

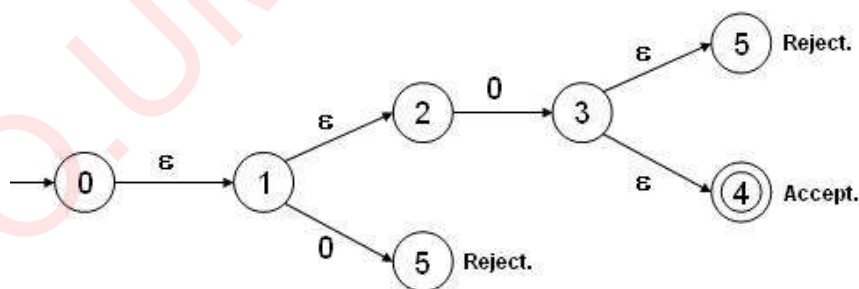
**Corrigé de l'épreuve de Compilation
Session ordinaire -- Février 2018**

Exercice 1

1. $(0|1)^*101(0|1)^*$
2. 1^*01^*
3. $(0|1)^*1(0|1)$
4. $((0|1)(0|1))^*(0|1)$

Exercice 2

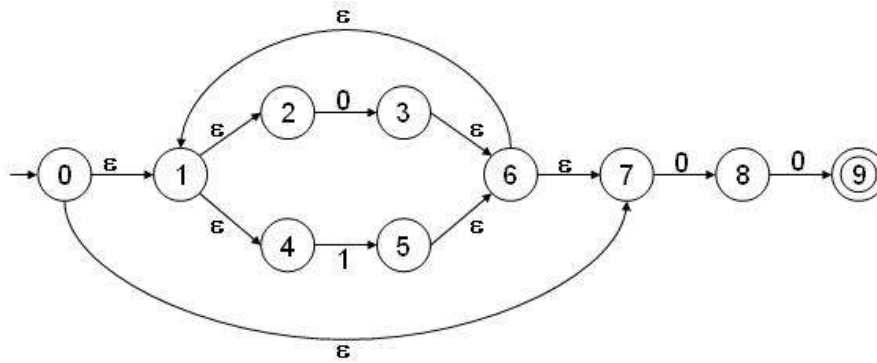
1. L'ensemble des états : $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.
L'alphabet : $A = \{0, 1\}$.
La nature de M : **Non déterministe**, car il contient des ε -transitions.
2. $\varepsilon\text{-cl\^oture}(\{3\}) = \{3, 4, 5\}$
 $\varepsilon\text{-cl\^oture}(\{0, 5\}) = \{0, 1, 2, 5\}$.
3. $\delta'(\{3\}, 0) = \varepsilon\text{-cl\^oture}(\delta(3, 0) \cup \delta(4, 0) \cup \delta(5, 0)) = \varepsilon\text{-cl\^oture}(\{3\}) = \{3, 4, 5\}$
 $\delta'(\{0, 5\}, 1) = \varepsilon\text{-cl\^oture}(\delta(0, 1) \cup \delta(1, 1) \cup \delta(2, 0) \cup \delta(5, 1)) = \varepsilon\text{-cl\^oture}(\{0, 2, 4\})$
 $= \{0, 1, 2, 4\}$
4. L'arbre de calcul de M pour le mot $w = 0$:



- Oui, l'automate M accepte le mot $w = 0$, car il existe un chemin de l'état initial 0 vers un état final (l'état 4) dont l'étiquette est $\varepsilon = \varepsilon\varepsilon 0\varepsilon = 0$.
- Il y a un seul chemin d'acceptation du mot $w = 0$ dans M .

Exercice 3

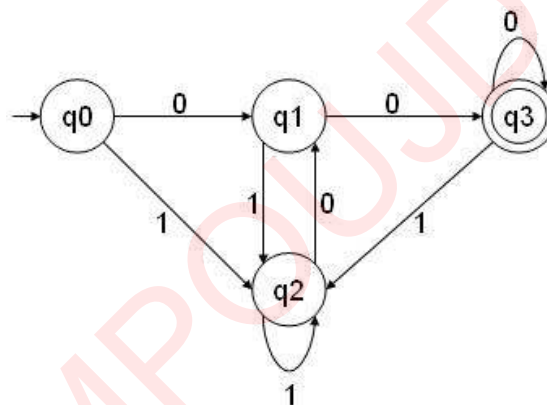
1. L'AFND obtenu par l'algorithme de **Thompson** :



2. Détermination de M_1 :

- $q_0 := \varepsilon\text{-cl\^oture}(\{0\}) = \{0, 1, 2, 4, 7\}$
- $\delta(q_0, 0) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\} = q_1$; $\delta(q_0, 1) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} = q_2$
- $\delta(q_1, 0) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\} = q_3$; $\delta(q_1, 1) = q_2$
- $\delta(q_2, 0) = q_1$; $\delta(q_2, 1) = q_2$
- $\delta(q_3, 0) = q_3$; $\delta(q_3, 1) = q_2$

L'AFD M_2 obtenu est :



3. Minimisation de M_2 par l'algorithme de **Hopcroft & Ullman** :

- L'AFD est déjà simplifié.
- Partition $\Pi_0 := \{\#0, \#1\}$ avec : $\#0 = \{q_0, q_1, q_2\}$ et $\#1 = \{q_3\}$.

Groupe	Etats	0	1
#0	q_0	#0	#0
	q_1	#1	#0
	q_2	#0	#0
#1	q_3	#1	#0

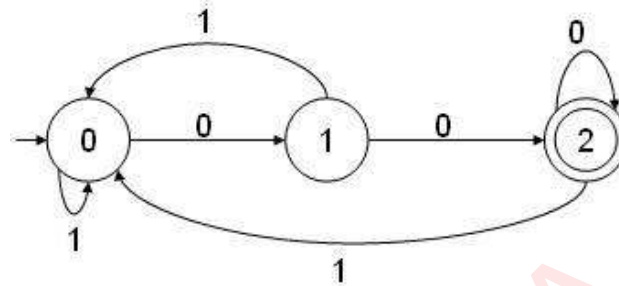
- Partition $\Pi_1 := \{\#0, \#1, \#2\}$ avec : $\#0 = \{q_0, q_2\}$, $\#1 = \{q_1\}$ et $\#2 = \{q_3\}$.

Groupe	Etats	0	1
#0	q_0	#1	#0
	q_2	#1	#0
#1	q_1	#2	#0
#2	q_3	#2	#0

On numérote les états : #0 := 0, #1 := 1 et #2 := 2. La table des transitions de l'AFD minimal M_3 est :

δ	0	1
0	1	0
1	2	0
2	2	0

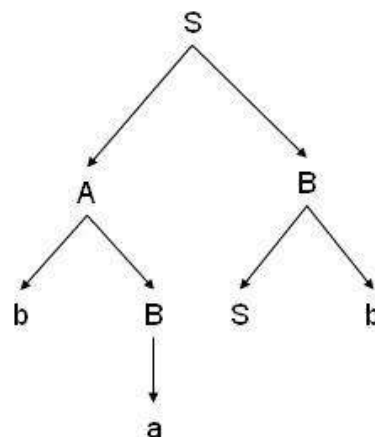
L'état initial est $q_0 = 0$ et l'ensemble des états finaux est $F = \{2\}$. L'AFD minimal M_3 obtenu est :



4. Une grammaire hors-contexte qui génère le langage L à partir de l'AFD minimal M_3 :
- $V = \{S, A, B\}$
 - $T = \{0, 1\}$
 - $P = \{S \rightarrow 0A \mid 1S, A \rightarrow 0B \mid 1S, B \rightarrow 0B \mid 1S \mid \varepsilon\}$
 - Axiome : S

Exercice 4

1. Les éléments de G :
 - $V = \{S, A, B\}$
 - $T = \{a, b\}$
 - $P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow Aa \mid bB, B \rightarrow a \mid Sb\}$
 - Axiome : S
2. Un arbre de dérivation pour la forme $\alpha = baSb$:



3. Une dérivation gauche pour le mot $w = baa$:

$$S \Rightarrow_{lm} AB \Rightarrow_{lm} bBB \Rightarrow_{lm} baB \Rightarrow_{lm} baa$$

Une dérivation droite pour le mot $w = baa$:

$$S \Rightarrow_{rm} AB \Rightarrow_{rm} Aa \Rightarrow_{rm} bBa \Rightarrow_{rm} baa$$

4. La grammaire G n'est pas LL(1), car elle est réursive à gauche à cause de la règle :

$$A \rightarrow Aa$$

Exercice 5

1. Les ensembles Premiers (**First**) et les ensembles Suivants (**Follow**) de G :

	S	A	B
First	{0, 1, a, b}	{0, a}	{1, b}
Follow	{ $\$$ }	{1, a, b, $\$$ }	{0, a, b, $\$$ }

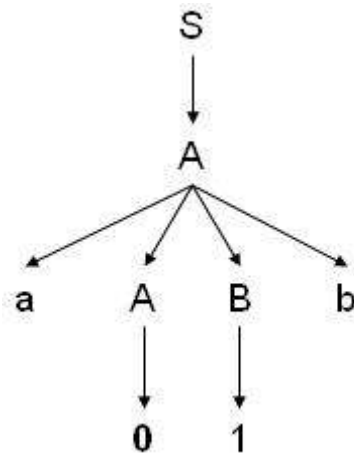
2. La table d'analyse LL(1) de G :

	a	b	0	1	$\$$
S	$S \rightarrow A$	$S \rightarrow B$	$S \rightarrow A$	$S \rightarrow B$	
A	$A \rightarrow aABb$		$A \rightarrow 0$		
B		$B \rightarrow bBAa$		$B \rightarrow 1$	

3. La pile d'analyse LL(1) de G pour le mot $w = a01b$:

Pile	Entrée	Règles
$\$S$	a01b $\$$	$S \rightarrow A$
$\$A$	a01b $\$$	$A \rightarrow aABb$
$\$bBAa$	a01b $\$$	
$\$bBA$	01b $\$$	$A \rightarrow 0$
$\$bB0$	01b $\$$	
$\$bB$	1b $\$$	$B \rightarrow 1$
$\$b1$	1b $\$$	
$\$b$	b $\$$	
$\$$	$\$$	Accept.

L'arbre de dérivation de w :



4. La nouvelle grammaire G' n'est pas LL(1), car elle est non factorisée à gauche à cause des règles :

$$B \rightarrow 1 \mid 1S0$$