25,901	24,311
50	79,490	76,154	71,420	67,505	63,167	56,334	49,335	42,942	37,689	34,764	32,357	29,707	27,991
55	85,749	82,292	77,380	73,312	68,796	61,665	54,335	47,611	42,060	38,958	36,398	33,571	31,735
60	91,952	88,379	83,298	79,082	74,397	66,982	59,335	52,294	46,459	43,188	40,482	37,485	35,534
70	104,215	100,425	95,023	90,531	85,527	77,577	69,335	61,698	55,329	51,739	48,758	45,442	43,275
80	116,321	112,329	106,629	101,880	96,578	88,130	79,334	71,145	64,278	60,392	57,153	53,540	51,172
90	128,299	124,116	118,136	113,145	107,565	98,650	89,334	80,625	73,291	69,126	65,647	61,754	59,196
100	140,170	135,807	129,561	124,342	118,498	109,141	99,334	90,133	82,358	77,929	74,222	70,065	67,328
120	163,649	158,950	152,211	146,567	140,233	130,055	119,334	109,220	100,624	95,705	91,573	86,923	83,852
140	186,847	181,841	174,648	168,613	161,827	150,894	139,334	128,380	119,029	113,659	109,137	104,034	100,655
160	209,824	204,530	196,915	190,516	183,311	171,675	159,334	147,599	137,546	131,756	126,870	121,346	117,679
180	232,620	227,056	219,044	212,304	204,704	192,409	179,334	166,865	156,153	149,969	144,741	138,821	134,884

Para tipificar necesito media y desviación típica, que son:

$$E(\chi^2_{90}) = N = 90$$

$$\sigma^2(\chi^2_{90}) = 2N = 180$$

$$P\left(\chi^2_{90} > \frac{90 \cdot 18}{12} = 135\right)$$

$$\simeq P\left(Z > \frac{135-90}{\sqrt{180}}\right) = P(Z > 3'35)$$

$$\underset{\text{Tabla } Z}{=} 0'0004$$

Ejercicio 9:
El voltaje de un circuito sigue una distribución normal. Se extraen muestras de tamaño N=10. La media muestral vale 90 y s=3. Calcula un intervalo que contenga el valor de la media m de la población con un 80% probabilidad.

$$\frac{\overline{X} - m}{s/\sqrt{N}} \sim \text{t de Student con } (N-1) \text{ g.l.}$$

$$\frac{90 - m}{3/\sqrt{10}} \sim \text{t de Student con 9 g.l.}$$

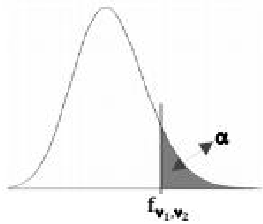
$$P(-t < \frac{90 - m}{3/\sqrt{10}} < t) = 0{,}8$$ *de la tabla t=1,383* $\Rightarrow$

[90-1,383x0,9487, 90+1,383x0,9487] $\Rightarrow$

[88,69, 91,31]

Ejercicio 10:

¿Calcular un valor f (valor) tal que la probabilidad de que una variable F con 4 y 8 grados de libertad sea mayor que f (valor) sea igual a 5%?



Distribución F de Fisher Contiene los valores de f tales que $\alpha = P(F^2_{\nu_1,\nu_2} \geq f)$, donde ν_1 y ν_1 son los Grados de Libertad

	Grados de Libertad del numerador (ν_1)																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
α	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01	0,05	0,01
1	161,45	4052,18	199,5	4999,5	215,71	5403,35	224,58	5624,58	230,16	5763,65	233,99	5858,99	236,77	5928,36	238,88	5981,07	240,54	6022,47
2	18,51	98,5	19	99	19,16	99,17	19,25	99,25	19,3	99,3	19,33	99,33	19,35	99,36	19,37	99,37	19,38	99,39
3	10,13	34,12	9,55	30,82	9,28	29,46	9,12	28,71	9,01	28,24	8,94	27,91	8,89	27,67	8,85	27,49	8,81	27,35
4	7,71	21,2	6,94	18	6,59	16,69	6,39	15,98	6,26	15,52	6,16	15,21	6,09	14,98	6,04	14,8	6	14,66
5	6,61	16,26	5,79	13,27	5,41	12,06	5,19	11,39	5,05	10,97	4,95	10,67	4,88	10,46	4,82	10,29	4,77	10,16
6	5,99	13,75	5,14	10,92	4,76	9,78	4,53	9,15	4,39	8,75	4,28	8,47	4,21	8,26	4,15	8,1	4,1	7,98
7	5,59	12,25	4,74	9,55	4,35	8,45	4,12	7,85	3,97	7,46	3,87	7,19	3,79	6,99	3,73	6,84	3,68	6,72
8	5,32	11,26	4,46	8,65	4,07	7,59	3,84	7,01	3,69	6,63	3,58	6,37	3,5	6,18	3,44	6,03	3,39	5,91
9	5,12	10,56	4,26	8,02	3,86	6,99	3,63	6,42	3,48	6,06	3,37	5,8	3,29	5,61	3,23	5,47	3,18	5,35
10	4,96	10,04	4,1	7,56	3,71	6,55	3,48	5,99	3,33	5,64	3,22	5,39	3,14	5,2	3,07	5,06	3,02	4,94
11	4,84	9,65	3,98	7,21	3,59	6,22	3,36	5,67	3,2	5,32	3,09	5,07	3,01	4,89	2,95	4,74	2,9	4,63

or (ν_2)

$$P(F_{4,8} > f) = 0{,}05 \Rightarrow f = 3{,}84$$

Ejercicio 11:

Con ayuda de la tabla, encuentra dos valores entre los que se encuentre la $F_{7,10}$ con probabilidad del 95% y del 99%.

Pide los límites laterales que delimitan en su interior (hacia adentro) el 95 y 99% del área respectivamente de la función de densidad de $F_{7,10}$. Por ello hay que repartir el área de fuera entre las dos colas.

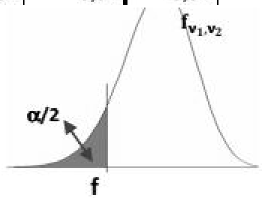
Para el primer planteamiento **(95%)** una cola de las dos que deben recoger un 5% del área, tendrá un área de 0,05/2. Por ello necesitamos las tablas de dos colas que nos aportan valores de 0,975 de área a la izquierda (0,025 a la derecha) y 0,025 a la izquierda (otra tabla).

Para el segundo planteamiento **(99%)** una cola de las dos que deben recoger un 1% del área, tendrá un área de 0,01/2. Por ello necesitamos las tablas de dos colas que nos aportan valores de 0,995 de área a la izquierda (0,005 a la derecha) y 0,005 a la izquierda (otra tabla). En las tablas habrá que ir a las columnas y filas correspondientes a los grados de libertad (7 y 10).

	Grados de Libertad del numerador (v_1)																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
α/2	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**	**0,975**	**0,995**
1	647,79	16210,7	799,5	19999,5	864,16	21614,7	899,58	22499,6	921,85	23055,8	937,11	23437,1	948,22	23714,6	956,66	23925,4	963,28	24091
2	38,51	198,5	39	199	39,17	199,17	39,25	199,25	39,3	199,3	39,33	199,33	39,36	199,36	39,37	199,37	39,39	199,39
3	17,44	55,55	16,04	49,8	15,44	47,47	15,1	46,19	14,88	45,39	14,73	44,84	14,62	44,43	14,54	44,13	14,47	43,88
4	12,22	31,33	10,65	26,28	9,98	24,26	9,6	23,15	9,36	22,46	9,2	21,97	9,07	21,62	8,98	21,35	8,9	21,14
5	10,01	22,78	8,43	18,31	7,76	16,53	7,39	15,56	7,15	14,94	6,98	14,51	6,85	14,2	6,76	13,96	6,68	13,77
6	8,81	18,63	7,26	14,54	6,6	12,92	6,23	12,03	5,99	11,46	5,82	11,07	5,7	10,79	5,6	10,57	5,52	10,39
7	8,07	16,24	6,54	12,4	5,89	10,88	5,52	10,05	5,29	9,52	5,12	9,16	4,99	8,89	4,9	8,68	4,82	8,51
8	7,57	14,69	6,06	11,04	5,42	9,6	5,05	8,81	4,82	8,3	4,65	7,95	4,53	7,69	4,43	7,5	4,36	7,34
9	7,21	13,61	5,71	10,11	5,08	8,72	4,72	7,96	4,48	7,47	4,32	7,13	4,2	6,88	4,1	6,69	4,03	6,54
10	6,94	12,83	5,46	9,43	4,83	8,08	4,47	7,34	4,24	6,87	4,07	6,54	3,95	6,3	3,85	6,12	3,78	5,97
11	6,72	12,23	5,26	8,91	4,63	7,6	4,28	6,88	4,04	6,42	3,88	6,1	3,76	5,86	3,66	5,68	3,59	5,54
12	6,55	11,75	5,1	8,51	4,47	7,23	4,12	6,52	3,89	6,07	3,73	5,76	3,61	5,52	3,51	5,35	3,44	5,2

dor (v_2)

Distribución F de Fisher (2 colas)



	Grados de Libertad del numerador (v_1)																	
	1		2		3		4		5		6		7		8		9	
α/2	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**	**0,025**	**0,005**
1	0	0	0,03	0,01	0,06	0,02	0,08	0,03	0,1	0,04	0,11	0,05	0,12	0,06	0,13	0,07	0,14	0,07
2	0	0	0,03	0,01	0,06	0,02	0,09	0,04	0,12	0,05	0,14	0,07	0,15	0,08	0,17	0,09	0,17	0,1
3	0	0	0,03	0,01	0,06	0,02	0,1	0,04	0,13	0,06	0,15	0,08	0,17	0,09	0,18	0,1	0,2	0,11
4	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,1	0,04	0,14	0,06	0,16	0,08	0,18	0,1	0,2	0,11	0,21	0,13
5	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,04	0,14	0,07	0,17	0,09	0,19	0,11	0,21	0,12	0,22	0,13
6	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,14	0,07	0,17	0,09	0,2	0,11	0,21	0,13	0,23	0,14
7	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,18	0,09	0,2	0,11	0,22	0,13	0,24	0,15
8	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,18	0,09	0,2	0,12	0,23	0,13	0,24	0,15
9	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,18	0,1	0,21	0,12	0,23	0,14	0,25	0,15
10	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,18	0,1	0,21	0,12	0,23	0,14	0,25	0,16
11	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,18	0,1	0,21	0,12	0,24	0,14	0,26	0,16
12	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,07	0,19	0,1	0,21	0,12	0,24	0,14	0,26	0,16
13	0	0	0,03	0,01	0,07	0,02	0,11	0,05	0,15	0,08	0,19	0,1	0,22	0,12	0,24	0,14	0,26	0,16

inador (v_2)

$P(0,21< F_{7,10} < 3,95)=0,95$ ya que $P(F_{7,10} >0,21)=0,975$ y

$P(F_{7,10} >3,95)= 0,025$

$P(0,12< F_{7,10} < 6,3)=0,99$ ya que $P(F_{7,10} >0,12)=0,995$ y

$P(F_{7,10} >6,3)= 0,005$

Examen FINAL 2019

4. (2º Parcial) Se sospecha que un sensor de temperatura (S_1) está mal calibrado. Para estudiarlo, se toma un sensor de referencia (S_2), debidamente calibrado por una empresa de metrología. Se colocan ambos sensores dentro de una cámara climática de ambiente variable, y se toma una medida cada hora. Los valores obtenidos se indican en la siguiente tabla:

S_1	18.7	19.4	20.2	21.6	23.8	24.1	26.3	25.7	24.9	24.1	22.9	21.5
S_2	18.4	19.3	20.2	21.8	23.7	24.1	26.5	25.5	24.8	24.1	22.6	21.3
S_1-S_2	0.3	0.1	0	-0.2	0.1	0	-0.2	0.2	0.1	0	0.3	0.2

Media.................. 22.7667 (S_1); 22.6917 (S_2); 0.075 (S_1-S_2)
Desviación típica... 2.4810 (S_1) ; 2.5350 (S_2); 0.1658 (S_1-S_2)

a) A partir de los valores de S_1-S_2, ¿es admisible la hipótesis nula de que el valor medio de esta variable es nulo a nivel poblacional? Resuelve este test de hipótesis con la técnica del intervalo de confianza, considerando α=5%.

4a) El test de hipótesis es H_0: $m_{S1-S2}=0$; H_1: $m_{S1-S2}\neq 0$.
Media muestral de S_1-S_2 = 0.075; desv. típica = 0.1658; n=12. ; α=0.05
El valor crítico de una t-Student con 11 grados de libertad que deja por encima un área de 0.025 es 2.201.

$m \in \left[\bar{x} - t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot s/\sqrt{n}\,; \bar{x} + t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot s/\sqrt{n}\right]$; $m \in [0.075 \pm 2.201 \cdot 0.1658/\sqrt{12}]$;

$m \in [-\mathbf{0.0304};\mathbf{0.1804}]$ Dado que el valor cero está contenido en este intervalo, es admisible la hipótesis nula de que la media poblacional de S_1-S_2 es cero.

4b) Al aceptarse la hipótesis de que $m_{S1\text{-}S2} = 0$, de ahí se deduce: $m_{S1} = m_{S2}$; es decir, no hay suficiente evidencia para afirmar que la media a nivel poblacional de las medidas del sensor S_1 sea distinta de la media poblacional de las medidas de S_2. En definitiva, <u>no hay suficiente evidencia</u> para afirmar que el sensor S_1 requiera ser calibrado, ya que la calibración es necesaria cuando los valores de un sensor, en promedio, difieren significativamente del sensor calibrado.

4c) Intervalo de confianza para la varianza poblacional de S_2, con $1\text{-}\alpha=95\%$:
$\sigma^2 \in \left[(n-1)\cdot s^2/g_2\,;(n-1)\cdot s^2/g_1\right]$;$\sigma^2 \in \left[11\cdot 2.535^2/21.92\,;11\cdot 2.535^2/3.816\right]$ $\boldsymbol{\sigma^2} \in [\mathbf{3.225}\,;\mathbf{18.525}]$

Siendo g_1=3.816 y g_2=21.920 el intervalo de valores de una distribución chi-cuadrado con 11 grados de libertad que comprende el 95% de los valores. La desviación típica muestral es s = 2.535 (valor indicado en el enunciado).

4d) En una distribución normal, el intervalo comprendido entre $m \pm 1.96 \cdot \sigma$ comprende el 95% de los valores. Considerando m=22.3917 y σ=2.535, resulta:

$22.6917 \pm 1.96 \cdot 2.535$ → **[17.723; 27.660]**

Este intervalo comprenderá previsiblemente el 95% de todas las medidas realizadas en la cámara climática con el sensor S_2.