

Logique

1) Résolution

(a) Traduisez les énoncés suivants en logique du premier ordre.

1. Les étudiants aiment le coca ou la lecture.
2. Tous les étudiants qui travaillent forts obtiennent leur diplôme.
3. Driss est un étudiant.
4. Si une personne aime la lecture, alors elle lit régulièrement.
5. Driss ne lit pas régulièrement.

On peut utiliser les définitions suivantes :

etudiant(x) : x est un étudiant
aime(x, y) : x aime y
travaille(x) : x travaille fort
diplome(x) : x obtient diplôme
regule(x) : x lit régulièrement

(b) Convertissez les formules sous forme clausale (Numérotez les clauses).

(c) Prouvez par résolution que «Driss aime le coca».

(d) Peut-on écrire toutes les clauses de b) en Prolog ? justifiez

2) Soit le prédicat suivant :

$pa([])$.

$pa([_])$.

$pa([X|L]) :- append(L1, [X], L), pa(L1)$.

a) Donner l'arbre pour $pa([l,a,b,a,l])$:

b) Que fait ce prédicat ?

3) Définir le prédicat **partage(L,X,L1,L2)**, qui étant donnés une liste de nombres L et un nombre X, calcule la liste L1 des nombres de L inférieurs à X, et la liste L2 des nombres de L supérieurs ou égaux à X.

Ex $partage([5,1,6,2,8],3,L1,L2)$. $\rightarrow L1=[1,2], L2=[5,6,8]$

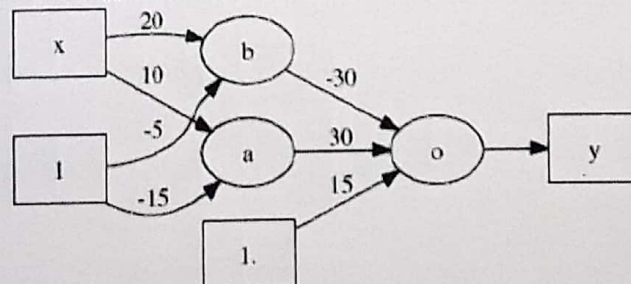
Apprentissage

Partie A : Réseaux de neurones

Moha veut déterminer combien Ali aimera un film en fonction de sa longueur (temps). Aimer ou ne pas aimer un film est quantifié en tant que scalaire entre 0 et 1 (0 étant un très mauvais film et 1 étant un excellent film). Moha s'attend à ce que les films très courts (comme Youtube) obtiennent souvent des cotes d'écoute élevées, les films de longueur moyenne ne soient pas aimés (car les personnages n'ont pas assez de temps pour être développés), les films de longueur normale seront acceptables et les films très longs seront vraiment très détestés.

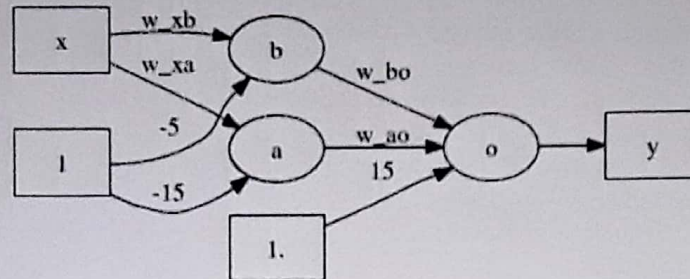
Il obtient les trois paires d'entraînement $[x, y]$ suivantes: $[0,1]$, $[1, 0]$ et $[2, 1]$ (x est la longueur du film en heures et y le score).

Moha utilise le réseau de neurones de type multi-couches suivant :



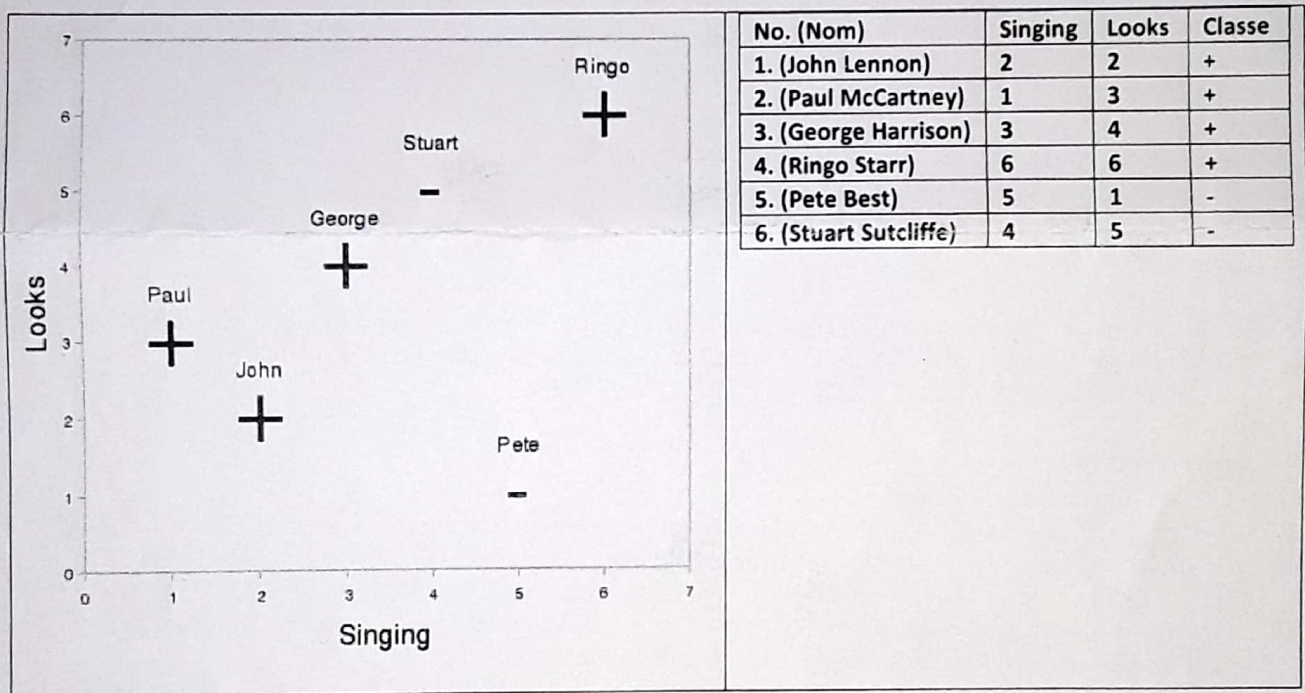
Les nœuds a, b (de la couche cachée) et o sont tous sigmoïdes. La fonction d'activation : $\sigma(x) = 1/(1+\exp(-x))$. Utilisez le graphique Fig1. pour référence (On peut considérer $\sigma(x)=1$ pour $x \geq 5$ et $\sigma(x)=0$ pour $x \leq -5$)

- 1) Calculez la sortie (y) pour $x = 0, 0.25, 1$ et 2 . Est-ce que cela correspond bien aux données d'entraînement ?
- 2) Moha a un ensemble de données de test d'un seul point: $x = 3$. Pour cette valeur, nous savons que la sortie devrait être $y = 0$ (Ali n'aime vraiment pas les longs films). Le réseau de neurones donnera-t-il une bonne approximation pour ce test ?
- 3) Pour $x = 0.25$, effectuez la rétropropagation en utilisant le fait que la sortie aurait dû être $y=1$:
 - a) Calculer δ_o (l'erreur à la sortie o), δ_a et δ_b . (voir figure ci-dessous)
 - b) Mettre à jour les poids w_{ao} et w_{bo} . (prendre $\epsilon=1$ comme taux d'apprentissage).



PARTIE B : Arbre de décision

Les Beatles avaient 6 membres, mais seulement 4 sont restés avec le groupe assez longtemps pour devenir célèbres. Vous êtes curieux de savoir pourquoi les 2 autres n'ont pas été célèbres, vous créez donc le tableau ci-dessous. Il classe les musiciens en fonction de leurs aptitudes au chant (**Singing**) et leurs allures (**Looks**) dans le diagramme de classification ci-dessous (+ : célèbre, - : non célèbre)



Vous décidez d'utiliser un arbre de décision pour comprendre pourquoi certains Beatles sont devenus célèbres et d'autres non. Vous pratiquez alors l'**heuristique d'entropie minimale**.

- 1) Tracer la droite (D1) : **Singing = 3.5**. Est-ce que cette droite sépare nettement les deux classes ?
- 2) Tracer ensuite la droite (D2) : **Looks = 5.5**. Est-ce que cette droite sépare nettement les deux classes ?
- 3) Donner les règles de décision pour classer un individu quelconque en utilisant les droites frontières D1 et D2.
- 4) En utilisant les deux droites ci-dessus comme limites sur les valeurs, **construire un nouveau tableau** avec deux attributs (**S** et **L**) sur les exemples tels que : **S=oui** si Singing < 3.5 et **S=non** si Singing ≥ 3.5.
Puis **L=oui** si Looks < 5.5 et **L=non** si Looks ≥ 5.5.
- 5) Donner l'arbre de décision ID-3 complet en utilisant l'entropie minimale (ou gain maximal) sur ce nouveau tableau. Quelles sont alors les règles de décisions ?

N.B. pour le calcul des entropies, vous pouvez utiliser les valeurs de la figure Fig.2

Annexe

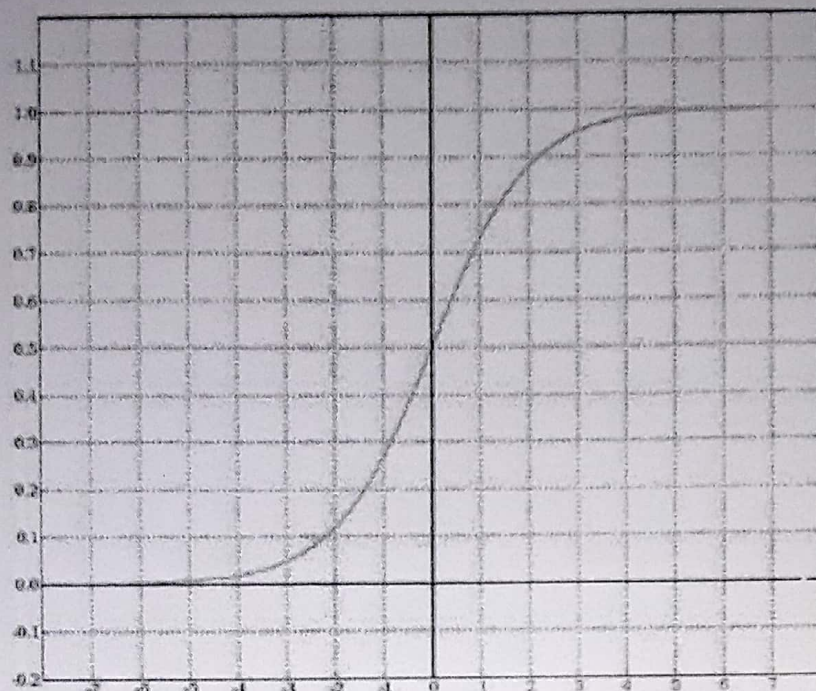


Fig 1. $\sigma(x) = 1/(1+\exp(-x))$.

On peut considérer $\sigma(x)=1$ pour $x \geq 5$ et $\sigma(x)=0$ pour $x \leq -5$

La dérivée : $\sigma'(x) = \sigma(x)(1-\sigma(x))$

Indications:

$$\log(x*y) = \log(x) + \log(y)$$

$$\log(x/y) = \log(x) - \log(y)$$

$$E(0, 1) = 0$$

$$E(1/8, 7/8) = 0,54$$

$$E(1/4, 3/4) = 0,81$$

$$E(3/8, 5/8) = 0,95$$

$$E(1/2, 1/2) = 1$$

$$E(1/3, 2/3) = 0,92$$

$$E(1/5, 4/5) = 0,72$$

$$E(2/5, 3/5) = 0,97$$

$$E(1/6, 5/6) = 0,65$$

Fig 2. Quelques valeurs d'entropie : $E(x,y) = -x*\log(x) - y*\log(y)$: