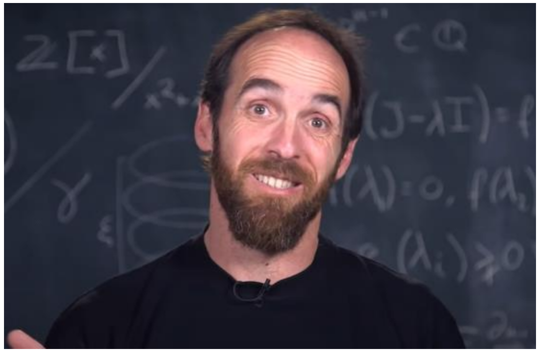
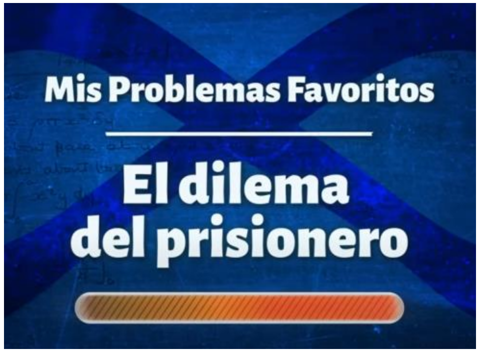
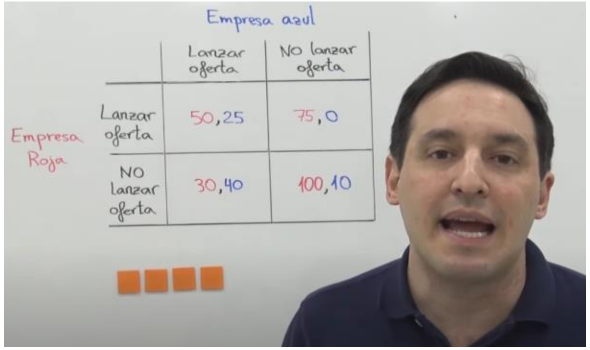
Técnicas, Entornos y Aplicaciones de Inteligencia Artificial

Videos Recomendados para su Visualización previa a la clase

Otros vídeos de interés







Tema 4.- Toma de Decisiones con Incertidumbre

Aplicación del razonamiento probabilístico a la toma de decisiones

4.1.- Teoría de la decisión.

- **Teoría de la decisión: Tipos.**
- **Toma de decisiones en entornos no deterministas. Utilidad.**
- **Decisión con riesgo: Loterías. Funciones de utilidad.**
- **Decisión en condiciones de incertidumbre: Criterios de decisión.**
- **Tablas de decisión.**
- **Redes de decisión.**
- **Sistemas de ayuda a la decisión.**

4.2 Teoría de Juegos.

¿Es conveniente hacerme un seguro?

¿Subo la apuesta o me retiro?

¿Es inteligente jugar a la lotería?

¿Qué tratamiento ante estos síntomas?

¿Piedra, papel o tijera?

¿Es conveniente creer en Dios?

Bibliografía

- **Inteligencia Artificial: Un enfoque moderno.** Rusell, Norvig. Prentice Hall, 2004. Cap. 16

Teoría de la Decisión: Tipos

Diseño de sistemas para recomendar la mejor decisión *(más racional / inteligente),* ante un conjunto de alternativas.

- **Decisión determinista**: Alternativas y consecuencias conocidas, sin incertidumbre.
  Problema simple ⇒ Problema de Optimización.

➢ Decisión no determinista: Consecuencias de las acciones no completamente determinadas,

  - *Decisión con riesgo: Cada consecuencia tiene una probabilidad conocida*
  - *Decisión con incertidumbre: La probabilidad de cada consecuencia es desconocida*

- Decisión multicriterio: Diversos objetivos/criterios contrapuestos a optimizar. Se requiere un compromiso y resulta un problema de optimización multicriterio.

- Toma de decisiones complejas: Compuestas por una secuencia de acciones (implica planificación).

➢ Teoría de juegos: las consecuencias de mis decisiones dependen, además, de las decisiones (indeterminadas) de otros jugadores:

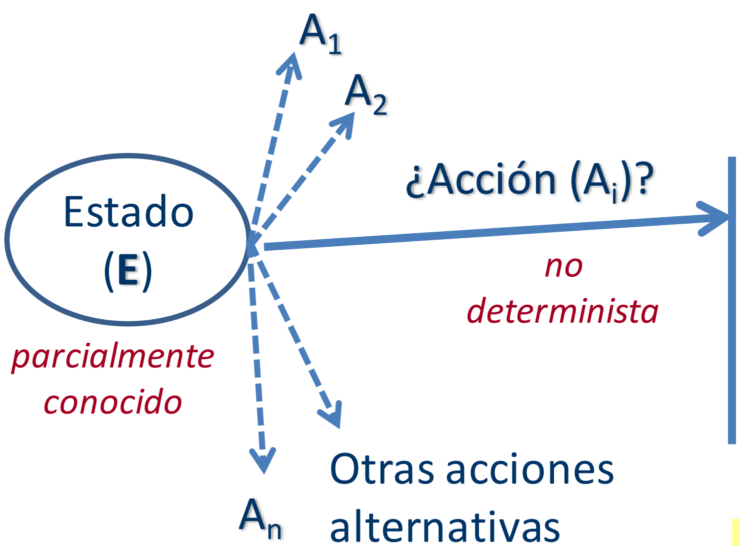
  - Informados, dos jugadores, no aleatorios, suma-nula, justos (ajedrez, damas, etc.): *Técnicas minimax, alfa-beta*.
  - Otras variantes (suma no-nula, estrategias mixtas, competitivos/colaborativos, etc.) de aplicación en sistemas de decisión, economía, etc.
  - *Teoría de juegos frente a la naturaleza:* Juegos en los que existe aleatoriedad: depende de las acciones de otros jugadores y del azar (póker, etc.)

Toma de Decisiones en entornos no deterministas: Utilidad y Probabilidad

Para determinar lo que hay que hacer para alcanzar un bien (o evitar un mal), hace falta considerar no solo el bien o el mal en sí mismo, sino la probabilidad de que sucedan (Arnauld, 1662).

En un contexto de *estados parcialmente conocidos* y *acciones no deterministas*, un sistema inteligente de toma de decisiones debe determinar **la mejor acción** (A_i) en un estado (E), teniendo en cuenta:

- Estados alcanzables $\{S_j\}$, como consecuencias de la acción,
- Probabilidad de alcanzar cada estado $\{S_j\}$,
- Bondad (utilidad) de cada estado $\{S_j\}$



Estados Alcanzables	Probabilidades	Utilidades
S_1	$P(S_1, A_i \mid E)$	$U(S_1)$
S_2	$P(S_2, A_i \mid E)$	$U(S_2)$
S_n	$P(S_n, A_i \mid E)$	$U(S_n)$

U(S): **Función de Utilidad de un Estado**
Evaluación numérica de lo deseable que es (calidad, bondad, …)

¿Subjetividad?

Decisión en entornos no deterministas:

¿De qué estado se parte?

Estado inicial no completamente conocido: consecuencias de acciones no totalmente definidas.

¿Qué alternativas de decisión {Ai} existen?

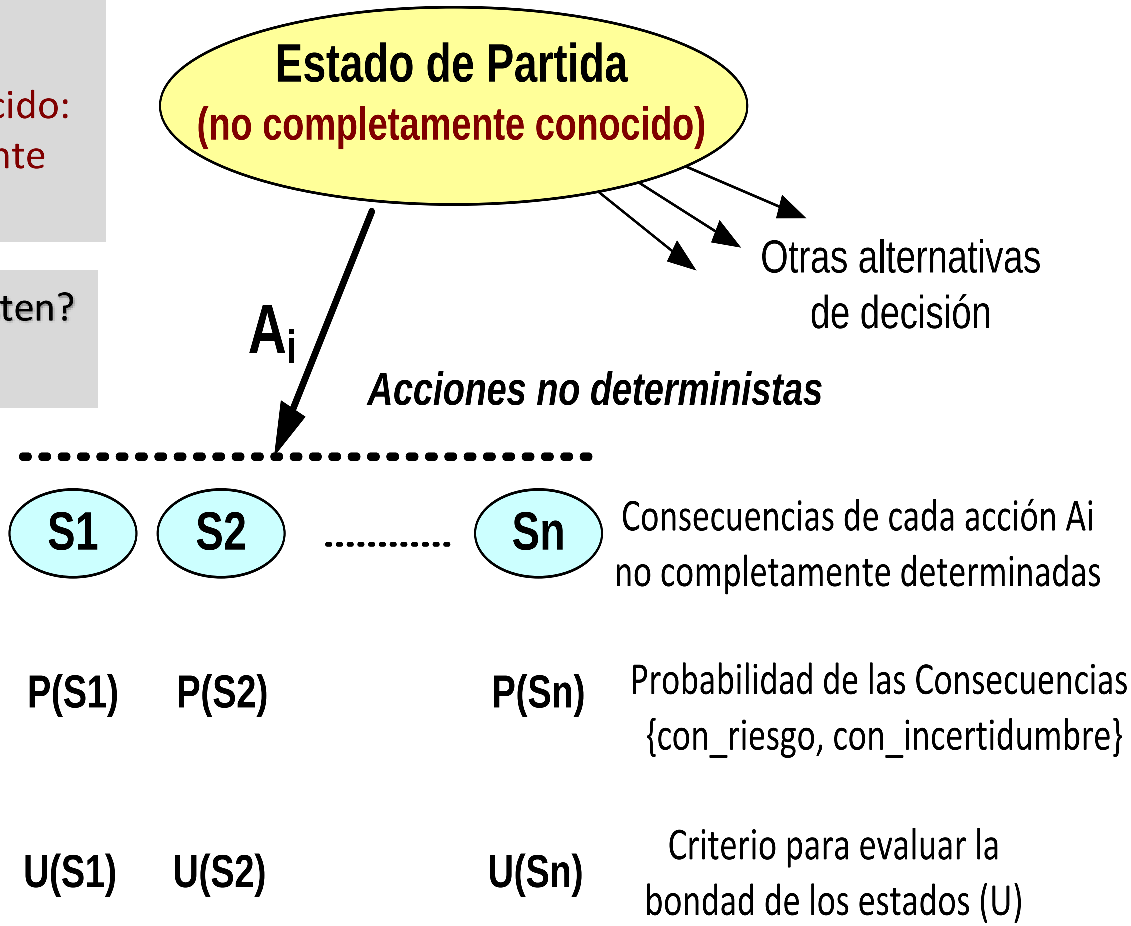
Posibles decisiones a tomar

¿Qué consecuencias son esperables de cada alternativa *(no determinista)*?

Posibles consecuencias de cada decisión, con probabilidades.

¿Cómo evaluar la situaciones alcanzables?

Utilidad de cada consecuencia

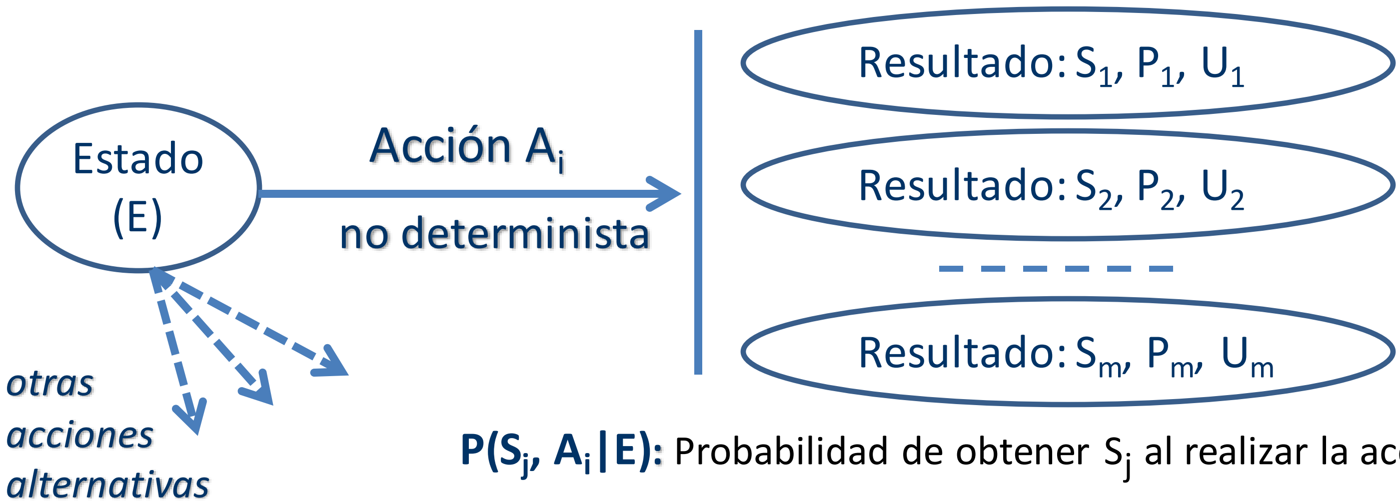


¿Cómo considerar las alternativas, probabilidades y utilidades para determinar la mejor decisión?

Criterios de decisión

a) Toma de Decisión con Riesgo: Loterías.

Lotería: Se conocen las utilidades y probabilidades de las consecuencias de cada decisión Ai.



$P(S_j, A_i|E)$

$U(S_j, A_i|E))$

$P(S_j, A_i|E)$: Probabilidad de obtener S_j al realizar la acción A_i en el estado E

$U(S_j, A_i|E))$: Utilidad del estado S_j al realizar la acción A_i en el estado E

Utilidad Esperada de realizar la acción A_i en el estado E:

$$UE(A_i|E) = \Sigma_j [\, P(S_j, A_i|E) * U(S_j, A_i|E) \,]$$

Principio de Máxima Utilidad Esperada: Un agente racional debe elegir aquella Acción (A_i) que maximice la Utilidad Esperada *(o minimice penalización)*

- Toma de decisiones sencillas: Compuestas por una sola acción
- Toma de decisiones complejas: Compuestas por una secuencia de acciones

Principales Axiomas de la Utilidad

Dados tres estados cualesquiera con utilidades A, B y C:

- **Coherencia** *(Principio de Utilidad)*: La utilidad debe ser coherente con los estados

  $A > B \leftrightarrow$ Se prefiere A sobre B $A \sim B \leftrightarrow$ Es indiferente A o B

- **Ordenación**: $(A>B) \vee (B>A) \vee (A \sim B)$

- **Transitividad**: $(A>B) \wedge (B>C) \Rightarrow (A>C)$

- **Continuidad**: Si A>C y existe un estado B tal que A>B>C , entonces existe una probabilidad p que hace que sea indiferente elegir entre:

  A (con probabilidad p), C (con probabilidad 1-p), o bien considerar B como estado seguro

Principales dificultades de aplicación:

- Conocimiento incompleto del estado inicial (E).
- Conocimiento causal incompleto de los estados alcanzables: ¿(S_j | Realizar(A_i, E))?
- Conocimiento incompleto/consistente de la evaluación (utilidad) de los estados: U(Si)

$\Rightarrow$ Dificultad en formalizar la Función de Utilidad: ***Ejemplos >>>>***

Funciones de Utilidad

Un sistema inteligente de decisión se basa en una adecuada definición de las funciones de utilidad.

Ejemplo: En un concurso se ha ganado un millón de euros. Se puede aceptar el premio, o jugárselo con una moneda. Si sale cara se pierde todo. Si sale cruz, se ganan tres millones de euros. ¿Qué hacer?

Con una función de utilidad asociada al dinero que se gana, la decisión más *'racional'* es jugar.

Si no juego: Utilidad= 1M€ *(típica elección humana)*
Si juego: Utilidad esperada = 0.5 * 0 € + 0.5 * 3 M€ = 1.5 M€

Por qué un humano puede preferir no-jugar?: Aversión al riesgo

La utilidad no es directamente proporcional al dinero:

- Si se considera una función de utilidad que tenga en cuenta el dinero propio que ya se tiene (k), el resultado puede cambiar (puede llegar a casi igualarse, si k es alto): *Un rico podría seguir jugando.*

  Si no juego: Utilidad= k + 1M€
  Si juego: Utilidad esperada = 0.5 * (k+0) € + 0.5 * (k+3M) € = k + 1.5 M€

- En el concurso se ha ganado un euro. Se puede aceptar el premio, o jugárselo con una moneda. Si sale cara se pierde todo. Si sale cruz, se ganan tres euros. *¿Qué hacer?*

- El primer millón de euros es mucho más útil que millones adicionales.

Valoración (3 M€) $\neq$ 3 * Valoración(1 M€)

La decisión depende de la valoración del dinero

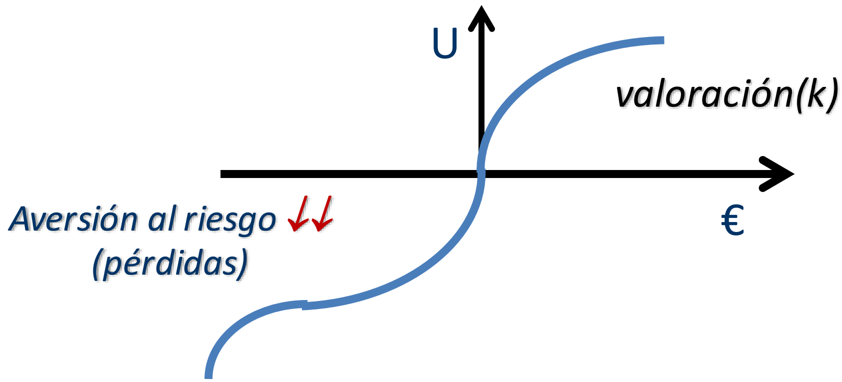
Si no juego: Utilidad = Valoración(1M€) = 1
Si juego: Utilidad esperada = 0.5 * Valoración (0 €) + 0.5 * Valoración (3 M€) = 0 + 0.5 * 2 = 1

Funciones de Utilidad.

Un sistema inteligente de decisión se basa en una adecuada definición de las funciones de utilidad.

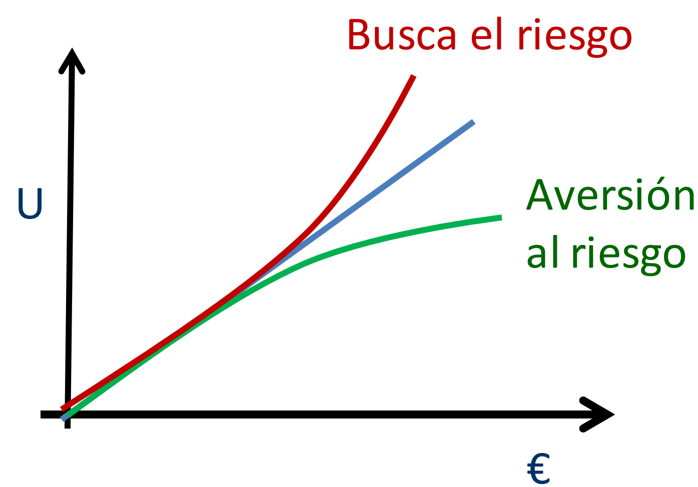
Se han definido estándares de las funciones de utilidad relativas al dinero.

- Empíricamente, resultan casi proporcionales al logaritmo de la cantidad de dinero (con ganancias)



Aunque suele haber una alta aversión a las pérdidas

Diferentes personas pueden tener diferentes valoraciones:



Consistencia (en los humanos) de la Función de Utilidad:

Los humanos suelen tomar decisiones no completamente fundamentadas en una coherente función de utilidad.

Ejemplo *(Russell, Norvig)*: A diversos participantes en un experimento se les pidió elegir entre las apuestas A o B, y posteriormente entre C o D:

A: 80% de prob. de ganar 4.000 €

→ B: 100% de prob. de ganar 3.000 €

→ C: 20% de prob. de ganar 4.000 €

D: 25% de prob. de ganar 3.000 €

La mayoría de los participantes prefirió **B (frente a A) y C (frente a D)**

Esto es inconsistente con una misma función de utilidad aplicada en los dos casos:

$$0.8 * U(4.000) > 1 * U(3.000) \qquad 0.2 * U(4.000) > 0.25 * U(3.000)$$

$$U(A) > U(B) \qquad U(C) > U(D)$$

¿Es racional?

Las decisiones humanas tienen en cuenta otros factores, además de la pura racionalidad:

- Miedo al ridículo,
- Tendencia a huir del riesgo, eligiendo alternativas de alta probabilidad aunque con menor ganancia *(elección B frente A)*,
- Se suele asumir mayores riesgos frente a situaciones poco probables *(elección C frente D)*

En general, la ponderación de la utilidad (valoración de la bondad) no suele ser coherente.

La racionalidad (irracionalidad) humana es objeto de continua investigación y análisis

EJEMPLO: El Caballero Oscuro

El Joker propone una idea macabra para sembrar el caos en la ciudad y probar la maldad humana: dos barcos están llenos de explosivos, en uno viajan personas normales de Gotham y en el otro criminales trasladados de la prisión.

Joker deja en cada uno de los barcos un detonador, pero del otro barco.

Si pasan 30 minutos sin decidir, él explotará ambos barcos, salvo que uno explote antes.

[El Caballero Oscuro (2001)]

Decisión: Detono? , No-Detono?

Planteamiento base: ***U(sobrevivir)=1.***

Lo mejor es detonar

	Yo: No Detono	Yo: Detono
Contrario: No detona	0	1
Contrario: Detona	0	0
Utilidad	***0***	***> 0***

¿Qué ha pasado?

Cabe también considerar una valoración moral: *¿Soy capaz de matar al contrario?*

Si la valoración moral de no-matar es mayor que la valoración de la supervivencia (>1), la mejor decisión es no-detonar

	Yo: No Detono	Yo: Detono
Contrario: No detona	0 + 1.1	1
Contrario: Detona	0 + 1.1	0

En la votación de un barco, se comprueba las diferentes valoraciones que cada uno realiza sobre sus particulares funciones de utilidad

EJEMPLO: La apuesta de Pascal *(¿conviene creer en Dios?)*

Argumento de Pascal sobre la racionabilidad (mayor utilidad) de creer en Dios.

Asumiendo que Dios puede existir o no, el argumento de Pascal plantea:

- Si creo en Dios, y Dios existe, iré al cielo. Si Dios no existiera, me es indiferente.
- Si no creo en Dios y Dios no existe, me es indiferente. Si existiera, me condenaría.

	Creo en Dios	**No creo en Dios**
Dios existe	Voy al cielo. $U=\propto$	Voy al infierno. $U=-\propto$
Dios no existe	Indiferente. $U=C1$	Indiferente. $U=C2$

Creo en Dios: $0.5 * \propto + 0.5 * C1$ No creo en Dios: $0.5 * (-\propto) + 0.5 * C2$

"Vamos a sopesar la ganancia y la pérdida de que Dios exista. Tenga en cuenta estos dos casos: si usted gana, usted gana todo; si usted pierde, usted no pierde nada. Apueste porque existe, sin dudarlo." (Pascal, 1670)

- Existen muchas discusiones y muchos otros argumentos sobre este tema.
- En alguna bibliografía, se plantea que John von Neumann se convirtió al catolicismo tras haber analizado en profundidad la Apuesta de Pascal.

Otros ejemplos: ¿conviene hacerse un seguro?, apuestas en juegos, etc.

« Vous avez deux choses à perdre : le vrai et le bien, et deux choses à engager : votre raison et votre volonté, votre connaissance et votre béatitude; et votre nature a deux choses à fuir : l'erreur et la misère. Votre raison n'est pas plus blessée, en choisissant l'un que l'autre, puisqu'il faut nécessairement choisir. Voilà un point vidé. Mais votre béatitude ? Pesons le gain et la perte, en prenant croix que Dieu est. Estimons ces deux cas : si vous gagnez, vous gagnez tout; si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez donc qu'il est, sans hésiter. »
B. Pascal, 1670

Decisión con riesgo (simple): Utilidad + Probabilidad ⇒ Tabla de Decisión

Tabla de Decisión: Representación del problema ante múltiples alternativas, cuando la decisión es de una única etapa y las decisiones/acciones y resultados posibles son finitos y con probabilidad conocida.

Representa la Utilidad (beneficio, coste, penalización, etc.) de cada estado consecuente y la Probabilidad asociada a cada estado.

		ESTADOS o RESULTADOS POSIBLES				
		E1	**E2**	**....**	**Em**	
DECISIONES (Acciones)	**A1**	U_{11}/P_{11}	U_{12}/P_{12}		U_{1m}/P_{1m}	$\Rightarrow$ UE (A_1)
	A2	U_{21}/P_{21}	U_{22}/P_{22}		U_{2m}/P_{2m}	$\Rightarrow$ UE (A_2)
	....					
	An	U_{n1}/P_{n1}	U_{n2}/P_{n2}		U_{nm}/P_{nm}	$\Rightarrow$ UE (A_n)

La **Utilidad Esperada** de una decisión es la suma de los productos de probabilidad y utilidad de cada unos de sus resultados posibles:

$$UE\ (A_i) = \Sigma_{j=1,m}\ U_{ij} * P_{ij}$$

La decisión óptima es maximizar UE:
Elegir la A_K que maximiza UE (A_K)

Otros criterios:

- Elegir la A_i con mejor evaluación para el estado más probable,
- Minimizar el riesgo (desechar acciones con posibles estados consecuentes de baja utilidad), miedo al ridículo), etc.

Ejercicio: Se reciben dos ofertas económicas para fichar por dos equipos de fútbol, A y B. Las dos ofertas se basan en el resultado que se consiga a final de la temporada:

Clasificación en la liga	Equipo A	Equipo B
1º	1 millón de euros	2.8738 millones de euros
2º	0.5 millones de euros	2 millones de euros
3º	0.1 millones de euros	1 millón de euros
4º	0.01 millones de euros	0.5 millones de euros
> 4º	0.001 millones de euros	0.0001 millones de euros

Nuestro representante ha evaluado las probabilidades de los dos equipos:

Clasificación	Probabilidad Equipo A	Probabilidad Equipo B
1º	0.01	0.001
2º	0.02	0.002
3º	0.04	0.002
4º	0.06	0.033
> 4º	0.87	0.962

Además de las económicas, ¿podríamos considerar otros factores?

… A parece mejor equipo que B

¿Por qué equipo debemos fichar?

Ejemplo:

Ante el lanzamiento de un nuevo producto, se debe determinar la cantidad a producir. La demanda inmediata no se conoce, pero se estiman cuatro posibilidades V:{100,200, 300, 400}, con sus probabilidades P:{10,30, 40, 20}.

Cada producto tiene un coste de fabricación de 50€.

Si se vende inmediatamente, su precio será de 65 €, si no hay que ofertarlo a 40€.

¿Cuántos se deberían producir: 100, 200, 300, 400?

El beneficio en cada caso$_i$ es: $[65\ V_i + 40\ (F_i - V_i)] - 50F_i$

$$UE\ (Ai) = \Sigma_{j=1,m}\ U_{ij} * P_{ij}$$

	V_1:100 P_1:10%	V_2:200 P_2:30%	V_3:300 P_3:40%	V_4:400 P_4:20%	Método MUE
Fabrico F_1=100?	1500	*1500*	*1500*	*1500*	1500
Fabrico F_2=200?	500	3000	*3000*	*3000*	2750
Fabrico F_3=300?	-500	2000	$\boxed{4500}$	*4500*	$\boxed{3250}$
Fabrico F_4=400?	-1500	1000	3500	6000	2750

Debo fabricar 300 productos

Hay otros criterios, por ejemplo,

Elegir la alternativa con mayor beneficio para el estado más probable (F_3=300)

Ejercicio: Se va a construir un aeropuerto en una ubicación a elegir A o B. Podemos comprar una parcela para obtener un cierto beneficio al venderla (obviamente mayor si el aeropuerto se construye cercano). ¿Qué decisión debemos tomar?

Precios	Parcela-A	Parcela-B
Compra	18	12
Venta con aeropuerto	31	23
Venta sin aeropuerto	6	4

¿Si las opciones son al 50%?

DECISIONES	Aeropuerto en A	Aeropuerto en B
Compramos A	13	-12
Compramos B	-8	11
Compramos A y B	5	-1
No compramos	0	0

Si no se conocen las probabilidades de cada alternativa: Decisión con Incertidumbre

b) Decisiones con incertidumbre: Criterios de decisión.

- **No se tiene información sobre las probabilidades de cada posible consecuencia.**
- Distintos **criterios combinan la utilidad y el riesgo**:
  Permiten tomar decisiones más/menos arriesgadas,
  aplicando criterios optimistas, pesimistas, equilibrados, agresivos, conservadores, etc.

Ejemplo: Ante el lanzamiento de un nuevo producto, una empresa se plantea una campaña publicitaria en uno de estos tres medios (prensa, radio o TV).

La campaña puede provocar una alta, baja o media demanda. No se conocen las probabilidades de las diferentes consecuencias.

Los beneficios esperados (utilidad), combinando impacto y coste de cada medio, serían:

	Estados Alcanzables			
¿Acciones?	**Alta Demanda**	**Media Demanda**	**Baja Demanda**	**Con 1/3 probabilidad**
A1: ¿Prensa?	90	35	25	90/3 + 35/3 + 25/3 = 50
A2: ¿Radio?	100	40	20	100/3 + 40/3 + 20/3= 53.3
A3: ¿TV?	80	20	5	80/3 + 20/3 + 5/3 = 35

Pero, y si no sabemos las probabilidades de las consecuencias: *¿Qué campaña realizar?*

Criterio Racionalista, de Razón Suficiente, o de igual verosimilitud (Laplace)

Como a priori no existe razón para suponer estados preferentes, considera que **todos tienen la misma probabilidad** de ocurrencia.

Aplica el postulado de Bayes según el cual, si no se conocen las probabilidades asociadas a cada estado natural, no hay razón para pensar que uno tenga más probabilidades que otro: "en ausencia de conocimiento todos los n estados son 1/n equiprobables"

Asume una probabilidad equivalente para cada uno de los estados alcanzables (1/3), y decide la alternativa con el mejor valor ponderado.

	Alta Demanda	**Media Demanda**	**Baja Demanda**	**Estado Medio**
¿Prensa?	90	35	25	(90 + 35 + 25)/3=50
¿Radio?	100	40	20	(100+40+20)/3=**53.3**
¿TV?	80	20	5	(80+20+5)/3=35

Si las probabilidades fueran conocidas se convierte en una lotería.

Crítica:

- Puede no ser totalmente desconocida (equiprobable) las probabilidades de ocurrencias.
- Requiere conocer todos los estados consecuentes. Por ejemplo, "si un robot puede moverse o no, la probabilidad de no moverse es 1/2. En cambio, también puede considerarse que puede avanzar, retroceder o no moverse, por lo que la probabilidad de no moverse es 1/3. "

Criterio Optimista: Maximax (Hurwicz)

- Elige la mejor decisión, asumiendo que con cada alternativa se producirá el mejor resultado.
- Criterio maximax: elige la alternativa que obtiene el *máximo beneficio* (en su *mejor estado alcanzable*).

	Alta Demanda	Media Demanda	Baja Demanda	Mejor
¿Prensa?	90	35	25	90
¿Radio?	100	10	20	100
¿TV?	80	20	5	80

La elección es Radio

Criterio Pesimista: Maximin (Wald)

- Elije la mejor decisión, asumiendo que con cada alternativa se producirá el peor resultado.
- Criterio maximin: *elige la alternativa que obtiene el máximo beneficio en su peor estado alcanzable.*
- *Es un criterio pesimista, útil en situaciones muy inciertas o se quiere evitar riesgos.*

	Alta Demanda	Media Demanda	Baja Demanda	Peor
¿Prensa?	90	35	25	25
¿Radio?	100	10	20	10
¿TV?	80	20	5	5

La elección es Prensa

Criterio Balanceado (optimista-pesimista, Hurwicz)

- Combinación de criterio optimista (factor p) y pesimista (1-p).
- El factor (p) se define de antemano, 0<p<1, acorde al optimismo/pesimismo de la decisión.
- *Asumiendo un optimismo p=0.6:*

	Alta Demanda	Media Demanda	Baja Demanda	Resultado Mejor*p + Peor * (1-p)
¿Prensa?	90*0.6	35	25*0.4	**64**
¿Radio?	100*0.6	10*0.4	20	**64**
¿TV?	80*0.6	20	5*0.4	50

- *Asumiendo un optimismo p=0.3*

	Alta Demanda	Media Demanda	Baja Demanda	Resultado Mejor*p + Peor * (1-p)
¿Prensa?	90*0.3	35	25*0.7	**44.5**
¿Radio?	100*0.3	10*0.7	20	37
¿TV?	80*0.3	20	5*0.7	27.5

Criterio Minimax: Coste de Oportunidad o de mínimo pesar (Savage)

Se basa en elegir la opción que menos arrepentimientos puedan provocar, en el caso peor, por no haber elegido otras mejores. *Criterio pesimista que intenta minimizar la frustración anticipada*.

Pérdida relativa (r_{ij}): Máxima pérdida si se selecciona a_i y se produce el resultado e_j, frente a las demás m posibles alternativas:

$$r_{ij} = \max_{1 \le k \le m}\{U_{kj}\} - U_{ij}$$

*(U_{ij} - min si **minimizamos** penalización)*

Luego, la máxima pérdida relativa si se selecciona a_i, dados los n posibles resultados, es:

$$\rho_i = \max_{1 \le j \le n}\{r_{ij}\}$$

El criterio propone seleccionar la alternativa que cause la menor de las máximas pérdidas relativas:

$$\text{Seleccionar } a_p, \text{ tal que } \rho_p = \min_{1 \le i \le m} (\rho_i)$$

Aplicándolo al ejemplo, se indica la r_{ij} en cada celda:

Suele resultar un enfoque muy conservador (minimiza riesgo)

	Alta Demanda	Media Demanda	Baja Demanda	Máx. pérdida relativa (ρ_i)
¿Prensa?	90 (r=100-90=10)	35 (r=35-35=0)	25 (r=25-25=0)	⇒ 10 *(minimiza max pesar)*
¿Radio?	100 (r=100-100=0)	10 (r=35-10=25)	20 (r=25-20=5)	⇒ 25
¿TV?	80 (r=100-80=20)	20 (r=35-20=15)	5 (r=25-5=20)	⇒ 20

Otro ejemplo:

En una fiesta, un anfitrión debe decidir el número de asientos a reservar (R).

El número de asistentes no se conoce, pero se estiman cuatro posibilidades A:{200,250, 300, 350}. Hacer más/menos reservas supone una **pérdida** de beneficio.

En la tabla se estima el coste (que se quiere minimizar) en función de asistentes y reservas.

PÉRDIDA BENEFICIO	A:200	A:250	A:300	A:350
R:200?	5	10	18	25
R:250?	8	7	8	23
R:300?	21	18	12	21
R:350?	30	22	19	15

No se tiene información sobre probabilidades de asistencia (A).

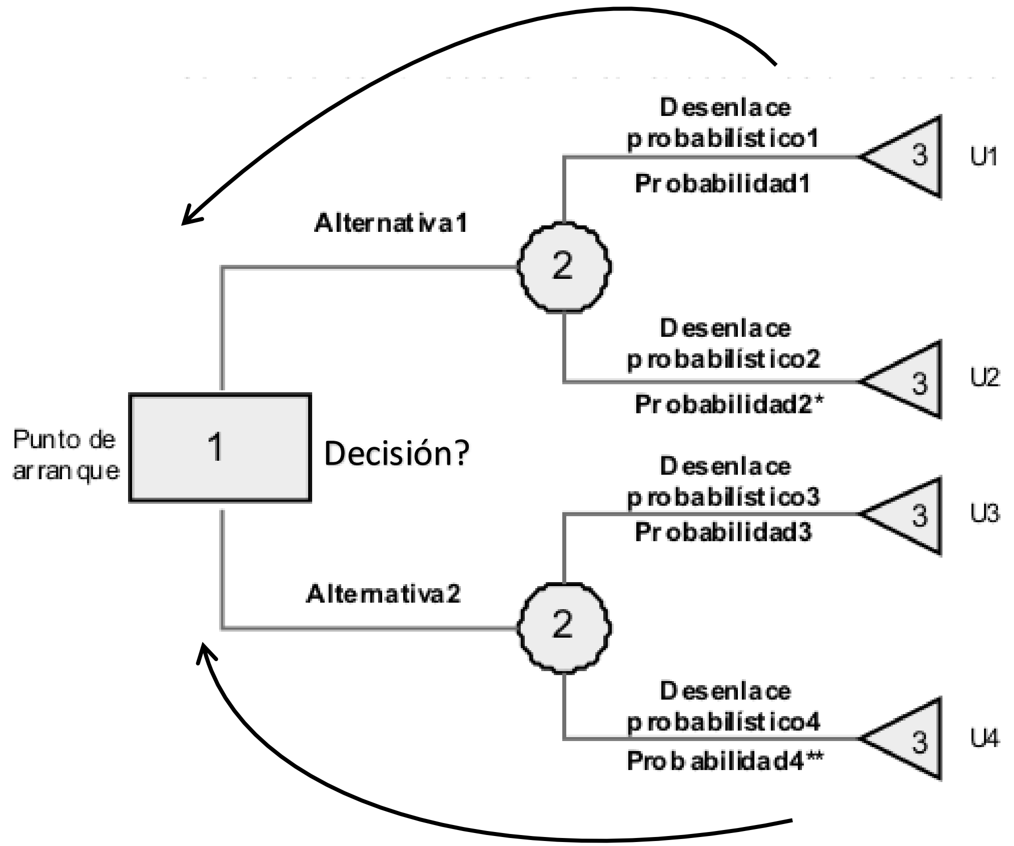
¿Cuántos cubiertos debería reservar (R)?

	LAPLACE $P(A_i)=1/4$	OPTIMISTA $Max\{A_i\}$	PESIMISTA $Min\{A_i\}$	BALANCEADO (prob: 1/2)	MINIMAX (MínimoPesar)
R:200?					
R:250?					
R:300?					
R:350?					

Árboles de Decisión

Para procesos sucesivos de decisión.

- Diversos tipos de nodos:
  - Nodos de azar (círculos): representan puntos en los que la naturaleza elige un estado. Cada rama puede tener asociada o no una probabilidad.
  - Nodo de decisión (cuadrados): representan puntos de decisión, con tantos arcos salientes como alternativas existan.
  - Nodo terminal u hoja (triángulos): nodos finales de cada rama, que representa el estado alcanzable tras la sucesión de decisiones. Es evaluable mediante la función de utilidad.



Mediante procesos de volcado de valores

Aplicando los criterios previos: Decisión con riesgo o Decisión con incertidumbre, con o sin probabilidades

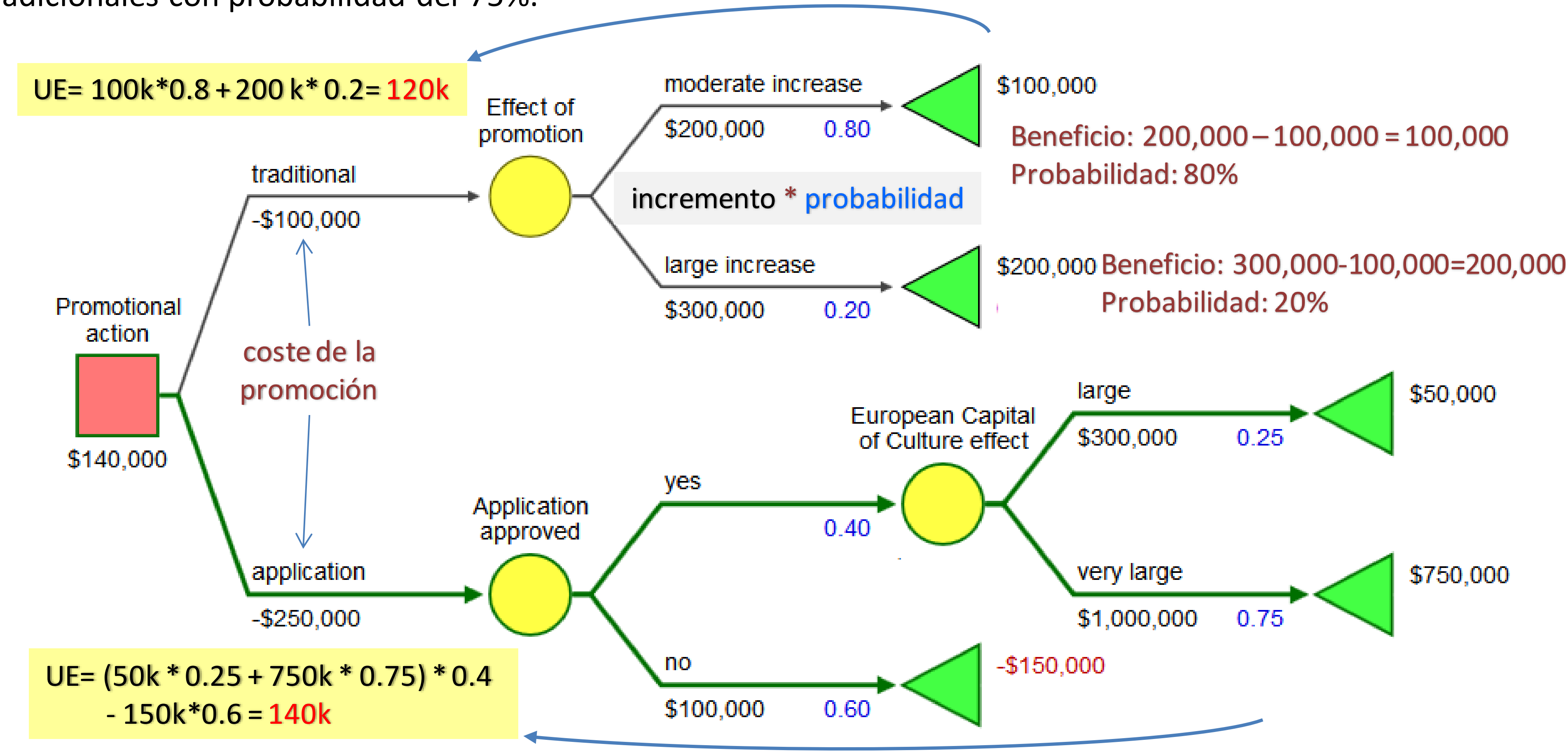
se valoran los nodos de decisión y se decide la mejor decisión en el nodo raíz.

Ejemplos en:
https://github.com/SilverDecisions/SilverDecisions/wiki/Gallery

EJEMPLO: Estrategias alternativas para aumentar Número de Turistas

a) Se pueden utilizar medios tradicionales (ferias, folletos, etc.), con un coste de 100.000$, estimando que el incremento de turistas aportará 200.000$ adicionales con probabilidad del 80% y 300.000$ con probabilidad del 20%.

b) Se puede solicitar la Capitalidad Europea de la Cultura. El coste se estima en 250.000$, con posibilidad de éxito del 40%. Si no se obtiene la capitalidad, el incremento de turistas supondrá solo 100.000$ adicionales. Si se obtiene, el incremento podría aportar 300.000$ adicionales, con probabilidad del 25%, o 1.000.000$ adicionales con probabilidad del 75%.



Redes de Decisión: Red Bayesiana + Alternativas + Utilidad

- Combinan la **Teoría de la Utilidad** (Teoría de la Decisión) con **Redes Bayesianas** para poder tomar decisiones basadas en la **utilidad**, **creencias de lo conocido e inferencias probabilísticas**.
- El objetivo es ***modelar el proceso de la toma de decisiones no-determinista de forma racional***.

Redes de Decisión

Pueden verse como una extensión de las Redes Bayesianas, incorporando los nodos de decisión y nodos de utilidad.

Representan la información sobre el estado **(variables probabilísticas)**, las alternativas de decisión **(decisiones)** y las utilidades **(utilidades)** resultantes.

Tipos de nodos:

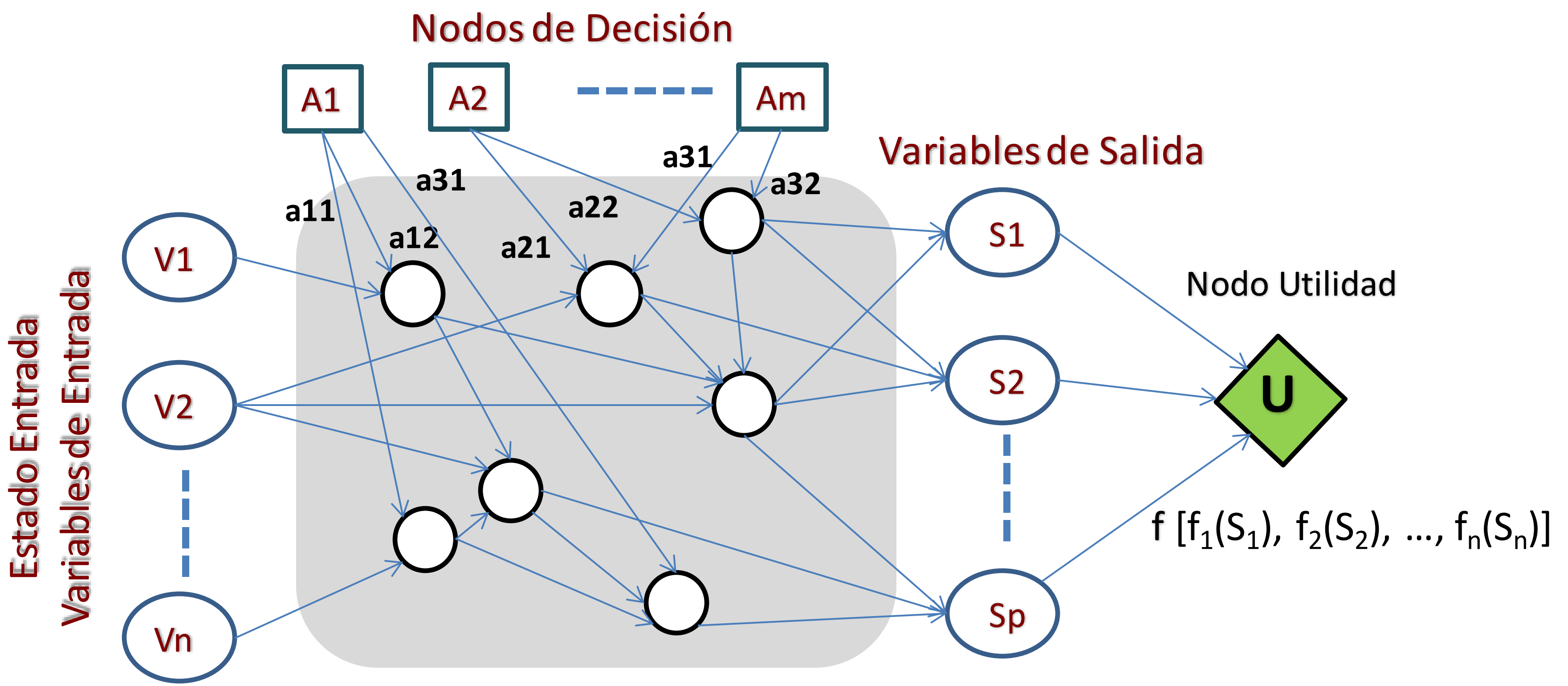
- **Nodos Variable:** representan variables aleatorias correspondientes al estado del problema (~variables de una red bayesiana). Los padres pueden ser otro nodo variable o un nodo de decisión.
- **Nodos de Decisión:** representan puntos de decisión entre acciones alternativas posibles. Suelen ser nodos iniciales de la red y toman un valor dependiente de la decisión/acción a tomar.
- **Nodos de Utilidad**: representan funciones de utilidad. Los padres son las variables, cuyos valores influyen en la función de utilidad asociada al nodo. Suelen ser los nodos finales de la red.

Las Redes de Decisión incorporaran un proceso de inferencia probabilística. A partir de:

- Valores de las variables de entrada {V1, V2, Vn}: Estado probabilístico de los datos de entrada del problema (probabilidades a priori / valores observados)
- Decisiones de los nodos (variables) decisión {A1, A2, Am}. Cada nodo decisión puede tomar diferentes valores (decisiones del nodo)

Se realiza un proceso de inferencia probabilística, para obtener los valores probabilísticos de las variables de salida de la red (S1, S2, … Sp), aplicando las tablas de probabilidades condicionales de la red

Finalmente, se aplica la función de utilidad (Nodo Utilidad) sobre los valores probabilísticos obtenidos de las variables de salida (variables padre de los nodos utilidad)



Ejemplo Red de Decisión: Elegir el emplazamiento de un aeropuerto (decisión)

- Independientemente del emplazamiento: a priori, existe incertidumbre sobre el *Tráfico aéreo* que habrá, el coste de la *Construcción*, y la posibilidad de *Litigios* legales.
- La decisión del *'Emplazamiento'* influye sobre el *Coste Total*, *Seguridad* y *Contaminación acústica* en la población cercana. Estas son las variables a considerar en la decisión.
- Sobre estas variables, también influyen las anteriores variables (Tráfico, Construcción, Litigios).

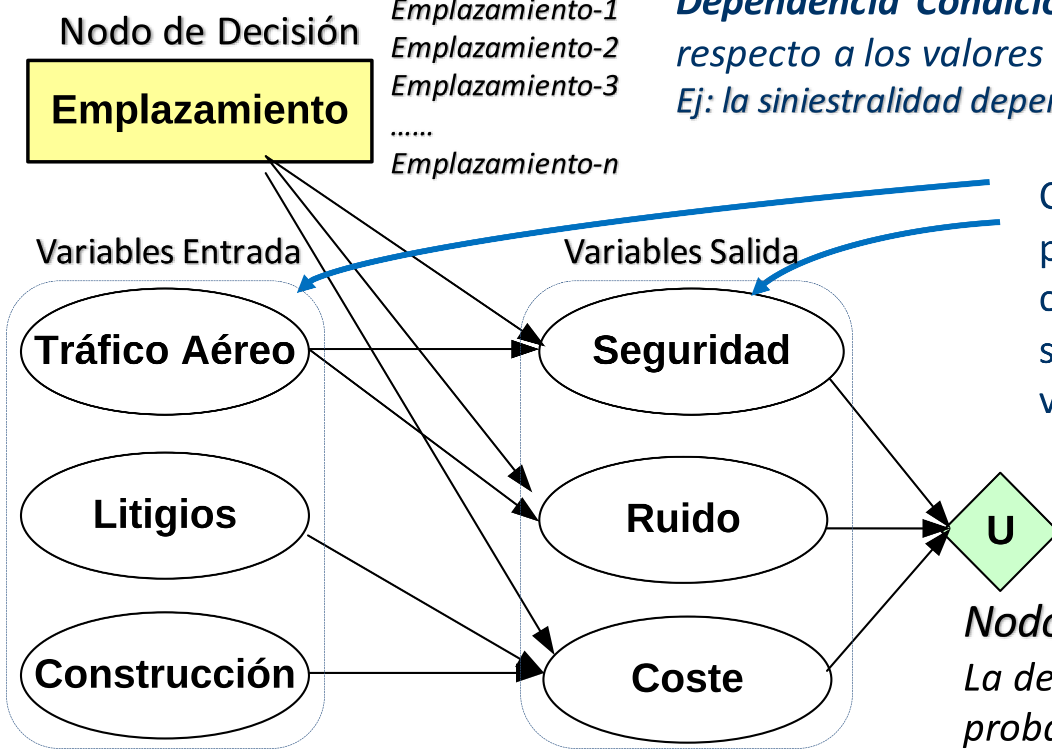
Dependencia Condicional *de las variables de salida respecto a los valores de la variable decisión.*
Ej: la siniestralidad depende del tráfico y del emplazamiento

A priori

TA1	P(TA1)
TA2	P(TA2)
....	
TAn	P(TAn)

T	P(L=T)
F	P(L=F)

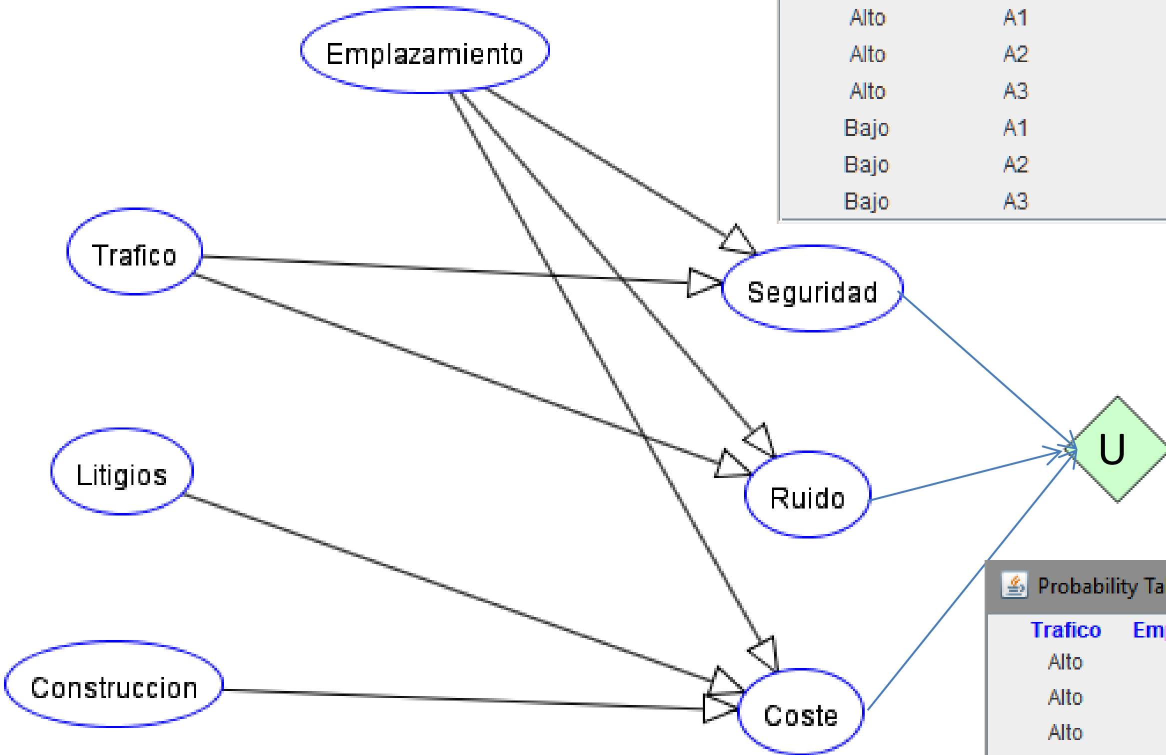
C1	P(C1)
C2	P(C2)
....	
Cn	P(Cn)



Cada nodo tiene asociada una probabilidad, inicial o condicionada por cada valor de sus padres en la red (nodo variable o nodo decisión).

Nodo Utilidad:
La decisión se basará en los valores y probabilidades de las Variables Salida (Seguridad, Ruido y Coste).

Dependencia Condicional *de las Variables de Salida de las Variables Entrada independientes.*



Probability Table for Seguridad

Trafico	Emplazamiento	P(Seguridad=Alta)	P(Seguridad=Media)	P(Seguridad=Baja)
Alto	A1	0.62	0.35	0.03
Alto	A2	0.42	0.25	0.33
Alto	A3	0.24	0.41	0.35
Bajo	A1	0.33	0.30	0.37
Bajo	A2	0.22	0.15	0.63
Bajo	A3	0.15	0.20	0.65

Probability Table for Ruido

Trafico	Emplazamiento	P(Ruido=Alto)	P(Ruido=Medio)	P(Ruido=Bajo)
Alto	A1	0.8	0.1	0.1
Alto	A2	0.4	0.3	0.3
Alto	A3	0.36	0.25	0.39
Bajo	A1	0.25	0.38	0.37
Bajo	A2	0.45	0.3	0.25
Bajo	A3	0.2	0.41	0.39

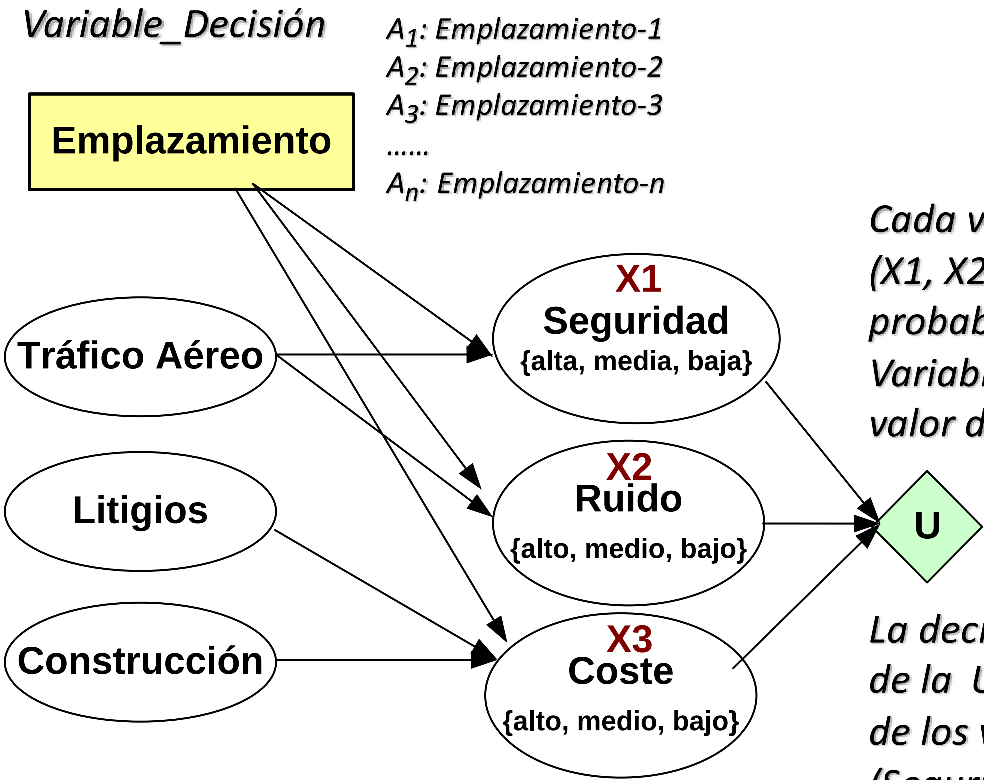
Probability Table for Coste

Litigios	Construccion	Emplazamiento	P(Coste=Alto)	P(Coste=Medio)	P(Coste=Bajo)
Muchos	Caro	A1	0.23	0.22	0.55
Muchos	Caro	A2	0.32	0.32	0.36
Muchos	Caro	A3	0.22	0.11	0.67
Muchos	Barato	A1	0.42	0.44	0.14
Muchos	Barato	A2	0.11	0.12	0.77
Muchos	Barato	A3	0.22	0.18	0.6
Pocos	Caro	A1	0.32	0.41	0.27
Pocos	Caro	A2	0.11	0.18	0.71
Pocos	Caro	A3	0.12	0.19	0.69
Pocos	Barato	A1	0.33	0.27	0.4
Pocos	Barato	A2	0.24	0.22	0.54
Pocos	Barato	A3	0.16	0.15	0.69

TA1	P(TA1)
TA2	P(TA2)
….	
TAn	P(TAn)

T	P(L=T)
F	P(L=F)

V1	P(V1)
V2	P(V2)
….	
Vn	P(Vn)



Cada valor de las Variables de Salida (X1, X2 y X3) tendrá asociado una probabilidad dependiente de las Variables de Entrada {TA, L, V} y del valor de la Variable Decisión (Aj).

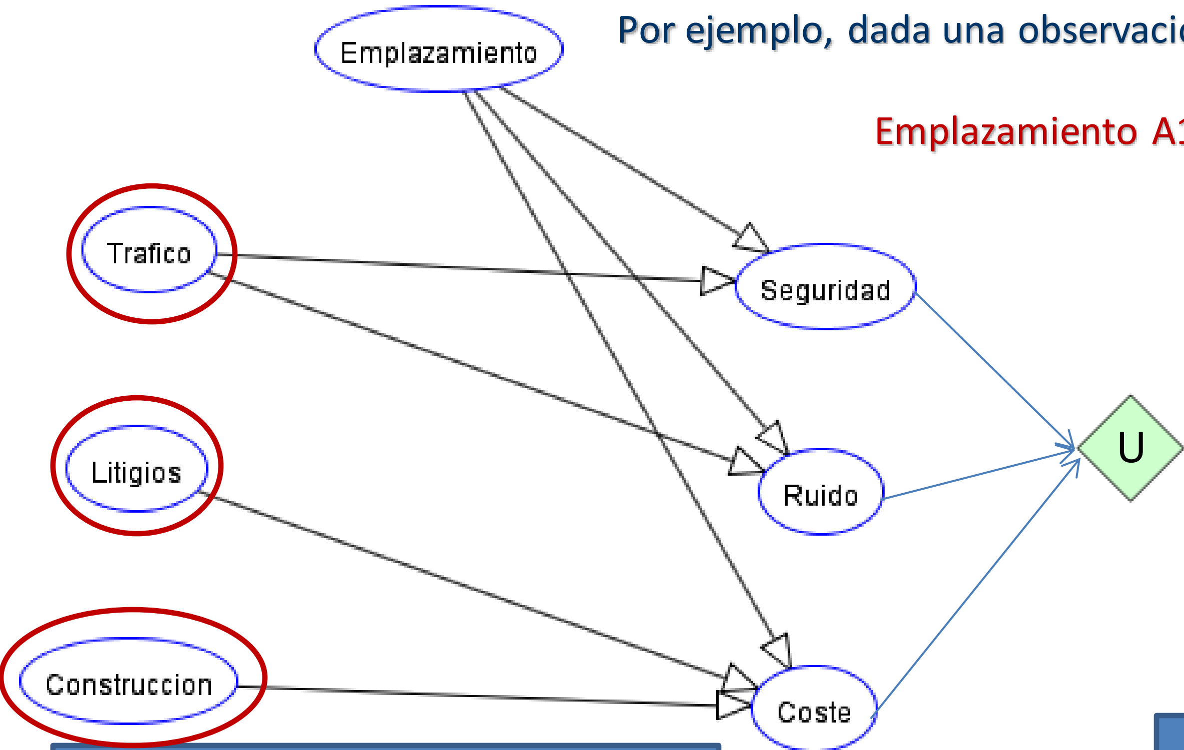
La decisión se basará en la combinación de la Utilidad Esperada de cada uno de los valores de las variables X1 (Seguridad), X2 (Contaminación por ruido) y X3 (Coste) y su Probabilidad.

Funciones de Utilidad Multiatributo:

- La decisión depende de la Utilidad, que depende del valor de las variables X: $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$, donde cada variable X_i toma valores $r_{ij} \in D_i$, con Probabilidad $P(r_{ij})$ dependiente de las *variables independientes* y *decisión* a tomar.
- Las funciones de utilidad multiatributo son de la forma: $U(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \mathbf{f}\,[f_1(X_1), f_2(X_2), \ldots, f_n(X_n)]$

  Si los atributos X son mutuamente independientes: $U(X_1, X_2, \ldots, X_n) = \Sigma_i\, U_i(X_i)$
- De esta forma, para cada decisión, $U(A_J) = \left(\Sigma_i\, U_i(X_i) \mid A_j, e\right) = \Sigma X_i \left[\Sigma_j\, U(r_{ij})\, P(r_{ij} \mid A_J, e)\right]$

Por ejemplo, dada una observación sobre Tráfico, Litigios, Construcción,



Emplazamiento A1

Query Results for Variable Seguridad [Emplazamiento=A1]

P (Seguridad = Alta) = 0.533

P (Seguridad = Media) = 0.335

P (Seguridad = Baja) = 0.132

Query Results for Variable Ruido [Emplazamiento=A1]

P (Ruido = Alto) = 0.635

P (Ruido = Medio) = 0.184

P (Ruido = Bajo) = 0.181

Query Results for Variable Coste [Emplazamiento=A1]

P (Coste = Alto) = 0.3168

P (Coste = Medio) = 0.3356

P (Coste = Bajo) = 0.3476

Emplazamiento A2

Query Results for Variable Seguridad [Emplazamiento=A2]

P (Seguridad = Alta) = 0.36

P (Seguridad = Media) = 0.22

P (Seguridad = Baja) = 0.42

Query Results for Variable Ruido [Emplazamiento=A2]

P (Ruido = Alto) = 0.415

P (Ruido = Medio) = 0.3

P (Ruido = Bajo) = 0.285

Query Results for Variable Coste [Emplazamiento=A2]

P (Coste = Alto) = 0.1916

P (Coste = Medio) = 0.2136

P (Coste = Bajo) = 0.5948

Emplazamiento A3

Query Results for Variable Seguridad [Emplazamiento=A3]

P (Seguridad = Alta) = 0.213

P (Seguridad = Media) = 0.347

P (Seguridad = Baja) = 0.44

Query Results for Variable Coste [Emplazamiento=A3]

P (Coste = Alto) = 0.1696

P (Coste = Medio) = 0.1596

P (Coste = Bajo) = 0.6708

Query Results for Variable Ruido [Emplazamiento=A3]

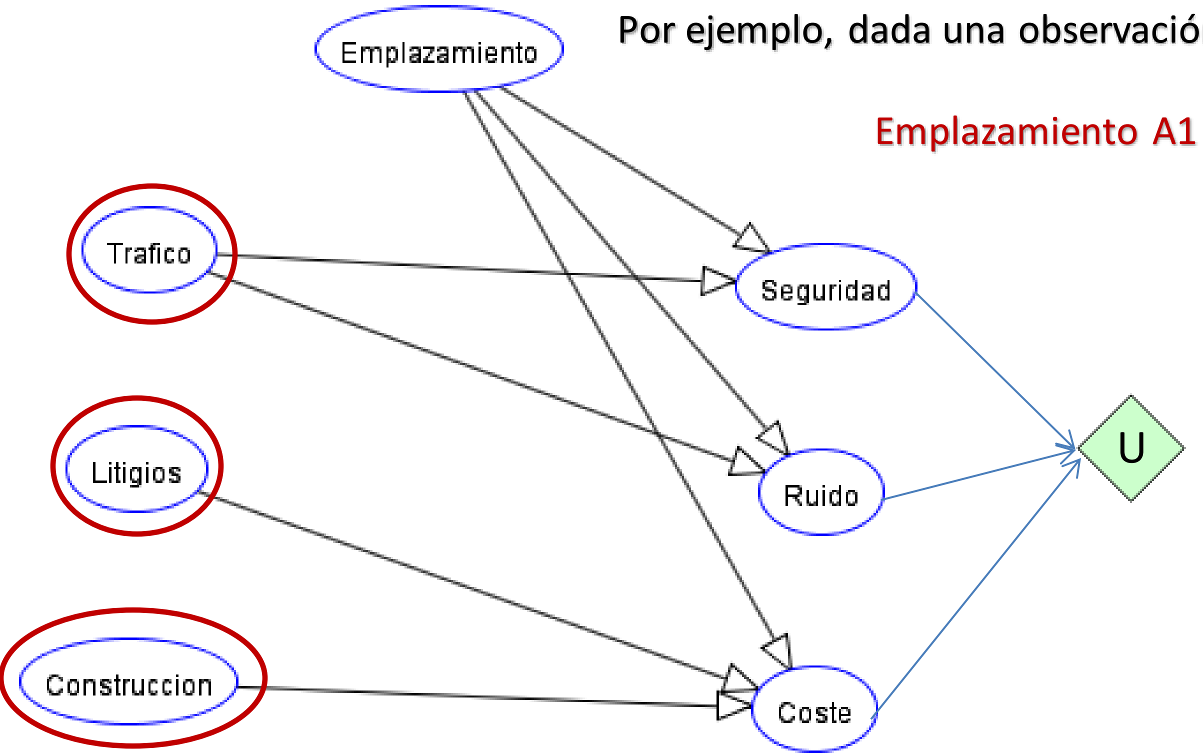
P (Ruido = Alto) = 0.312

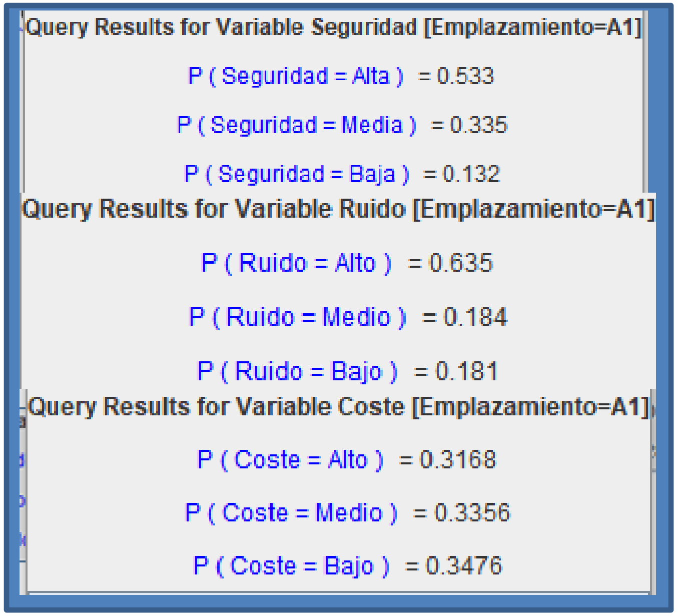
P (Ruido = Medio) = 0.298

P (Ruido = Bajo) = 0.39

Por ejemplo, dada una observación sobre Tráfico, Litigios, Construcción,

Emplazamiento A1





Así, por ejemplo,

U(Emplazamiento:A1) =

[U(Seguridad:Alta) * 0.533 + U(Seguridad:Media) * 0.335 + U(Seguridad:Baja) * 0.132] +

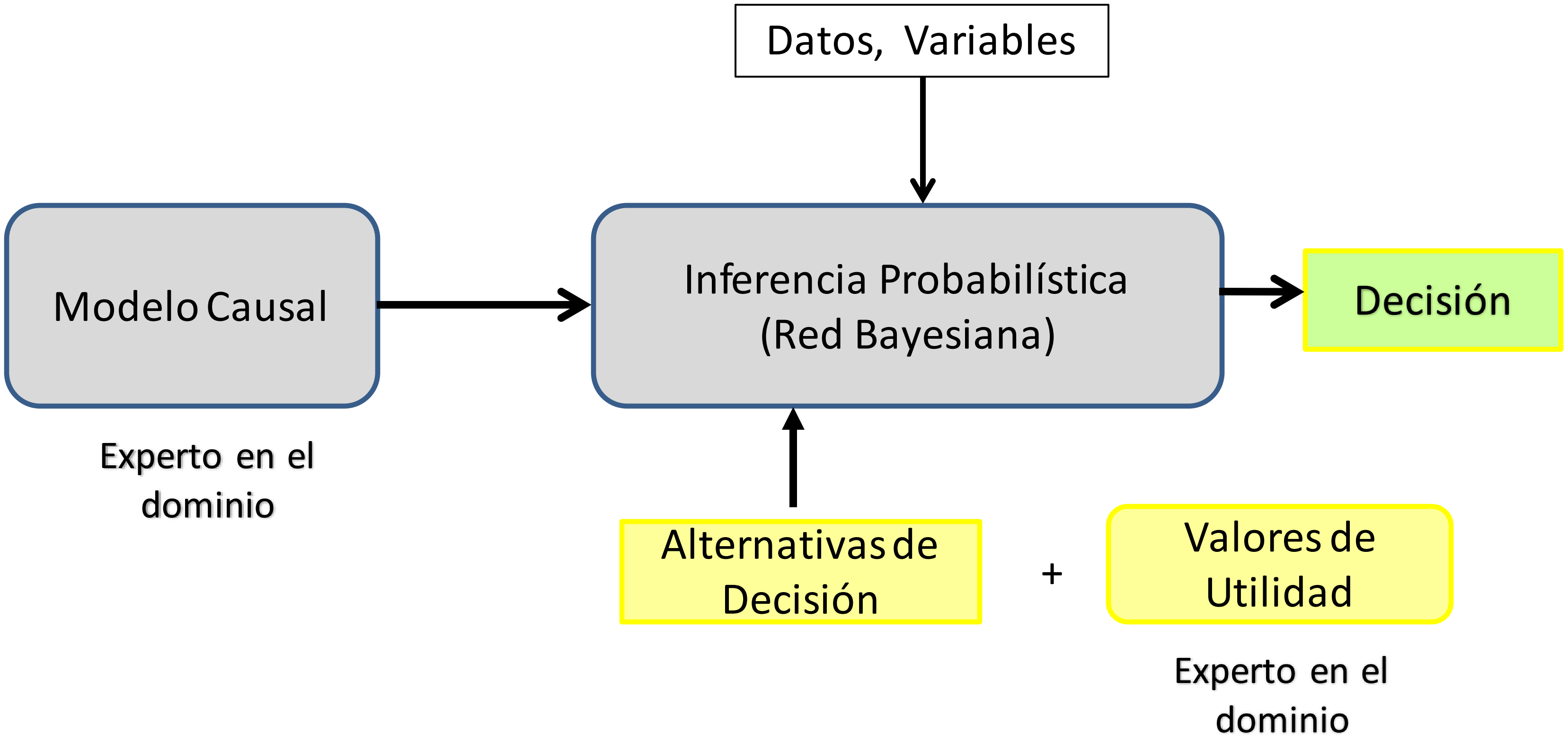
[U(Ruido:Alto) * 0.635 + U(Ruido:Medio) * 0.184 + U(Ruido:Bajo) * 0.181] +

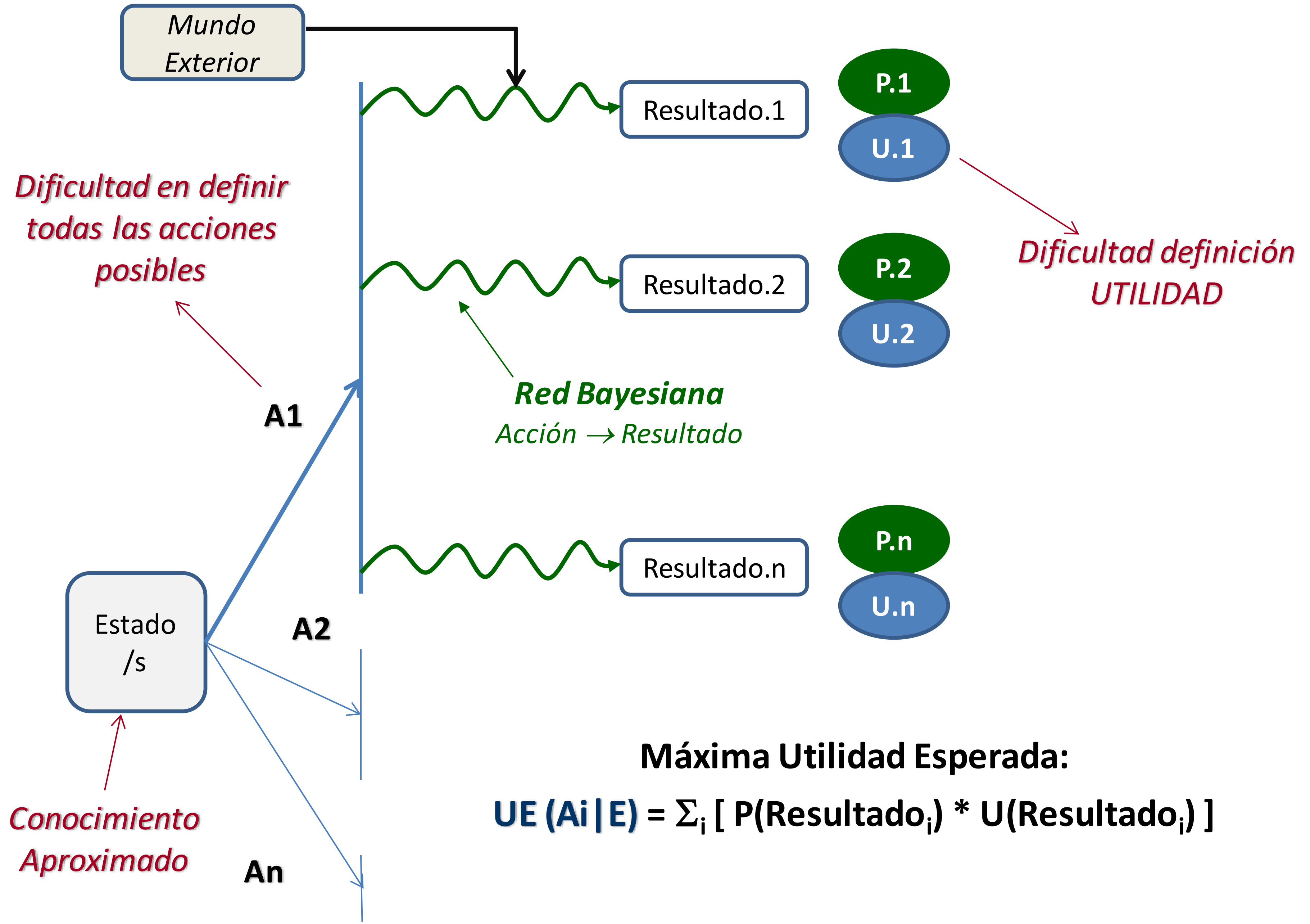
[U(Coste:Alto) * 0.3168 + U(Coste:Medio) * 0.3356 + U(Coste:Bajo) * 0.3476]

U(Emplazamiento:A2) = …..

U(Emplazamiento:A3) = …….

- Los sistemas de decisión, basados en la teoría de la decisión y redes bayesianas ayudan a tomar decisiones en diversos campos (empresariales, diagnóstico, estrategias, etc.)
- Recomiendan decisiones óptimas basadas en valores de utilidad, modelos causales y redes probabilísticas.
- Modelan la toma de decisiones racionales (inteligentes) en base a relaciones causales probabilistas.





Máxima Utilidad Esperada:

$$UE(A_i | E) = \sum_i [\, P(Resultado_i) * U(Resultado_i) \,]$$

Toma de Decisiones con Incertidumbre. **Conclusiones**

- En muchas ocasiones ***hay que tomar decisiones en base a información con incertidumbre, que no siempre es cierta y/o conocida***
  - Podemos partir de un estado que no es totalmente conocido y tampoco sabemos, a ciencia cierta, cuál será el estado al que llegaremos tras tomar una decisión (la acción y sus consecuencias no son deterministas)
- Varias opciones para abordar dicho problema: Uno de ellos, el que se basa en la **teoría de la utilidad**: buscamos la máxima utilidad esperada que depende:
  - no solo de la utilidad del estado alcanzable (lo que nos lleva a definir una función de utilidad), sino...
  - también de cuan probable es llegar a dicho estado (lo que nos lleva a tener que conocer la probabilidad de alcanzar cada estado)...
  - a pesar de que esto no siempre conduce a la decisión más racional *(consistencia y dificultad función de utilidad)*
- En los procesos de decisión se usan **tablas de decisión** y/o **redes de decisión** para su aplicación a sistemas (expertos) de soporte a la decisión. Ej: herramientas *what-if*