④ Calcula por Gauss-Jordan la inversa de la matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3k & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3k & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{1,2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3k & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{2,1}(-2)}$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3k & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{E_{3,2}(-3k)} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1+12k & -3k & 6k & 1 \end{array}\right)$$

- Si $1+12k=0$ → B no es invertible (porque tendría rango 2)
  (es decir, si $\boxed{k=-\frac{1}{12}}$)
- Si $\boxed{k \neq -\frac{1}{12}}$ → B tiene rango 3 (rango máximo) y por tanto, sí es invertible

Seguimos el proceso de Gauss para $\boxed{k \neq -\frac{1}{12}}$:

$$\xrightarrow{E_3\left(\frac{1}{1+12k}\right)} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4^* & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-3k}{1+12k} & \frac{6k}{1+12k} & \frac{1}{1+12k} \end{array}\right) \xrightarrow{E_{2,3}(4)}$$

$$\to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2^* & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{1+12k} & \frac{-2}{1+12k} & \frac{4}{1+12k} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-3k}{1+12k} & \frac{6k}{1+12k} & \frac{1}{1+12k} \end{array}\right)$$

(Por ejemplo:
$1+4\cdot\left(\frac{-3k}{1+12k}\right) =$
$= 1 - \frac{12k}{1+12k} =$
$= \frac{(1+12k)-12k}{1+12k} = \frac{1}{1+12k}$)

$$\xrightarrow{E_{13}(-2)} \left(\underbrace{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}}_{= I} \middle| \underbrace{\boxed{\begin{matrix} \frac{6k}{1+12k} & \frac{1}{1+12k} & \frac{-2}{1+12k} \\ \frac{1}{1+12k} & \frac{-2}{1+12k} & \frac{4}{1+12k} \\ \frac{-3k}{1+12k} & \frac{6k}{1+12k} & \frac{1}{1+12k} \end{matrix}}}_{= B^{-1}} \right) \Rightarrow \boxed{B^{-1} = \frac{1}{1+12k} \cdot \begin{pmatrix} 6k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \\ -3k & 6k & 1 \end{pmatrix}}$$

- Escribe B^{-1} como producto de matrices elementales.

Sabemos que:

$$\underbrace{E_{1,3}(-2)\cdot E_{2,3}(4)\cdot E_3\left(\frac{1}{1+12k}\right)\cdot E_{3,2}(-3k)\cdot E_{2,1}(-2)\cdot E_{1,2}}_{\uparrow}\cdot B = I$$

Por tanto esto es B^{-1}
expresado como producto
de matrices elementales