

# PROBLEMES DE MATEMÀTICA DISCRETA

## Tema 2. CONJUNTS I RELACIONS (Bloc 3)

1. Calcula en el m.c.d i el m.c.m dels enters  $a = 10285$  y  $b = 9009$
2. En el conjunt  $\mathbb{Z}_6$  es defineixen les següents relacions

$$xR_1y \Leftrightarrow x = y \vee \bar{5}x = y$$

$$xR_2y \Leftrightarrow x = y \vee \bar{3}x = y$$

Proveu que  $R_1$  és d'equivalència i obteniu el conjunt quocient. Proveu que  $R_2$  és d'ordre i representeu el seu diagrama de Hasse.

3. Es consideren  $f: \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_7$  and  $g: \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_7$  definides mitjançant  $f(x) = \bar{2}x + \bar{3}$  i  $g(x) = \bar{4}x + \bar{2}$ . Indiqueu si  $f$  i  $g$  són injectives, suprajactives o bijectives. Obteniu  $(g \circ f)^{3420}$  i  $(f \circ g)^{264}$ .
4. Siguen  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$  i  $g: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$  definides mitjançant  $f(x) = x + \bar{4}$  i  $g(x) = \bar{3}x$ . Indiqueu si  $g$  i  $g \circ f$  són injectives, suprajactives o bijectives. Obteniu  $(g \circ f)^{250}$  i  $(g \circ f)^{121}$ .
5. Resol en  $\mathbb{Z}_6$  les equacions:
  - (a)  $\bar{3}x + \bar{3} = \bar{0}$
  - (b)  $\bar{4}x + \bar{2} = \bar{4}$
  - (c)  $\bar{2}x + \bar{5} = \bar{0}$
6. En  $\mathbb{Z}_{27}$  calcula, si existeix, els inversos de  $\bar{8}$  i  $\bar{15}$ .
7. Resol les següents equacions en congruències:
  - (a)  $34x \equiv 51 \pmod{85}$
  - (b)  $100x \equiv 74 \pmod{127}$
  - (c)  $472x \equiv 32 \pmod{92}$
  - (d)  $4x \equiv 8 \pmod{12}$
  - (e)  $27x \equiv 4 \pmod{58}$
  - (f)  $34x \equiv 12 \pmod{23}$