SOLUTIONS

Exercice 1 : soit la table de vérité suivante :

p	q	p→q	¬p→¬q	¬p˅q	¬(p˄¬ q)	(p→q) ↔(¬p→¬q)	(p→q) ↔(¬q→¬p)
0	0						
0	1						
1	0						
1	1						

1- **Compléter la table**
2- **Quelles sont les formules valides, inconsistantes et consistantes ?**
3- **Donner les formules équivalentes**

p	q	p→q	¬p→¬q	¬p˅q	¬(p˄¬ q)	(p→q) ↔(¬p→¬q)	(p→q) ↔(¬q→¬p)
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

2- Dernière valide, pas d'inconsistante, toutes consistante
3-p→q, ¬p˅q, ¬(p˄¬ q)

Exercice 2

(1) Personne n'a ri, ou même souri.
poser p : « quelqu'un a ri » ; q : « quelqu'un a souri »
¬(p ∨ q) ou (¬p ∧ ¬q)

(2) « Georges ne viendra que si Albert et Lucienne ne viennent pas ».
poser p : « Georges vient » ; q : « Albert vient » ; r : « Lucienne vient »
(p → (¬q ∧ ¬r)) (contrairement à la solution donnée en classe)
(si ¬p est vrai, peu importe la valeur de (¬q ∧ ¬r), l'expression est vraie
si ¬p est faux, (¬q ∧ ¬r) doit être vrai pour que l'expression reste vraie
donc : ¬p ∨ (¬q ∧ ¬r) traduit bien l'expression

(3) Continue comme ça, et tu vas t'en prendre une.
poser p : « tu continues comme ça » ; q : « tu t'en prends une »
(p → q)

Exercice 3 : Exemple de système formel

Système « peu »
alphabet = l'ensemble des trois symboles "p", "e", et "u"

p.f.e (procédure de formation d'expression). = concaténation
axiome = upueuu

règles :
R1 : si une expression de la forme AeB est un théorème (où "A" désigne n'importe quelle suite de "u", de "p", et de "e", et B de même), alors l'expression uAeBu est aussi un théorème

R2 : si une expression de la forme AeB est un théorème, alors l'expression AueuB est aussi un théorème

Questions
Q1 = uupuueuuuu est-il un théorème?
Q2 = upuueuuuu ?
Q3 = upupueuuu ?

Q1, Oui Preuve : l'arbre
Q2, non : il y a un nombre impair de "u", ce qui n'est pas possible
Q3, non : il y a deux "p"

Ce système est semi-décidable car on possède une procédure infaillible pour décider Théorème mais pas non-Théorème.

Exercice 4

On suppose que l'on a les règles et faits suivants:

- Si Anass rate son tournoi alors Anass sera déprimé.
- S'il fait beau alors Anass ira à la piscine.
- Si Anass ne va pas à la piscine il sera déprimé.
- A la piscine, Anass ne s'entraîne pas.
- Pierre ratera son tournoi s'il ne s'entraîne pas.

- Modéliser l'énoncé à l'aide de formules de la logique propositionnelle.
- Prouver que Anass sera déprimé à l'aide de la résolution.

1. (a) $R \Rightarrow D$

(b) $B \Rightarrow P$

(c) $\neg P \Rightarrow D$

(d) $P \Rightarrow \neg E$

(e) $\neg E \Rightarrow R$

2. (a) Montrons que $R \Rightarrow D, B \Rightarrow P, \neg P \Rightarrow D, P \Rightarrow \neg E, \neg E \Rightarrow R \models D$. Soit I une interpr ´etation qui satisfait les hypoth`eses, montrons que I satisfait D. Si I(P) = 1 alors I(¬E) = 1 donc I(R)=1 dont I(D) = 1. Sinon I(P) = 0 donc I(¬P) = 1 donc I(D) = 1. (b) Posons $\Gamma = R \Rightarrow D, B \Rightarrow P, \neg P \Rightarrow D, P \Rightarrow \neg E, \neg E \Rightarrow R$.