Module 5 - Réseaux de neurones

Exercices - Corrigé

Exercice 1

On possède l'ensemble d'entraînement suivant :

x_i	y_i
[3, 2, 1]	0
[1, 1, 1]	1
[1, 2, 3]	1

1. La simulation de l'algorithme du perceptron est la suivant :

— Pour x_1 :

$$Z = x_{11} * w_1 + x_{12} * w_2 + x_{13} * w_3 + b$$

$Z = 0.5$, ce qui est plus grand que 0, alors, $f(x_1) = 1$.
Puisque la prédiction est fausse, alors nous devons mettre à jour les poids.

$$w' = w + \eta * (d - y) * x$$

$$w1' = 0 + 0,1 * (0 - 1) * 3 = -0,3$$

$$w2' = 0 + 0,1 * (0 - 1) * 2 = -0,2$$

$$w3' = 0 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = -0,1$$

$$b' = 0,5 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = 0,4$$

— Pour x_2 :

$$Z = x_{21} * w_1' + x_{12} * w_1' + x_{13} * w_3' + b'$$

$Z = -0.2$, ce qui n'est pas plus grand que 0, alors, $f(x_2) = 0$.
Puisque la prédiction est fausse, alors nous devons mettre à jour les poids.

$$w'' = w + \eta * (d - y) * x$$

$$w1'' = -0,3 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = -0,2$$

$$w2'' = -0,2 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = -0,1$$

$$w3'' = -0,2 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = 0$$

$$b' = 0,4 + 0,1 * (0 - 1) * 1 = 0,5$$

— Pour x_3 :

$$Z = x_{31} * w_1'' + x_{32} * w_1'' + x_{33} * w_3'' + b''$$

$Z = 0.1$, ce qui est plus grand que 0, alors, $f(x_3) = 1$.
Ce qui est correct, alors aunue mise à jours des poids n'est requise.

2. La simulez de l'algorithme du perceptron sur cet ensemble de données en utilisant le logiciel R :

```
perceptron <- function(x, y, lr) {
  # initialisation du vesteur poids
  poids <- c(0.5,0,0,0)
  # Boucle pour les donn es d'entra nement
  for (j in 1:length(y)){
    z <- 0
    for (i in 1:3) {
      # Pr dire le "label" binaire
      z <- z +poids[i+1]*as.numeric(x[i,j])
    }
    z <- z + poids[1]
    if(z <= 0) {
      ypred <- 0
    } else {
      ypred <- 1
    }
    for (i in 1:3){
      poids[i+1] <- poids[i+1] + lr * (y[j] - ypred) *as.numeric(
          x[i,j])
```

```r
    }
    poids [1] <- poids[1] + lr * (y[j] - ypred)
    # afficher le poids
    print(poids)
  }
}

x <- matrix(c(3,2,1,1,1,1,1,2,3),ncol = 3, nrow = 3)
y <- c(0,1,1)

err <- perceptron(x, y,0.1)
```

Exercice 2

1. Calculer la distance euclidienne entre les entrées et les poids :

$$D1 = \Sigma(X - w1)^2 = (0,5 - 0,3)^2 + (0,2 - 0,7)^2 = 0,29$$

$$D2 = \Sigma(X - w2)^2 = (0,5 - 0,6)^2 + (0,2 - 0,9)^2 = 0,5$$

$$D3 = \Sigma(X - w3)^2 = (0,5 - 0,1)^2 + (0,2 - 0,5)^2 = 0,25$$

$$D4 = \Sigma(X - w4)^2 = (0,5 - 0,4)^2 + (0,2 - 0,3)^2 = 0,02$$

$$D5 = \Sigma(X - w5)^2 = (0,5 - 0,8)^2 + (0,2 - 0,2)^2 = 0,09$$

Alors le neurone gagnant est le neurone numéro 4.

2. La valeur du poids mise à jours pour le neurone numéro 4 est calculé à l'aide de la fonction suivante :

$$w(nouveau) = w(ancien) + a(x + w(ancien))$$

Alors :

$$w_{41}(nouveau) = 0,4 + 0,2 * (0,5 + 0,4) = 0,58$$

$$w_{42}(nouveau) = 0,3 + 0,2 * (0,2 + 0,3) = 0,4$$

3. Les valeurs mises à jours pour les autres neuronnes :

$$w_{11}(nouveau) = 0,3 + 0,2 * (0,5 + 0,3) = 0,46$$

$$w_{12}(nouveau) = 0,7 + 0,2 * (0,2 + 0,7) = 0,88$$

$$w_{21}(nouveau) = 0,6 + 0,2 * (0,5 + 0,6) = 0,82$$

$$w_{31}(nouveau) = 0,1 + 0,2 * (0,5 + 0,1) = 0,22$$

$$w_{32}(nouveau) = 0,5 + 0,2 * (0,2 + 0,5) = 0,64$$

$$w_{51}(nouveau) = 0,8 + 0,2 * (0,5 + 0,8) = 1,06$$

$$w_{52}(nouveau) = 0,2 + 0,2 * (0,2 + 0,2) = 0,28$$