UNIVERSITE DE NOUAKCHOTT

INSTITUT UNIVERSITAIRE PROFESSIONNEL – IUP

FEPARTEMENT INFORMATIQUE

L3 MAEF

# CM3 : Analyse des données

## Chapitre 2 : Analyse en Composantes Principales

**Dr. EL BENANY Mohamed Mahmoud**

**Année universitaire : 2024/2025**

# Objectifs du Module:
# Analyse des Données

***Ce module vise à fournir aux étudiants les fondements théoriques et pratiques des méthodes factorielles en analyse des données, en les initiant aux techniques de réduction de dimension et d'exploration de données multidimensionnelles.***

**Objectifs du Module**

1. Comprendre les concepts clés des méthodes factorielles.
2. Maîtriser la Décomposition en Valeurs Singulières (SVD).
3. Appliquer l'ACP pour réduire et visualiser des données quantitatives.
4. Utiliser l'AFC pour analyser des tableaux de contingence.
5. Conduire une AFCM sur des données catégorielles multiples.
6. Implémenter ces méthodes avec des logiciels (R, Python, SPSS).

**Compétences Visées :**

1. Exploration des données,
2. réduction de dimension des données
3. interprétation des données.

# Plan

Introduction
Chapitre 1 : SVD
Chapitre 2 : Analyse en Composantes Principales
Chapitre 3 : Analyse Factorielle des Correspondances
Chapitre 5 : AFC Multiples (AFCM)
Chapitre 6 : Classification Ascendante Hiérarchique
Conclusion

# 2- Le processus de ADD

**Les principales étapes du processus d'analyse :**

- Collecte des données
- Structuration des données
- Analyse des données
- Interprétation
- Conclusion

# Chapitre 2 : ACP

**Introduction**

**Chapitre 1 : SVD**

**Chapitre 2 : Analyse en Composantes Principales**

1. **Définition**
2. **Principe**
3. **Démarche**
4. **Cas d'application**

**Chapitre 3 : Analyse Factorielle des Correspondances**

**Chapitre 4 : AFC Multiples (AFCM)**

**Chapitre 5 : Classification Ascendante Hiérarchique**

**Conclusion**

# 1. Définition


**Analyse en Composantes Principales (ACP)** est :

- Une méthode **descriptive** a pour objectif l'analyse des tableaux de données qui ne comportent pas des structure préalable (aucune distinction ni entre variable ni entre individu)
- Le but principale est de **résumer** l'information contenue dans un tableau composé d'un nombre élevé de ligne et de colonnes

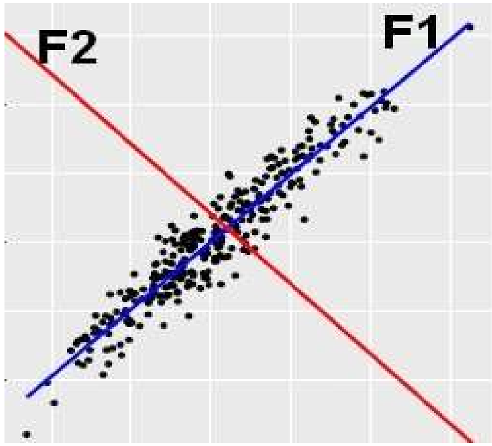
**ACP est :**

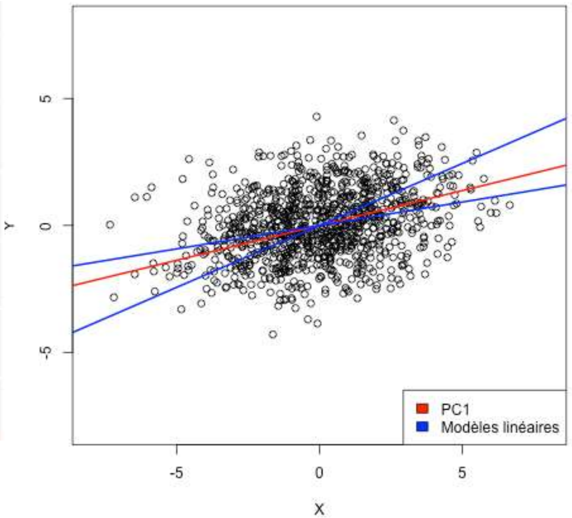
- Un outil statistique de **synthèse** de l'information
- Un outil très important pour traiter les données **quantitatives**

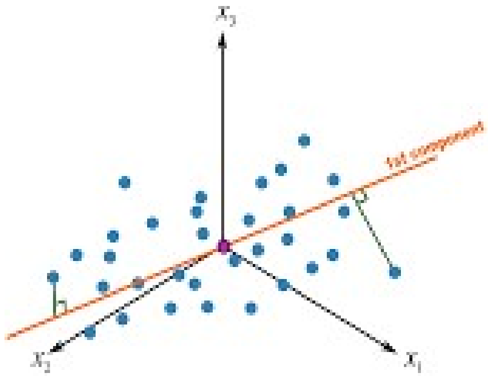
# 2. Principe

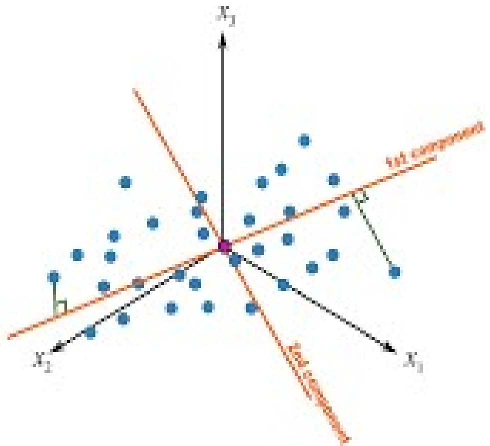
**Analyse en Composantes Principales (ACP)** permet de :

- Résumer les informations contenant dans un tableau en **n** individus et **p** variables
- Remplacer les p variables avec q nouvelles variables avec q < p



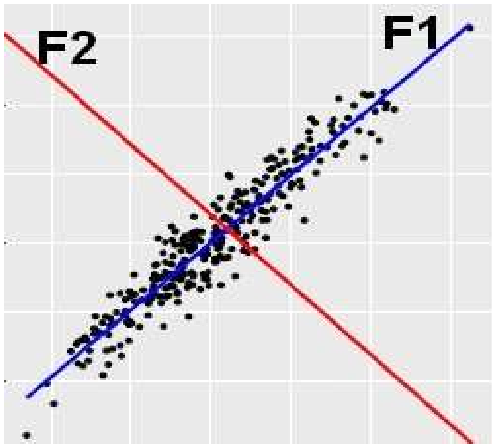



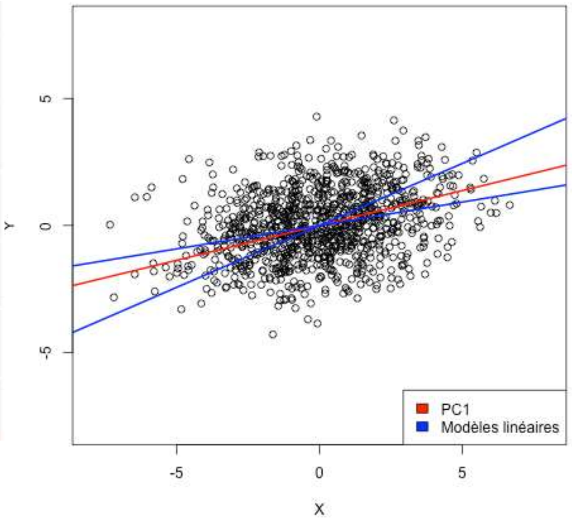


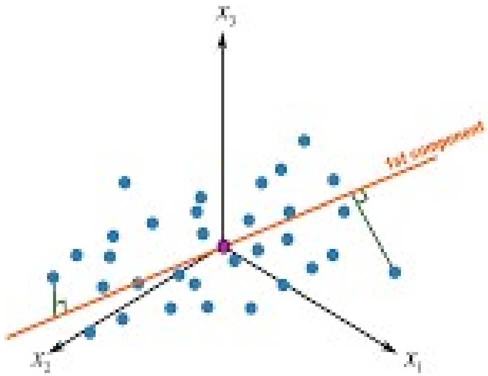
# 2. Principe

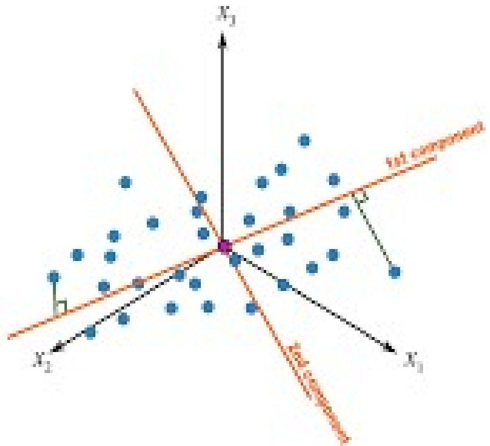
**Analyse en Composantes Principales (ACP)** permet de :

- Résumer les informations contenant dans un tableau en **n** individus et **p** variables
- Remplacer les **p** variables avec **q** nouvelles variables avec **q < p**





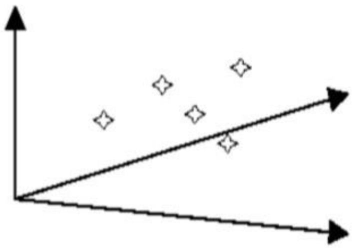
# 2. Principe

**D'un point de vue géométrique:**

- Le nuage de points représentant les données s'inscrit dans un espace de **P** dimensions, puisque chaque point représente un individu par rapport à $x_1, x_2, \dots \dots . x_n$
- Il est difficile de visualiser les relations existant entre les variables dès que p>3

Si la dimension P= 2
Il est facile de présenter
le nuage de points

Si la dimension P> 3
Il est difficile de présenter
le nuage de points



# 3. Démarche

Soit : **n** individus caractérisés par **p** variables métriques

Ces données sont présentées dans un tableau appelé la Matrice des données de dimension **n*p**

❑ Les étapes pour déterminer la composante principale :

Centrage et réduction des données

Déterminer les valeurs propres et les vecteurs propres sur la base de la matrice de corrélation entre les variables

Déterminer les axes factoriels
Sélectionner les composantes principales

# 3. Démarche

❑ **Centrage et réduction des données:**

Soit : **n** individus caractérisés par **p** variables métriques

- Les **p** variables sont de nature différente, pour homogénéiser les unités, les **p** variables seront centrées et réduites,
- Les données sont centrées et réduites signifie que pour chaque variable la moyenne est nulle ($\bar{X} = 0$) et la variance égale à 1 ($v = 1$)

Matrice Centrée Réduite est obtenue par la formule suivante :

$$x_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{\mathrm{X}}}{\sigma_i}$$

# 3. Démarche

**❑ Centrage et réduction des données:**

La Matrice des variances covariances permet de mesure la liaison linéaire qui peut exister entre un couple de variables statistiques

$$\begin{vmatrix} \textbf{Var X1} & \text{Cov (X1,X2)} & \text{Cov (X1,X3)} \\ \text{Cov (X2,X1)} & \textbf{Var X2} & \text{Cov (X2,X3)} \\ \text{Cov (X3,X1)} & \text{Cov (X3,X2)} & \textbf{Var X3} \end{vmatrix}$$

Si Cov (X2,X1) =0 ➡ les variables X1 et X2 sont indépendantes

Si Cov (X2,X1) ≠ 0 ➡ les variables X1 et X2 sont dépendantes (existe une relation linéaire entre les variable)

Obtenue par la formule suivante :

$$\mathrm{V} = \frac{1}{n} MC * MC^t$$

$MC : Matrice\ Centrée \Leftrightarrow MC : x_{ij} = (x_{ij} - \overline{\mathrm{X}})$

$MC^t : Matrice\ Transposée$

# 3. Démarche

**❑ Centrage et réduction des données:**

Matrice des corrélations entre variables permet d'analyser les relations bilatérales entre les variables :

Obtenue par la formule suivante :

$$U = \frac{1}{n} \, CR^t * CR$$

Avec

$CR$ : $Matrice\ Centrée\ Réduite$

$CR^t$ : $Matrice\ Centrée\ Réduite\ Transposée$

# 4. Cas d'application

Une étude consiste à déterminer les facteurs de la localisation internationale d'une marque.
Soit le tableau des données suivant:

| | IDE | Taux croissance économique (%) | Taux d'inflation (%) |
|---|---|---|---|
| Pays A | 300 | 2 | 6 |
| Pays B | 450 | 2 | 4 |
| Pays C | 950 | 8 | 2 |
| Pays D | 700 | 7 | 5 |

**T.A.F:**

1. Calculer la moyenne et l'écart type des variables
2. Déterminer la Matrice Centrée Réduite
3. Déterminer la Matrice des variances covariance
4. Déterminer la Matrice des corrélations entre variables
5. Déterminer le polynôme caractéristique
6. Calculer les valeurs propres
7. Calculer et interpréter l'inertie des axes factoriels
8. Déterminer les vecteurs propres orthogonaux associés aux valeurs propres
9. Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales
10. Calculer et interpréter la contribution CONTR

# 4. Cas d'application

## Solution

**1- Calculer la moyenne et l'écart type des variables**

**Définition:**
La moyenne est un outil de calcul permet de résumer une liste de valeurs numériques en un seul nombre réel sans tenir compte de l'ordre de la liste.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**1- Calculer la moyenne et l'écart type des variables**

**Définition:**

L'écart type est un outil de calcul permet de mesurer la dispersion des valeurs d'un échantillon. C'est la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{variance}$$

Avec la variance est la moyenne des carrées des écarts à la moyenne :

$$\mathrm{V} = \frac{1}{n}\sum(x_i - \overline{\mathrm{X}})^2$$

Avec

$x_i$ : les valeurs de la variable

$\overline{\mathrm{X}}$ : la moyenne de la variable

# 4. Cas d'application

## Solution

### 1- Calculer la moyenne et l'écart type des variables

| | IDE | Taux croissance économique (%) | Taux d'inflation (%) |
|---|---|---|---|
| Pays A | 300 | 2 | 6 |
| Pays B | 450 | 2 | 4 |
| Pays C | 950 | 8 | 2 |
| Pays D | 700 | 7 | 5 |
| **Moyenne** | **600** | **4,75** | **4,25** |
| **Ecart type** | **247,50** | **2,77** | **1,48** |

Calcul: Pour la variable $x_1$:

$$\bar{X}_1 = \frac{300 + 450 + 950 + 700}{4} = 600$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(300-600)^2 + (450-600)^2 + (950-600)^2 + (700-600)^2}{4}} = 247{,}5$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**2- Déterminer la Matrice Centrée Réduite (MCR)**

MCR :

$$x_{ij} = \frac{x_{ij} - \overline{X}}{\sigma_i}$$

$$\begin{vmatrix} -1,21 & -0,99 & 1,18 \\ -0,80 & -0,99 & -0,16 \\ 1,41 & 1,17 & -1,50 \\ 0,40 & 0,81 & 0,50 \end{vmatrix}$$

Calcul: Pour la variable $x_1$:

$$x_{11} = \frac{x_{ij} - \overline{X}}{\sigma_i} = \frac{300 - 600}{247,5} = -1,21$$

$$x_{21} = \frac{x_{ij} - \overline{X}}{\sigma_i} = \frac{450 - 600}{247,5} = -0,8$$

$$x_{31} = \frac{x_{ij} - \overline{X}}{\sigma_i} = \frac{950 - 600}{247,5} = 1,41$$

$$x_{41} = \frac{x_{ij} - \overline{X}}{\sigma_i} = \frac{700 - 600}{247,5} = 0,4$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**3- Déterminer la Matrice des variances covariances :** $V = \frac{1}{n} MC * MC^t$

Matrice centrée (MC):

$$x_{ij} = (x_{ij} - \bar{X})$$

| | | |
|---|---|---|
| -300 | -2,75 | 1,75 |
| -150 | -2,75 | -0,25 |
| 350 | 3,25 | -2,25 |
| 100 | 2,25 | 0,75 |

Calcul: Pour la variable $x_1$:

$$x_{11} = (x_{ij} - \bar{X}) = 300 - 600 = -300$$
$$x_{21} = (x_{ij} - \bar{X}) = 450 - 600 = -150$$
$$x_{31} = (x_{ij} - \bar{X}) = 950 - 600 = -350$$
$$x_{41} = (x_{ij} - \bar{X}) = 700 - 600 = -100$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**3- Déterminer la Matrice des variances-covariances :** $V = \frac{1}{n} MC * MC^t$

Matrice des variances-covariances V:

$$V = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} -300 & -2,75 & 1,75 \\ -150 & -2,75 & -0,25 \\ 350 & 3,25 & -2,25 \\ 100 & 2,25 & 0,75 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} -300 & -150 & 350 & 100 \\ -2,75 & -2,75 & 3,25 & 2,25 \\ 1,75 & -0,25 & -2,25 & 0,75 \end{vmatrix}$$

$$V = \begin{vmatrix} 22503 & 45007 & -26253 & -7501 \\ 11252 & 5627 & -13127 & -3752 \\ 26253 & -13127 & 30629 & 8751 \\ -7501 & -3751 & 8751 & 2501 \end{vmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

$$U = \frac{1}{n} CR^t * CR$$

**4- Déterminer la Matrice des corrélations entre variables**

Matrice des corrélations U:

$$U = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} -1,21 & -0,80 & 1,41 & 0,40 \\ -0,99 & -0,99 & 1,17 & 0,81 \\ 1,18 & -0,16 & -1,50 & 0,50 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} -1,21 & -0,99 & 1,18 \\ -0,80 & -0,99 & -0,16 \\ 1,41 & 1,17 & -1,50 \\ 0,40 & 0,81 & 0,50 \end{vmatrix}$$

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0,99 & -0,8 \\ \mathbf{0,99} & 1 & -0,6 \\ \mathbf{-0,8} & -0,6 & 1 \end{vmatrix}$$

(X1; X2) =0,99 Forte corrélation positive entre IDE et Taux de Croissance Taux de Croissance augmente ➔ IDE augmente

(X1; X3) = -0,8 Forte corrélation négative entre IDE et Taux d'inflation: Taux d'inflation augmente ➔ IDE diminue

# 4. Cas d'application

## Solution

**5- Déterminer le polynôme caractéristique:** $\mathbf{Det|\ U-\lambda I\ |}$

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0,99 & -0,8 \\ 0,99 & 1 & -0,6 \\ -0,8 & -0,6 & 1 \end{vmatrix} \qquad I = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$\text{Det}|\ U-\lambda I\ | = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0,99 & -0,8 \\ 0,99 & 1-\lambda & -0,6 \\ -0,8 & -0,6 & 1-\lambda \end{vmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**6- Calculer les valeurs propres de $\lambda$**

$$\text{Det}\begin{vmatrix} \mathbf{1-\lambda} & 0{,}99 & -0{,}8 \\ 0{,}99 & \mathbf{1-\lambda} & -0{,}6 \\ -0{,}8 & -0{,}6 & \mathbf{1-\lambda} \end{vmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\text{Det} \quad \mathbf{1-\lambda}\begin{vmatrix} 1-\lambda & -0{,}6 \\ -0{,}6 & 1-\lambda \end{vmatrix} \mathbf{-\,0{,}99}\begin{vmatrix} 0{,}99 & -0{,}6 \\ -0{,}8 & 1-\lambda \end{vmatrix} \mathbf{-0{,}8}\begin{vmatrix} 0{,}99 & 1-\lambda \\ -0{,}8 & -0{,}6 \end{vmatrix}$$

➡

$$\lambda = \frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\begin{cases} \lambda^2 - 3\lambda + 2{,}98 = 0 \\ \lambda = 0 \\ \lambda_1 = 2{,}35 \\ \lambda_2 = 0{,}65 \end{cases}$$

# 4. Cas d’application

## Solution

### 7- Calculer et interpréter l’inertie des axes factoriels

- L’inertie de l’axe factoriel:

Le pourcentage (% ) d’inertie exprimé par un axe factoriel permet d’évaluer la quantité d’information contenue dans cet axe :

$$\text{Inertie d'un axe} = \frac{\text{Valeur propre correspondante}}{\text{somme des valeurs propres (Inertie totale)}}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**7- Calculer et interpréter l'inertie des axes factoriels**

Axe 1 : $\lambda_1 = 2{,}35$

$$Inertie\ Axe\ 1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{2{,}35}{2{,}35 + 0{,}65} = 0{,}78$$

➔Cet axe contient 78% des informations

Axe 2 : $\lambda_2 = 0{,}65$

$$Inertie\ Axe\ 2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{0{,}65}{2{,}35 + 0{,}65} = 0{,}22$$

➔ Cet axe contient 22% des informations

# 4. Cas d'application

## Solution

**8- Déterminer les vecteurs propres orthogonaux associés aux valeurs propres**

Axe 1 : $\lambda_1 = 2{,}35$ □ On cherche $\vec{a}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tel que :

$$U\vec{a} = \lambda_1 \vec{a}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0{,}99 & -0{,}8 \\ 0{,}99 & 1 & -0{,}6 \\ -0{,}8 & -0{,}6 & 1 \end{vmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 2{,}35 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**8- Déterminer les vecteurs propres orthogonaux associés aux valeurs propres**

$$\begin{cases} 1x + 0{,}99y - 0{,}8z = 2{,}35x \\ 0{,}99\,x + 1y - 0{,}6z = 2{,}35y \\ -0{,}8x - 0{,}6\,y + 1z = 2{,}35z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x + 0{,}99y - 0{,}8z - 2{,}35x = 0 \\ 0{,}99\,x + 1y - 0{,}6z - 2{,}35y = 0 \\ -0{,}8x - 0{,}6y + 1z - 2{,}35z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 0,57} \\ \boldsymbol{y = 0,54} \\ \boldsymbol{z = 0,64} \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{0,57} \\ \mathbf{0,54} \\ \mathbf{0,64} \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**8- Déterminer les vecteurs propres orthogonaux associés aux valeurs propres**

Axe 2 : $\lambda_2 = 0{,}65$ □ On cherche $\vec{a}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ tel que :

$$U\vec{a} = \lambda_2\vec{a}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0{,}99 & -0{,}8 \\ 0{,}99 & 1 & -0{,}6 \\ -0{,}8 & -0{,}6 & 1 \end{vmatrix} * \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0{,}65\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**8- Déterminer les vecteurs propres orthogonaux associés aux valeurs propres**

$$\begin{cases} 1x + 0{,}99y - 0{,}8z = 0{,}65x \\ 0{,}99\,x + 1y - 0{,}6z = 0{,}65y \\ -0{,}8x - 0{,}6\,y + 1z = 0{,}65z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x + 0{,}99y - 0{,}8z - 0{,}65x = 0 \\ 0{,}99\,x + 1y - 0{,}6z - 0{,}65y = 0 \\ -0{,}8x - 0{,}6y + 1z - 0{,}65z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x = 0,53} \\ \boldsymbol{y = 0,99} \\ \boldsymbol{z = 0,34} \end{cases} \Rightarrow \boldsymbol{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{0,53} \\ \mathbf{0,99} \\ \mathbf{0,34} \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**9- Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales**

- Consiste à la projection des individus sur les axes principaux

Avec :

MCR * U = Projection sur axe 1

MCR * V = Projection sur axe 2

$$MCR = \begin{vmatrix} -1{,}21 & -0{,}99 & 1{,}18 \\ -0{,}80 & -0{,}99 & -0{,}16 \\ 1{,}41 & 1{,}17 & -1{,}50 \\ 0{,}40 & 0{,}81 & 0{,}50 \end{vmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} 0{,}57 \\ 0{,}54 \\ 0{,}64 \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} 0{,}53 \\ 0{,}99 \\ 0{,}34 \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**9- Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales**

$$\text{MCR} * \text{U} = \text{Projection sur } \textbf{axe 1} \quad \begin{vmatrix} -1,21 & -0,99 & 1,18 \\ -0,80 & -0,99 & -0,16 \\ 1,41 & 1,17 & -1,50 \\ 0,40 & 0,81 & 0,50 \end{vmatrix} * \begin{pmatrix} 0,57 \\ 0,54 \\ 0,64 \end{pmatrix}$$

$$\text{MCR} * \text{U} = \text{Projection sur } \textbf{axe 2} \quad \begin{vmatrix} -1,21 & -0,99 & 1,18 \\ -0,80 & -0,99 & -0,16 \\ 1,41 & 1,17 & -1,50 \\ 0,40 & 0,81 & 0,50 \end{vmatrix} * \begin{pmatrix} 0,53 \\ 0,99 \\ 0,34 \end{pmatrix}$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**9- Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales**

**Résultat de projection :**

| | AXE 1 | AXE 2 |
|---|---|---|
| I1 | -0,46 | -1,22 |
| I2 | -1,09 | -1,46 |
| I3 | 0,48 | 1,4 |
| I4 | 0,99 | 1,2 |

Ce tableau permet de calculer la contribution des axes

- **La contribution des individus**: Pour calculer la contribution de chaque individu à l'inertie, on utilise la formule suivante :

$$CONTR = P_i \frac{\|x_i\|^2}{I_i}$$

$x_i$ : Valeur CR

$P_i$ : Poids $\frac{1}{n}$

$I_i$ : La somme des valeurs propres $(\sum \lambda_i)$

# 4. Cas d'application

## Solution

**9- Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales**

**Résultat de projection :**

| | X1 | X2 | X3 | **CONTR** |
|---|---|---|---|---|
| Pays A | 0,12 | 0,08 | 0,17 | **0,37** |
| Pays B | 0,05 | 0,08 | 0,01 | **0,14** |
| Pays C | 0,17 | 0,11 | 0,19 | **0,47** |
| Pays D | 0,1 | 0,05 | 0,02 | **0,17** |
| | **0,44** | **0,32** | **0,39** | |

$$\sum \lambda_i = 3$$

**Calcul**

$$(x1\,;\,Pays\ A)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|1{,}21\|^2}{3} = 0{,}12$$

$$(x1\,;\,Pays\ B)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|0{,}8\|^2}{3} = 0{,}05$$

$$(x1\,;\,Pays\ C)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|1{,}41\|^2}{3} = 0{,}17$$

$$(x1\,;\,Pays\ D)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|0{,}4\|^2}{3} = 0{,}1$$

# 4. Cas d'application

## Solution

**9- Calculer et interpréter la corrélation des variables avec les composantes principales**

| | X1 | X2 | X3 | **CONTR** |
|---|---|---|---|---|
| Pays A | 0,12 | 0,08 | 0,17 | **0,37** |
| Pays B | 0,05 | 0,08 | 0,01 | **0,14** |
| Pays C | 0,17 | 0,11 | 0,19 | **0,47** |
| Pays D | 0,1 | 0,05 | 0,02 | **0,17** |
| | **0,44** | **0,32** | **0,39** | |

❑ Le tableau permet de déterminer la contribution des individus dans l'analyse:

- ✓ Le pays **C** contribue de **0,47** (47%) pour expliquer le phénomène
- ✓ Le pays **A** contribue de **0,37** (37%) pour expliquer le phénomène

❑ Le tableau permet de déterminer la contribution des variables dans l'analyse:

- La variable X1 contribue de 44% dans l'analyse
- La variable X2 contribue de 32% dans l'analyse
- La variable X3 contribue de 39% dans l'analyse

# 4. Cas d'application

## Solution

**10- Calculer et interpréter la contribution CONTR**

❑ **La contribution CONTR des axes est calculée par la formule suivante :**

Axe 1 : $\lambda_1 = 2,35 \Rightarrow CONTR = P_i \frac{\|x_i\|^2}{\lambda_1}$

Axe 2 : $\lambda_2 = 0,65 \Rightarrow CONTR = P_i \frac{\|x_i\|^2}{\lambda_2}$

# 4. Cas d'application

## Solution

### 10- Calculer et interpréter la contribution CONTR

**❑ La contribution CONTR des axes**

**Calcul**

$$(Axe\ 1\ ;\ Pays\ A)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|0{,}46\|^2}{2{,}35} = 0{,}02$$

$$(Axe\ 1\ ;\ Pays\ B)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|1{,}09\|^2}{2{,}35} = 0{,}12$$

$$(Axe\ 2\ ;\ Pays\ A)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|1{,}22\|^2}{0{,}65} = 0{,}57$$

$$(Axe\ 2\ ;\ Pays\ B)\quad CONTR = \frac{1}{4} * \frac{\|1{,}46\|^2}{0{,}65} = 0{,}82$$

| | AXE 1 | AXE 2 | CONTR AXE 1 | CONTR AXE 2 |
|---|---|---|---|---|
| Pays A | -0,46 | -1,22 | **0,02** | **0,57** |
| Pays B | -1,09 | -1,46 | **0,12** | **0,82** |
| Pays C | 0,48 | 1,4 | **0,02** | **0,75** |
| Pays D | 0,99 | 1,2 | **0,1** | **0,55** |

# 4. Cas d'application

## Solution

**10- Calculer et interpréter la contribution CONTR**

### ❑ La contribution CONTR des axes

| | AXE 1 | AXE 2 | CONTR AXE 1 | CONTR AXE 2 |
|---|---|---|---|---|
| Pays A | -0,46 | -1,22 | **0,02** | **0,57** |
| Pays B | -1,09 | -1,46 | **0,12** | **0,82** |
| Pays C | 0,48 | 1,4 | **0,02** | **0,75** |
| Pays D | 0,99 | 1,2 | **0,1** | **0,55** |

**Interprétation**

- ✓ Pour Axe 1, le point déterminant est 0,12 (12%)
- ✓ Pour Axe 2, le point déterminant est 0,82 (82%)

# Chapitre 2: AFC

**Introduction**

**Chapitre 1 : SVD**

**Chapitre 2 : Analyse en Composantes Principales**

**Chapitre 3 : Analyse Factorielle des Correspondances**

1. **Définition**
2. **Objectifs**
3. **Démarche**
4. **Cas d'application**

**Chapitre 4 : AFC Multiples (AFCM)**

**Chapitre 5 : Classification Ascendante Hiérarchique**

**Conclusion**

# Chapitre 3: CAH

# Plan

**Introduction**
**Chapitre 1 : SVD**
**Chapitre 2 : Analyse en Composantes Principales**
**Chapitre 3 : Analyse Factorielle des Correspondances**
**Chapitre 5 : AFC Multiples (AFCM)**
**Chapitre 6 : Classification Ascendante Hiérarchique**
**Conclusion**