

ECN 7055 Macroéconomie B

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Cours I.3: Comptabilité de la croissance

Cours I.3 : Comptabilité de la croissance

- ▶ Au cours I.1 RBC Cycles conjoncturels réels on a calibré une version basique (sans croissance de la population, sans croissance du PIB etc) du modèle RBC en se basant sur des faits empiriques établis
- ▶ On a noté que le modèle calibré ne tenait pas en compte de la croissance de la population et de la croissance du PIB par habitant et que ceci biaisait donc notre calibration (pour plus de détails, voir Krueger (2007) chapitres 7 et 8)

On se tourne maintenant vers les données macroéconomiques afin d'être autonome pour établir les faits empiriques requis pour la calibration de notre modèle. On utilise un modèle et des données pour faire un exercice de comptabilité de la croissance.

Cours I.3 : Comptabilité de la croissance

L'objectif de cours est

1. apprendre à tenir compte de la croissance de la population et du PIB dans le modèle de croissance
2. apprendre à traiter les données macroéconomiques afin de calibrer le modèle
 - 2.1 savoir interpréter les variables et transformer les valeurs nominales en valeurs réelles
 - 2.2 construire la série temporelle du stock de capital par la méthode de l'inventaire perpétuel
3. Comptabilité de la croissance (notes de cours et un exercice)

« Faits stylisés » de Kaldor

1. $\frac{Y_t}{N_t}$ PIB par personne en âge de travailler croît de façon continue
2. $\frac{K_t}{N_t}$ capital par personne en âge de travailler croît de façon continue
3. $r_t - \delta$ taux d'intérêt réel est à peu près constant
4. $\frac{K_t}{Y_t}$ ratio capital-PIB est à peu près constant
5. $\frac{r_t K_t}{Y_t}$ et $\frac{w_t L_t}{Y_t}$ part des facteurs de production sont à peu près constantes
6. Il y a de grandes différences dans le taux de croissance de $\frac{Y_t}{N_t}$ entre les pays

Notation : N_t est le nombre de personnes en âge de travailler, L_t est le nombre d'heures travaillées, Y_t est le PIB réel, et K_t est le stock de capital

Modèle néoclassique de croissance

Environnement

- Fonction de production

$$Y_t = A_0 K_t^\alpha (\gamma^t L_t)^{1-\alpha}$$

où γ est le progrès technologique qui augmente le facteur travail.

- Problème du consommateur représentatif :

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\theta \ln C_t + (1 - \theta) \ln(N_t \bar{h} - L_t)]$$

$$\text{s.c. } C_t + K_{t+1} - K_t + B_{t+1} - B_t \leq w_t L_t + (r_t - \delta)(K_t + B_t)$$

$$C_t, K_t \geq 0, \quad N_t \bar{h} \geq L_t \geq 0, \quad B_t \geq -(\gamma \eta)^t \bar{B}$$

$$K_0 = \bar{K}_0, \quad B_0 = 0, \quad N_t = \eta^t N_0$$

où

$$w_t = (1 - \alpha)(\gamma^{1-\alpha})^t A_0 K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

$$r_t = \alpha(\gamma^{1-\alpha})^t A_0 K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}$$

Modèle néoclassique de croissance

Proposition :

Si la consommation $\frac{C_t}{N_t}$ et le capital $\frac{K_t}{N_t}$ par personne en âge de travailler croient à un taux constant g , alors

- ▶ $g = \gamma$ et
- ▶ le nombre d'heures travaillées par personne en âge de travailler est constant :

$$\frac{L_t}{N_t} = \frac{L_{t+1}}{N_{t+1}} .$$

Voir le document « Kehoe Balanced Growth » sur StudiUM pour la preuve.

Modèle néoclassique de croissance

Changement de variables

En divisant par $\gamma^t N_t$, on redéfinit les variables en termes de variables par unité de *force de travail effective* :

$$\tilde{c}_t = \frac{C_t}{\gamma^t \eta^t N_0}, \quad \tilde{k}_t = \frac{K_t}{\gamma^t \eta^t N_0}, \quad \text{et} \quad \tilde{y}_t = \frac{Y_t}{\gamma^t \eta^t N_0}$$

Par contre, pour le travail, on redéfinit la variable en termes de personne en âge de travailler :

$$\tilde{\ell}_t = \frac{L_t}{N_t}$$

Modèle néoclassique de croissance

Problème redéfini

Le sentier de croissance balancée du modèle original est l'état stationnaire du problème redéfini ainsi :

$$\begin{aligned} \max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\theta \ln \tilde{c}_t + (1 - \theta) \ln(\bar{h} - \ell_t)] \\ \text{s.c. } \tilde{c}_t + \gamma \eta \tilde{k}_{t+1} - \tilde{k}_t \leq A_0 \tilde{k}_t^\alpha \tilde{\ell}_t^{1-\alpha} \\ \tilde{c}_t, \tilde{k}_t \geq 0, \quad \bar{h} \geq \tilde{\ell}_t \geq 0 \\ \tilde{k}_0 = \frac{\bar{K}_0}{N_0} \end{aligned}$$

Modèle néoclassique de croissance et « faits stylisés » de Kaldor

Le sentier de croissance balancée du modèle originel satisfait les six « faits stylisés » de Kaldor.

1. $\frac{Y_t}{N_t} = \gamma^t A_0 \tilde{k}^\alpha \tilde{\ell}^{1-\alpha}$ croît de façon continue au taux $\gamma - 1$
2. $\frac{K_t}{N_t} = \gamma^t \tilde{k}$ croît de façon continue au taux $\gamma - 1$
3. $r_t - \delta = \frac{\gamma\eta}{\beta} - 1$ est (à peu près) constant
4. $\frac{K_t}{Y_t} = \frac{\tilde{k}}{A_0 \tilde{k}^{1-\alpha} \tilde{\ell}^{1-\alpha}}$ est (à peu près) constant
5. $\frac{r_t K_t}{Y_t} = \alpha$ et $\frac{w_t L_t}{Y_t} = 1 - \alpha$ sont (à peu près) constantes
6. Il y a de grandes différences dans le taux de croissance de $\frac{Y_t}{N_t}$ entre les pays ; ce taux de croissance est $\gamma - 1$.

Modèle néoclassique de croissance

- ▶ La conformité entre le sentier de croissance balancée du modèle néoclassique de croissance et les faits de Kaldor est un des succès du modèle néoclassique de croissance justifiant son utilisation en macroéconomie.
- ▶ Ne pas tenir compte de la croissance de la population et du progrès technologique biaiserait notre calibration du modèle.
- ▶ On va, dans un premier temps, se concentrer sur le côté production du modèle afin de d'effectuer un exercice de *comptabilité de la croissance*. Cet exercice va nous amener à calibrer α et δ . Vous aurez ensuite à calibrer les autres paramètres du modèle.

Utilisation d'un modèle

Rappel : un modèle nous sert de laboratoire pour :

- ▶ évaluer l'effet d'une politique économique
- ▶ évaluer la contribution de différents mécanismes économiques
- ▶ etc

Le modèle de production du modèle néoclassique de croissance nous sert :

1. à mesurer la productivité qui est intangible et difficile à mesurer directement ; on mesure la productivité totale des facteurs (Total Factor Productivity TFP)
2. de cadre comptable pour mesurer la contribution respective du capital, du travail et de la productivité totale des facteurs à la croissance du PIB. Cela s'appelle la *comptabilité de la croissance*.

Comptabilité de la croissance

Modèle

On utilise la fonction de production agrégée Cobb-Douglas :

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

- ▶ Où Y_t est le PIB, A_t est la TFP, K_t est le capital et L_t est le nombre d'heures travaillées.
- ▶ Rappel : $1 - \alpha$ est la part des revenus du travail dans le PIB.

Afin d'obtenir une décomposition du PIB par personne en âge de travailler on réécrit le modèle :

$$\frac{Y_t}{N_t} = A_t \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha \frac{L_t}{N_t}$$

et donc

$$\frac{Y_t}{N_t} = A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{K_t}{Y_t} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{L_t}{N_t}$$

Comptabilité de la croissance

Modèle

$$\frac{Y_t}{N_t} = A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{K_t}{Y_t} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \frac{L_t}{N_t}$$

Il nous faut donc

1. mesurer

- ▶ Y_t , le PIB réel
- ▶ L_t , le nombre d'heures travaillées
- ▶ N_t , population en âge de travailler
- ▶ K_t , le stock de capital réel

2. calibrer le paramètre α .

3. mesurer A_t à l'aide du modèle calibré et des données ci-dessus comme suit :

$$A_t = \frac{Y_t}{K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}}$$

Données macroéconomiques

PIB : Y_t

Quelques sources de données pour Y_t , le PIB annuel :

- ▶ OCDE, Comptes nationaux ([lien](#))
- ▶ FMI, (IFS) International Financial Statistics ([lien](#))
- ▶ Angus Maddison's Historical Statistics for the World Economy ([lien](#))

Données macroéconomiques

Heures travaillées : L_t

Quelques sources de données pour L_t , heures travaillées sur l'année :

- ▶ OCDE, Statistiques sur la population active ([lien](#))
- ▶ Conference Board and Groningen Growth and Development Center, Total Economy Database ([lien](#))

Données macroéconomiques

Population en âge de travailler : N_t

Quelques sources de données pour N_t (population entre 15 et 64 ans) :

- ▶ OCDE, Statistiques sur la population active ([lien](#))
- ▶ Banque Mondiale, World Bank Indicator ([lien](#))

Données macroéconomiques

Stock de capital réel : K_t

- ▶ Comptes nationaux ne publient pas de données sur le stock de capital
- ▶ Comptes nationaux publient des données sur l'investissement
- ▶ On utilise la méthode de l'inventaire permanent (« perpetual inventory method ») pour construire une série temporelle pour le capital :
 - ▶ On présume $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + X_t$
 - ▶ X_t est l'investissement réel obtenu d'après les comptes nationaux
 - ▶ Il nous reste à trouver :
 - ▶ K_0 est une valeur à déterminer
 - ▶ δ désigne le taux de dépréciation, présumé constant, est aussi à déterminer

Méthode de l'inventaire permanent pour construire K_t

Investissement réel X_t dans $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + X_t$

Quelques sources de données pour l'investissement nominal :

- ▶ OCDE, Comptes nationaux, « Gross Capital Formation » ([lien](#))
- ▶ FMI, (IFS) International Financial Statistics : « Gross Fixed Capital Formation » auquel on ajoute « Changes in inventories » ([lien](#))

On calcul l'investissement réel X_t à partir de l'investissement nominal divisé par le déflateur du PIB. Ainsi, les séries temporelles du PIB réel et du stock de capital réel sont construites à partir du même indice des prix.

Méthode de l'inventaire permanent pour construire K_t

Paramètre δ , le taux de dépréciation constant dans $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + X_t$

- ▶ OCDE, Comptes nationaux, « Detailed Non-Financial Sector Accounts », « Consumption of Fixed Capital » est une mesure de la dépréciation du capital. ([lien](#))
- ▶ On choisit δ ainsi :

$$\frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \frac{\delta K_t}{Y_t} = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T \frac{\text{Consumption of Fixed Capital}_t}{\text{PIB}_t}$$

En France, pour avoir un ordre d'idée, la valeur de $\frac{\text{Consumption of Fixed Capital}_t}{\text{PIB}_t}$ est environ 0.13.

On remarque que δ dépend de la série de stock de capital réel K_t . Pour l'obtenir, il nous faut trouver le niveau de capital initial K_0 .

Méthode de l'inventaire permanent pour construire K_t

Stock de capital initial K_0

Étant donné δ et une série d'investissements réels X_t , on calcul le capital initial K_0 de façon à ce que le ratio capital-PIB initial soit égal au ratio capital-PIB sur une période de référence T_{ref} :

$$\frac{K_0}{Y_0} = \frac{1}{T_{ref} + 1} \sum_{t=0}^{T_{ref}} \frac{K_t}{Y_t} ,$$

où $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + X_t$.

On remarque que la série de stock de capital réel K_t est construite à partir de K_0 et de δ .

Il nous faut déterminer K_0 et δ simultanément pour satisfaire les deux équations simultanées.

Remarque : On peut faire ça soit avec deux boucles imbriquées ou une boucle qui révise les deux δ et K à chaque itération. Un paramètre de lissage peut aider à la convergence.

Calibration

Paramètre α de la fonction de production

Rappels :

- ▶ α est la part du revenu du capital dans le PIB (ce qui est plus difficile à mesurer que la part du travail)
- ▶ $1 - \alpha$ est la part du revenu du travail dans le PIB

On mesure donc

$$1 - \alpha = \frac{\text{revenu du travail sans équivoque}}{\text{revenu du travail sans équivoque} + \text{revenu du capital sans équivoque}}$$

D'après les Comptes nationaux de l'OCDE

- ▶ revenu du travail sans équivoque = « Compensation of employees » (CE)
- ▶ revenu du travail sans équivoque + revenu du capital sans équivoque = PIB - sources de revenu ambiguës

Calibration

Paramètre α de la fonction de production

Les sources de revenu ambiguës sont :

- ▶ « Household Gross Operating Surplus and Mixed Income » (HOSMI) net de « Household consumption of fixed capital » (HCF)
- ▶ « Taxes less subsidies » (T)

Pour résumer, on mesure la part du revenu du travail dans le PIB comme suit :

$$1 - \alpha = \frac{CE}{PIB - (HOSMI - HCF) - T}$$

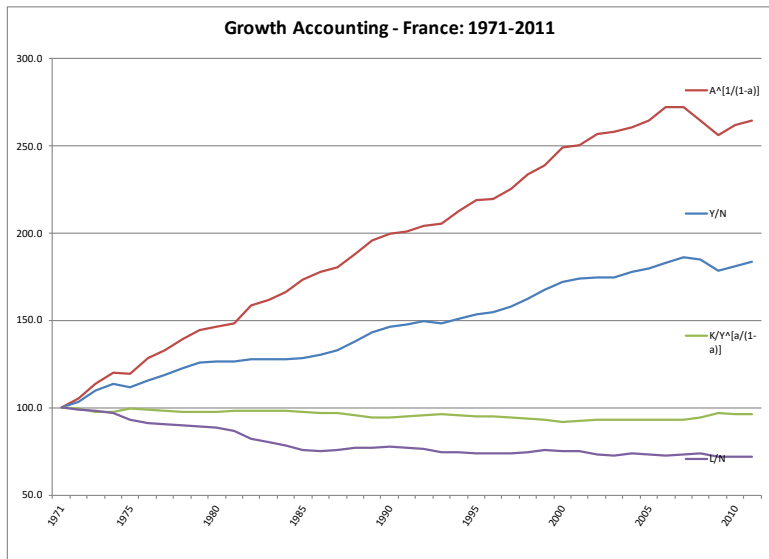
Comptabilité de la croissance

Mesurer A_t grâce au modèle

Avec une série pour K_t , L_t , et Y_t et étant donné la calibration de α on utilise notre modèle calibré pour mesurer A_t comme suit :

$$A_t = \frac{Y_t}{K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}}$$

Comptabilité de la croissance pour la France



Exercice : Comptabilité de la croissance (source : T. Kehoe)

Pour cet exercice, trouver des séries annuelles pour le PIB réel (prix constants ou indice pondéré en chaîne) Y_t , le PIB nominal (prix courants) \tilde{Y}_t , investissement en prix courant I_t , heures travaillées L_t , et population entre 15 et 64 ans N_t , pour un pays autre que les États-Unis ou la France. Si vous ne trouvez pas de données sur les heures travaillées, utilisez des données sur l'emploi et faites l'hypothèse que tous les travailleurs travaillent 40 heures par semaine. Si vous ne trouvez pas les données pour calibrer α ou δ , prenez $\alpha = 0.33$ et $\delta = 0.05$.

Exercice : Comptabilité de la croissance (source : T. Kehoe)

1. Construire la série d'investissements réels $X_t = \frac{I_t}{P_t}$ où $P_t = \frac{\tilde{Y}_t}{Y_t}$ est le déflateur du PIB.

Voici deux façons de choisir le stock de capital initial K_0^* afin de construire la série temporelle pour K_t d'après :

$$K_t = (1 - \delta)K_t + X_t \quad \text{et} \quad K_0 = K_0^*.$$

Si vous avez des données sur la consommation de capital fixe « Consumption of Fixed Capital », calibrer le paramètre δ simultanément au choix de K_0 .

- a) Choisir K_0^* de telle sorte que

$$\frac{K_1}{K_0} = \left(\frac{K_{10}}{K_0} \right)^{\frac{1}{10}}$$

- b) Choisir K_0^* de telle sorte que

$$\frac{K_0}{Y_0} = \frac{1}{10} \sum_{t=0}^9 \frac{K_t}{Y_t}$$

- c) Comparer les deux séries obtenues pour a) et b)

Exercice : Comptabilité de la croissance (source : T. Kehoe)

2. Supposer que la fonction de production agrégée est

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}.$$

- a) Utiliser ce modèle pour effectuer une comptabilité de la croissance en décomposant les fluctuations du PIB réel par personne en âge de travailler Y_t en fluctuations de $A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}$, de $\left(\frac{K_t}{Y_t}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ et de $\frac{L_t}{N_t}$.
- b) Discuter ce que vous trouvez au point a).

Exercice : Calibration du modèle néoclassique de croissance et sentier de croissance balancée (source : T. Kehoe)

Utiliser les données du même pays que pour l'exercice précédent de comptabilité de la croissance (vous avez donc déjà calibrer α et δ). Considérer le modèle néoclassique de croissance étudié au début de ce cours.

1. Lire attentivement « Kehoe Balanced Growth.pdf » et « Kehoe Calibrating and K.pdf » disponibles sur StudiUM.
2. Dériver les CPO de cette économie.
3. Calibrer les paramètres de cette économie, c'est à dire $\beta, \theta, \gamma, A_0$, et η , comme discuté dans « Kehoe Calibrating and K.pdf ». Pour les paramètres pour lesquels le document n'explique pas la marche à suivre, faites de votre mieux en expliquant bien votre raisonnement.
4. Comparer graphiquement le sentier de croissance balancée du modèle et les données, puis discutez.