EJERCICOS RESUELTOS DE PRÁCTICAS DE MATEMÁTICA DISCRETA

Enunciado y resolución

EJERCICIOS de prácticas de Matemática Discreta

CUESTIÓN 1.1:

Sea M la matriz de incidencia de un grafo G.

1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1

a) Representa el diagrama del grafo.
b) Calcula su matriz de adyacencia
c) ¿Se trata de un grafo simple? Justifica la respuesta.
d) ¿Es un grafo completo? Justifica la respuesta.
e) Indica los grafos de todos los vértices.
f) ¿Es un grafo regular? Justifica la respuesta.
g) ¿Contiene el grafo un ciclo o un camino euleriano? Justifica la respuesta.
h) ¿Puedes añadir alguna propiedad más del grafo? Justifica la respuesta.

CUESTIÓN 1.2:

Representa el grafo cuya matriz de adyacencia es:

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	1	1	0	1
v2	0	0	1	0	0
v3	0	0	0	0	0
v4	1	0	1	0	0
v5	0	0	0	1	0

Calcula sus componentes conexas e indica razonadamente si se trata de un grafo fuertemente conexo.

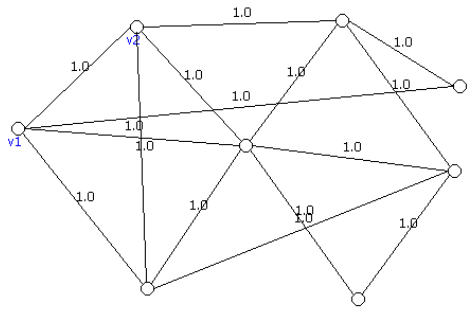
CUESTIÓN 2:

El grafo G= (V, A) es un grafo acíclico con cuatro componentes conexas y 2008 vértices.

a) Si todos los vértices tienen grado 1 ó 2. ¿Cuántos vértices hay de cada clase?
b) ¿Y si todos los vértices tienen grado 1 ó 3? ¿Cuántos hay de cada clase?

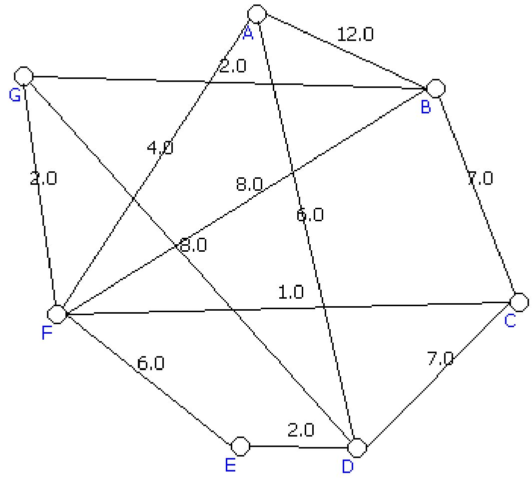
CUESTIÓN 3:

Calcula un subgrafo generador del grafo de la figura aplicando el algoritmo BFS (búsqueda en anchura) numerando los vértices a medida que vayan siendo alcanzados:



CUESTIÓN 4:

Aplica el Algoritmo de Dijkstra al siguiente grafo ponderado para calcular el camino de peso mínimo del vértice A al vértice E.



CUESTION 5:

Una red de ordenadores se ha diseñado de manera que la distancia entre cada uno de los nodos viene dada en metros por la siguiente tabla.

	B	C	D	E	F	G	H	I
A	5	5		2				
B			2	2				
C				2	2			
D				3		3		
E					3		4	
F								3

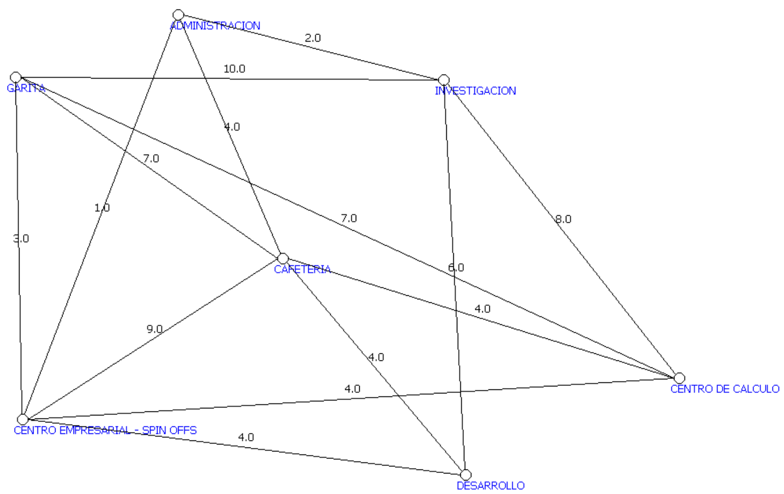
a) Representar el grafo
b) Determinar si el grafo es bipartido. ¿Es un árbol? Justificar las respuestas.
c) ¿Cuántas aristas deberíamos eliminar del grafo para obtener un árbol generador?
d) ¿Se puede mandar un mensaje desde el terminal "I" que recorra todos los terminales pasando una única vez por cada terminal? En caso afirmativo indicar cuál sería el camino

CUESTION 6:

Dado el grafo de la figura, que puedes encontrar como campusSinPesos.xml y como campus CONpesos.xml, representa el parque científico de la Universidad de Rivendel.
Contesta a las siguientes preguntas con la ayuda de SWGraphs, **indicando y explicando razonadamente el procedimiento que utilizas**, indica **en cada caso el algoritmo utilizado** y **razona los resultados obtenidos**.

(a) Un camión de basura quiere recorrer todas las calles sin repetir ninguna partiendo de la garita de acceso y volviendo de nuevo a ella. ¿Será posible? Justifica tu respuesta.

(b) Si el camión de basura quiere recorrer todas las calles partiendo de la garita de entrada y volviendo de nuevo a la garita de entrada, aunque se vea obligado a pasar más de una vez por alguna de ellas. ¿Cuál sería el mínimo número de metros que recorrería en este caso? ¿Por qué calles se ve obligado a pasar más de una vez? Indica el algoritmo que utilizas.

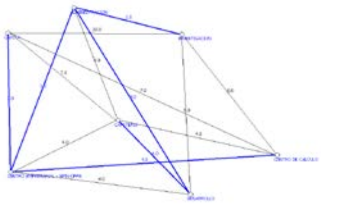
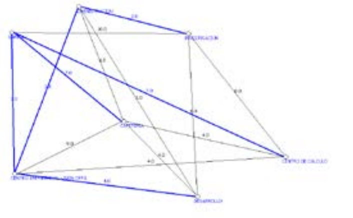
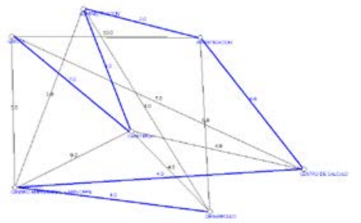


(c) Acaba de llegar el nuevo ordenador de alto rendimiento al Centro de Cálculo, antes de instalarlo, el Gerente que está en su despacho en Administración y el Director de programas de desarrollo, que está en el centro de Desarrollo deben personarse. ¿Qué recorrido deberán hacer para llegar lo más rápido posible? ¿Cuántos kilómetros recorrerán? Y si resulta que la calle que va desde Empresas al Centro de Cálculo está bloqueada por el camión de basura, ¿cuál será la respuesta a la misma cuestión en este caso? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

(d) El personal del edificio de desarrollo se ha venido quejando de la dificultad de acceso al edificio de administración donde deben de hacer muchas gestiones, por lo que se ha construido una nueva calle que une los tres kilómetros que los separan. En este caso, ¿sería posible recorrer todas las calles, sin pasar dos veces por la misma, partiendo de alguno de los puntos situados en el plano y terminando en otro de los puntos? ¿Cuáles serían estos puntos? Justifica la respuesta explicando el procedimiento que utilizas. Indica en cada caso el algoritmo utilizado.

(e) En la garita de entrada se recoge el correo que llega del exterior y se procede a clasificarlo y distribuirlo a cada uno de los edificios. ¿Sería posible encontrar una ruta para efectuar el reparto de manera que recorra todos los edificios sin repetir ninguno? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

(f) Se encarga al intendente de Seguridad que diseñe las rutas a seguir desde la garita en el caso de que suene una alarma, y con el fin de llegar al punto de incidencia en el menor tiempo posible. El intendente da tres soluciones: ¿Cuál es la correcta y porque? Justifica la respuesta e indica los algoritmos utilizados.

Opción 1	Opción 2	Opción 3
		

(g) Se va a instalar una nueva red de datos de alta velocidad. El cableado va enterrado en las aceras de las carreteras. ¿Cómo deberá diseñarse con el fin de que el coste sea el menor posible? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado. Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

(h) Al final del día el guardia de seguridad debe cerrar todos los edificios y al principio del día abrirlos, excepto la Cafetería que tiene un horario distinto y es gestionada por una concesión. ¿Qué ruta debería seguir el guarda para recorrer la menor distancia posible? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

Ejercicios RESUELTOS de prácticas de Matemática Discreta

CUESTIÓN 1.1:

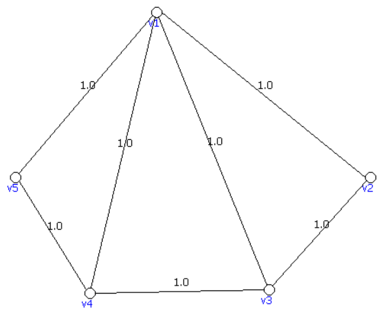
Sea M la matriz de incidencia de un grafo G.

1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	1

c) *Representa el diagrama del grafo.*
d) *Calcula su matriz de adyacencia*
e) *¿Se trata de un grafo simple? Justifica la respuesta.*
f) *¿Es un grafo completo? Justifica la respuesta.*
g) *Indica los grafos de todos los vértices.*
h) *¿Es un grafo regular? Justifica la respuesta.*
i) *¿Contiene el grafo un ciclo o un camino euleriano? Justifica la respuesta.*
j) *¿Puedes añadir alguna propiedad más del grafo? Justifica la respuesta.*

Respuestas:

a) El diagrama del grafo sería el siguiente:



b) La matriz de adyacencia sería:

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	1	1	1	1
v2	1	0	1	0	0
v3	1	1	0	1	0
v4	1	0	1	0	1
v5	1	0	0	1	0

c) Directamente de la matriz de incidencia podemos ver que no hay dos columnas iguales, por lo tanto no hay aristas paralelas, es decir no hay dos aristas o más que unan el mismo par de vértices. También en la matriz de incidencia podemos observar que no hay bucles. La diagonal de la matriz de incidencia sólo tiene ceros, por lo que no hay bucles. **Por tanto el grafo es simple.**

d) En la matriz de adyacencia hay ceros fuera de la diagonal, por lo que hay aristas que no están en el grafo, por ejemplo, la entrada (V2,V5) es un cero, por lo que no hay arista entre V2 y V5. **Por lo tanto el grafo no es completo.**

e) No tenemos más que sumar las filas de la matriz de adyacencia o de incidencia, de esta forma tenemos que :
d(V1)= 1+1+1+1=4; d(V2)=1+1=2, d(V3)=1+1+1=3; d(V4)=1+1+1=3; d(V5)=1+1=2.

f) Un grafo es regular si todos los vértices tienen el mismo grado. No es el caso, hay un vértice de grado 4, dos vértices de grado 2, y dos vértices de grado 3. **No se trata de un grafo regular.**

g) Por el Teorema de Euler, un grafo conexo contiene un ciclo euleriano si y solo si todos los vértices tienen grado par, y contiene un camino euleriano si y solo si tiene exactamente dos vértices de grado impar. En este caso hay dos vértices, V3 y V4, que tiene grado 3, y el resto tienen grado par, **por tanto en este grafo podemos encontrar una camino euleriano del vértice V3 al vértice V4.**

h) En este caso podemos añadir que el grafo es conexo, ya que e**l vértice V1 es adyacente al resto de vértices del grafo**, o bien porque **hay un ciclo que pasa por todos los vértices del grafo, C= V1-V2-V3-V4-V5.**

CUESTIÓN 1.2:

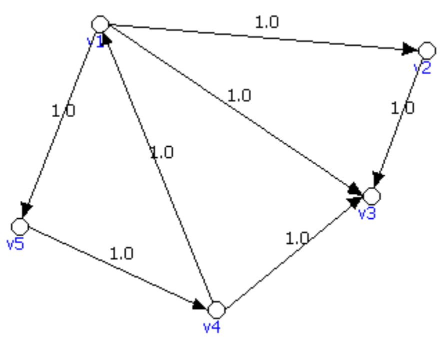
Representa el grafo cuya matriz de adyacencia es:

	v1	v2	v3	v4	v5
v1	0	1	1	0	1
v2	0	0	1	0	0
v3	0	0	0	0	0
v4	1	0	1	0	0
v5	0	0	0	1	0

Calcula sus componentes conexas e indica razonadamente si se trata de un grafo fuertemente conexo.

Respuestas:

Podemos representar el grafo:



Los grados de los vértices serán:

Nodo v1:
Grado de entrada 1
Grado de salida 3
Nodo v2:
Grado de entrada 1
Grado de salida 1
Nodo v3:
Grado de entrada 3
Grado de salida 0
Nodo v4:
Grado de entrada 1
Grado de salida 2
Nodo v5:
Grado de entrada 1
Grado de salida 1

Podemos observar que el vértice V3 tiene grado de salida 0, por tanto no hay ningún camino dirigido que **pase** por ese vértice, por lo tanto **el grafo no puede ser fuertemente conexo.**

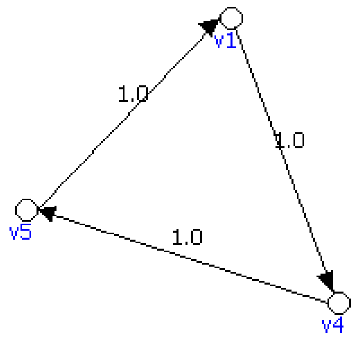
Para hallar sus componentes fuertemente conexas podemos calcular su matriz de accesibilidad, multiplicar por su traspuesta y reordenar la matriz, y nos quedaría:

1	1	1	1	1		1	0	0	1	1		1	0	0	1	1
0	1	1	0	0		1	1	0	1	1		0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	¤	1	1	1	1	1	=	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1		1	0	0	1	1		1	0	0	1	1
1	1	1	1	1		1	0	0	1	1		1	0	0	1	1

Reordenando las filas y las columnas obtenemos

	V1	V4	V5	V2	V3
V1	1	1	1	0	0
V4	1	1	1	0	0
V5	1	1	1	0	0
V2	0	0	0	1	0
V3	0	0	0	0	1

Las 3 componentes fuertemente conexas del grafo son los subgrafos generados por {V1,V4,V5}, por {V2} y por {V3}, es decir:

<table>
<tr><th>Componente FC primera</th><th>Componente FC segunda</th><th>Componente FC tercera</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

CUESTIÓN 2:

El grafo G= (V, A) es un grafo acíclico con cuatro componentes conexas y 2008 vértices.

a) Si todos los vértices tienen grado 1 ó 2. ¿Cuántos vértices hay de cada clase?
b) ¿Y si todos los vértices tienen grado 1 ó 3? ¿Cuántos hay de cada clase?

Respuestas:

a) Si el grafo es acíclico, se trata de un bosque, y por lo tanto cada componente conexa es un árbol.

Dado que solamente hay vértices de grado 1 y de grado 2, cada componente conexa es un árbol y además es un camino, por lo tanto habrá dos vértices de grado 1 y el resto de grado 2. Como esto ocurrirá en cada una de las 4 componentes conexas, el número de vértices de grado 1 será de 4 x 2 = **8**, y por tanto el número de vértices de grado 2 será 2008 – 8 = **2000**.

b) El grafo es acíclico, se trata de un bosque, y por lo tanto cada componente conexa es un árbol, pero el razonamiento del apartado anterior no podemos utilizarlo en este caso, por lo que hemos de recurrir a la fórmula de los grados.

El grafo tiene cuatro componentes conexas, W1, W2, W3 y W4. Cada una de estas es un árbol, por ser conexa la componente y el grafo acíclico, por lo tanto se cumplirá que para cada componente conexa,

$$\sum_{v \in Wi} d(v) = Número\ de\ vértices(Wi) - 1 = n_i - 1 \ ; 1 \leq i \leq 4$$

Si denominamos x al número de vértices de grado 1, e y al número de vértices de grado 3, tenemos que:

- $2008 = x + y$ ---> $x = 2008 - y$
- El número de vértices será $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$=2008, donde n_i es el número de vértices de la componente conexa Wi,
- El número de aristas del grafo será la suma del número de aristas de cada una de sus componentes conexas:
- $|E| = |E_{W1}| + |E_{W2}| + |E_{W3}| + |E_{W4}| = (n_1 - 1) + (n_2 - 1) + (n_3 - 1) + (n_4 - 1) = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 - 4 = n - 4 = 2008 - 4 = \mathbf{2004}$
- Aplicamos la fórmula de los grados y tenemos que

$$\sum_{v \in V} d(v) = \ = 2\,(2008 - 4) = 4008$$

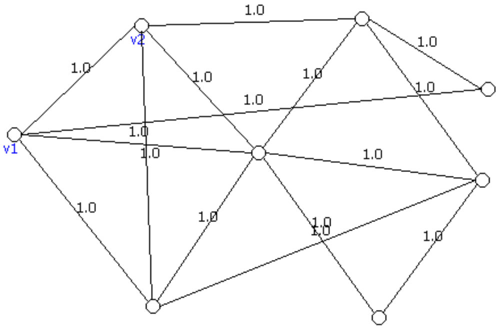
Si agrupamos los vértices, tomando por un lado los de grado 1, y por otro los de grado 3, podemos expresar la fórmula de la siguiente forma:

$$4008 = \sum_{v \in V} d(v) = \sum_{v \in V, d(v)=1} d(v) + \sum_{v \in V, d(v)=3} d(v)$$
$$= x.1 + y.3 = (2008 - y) + 3y$$

Por lo tanto tenemos y=1008, y x=1000, es decir, **hay 1008 vértices de grado 1 y 1000 vértices de grado 3.**

CUESTIÓN 3:

Calcula un subgrafo generador del grafo de la figura aplicando el algoritmo BFS (búsqueda en anchura) numerando los vértices a medida que vayan siendo alcanzados:

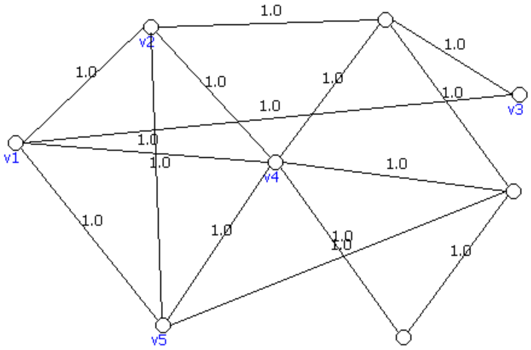


Respuestas:

Aplicaremos el algoritmo BFS desde el vértice v1 e iremos numerando los vértices conforme sean alcanzados:

1. BFS(v1);

   a. Γ(v1)={v2, v3, v4,v5},

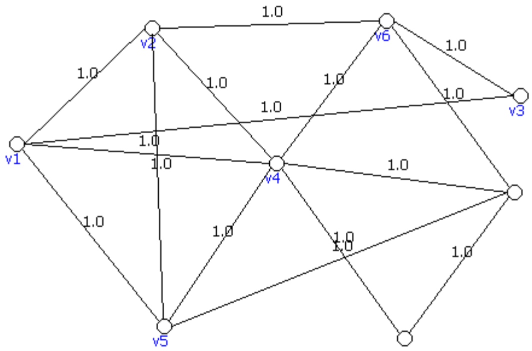


   b. Establecemos una lista de vértices L= [v2,v3, v4,v5].

   c. Elegimos el vértice v2 y volvemos a aplicar BFS.

2. BFS(v2)

   a. Γ(v2)={v6,-**v4,v5**}, v4 y v5 ya están en la lista,

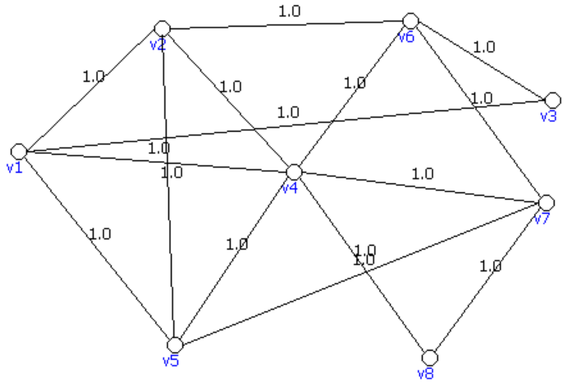


   b. La nueva lista quedará como L= [~~v2~~,v3, v4,v5,v6]

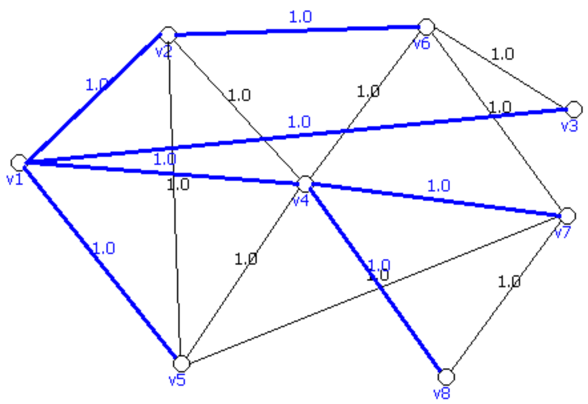
   c. v2 ya ha sido alcanzado.

   d. Elegimos el vértice v3 y aplicamos BFS

3. BFS(v3)
    a. Γ(v3)={~~v1,v6~~ }, v1 y v6 ya están en la lista,
    b. La lista quedará como L= [~~v2~~,~~v3~~, v4,v5,v6]
    c. Elegimos el vértice v4 y aplicamos BFS.
4. BFS(v4)
    a. Γ(v4)={~~v1,v2~~,**v5,v6**,v7,v8}, v5 y v6 ya están en la lista,

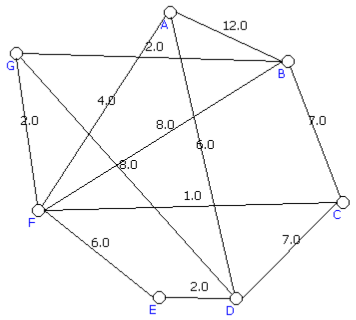


    b. V1 y v2 ya han sido alcanzados.
    c. L= [~~v2~~,~~v3~~,~~v4~~,v5,v6, v7, v8]
    d. Elegimos el vértice v5 y aplicamos BFS
5. BFS(5)
    a. Γ(v5)={~~v1,v2,v4~~},
    b. L= [~~v2~~,~~v3~~,~~v4~~,~~v5~~,v6, v7, v8]
    c. Elegimos el vértice v5 y aplicamos BFS
6. BFS(6)
    a. Γ(v6)={~~v2,v3,v4~~,**v7**},
    b. L= [~~v2~~,~~v3~~,~~v4~~,~~v5~~,~~v6~~, v7, v8]
    c. Elegimos el vértice v6 y aplicamos BFS
7. BFS(7)
    a. Γ(v7)={~~v4,v6~~,**v8**},
    b. L= [~~v2~~,~~v3~~,~~v4~~,~~v5~~,~~v6~~, ~~v7~~, v8]
    c. Elegimos el vértice v8 y aplicamos BFS
8. BFS(8)
    a. Γ(v5)={~~v4,v7~~},
    b. L= [~~v2~~,~~v3~~,~~v4~~,~~v5~~,~~v6~~, ~~v7~~, ~~v8~~]
9. Todos los vértices han sido alcanzados y el árbol generador obtenido será:



CUESTIÓN 4:

Aplica el Algoritmo de Dijkstra al siguiente grafo ponderado para calcular el camino de peso mínimo del vértice A al vértice E,



Respuesta:

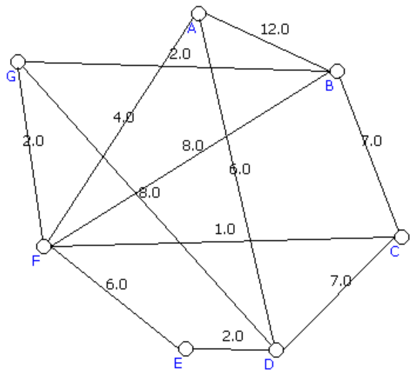
Construimos la matriz de pesos:

	A	B	C	D	E	F	G
A		12		6		4	
B	12		7			8	2
C		7		7		1	
D	6		7		2		8
E				2		6	
F	4	8	1		6		2
G		2		8		2	

Aplicamos el Algoritmo de Dijkstra:

1. Tomamos como vértice de partida el vértice A, l(A)= 0 etiqueta fija y como Γ(A)={B,D,F} entonces l(B)=c(A,B)=12; l(D)=c(A,D)=6 y l(F)=c(A,F)=4, para el resto de vértices l(X)=∞.

	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)		
A	0					
B	12	12				
C	∞	∞				
D	6	6				
E	∞	∞				
F	4	4				
G	∞	∞				



2. Elegimos el vértice pivote:
    a. l(X*)=min{l(B), l(D), l(F)}=min {12 , 6, 4}=4, que corresponde a l(F), por tanto elegimos el vértice F como vértice pivote, marcamos su etiqueta como fija y actualizamos etiquetas:

3. Γ(F)={~~A,~~B,C,E, G}, A no se actualiza ya que tiene etiqueta fija y actualizamos:
    a. L(B)= min{l(B), L(F)+c(F,B)}= min {12, 4+8}= 12
    b. L(C)= min{l(C), L(F)+c(F,C)}= min { ∞, 4+1}= 5
    c. L(E)= min{l(E), L(F)+c(F,E)}= min { ∞, 4+6}= 10
    d. L(G)= min{l(G), L(F)+c(F,G)}= min { ∞, 4+2}= 6
    e. L(D) continua valiendo lo mismo
    f. Elegimos el vértice pivote, que será aquel que tiene menor etiqueta variable, en este caso será el vértice C que tiene l(C)=5, marcamos su etiqueta como fija y actualizamos etiquetas:

4. Γ(C)={B,D,~~F~~}, F no se actualiza ya que tiene etiqueta fija, y actualizamos
    a. L(B)= min{l(B), L(C)+c(C,B)}= min {12, 5+7}= 12
    b. L(D)= min{l(D), L(C)+c(C,D)}= min {6, 5+7}= 6
    c. L(E) y L(G) continúan valiendo lo mismo
    d. Elegimos el vértice pivote, que será aquel que tiene menor etiqueta variable, en este caso podemos elegir entre D y G que tienen etiqueta 6. Elegimos D por orden alfabético, l(D)=6, marcamos su etiqueta como fija y actualizamos etiquetas:

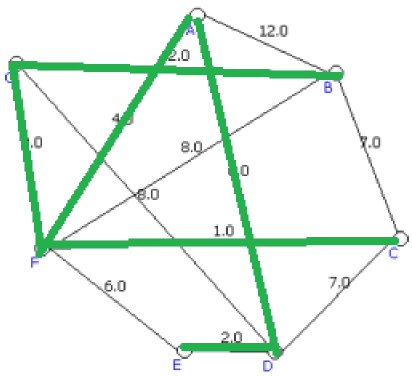
5. Γ(D)={~~A, C~~, E, G}, A, y C tienen etiqueta fija, actualizamos
    a. L(E)= min{l(E), L(D)+c(D, E)}= min {10, 6+2}= 8
    b. L(G) continúan valiendo lo mismo
    c. Elegimos el vértice pivote, que será aquel que tiene menor etiqueta variable, en este caso G que tienen etiqueta 6, marcamos su etiqueta como fija y actualizamos etiquetas:

6. Γ(G)={~~A, C, G~~, ~~F~~}, Todos los vértices tienen etiqueta fija, no actualizamos
    a. L(B)= min{l(B), L(G)+c(G,B)}= min {12, 6+2}= 8
    b. Elegimos el vértice pivote, que será aquel que tiene menor etiqueta variable. Elegimos D por orden alfabético.
7. Γ(B)={~~A, C~~, E, ~~G~~ }, marcamos su etiqueta como fija y esa es la longitud del camino más corto del vértice A al vértice B.

	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)
A	0						
B	12	12	12	12	12	8	
C	∞	∞	5				
D	6	6	6	6			
E	∞	∞	10	10	8	8	8
F	4	4					
G	∞	∞	6	6	6		

Los caminos más cortos los podemos hallar a partir de la tabla y el camino más corto del vértice A al vértice E, viene dado por P= A, D, E

	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)	L(X)
A	0						
B	12	12	12	12	12	8	
C	∞	∞	5				
D	6	6	6	6			
E	∞	∞	10	10	8	8	8
F	4	4					
G	∞	∞	6	6	6		



CUESTION 5:

Una red de ordenadores se ha diseñado de manera que la distancia entre cada uno de los nodos viene dada en metros por la siguiente tabla.

	B	C	D	E	F	G	H	I
A	5	5		2				
B			2	2				
C				2	2			
D				3		3		
E					3		4	
F								3

a) Representar el grafo

b) Determinar si el grafo es bipartido. ¿Es un árbol? Justificar las respuestas.

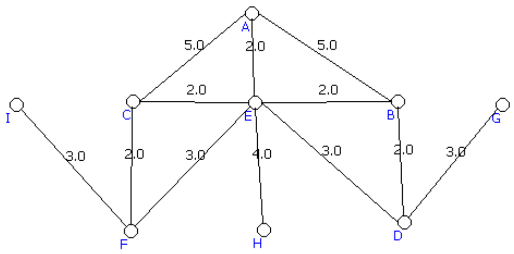
c) ¿Cuántas aristas deberíamos eliminar del grafo para obtener un árbol generador?

d) ¿Se puede mandar un mensaje desde el terminal I que recorra todos los terminales pasando una única vez por cada terminal? En caso afirmativo indicar cuál sería el camino

Respuesta:

a) Construimos la matriz de pesos, y dibujamos el grafo:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A		5	5		2				
B	5			2	2				
C	5				2	2			
D		2			3		3		
E	2	2	2	3		3		4	
F			2		3				3
G				3					
H					4				
I						3			



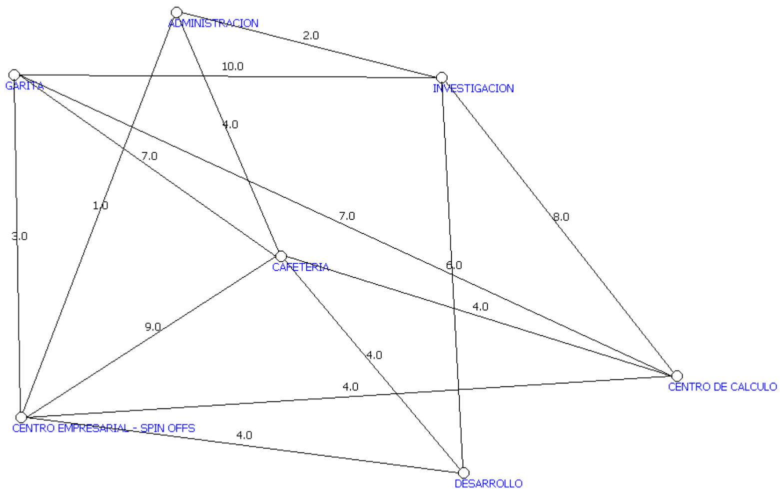
b) El grafo contiene cuatro ciclos de longitud impar, longitud 3, por lo tanto no es un grafo bipartido. Por otra parte, como contiene cuatro ciclos, tampoco puede ser un árbol.

c) El árbol generador tendría e=n-1=9-1=8 aristas. Como el grafo tiene 12 aristas, para construir el árbol generador deberíamos eliminar 12-8= 4 aristas.

d) Se nos está preguntando si el grafo contiene un camino que partiendo del vértice I recorra todos los vértices pasando exactamente una vez por cada uno, es decir si el grafo contiene un camino euleriano. Evidente el grafo no contiene un camino euleriano, ya que tiene tres vértices de grado 1, los vértices I, H y G, al partir del vértice I, una vez llegásemos a otro vértice de grado 1, el camino ya no podría continuar, por lo que el otro vértice de grado 1 no podría ser alcanzado nunca.

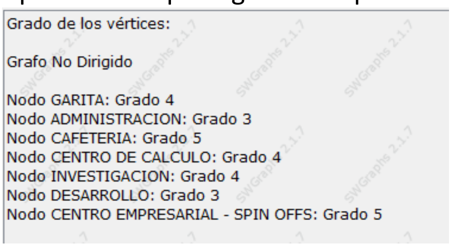
CUESTION 6:

Dado el grafo de la figura, que puedes encontrar como campusSinPesos.xml y como campus CONpesos.xml, representa el parque científico de la Universidad de Rivendel.
Contesta a las siguientes preguntas con la ayuda de SWGraphs, indicando y explicando razonadamente el procedimiento que utilizas, ***indica en cada caso el algoritmo utilizado y razona los resultados obtenidos.***



(a) *Un camión de basura quiere recorrer todas las calles sin repetir ninguna partiendo de la garita de acceso y volviendo de nuevo a ella. ¿Será posible? Justifica tu respuesta*.

Se trata de encontrar un ciclo que pase por todas las aristas sin repetir ninguna, se trata pues de encontrar un ciclo euleriano en el grafo.
El Teorema de Euler nos dice que un grafo es euleriano si y solo no contiene vértices de grado impar.
Aplico Sw Graph al grafo CampusSinPesos.xml y obtengo el grado de los vértices.


Grado de los vértices:

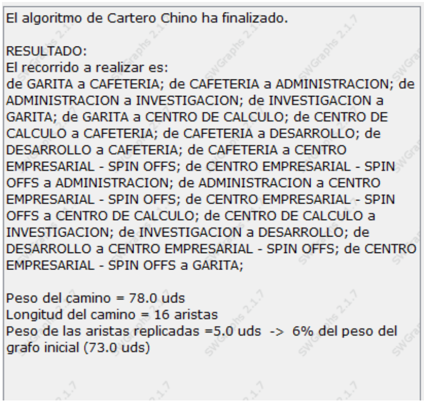
Grafo No Dirigido

Nodo GARITA: Grado 4
Nodo ADMINISTRACION: Grado 3
Nodo CAFETERIA: Grado 5
Nodo CENTRO DE CALCULO: Grado 4
Nodo INVESTIGACION: Grado 4
Nodo DESARROLLO: Grado 3
Nodo CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS: Grado 5

Observamos que el grafo tiene cuatro vértices de grado impar, por lo tanto el grafo no es euleriano, por lo tanto no es posible recorrer todas las calles sin repetir ninguna partiendo de la garita de acceso y volviendo de nuevo a ella.
Podía haber aplicado el algoritmo de Hiertholzer al grafo sin pesos, que me habría advertido de que el grafo no era euleriano.

(b) Si el camión de basura quiere recorrer todas las calles partiendo de la garita de entrada y volviendo de nuevo a la garita de entrada, aunque se vea obligado a pasar más de una vez por alguna de ellas. ¿Cuál sería el mínimo número de metros que recorrería en este caso? ¿Por qué calles se ve obligado a pasar más de una vez? Indica el algoritmo que utilizas.

Se trata de recorrer todas las aristas del grafo volviendo al punto de partida, es un problema de cartero chino. Aplicare Sw Graph al grafo CampusConPesos.xml, ya que en este caso si necesito los pesos.

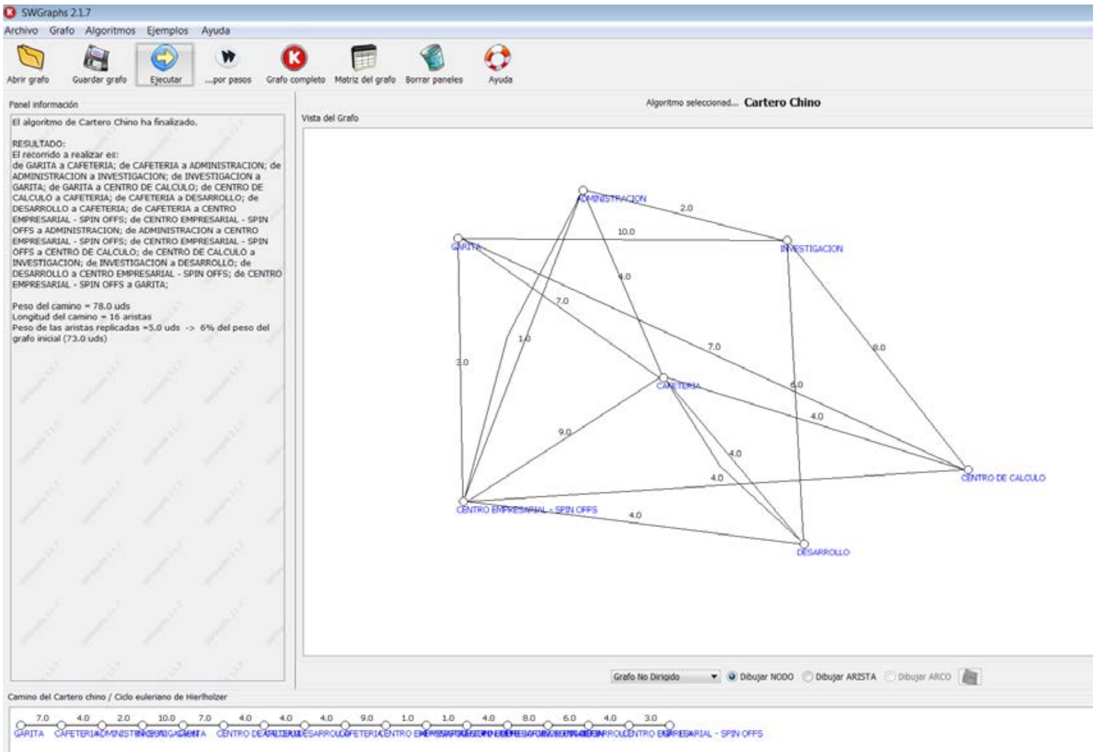

El algoritmo de Cartero Chino ha finalizado.

RESULTADO:
El recorrido a realizar es:
de GARITA a CAFETERIA; de CAFETERIA a ADMINISTRACION; de ADMINISTRACION a INVESTIGACION; de INVESTIGACION a GARITA; de GARITA a CENTRO DE CALCULO; de CENTRO DE CALCULO a CAFETERIA; de CAFETERIA a DESARROLLO; de DESARROLLO a CAFETERIA; de CAFETERIA a CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS; de CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS a ADMINISTRACION; de ADMINISTRACION a CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS; de CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS a CENTRO DE CALCULO; de CENTRO DE CALCULO a INVESTIGACION; de INVESTIGACION a DESARROLLO; de DESARROLLO a CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS; de CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS a GARITA;

Peso del camino = 78.0 uds
Longitud del camino = 16 aristas
Peso de las aristas replicadas =5.0 uds -> 6% del peso del grafo inicial (73.0 uds)

El camino recorrería 78 unidades a lo largo de 16 aristas y deberá pasar dos veces por las calles que unen el edificio de Administración con el Centro Empresarial y la Cafetería con el Centro de Desarrollo.

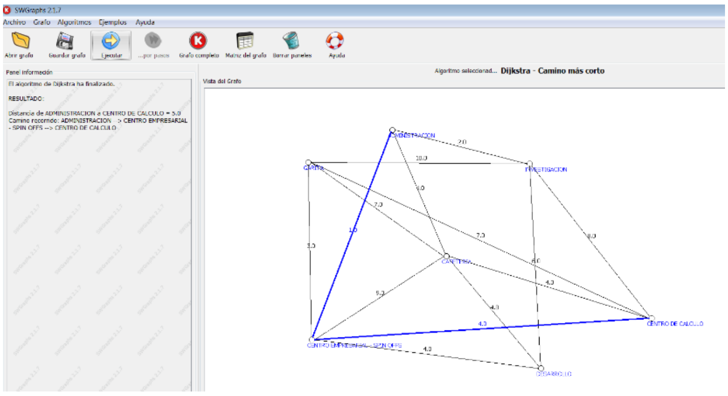
La ruta desde la garita hasta la garita, la tenemos en el cuadro de la izquierda.



(c) Acaba de llegar el nuevo ordenador de alto rendimiento al Centro de Cálculo, antes de instalarlo, el Gerente que está en su despacho en Administración y el Director de programas de desarrollo, que está en el Centro de Desarrollo deben personarse. ¿Qué recorrido deberán hacer para llegar lo más rápido posible? ¿Cuántos kilómetros recorrerán? Y si resulta que la calle que va desde Empresas al Centro de Cálculo está bloqueada por el camión de basura,

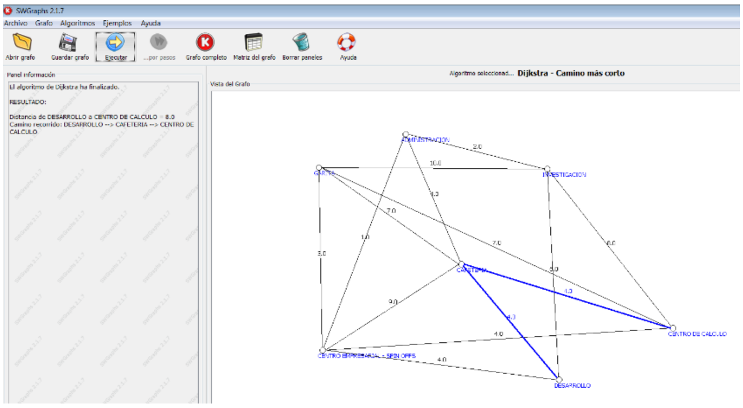
¿cuál será la respuesta a la misma cuestión en este caso? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

Se trata de encontrar el camino más corto desde el edificio de administración y del centro de desarrollo al Centro de Cálculo, para ello aplicamos el algoritmo de Dijkstra sobre el grafo CampusConPesos, tomando como punto final el Centro de Cálculo y como puntos de partida el edificio de administración y el centro de desarrollo respectivamente.



La distancia desde Administración al Centro de Cálculo es de cinco unidades y desde Desarrollo al Centro de Cálculo de 8. Por lo tanto llegaría antes el Gerente.

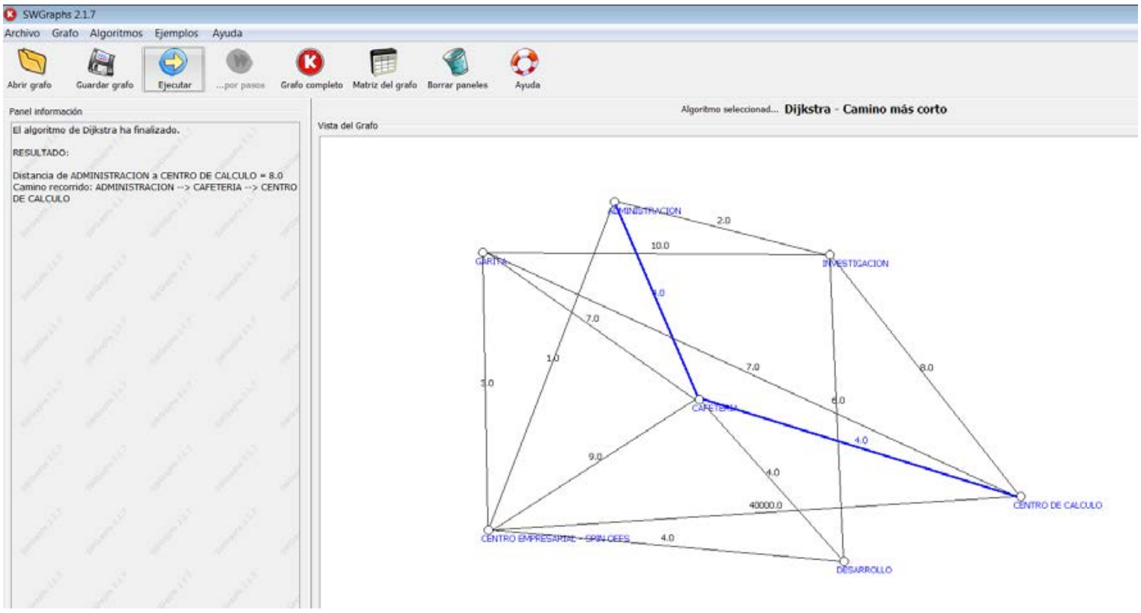
Los caminos los tenemos representados en las figuras adjuntas



Administración – Empresas – Centro de Cálculo y Desarrollo – Cafetería – Centro de Cálculo.

Ahora se nos dice que la arista que une Empresas al Centro de Cálculo está bloqueada. Para resolver el problema aumentaremos el peso de la arista muy por encima de los pesos del grafo para que esta arista no pueda ser nunca elegida, hasta 4000 unidades por ejemplo y aplicaremos de nuevo el algoritmo de Dijkstra.

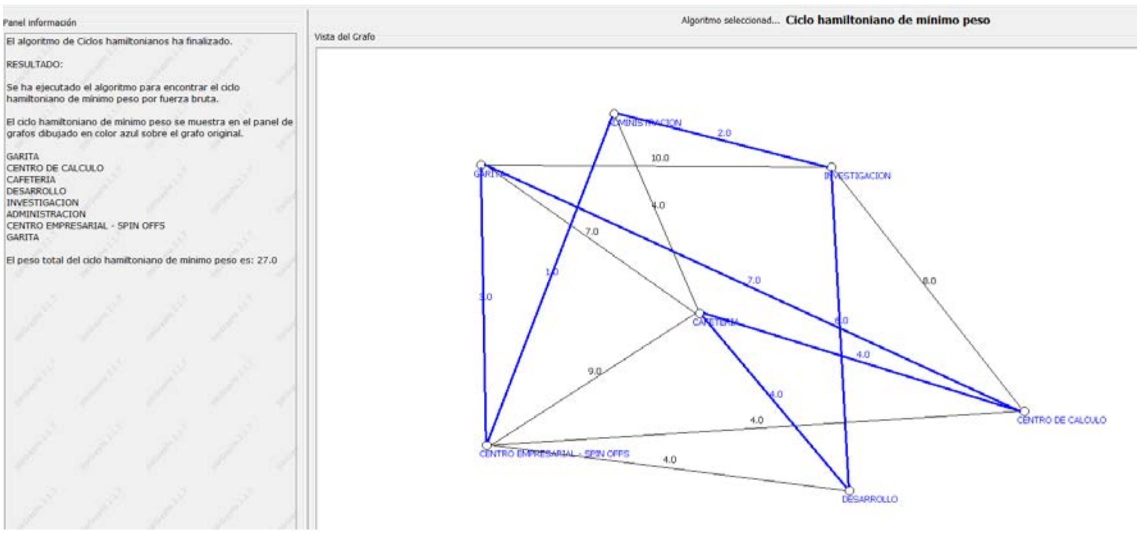
La ruta desde Desarrollo al Centro de Cálculo sigue siendo la misma, con peso 8, pero la nueva ruta desde Administración pasa por Cafetería hasta el Centro de Cálculo, con un peso total de 8 unidades, por lo que tanto el Gerente como el Director de programas de desarrollo llegarán de forma simultánea al Centro de Cálculo.



(d) *En la garita de entrada se recoge el correo que llega del exterior y se procede a clasificarlo y distribuirlo a cada uno de los edificios. ¿Sería posible encontrar una ruta para efectuar el reparto de manera que recorra todos los edificios sin repetir ninguno y que además recorra la menor distancia posible? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado*.

Este es el típico enunciado con trampa, ya que estamos hablando de repartir correo y el problema no es el del cartero chino, no se trata de recorrer todas las calles, sino de recorrer todos los vértices del grafo y volver al punto de partida, es decir se trata de determinar si el grafo tiene un ciclo Hamiltoniano, y si existe, encontrar el de menor peso.

Para ello vamos a aplicar al GrafoConPesos.xml original el algoritmo que nos permite hallar el Ciclo Hamiltoniano de peso mínimo. De esta forma obtenemos el ciclo abajo representado.



(e) El personal del edificio de Desarrollo se ha venido quejando de la dificultad de acceso al edificio de Administración donde deben de hacer muchas gestiones, por lo que se ha construido una nueva calle que une los tres kilómetros que los separan. En este caso, ¿sería posible recorrer todas las calles, sin pasar dos veces por la misma, partiendo de alguno de los puntos situados en el plano y terminando en otro de los puntos? ¿Cuáles serían estos puntos? Justifica la respuesta explicando el procedimiento que utilizas. Indica en cada caso el algoritmo utilizado.

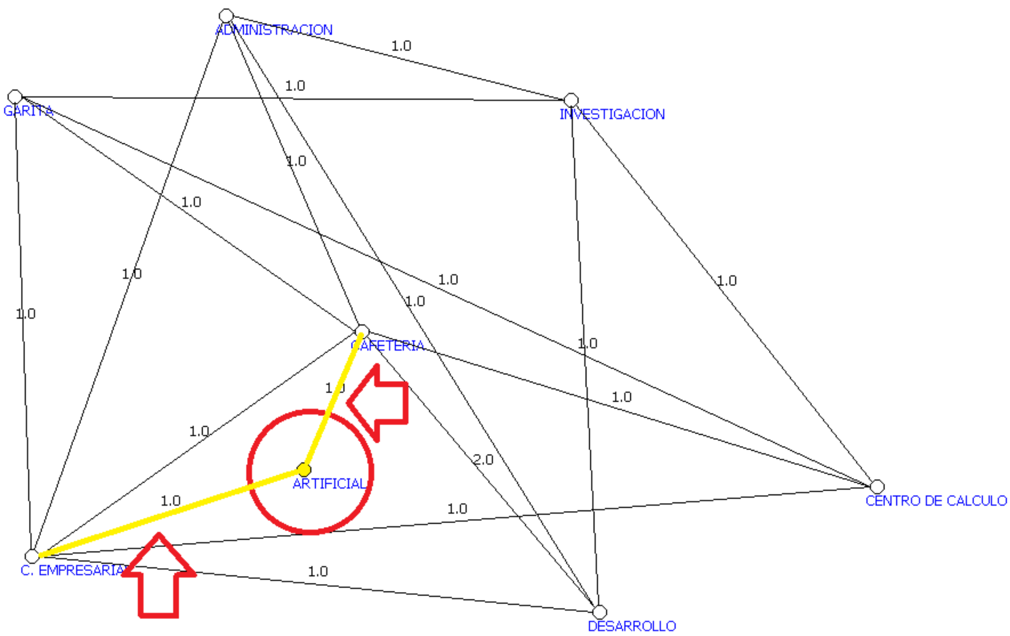
Lo primero que haremos será construir el nuevo grafo, añadiendo la arista que une el Centro de Desarrollo con Administración y asignándole un peso de 3 unidades. Al nuevo grafo le llamaremos CampusModConPesos.xml y CampusModSinPesos.xml.

Se nos está preguntando si el nuevo grafo contiene un camino euleriano, ya que debe recorrerse todas las calles. Para ello utilizaremos el grafo CampusModSinPesos.xml

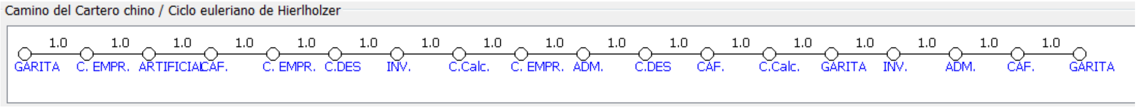
```
Grado de los vértices:

Grafo No Dirigido

Nodo GARITA: Grado 4
Nodo ADMINISTRACION: Grado 4
Nodo CAFETERIA: Grado 5
Nodo CENTRO DE CALCULO: Grado 4
Nodo INVESTIGACION: Grado 4
Nodo DESARROLLO: Grado 4
Nodo CENTRO EMPRESARIAL - SPIN OFFS: Grado 5
```

Analizamos los grados de los vértices, y vemos que contiene dos vértices de grado impar: Cafetería y Centro Empresarial. Por lo tanto, en aplicación del Teorema de Euler, el grafo contiene un camino Euleriano.

Para resolver el problema tendríamos dos opciones insertar una arista artificial que una Cafetería y Centro empresarial y aplicar Hierholzer, o bien añadir un vértice artificial con una arista hacia Cafetería y otra hacia Centro empresarial y aplicar Hierholzer. Dado que en el primer caso deberíamos doblar una arista ya existente y nos daría problemas para aplicar el algoritmo, optamos por la segunda solución.



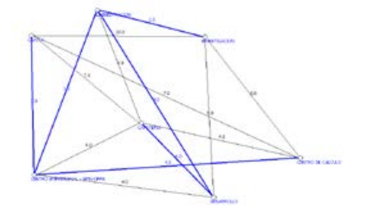
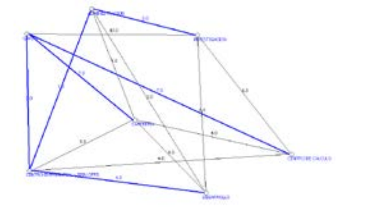
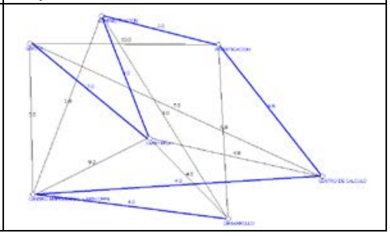
Aplicamos el algoritmo de Hierholzer, que nos da el siguiente resultado.



Eliminamos el vértice artificial y las dos aristas artificiales correspondientes y tendríamos el camino euleriano, dado por:

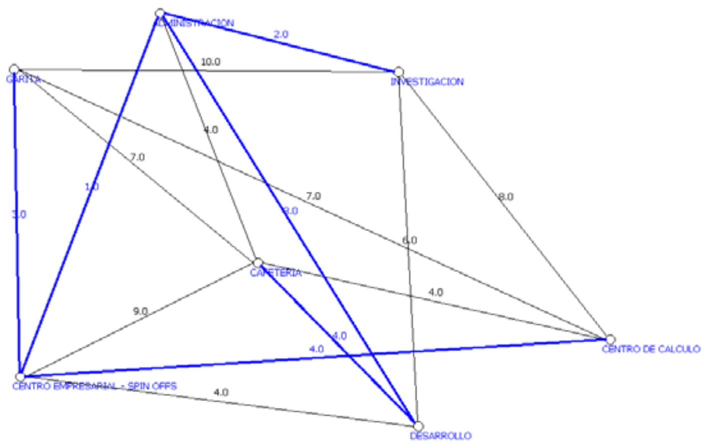
Que une la Cafetería con el Centro Empresarial.

(f) *Consideremos el grafo del apartado (d), CampusModConPesos. Se encarga al Intendente de Seguridad que diseñe las rutas a seguir desde la garita en el caso de que suene una alarma, y con el fin de llegar al punto de incidencia en el menor tiempo posible. El intendente da tres soluciones: ¿Cuál es la correcta y porque? Justifica la respuesta e indica los algoritmos utilizados.*

Opción 1	Opción 2	Opción 3
		

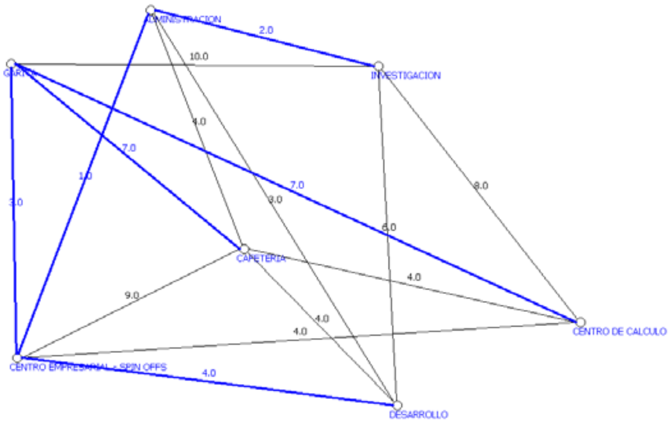
Lo primero que tendremos que hacer es averiguar que método ha utilizado en cada caso. Analizaremos las tres opciones por separado.

Opción 1



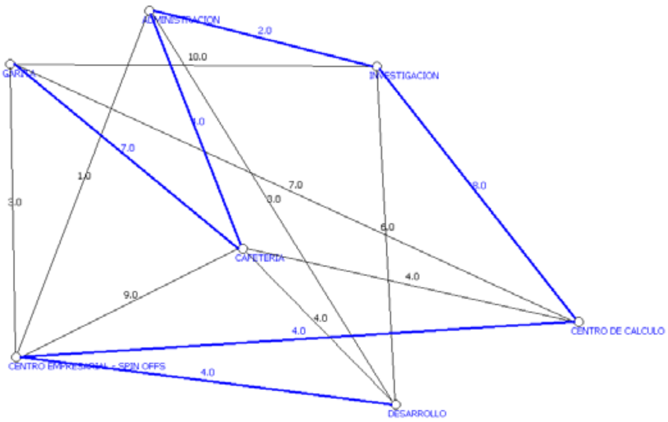
En la primera opción ha obtenido el árbol generador de mínimo peso, en este caso la solución es mejorable, ya que el camino que debe recorrer desde la garita a la Cafetería pasa por el Centro Empresarial el edificio de Administración y el Centro de Desarrollo con un peso total de 9 unidades, cuando la arista que une la garita con la Cafetería tiene peso 7 que es menor.

Opción 2



En este caso se ha hallado los caminos más cortos desde la garita al resto de vértices. Esta sería la solución correcta, ya que sólo debe de atenderse la alarma que suena, con lo que el desplazamiento a cada edificio ha de ser directo y la distancia mínima.

Opción 3

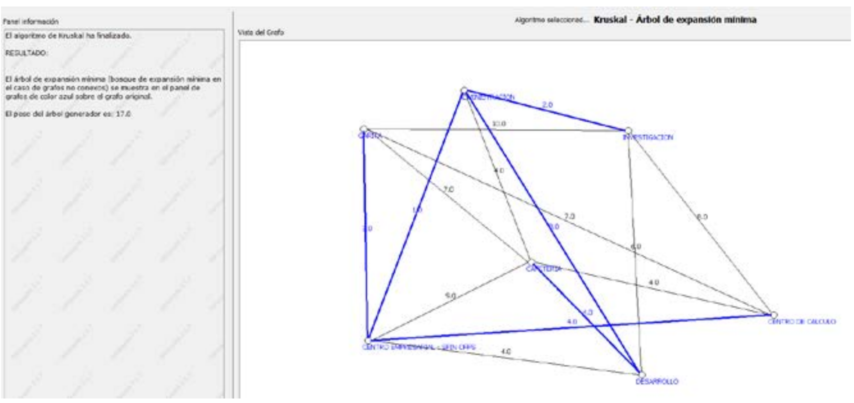


En la opción 3 se ha aplicado el Algoritmo DFS, de manera que vamos accediendo a los edificios en función de la adyacencia al último pivote, pero sin ningún criterio respecto a la distancia, que era el que se priorizaba en los requisitos del problema. Esta solución no sería adecuada.

Por tanto la opción correcta es la número 2.

(g) Se va a instalar una nueva red de datos de alta velocidad. El cableado va enterrado en las aceras de las carreteras. ¿Cómo deberá diseñarse con el fin de que el coste sea el menor posible? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado. Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

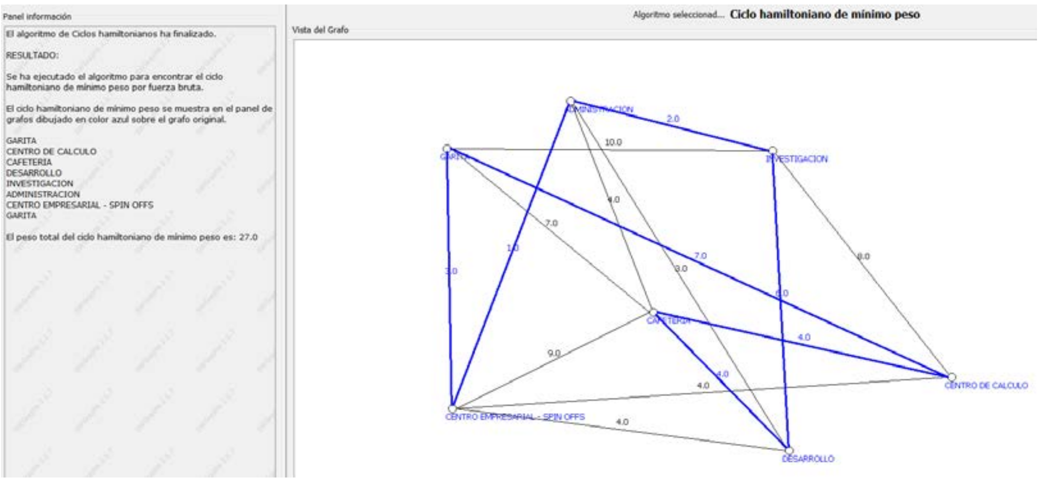
Se trata de que el cableado llegue a todos los edificios, y el recorrido sea mínimo, por tanto no debe de haber ciclos y las aristas han de ser las de menor peso. Deberemos hallar el árbol generador de mínimos peso utilizando el Algoritmo de Kruskal.



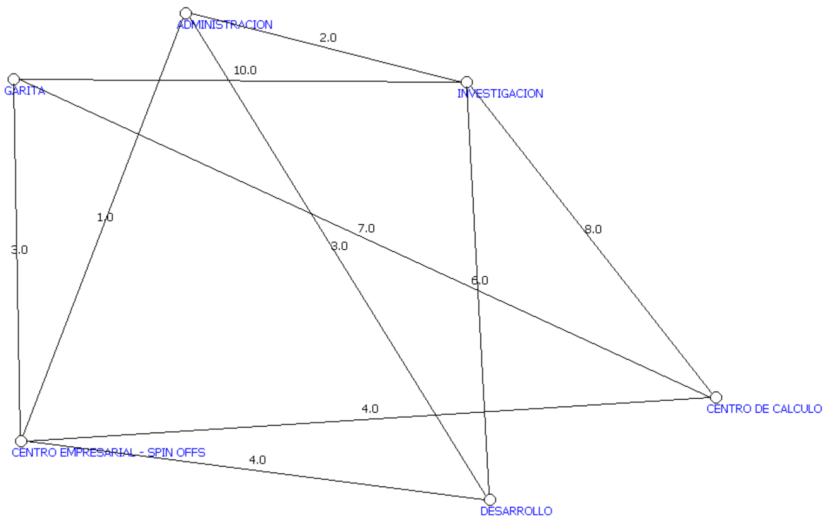
El peso total es 17 y las aristas son las indicadas en el grafo con color azul.

(h) Al final del día el guardia de seguridad debe cerrar todos los edificios y al principio del día abrirlos, excepto la Cafetería que tiene un horario distinto y es gestionada por una concesión. ¿Qué ruta debería seguir el guarda para recorrer la menor distancia posible? Justifica la respuesta e indica el algoritmo utilizado.

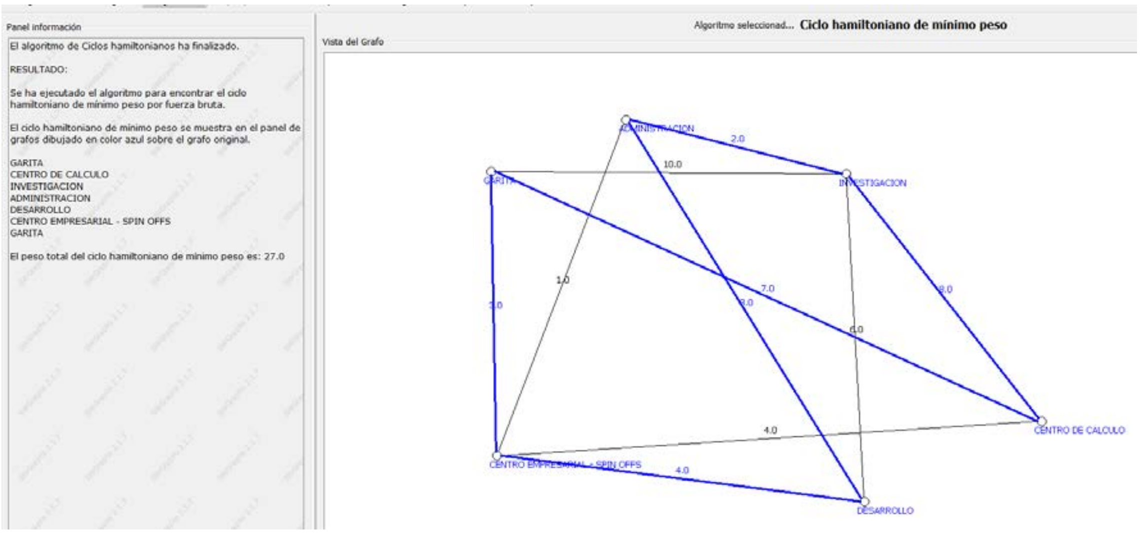
Volvemos a un problema de encontrar un ciclo hamiltoniano de mínimo peso, en principio aplicaríamos el algoritmo al CampusModConPesos y obtenemos:



Donde el peso total es de 27 unidades. Sin embargo como el guarda no debe de pasar por la Cafetería necesariamente, podríamos considerar el grafo eliminando el vértice Cafetería y sus aristas adyacentes y ver en ese caso si obtenemos un ciclo hamiltoniano de menor peso.



Este sería el grafo obtenido al eliminar la Cafetería, y aplicando el Algoritmo para encontrar el ciclo hamiltoniano de mínimo peso obtendremos:



Este ciclo Hamiltoniano también tiene peso 27, por lo que los dos resultados serían válidos. En cualquier caso deberíamos haber elegido el ciclo que nos diese un menor peso.