

**Examen : Intelligence Artificielle**  
**Durée 2 h**

**Exercice1 :** Logique du premier ordre et les méthodes d'inférence  
Soit la base de connaissances (KB) suivante:

$\forall x \forall y [\text{cheval}(x) \wedge \text{chien}(y) \rightarrow \text{plus-rapide}(x, y)]$   
 $\exists y [\text{levrier}(y) \wedge \forall z [\text{lapin}(z) \rightarrow \text{plus-rapide}(y, z)]]$   
 $\forall y [\text{levrier}(y) \rightarrow \text{chien}(y)]$   
 $\forall x \forall y \forall z [\text{plus-rapide}(x, y) \wedge \text{plus-rapide}(y, z) \rightarrow \text{plus-rapide}(x, z)]$   
 $\text{cheval}(\text{faras})$   
 $\text{lapin}(\text{arnoub})$

- Ecrire ces expressions en Français.
- Traduire la base de connaissance sous forme normale conjonctive (CNF).
- On veut déduire: **plus-rapide(faras, arnoub)**. Donc, en utilisant la base en forme CNF donnez une preuve par résolution pour ce fait. Indiquez les numéros des clauses que vous avez utilisées pour obtenir chaque nouvelle clause, ainsi que les substitutions.
- Transformez la base de connaissances (CNF) en clauses de Horn ( $A_1 \wedge A_2, \dots \wedge A_n \rightarrow C$ )
- Avec la base de connaissances en forme de Horn, donnez une preuve par chaînage arrière pour le fait **plus-rapide(faras, arnoub)**
- Donnez une preuve par chaînage avant pour le fait **plus-rapide(faras, arnoub)**.

**Exercice2 :** Apprentissage machine

Soit un ensemble de cinq attributs booléens A, B, C, D et E, qui caractérisent un produit. Un produit peut être soit accepté, soit rejeté. Voici, pour huit échantillons (T1), la décision qui a été prise :

A	B	C	D	Décision	
1	1	0	0	accepté	$E(0,1) = 0$
0	1	1	1	accepté	$E(1/8, 7/8) = 0,54$
1	1	1	0	refusé	$E(1/4, 3/4) = 0,81$
0	1	1	0	refusé	$E(3/8, 5/8) = 0,95$
1	1	0	1	refusé	$E(1/2, 1/2) = 1$
0	1	0	1	refusé	$E(1/3, 2/3) = 0,92$
1	0	0	0	accepté	$E(1/5, 4/5) = 0,72$
0	0	0	0	accepté	$E(2/5, 3/5) = 0,97$
					$E(1/6, 5/6) = 0,65$

T1 : Ensemble d'apprentissage

T2 :  $E(x,y) = x \log(x) + y \log(y)$

En utilisant l'algorithme basé sur la valeur d'entropie, construisez le meilleur arbre de décision à partir de ces données. Donnez les calculs effectués pour identifier l'attribut qui se trouve à la racine de l'arbre. Pour vous faciliter la tâche, la table T2 donne des valeurs utilisées pour le calcul d'entropies :

**Exercice 3. :** Apprentissage d'un perceptron

Soit l'ensemble d'apprentissage

$$S = \left\{ \left( \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, +1 \right), \left( \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, -1 \right), \left( \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}, +1 \right), \left( \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix}, -1 \right), \left( \mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}, +1 \right) \right\}$$

On va dérouler l'algorithme d'apprentissage pour un perceptron donné ici :

- Classification binaire  $y_i \in \{-1, +1\}$
- Initialisation  $\mathbf{w} = \mathbf{0}$
- Répéter jusqu'à convergence ou bien atteinte d'un nombre **max** d'itérations
- pour tous les exemples  $(\mathbf{x}_p, y_p)$  faire
  - si  $\mathbf{f}(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_p) = y_p$ 
    - ne rien faire
  - sinon
    - $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} + y_p \cdot \mathbf{x}_p$

1. Représenter sur le plan les points d'apprentissage  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_5$
2. Représenter la droite (droite cible) d'équation  $y = x$ , qui a permis de séparer les deux classes des exemples de  $S$ .
3. Donner le schéma du perceptron permettant la classification de  $S$ .
4. Dérouler l'algorithme du perceptron sur l'ensemble de données  $S$ . Quelle est l'équation de la droite obtenue ? On utilisera la fonction d'activation  $\mathbf{f} = \text{sign}$  telle que  $\text{sign}(x) = 1$  si  $x > 0$  et  $\text{sign}(x) = -1$  sinon. Représenter graphiquement cette droite. Comment faire pour que la droite apprise s'approche de la droite cible ?
5. Selon vous, de quoi dépend le nombre d'itérations qu'il faut mettre en œuvre pour que l'algorithme s'arrête ?