

PRÀCTICA 3

DISTRIBUCIONS DISCRETES

Exercici 1

Una indústria que utilitza massivament en els seus productes cert component electrònic, desitja garantir que el percentatge de components defectuosos en cada partida és inferior al 10%.

Per a fer-ho prova en cada partida N unitats seleccionades al atzar, acceptant esta només si totes les unitats resulten correctes.

¿Quant ha de valdre com a mínim N perquè la probabilitat d'admetre una partida amb un 10% o més d'unitats defectuoses no supere el 5%?

RESPOSTA: X = “nº de components defectuoses en la mostra de N unitats”

$X \sim B(N, p \geq 0,1)$ situació més difícil de detectar $p=0,1$.

$$P(\text{acceptar}) \leq 0,05 \Rightarrow P(X=0) \leq 0,05 \Rightarrow \binom{N}{0} 0,1^0 (1-0,1)^N \leq 0,05$$
$$\Rightarrow 0,9^N \leq 0,05 \Rightarrow N \log 0,9 \leq \log 0,05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \geq (\log 0,05) / (\log 0,9) \Rightarrow N \geq 28,43 \Rightarrow N_{\text{mínim}} = 29$$

Exercici 2

Certa empresa dedicada a la comercialització de material informàtic produïx certes unitats utilitzades en el muntatge dels repetidors de xarxa. L'empresa desitja garantir que la proporció d'unitats defectuoses en els lots que ven no supera el 7 per mil. Per a fer-ho selecciona de cada lot N unitats a l'atzar acceptant el lot si totes elles resulten correctes. Determineu el valor mínim de N si es desitja que la probabilitat d'acceptar com bo un lot amb un 7 per mil o més de unitats defectuoses no supere el 10%.

RESPOSTA:

$X =$ “ Nº d’unitats defectuoses en les N seleccionades ”

$X \sim \text{Poisson}(\lambda = N \times 0,007)$

$P(\text{acceptar}) = P(X=0) \leq 0,1 \Rightarrow \lambda \geq 2,2 \Rightarrow$

$N \geq 2,2/0,007 = 314,28 \Rightarrow \textbf{N mínim=315}$

Exercici 3

Un fabricant de circuits integrats desitja garantir que la proporció de xips defectuosos en els lots que ven no supera el 5 per mil.

Per a fer-ho selecciona al atzar N xips d'un lot, i rebutja el lot en el cas de que 3 o més dels xips siguin defectuosos.

Determineu el valor mínim de N si es desitja que la probabilitat de rebutjar un lot que no satisfaci el requisit exigít siga almenys del 99%.

RESPOSTA: $X = \text{"nº de xips defectuosos en los } N \text{ seleccionats"}$

$X \sim \text{Poisson} (\lambda = N \cdot 0,005)$

$P(\text{rebutjar}) \geq 0,99 \Rightarrow P(X \geq 3) \geq 0,99 \Rightarrow$

$\Rightarrow P(X \leq 2) \leq 0,01 \Rightarrow$

$\Rightarrow P(\text{Poisson}(\lambda = N \cdot 0,005) \leq 2) \leq 0,01$

$\Rightarrow \lambda \geq 8,5 \Rightarrow N \geq 8,5 / 0,005$

$\Rightarrow N \geq 1700 \Rightarrow \mathbf{N_{\text{mínim}} = 1700}$

Exercici 4

Per a poder acceptar les partides de plaques base que ofereix un nou proveïdor, una multinacional exigeix que el percentatge de plaques defectuoses no pot excedir l'1%. A fi de controlar el compliment d'aquest requisit, el departament de control inspecciona cada enviament amb el criteri següent: selecciona n plaques al atzar i rebutja l'enviament si troba dos o més plaques defectuoses.

- a) Identifiqueu la variable aleatòria de què tracta l'enunciat, indicant la seua distribució i els paràmetres de la mateixa.
- b) Quant ha de valdre n com a mínim perquè la probabilitat d'acceptar un enviament que no complix el requisit exigat siga inferior al 5%?

RESPOSTA:

a) $X = \text{"Nº de plaques defectuoses en les n seleccionades"} \Rightarrow X \sim B(n, p > 0,01)$ també

$X \sim \text{Poisson}(\lambda = np)$

b) $P(\text{acceptar}) = P(X \leq 1) < 0,05$

Com Poisson, $\lambda > 4,7 \Rightarrow n > 4,7 / 0,01 = 470$

N mínim=471