Árboles de clasificación

Alfons Juan
Jorge Civera
Albert Sanchis

Departamento de Sistemas
Informáticos y Computación

Objetivos formativos

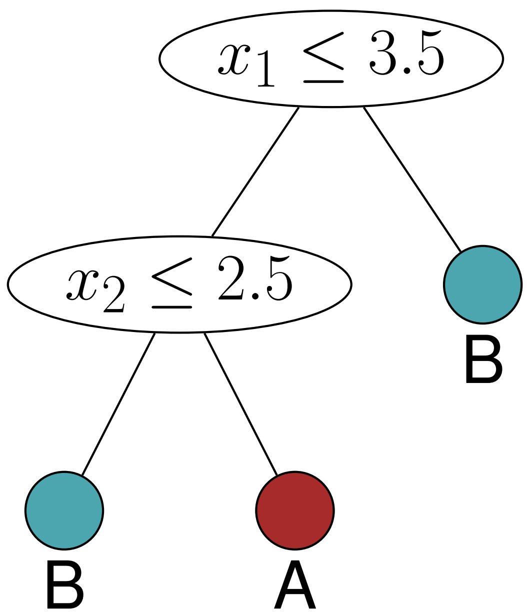
- Definir un árbol de clasificación
- Aplicar un algoritmo de aprendizaje convencional

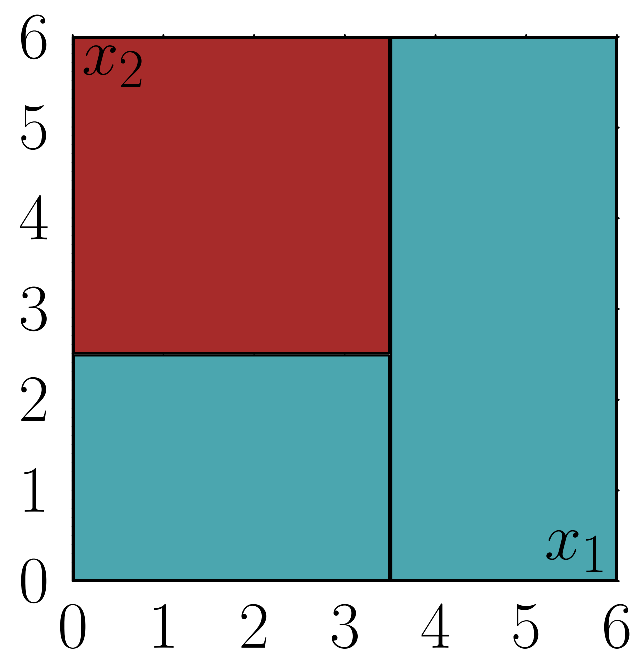
Índice

1. Árboles de clasificación

Un ***árbol de clasificación*** es una estructura jerárquica para la clasificación de objetos.

Ejemplo: objetos del tipo $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$





2. Algoritmo de aprendizaje

Árbol($S = \{(\boldsymbol{x}_n, c_n)\}$**)** // S es un conjunto de aprendizaje

$(\mathcal{C}, L, R, \Delta\mathcal{I}) =$ **Dicotomiza(**S**)**

si $\Delta\mathcal{I} < \epsilon$ **devuelve Nodo(Moda(**$\{c_n\}$**),** $-$, $-$, $-$**)**

si no devuelve Nodo($-$, $\mathcal{C}$, **Árbol(**L**), Árbol(**R**))**

donde:

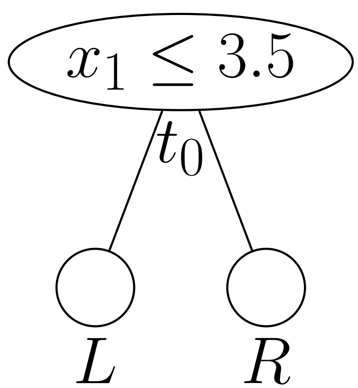
- **Dicotomiza** divide el conjunto S en dos subconjuntos, L y R, aplicando un ***criterio de partición***, $\mathcal{C}$, con el cual consigue un ***decremento de impureza*** $\Delta\mathcal{I}$
- ϵ es un ***umbral de impureza*** dado

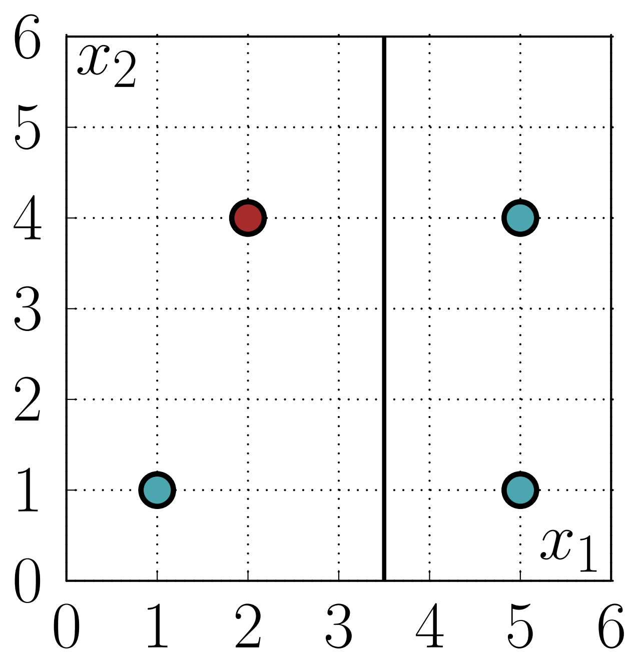
Criterio de partición

Un criterio de partición usual consiste en elegir un par variable-umbral, (d, r), y dividir los datos $\{(\boldsymbol{x}_n, c_n)\}$ de la siguiente manera:

$$L = \{(\boldsymbol{x}_n, c_n) : x_{nd} \leq r\} \quad \text{y} \quad R = \{(\boldsymbol{x}_n, c_n) : x_{nd} > r\}$$

Ejemplo: partición de los datos de la figura con $(d, r) = (1, 3.5)$





$$L = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ \ \end{pmatrix} \right\}$$

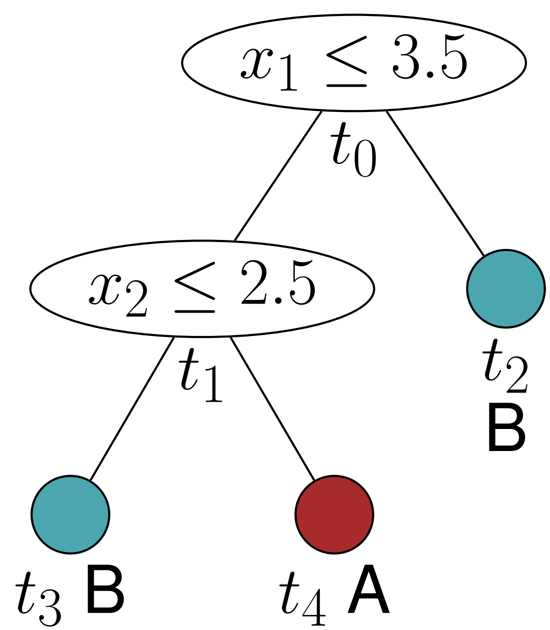
$$R = \left\{ \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ \ \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ \ \end{pmatrix} \right\}$$

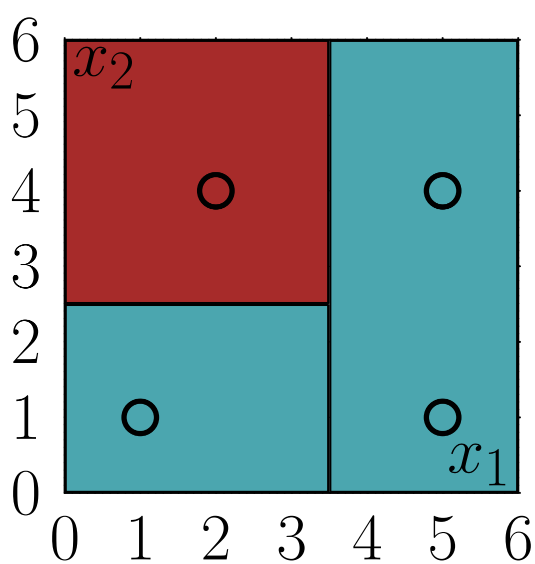
Impureza de un nodo

La ***impureza de un nodo*** t es la incertidumbre sobre la clase de los objetos en t; suele calcularse como la ***entropía*** de la distribución empírica de la probabilidad posteriori de clases en t:

$$\mathcal{I}(t) = -\sum_{c=1}^{C} \hat{P}(c \mid t)\, \log_2 \hat{P}(c \mid t) \quad \text{donde} \quad \hat{P}(c \mid t) = \frac{N_c(t)}{N(t)}$$

Ejemplo:





$$\begin{aligned}
\mathcal{I}(t_0) &= -\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4} \\
&= .50 + .31 = .81 \\
\mathcal{I}(t_1) &= -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \\
\mathcal{I}(t_2) &= \mathcal{I}(t_3) = \mathcal{I}(t_4) = 0
\end{aligned}$$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Maximización del decremento de impureza

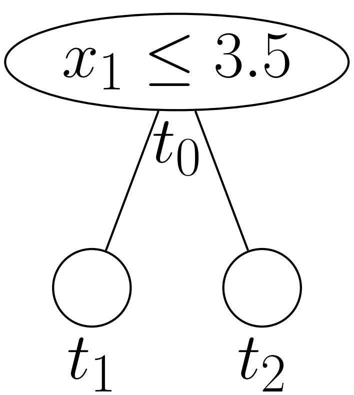
La partición de un nodo t se realiza buscando un par variable-umbral que consigue un máximo decremento de impureza:

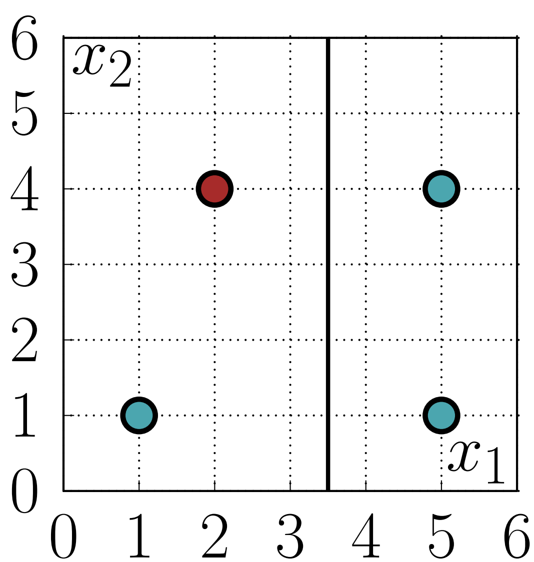
$$(d^*, r^*) = \arg\max_{d,r} \; \Delta\mathcal{I}(d, r)$$

donde

$$\Delta\mathcal{I}(d, r) = \mathcal{I}(t) - \frac{N(L(t))}{N(t)}\,\mathcal{I}(L(t)) - \frac{N(R(t))}{N(t)}\,\mathcal{I}(R(t))$$

Ejemplo: decremento de impureza con $(d, r) = (1, 3.5)$





$$\begin{aligned}\Delta\mathcal{I}(1, 3.5) &= 0.81 - \frac{2}{4}\cdot 1 - \frac{2}{4}\cdot 0\\ &= 0.81 - 0.50\\ &= 0.31\end{aligned}$$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Conclusiones

- Hemos visto qué es un árbol de clasificación y como aprenderlo con una técnica convencional

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA