

ECN 7055 Macroéconomie B

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Cours I.1: RBC Cycles conjoncturels réels

I Marchés complets et aggrégation

1. Cycles conjoncturels réels
2. Méthodes numériques : Itération Fonction Valeur, Itération Temps (équation d'Euler), etc
3. Comptabilité de la croissance
4. Comptabilité des cycles conjoncturels réels

Cours I.1 : RBC Cycles conjoncturels réels

La théorie des « Real Business Cycles » étudie la mesure dans laquelle les fluctuations du PIB peuvent être expliquées par les variations du niveau naturel de production dans une économie sans rigidités nominales et avec compétition parfaite (d'après le modèle néoclassique de croissance stochastique) en réponse à des chocs de Productivité Totale des Facteurs.

Cours I.1 : RBC Cycles conjoncturels réels

On met en pratique les quatres étapes de notre méthodologie :

1. Analyse des données : mesurer les cycles conjoncturels réels
2. Bâtir un modèle d'une économie sans rigidités nominales et avec compétition parfaite
3. Calibrer le modèle
4. Évaluer la performance du modèle et l'utiliser comme laboratoire
 - ▶ Quelles implications pour la politique optimale ?
 - ▶ Quels sont les mécanismes économiques responsables des cycles conjoncturels ?
La réponse du marché du travail ? Ou celle de l'investissement ? Ou les deux et dans quelle mesure ?

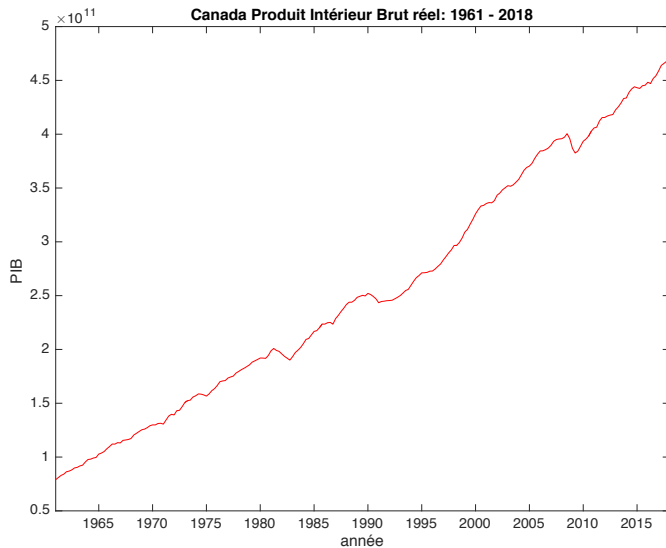
Étape 1 : analyse des données

Les cycles conjoncturels dans les données

1. Logarithme linéarise une croissance exponentielle
2. Filtrer les données pour séparer la tendance des cycles conjoncturels
 - ▶ Tendance linéaire
 - ▶ Filtre de Hodrick et Prescott
3. Faits empiriques des cycles conjoncturels
 - ▶ Écart-type
 - ▶ Autocorrélation
 - ▶ Maximum, minimum

- ▶ Produit Intérieur Brut réel du Canada
- ▶ Trimestrielles de 1961 - 2018
- ▶ Ajustement pour les effets de saisons : bien que calculé tous les trimestres, l'indicateur donne le PIB sur les 12 derniers mois
- ▶ Source : U.S. Bureau of Economic Analysis, Produit Intérieur Brut réel, extrait du site FRED le 6 September, 2019, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/>.

PIB du Canada



- *Cycles conjoncturels* : déviation de la variable économique d'intérêt de sa tendance.

$$Y_t = Y_t^{tendance} + Y_t^{cycle}$$

On veut décomposer les données Y en deux series

temporelles : la tendance $Y^{tendance}$ et le cycle conjoncturels Y^{cycle}

- Il y a une infinité de façons de modéliser la tendance. Pour chaque tendance $Y^{tendance}$ on obtient le cycle associé comme suit :

$$Y_t^{cycle} = Y_t - Y_t^{tendance}$$

PIB du Canada

Tendance linéaire

- ▶ Données : PIB réel Y_t
- ▶ Tendance linéaire : $Y_t^{\text{linéaire}}$ est une fonction affine :

$$Y_t^{\text{linéaire}} = Y_0^{\text{linéaire}} + g \times t$$

ou le taux de croissance g et l'ordonnée à l'origine $Y_0^{\text{linéaire}}$ sont à déterminer

- ▶ Regression linéaire : $Y_t = \alpha + \beta t + \epsilon_t$.
Estimateur des moindres carrés ordinaire

$$g = \hat{\beta}_{MCO}$$

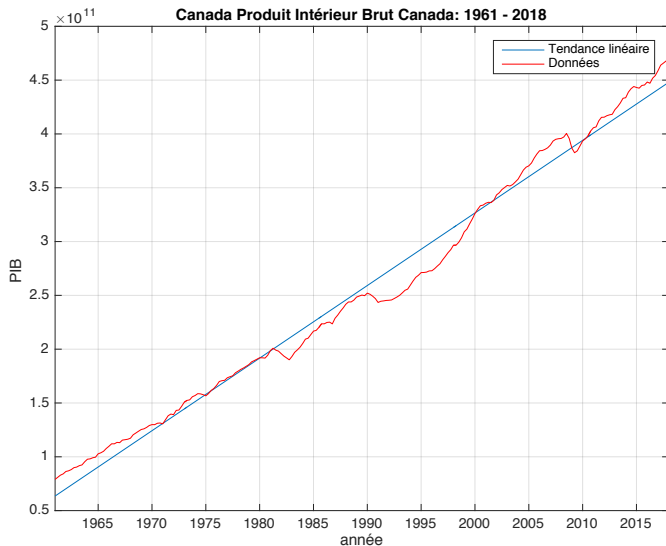
$$Y_0^{\text{linéaire}} = \hat{\alpha}_{MCO}$$

Tendance linéaire :

$$Y_t^{\text{linéaire}} = \hat{\alpha}_{MCO} + \hat{\beta}_{MCO} \times t$$

PIB du Canada

Tendance linéaire



Cycles conjoncturels du Canada

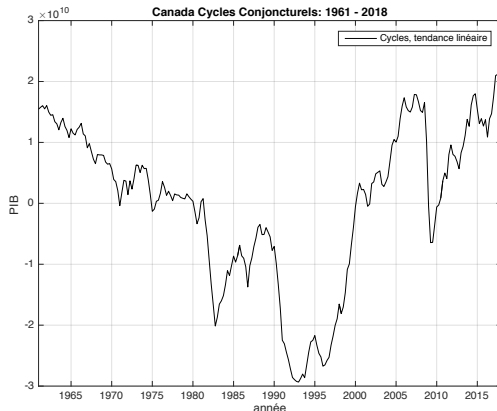
Tendance linéaire

- ▶ Données : PIB réel Y_t
- ▶ Tendance linéaire : $Y_t^{\text{linéaire}}$
- ▶ Les cycles conjoncturels d'après la tendance linéaire sont :

$$Y_t^{\text{cycle lin.}} = Y_t - Y_t^{\text{linéaire}}$$

Cycles conjoncturels du Canada

$\text{Cycle}_{\text{linéaire}} = \text{PIB} - \text{Tendance linéaire}$



Problèmes :

1. ces cycles conjoncturels durent bien plus de dix ans.
2. expansion en début et fin de période d'analyse : la croissance du PIB réel serait-elle exponentielle et non linéaire ?

1) Logarithme linéarise une croissance exponentielle

- ▶ Notation :
 - ▶ Y_t dénote le PIB réel
 - ▶ $y_t = \ln(Y_t)$ dénote le logarithme du PIB réel
- ▶ Supposons que le PIB ait une croissance exponentielle de 3% chaque année :

$$\begin{aligned}Y_t &= Y_{t-1} \times (1 + g) \\&= Y_{t-2} \times (1 + g) \times (1 + g) = Y_{t-2} \times (1 + g)^2 \\&= Y_0 \times (1 + g)^t\end{aligned}$$

- ▶ Il ne serait alors pas surprenant qu'une tendance linéaire donne une période d'expansion en début et fin de période.
- ▶ La solution est d'étudier le logarithme du PIB réel.

1) Logarithme linéarise une croissance exponentielle

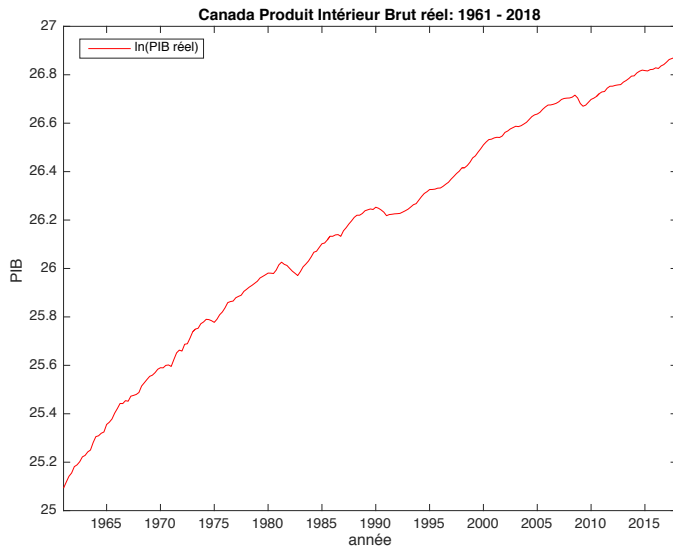
- ▶ Si un indicateur croît de manière exponentielle, le logarithme de cet indicateur croît de façon linéaire. Formellement, si $Y_t = Y_0 \times (1 + g)^t$, alors

$$\begin{aligned}y_t &= y_0 + t \times \ln(1 + g) \\ &\approx y_0 + t \times g\end{aligned}$$

(une expansion de Taylor montre que pour g petit, $\ln(1 + g) \approx g$)

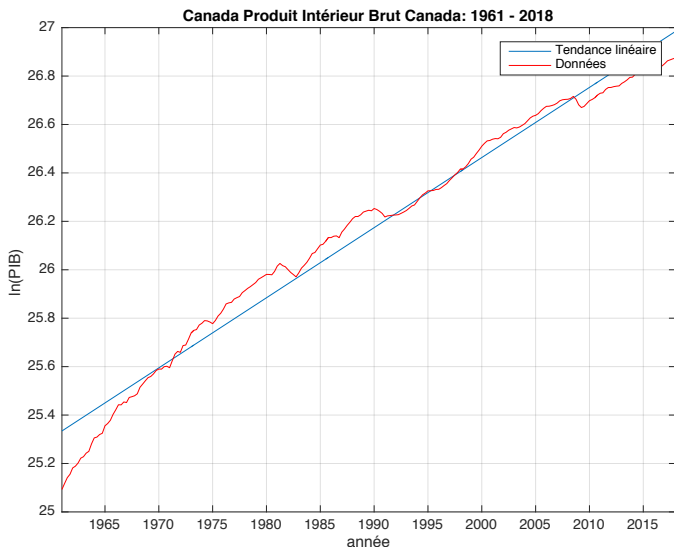
- ▶ Refaisons l'analyse à partir d'une tendance linéaire, mais en utilisant le logarithme du PIB réel y_t au lieu du PIB réel Y_t .

Logarithme du PIB du Canada



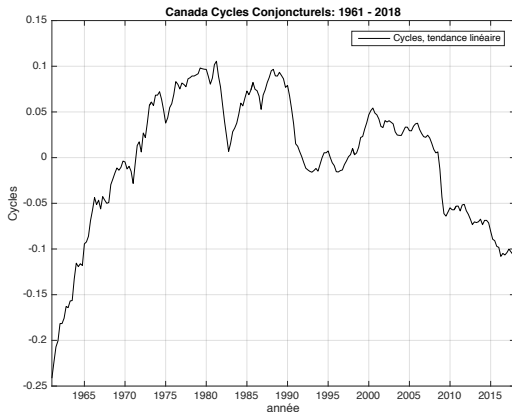
Logarithme du PIB du Canada

Tendance linéaire



Cycles conjoncturels du Canada

$$\text{Cycle}_{\text{linéaire}} = \ln(PIB) - \text{Tendance linéaire}$$



Problèmes :

1. ces cycles conjoncturels durent bien plus de dix ans.
2. contraction en début et fin de période d'analyse : on a le problème inverse !

Tendance linéaire

- ▶ La tendance linéaire ne filtre que les variations qui ont un effet permanent sur le taux de croissance
- ▶ On cherche une méthode plus flexible
- ▶ Trois autres méthodes souvent utilisées en pratique :
 - ▶ analyse par les taux de croissance : filtre toutes les variations qui durent plus d'un trimestre pour des données trimestrielles
 - ▶ Filtre de Hodrick et Prescott
 - ▶ Filtre passe-bande
- ▶ Dans ce cours, on va utiliser la méthode de Hodrick et Prescott

2) Les cycles conjoncturels dans les données

Filtre de Hodrick et Prescott

- Cycle et la tendance sont le résultat de ce problème de minimization

$$\min_{\{y_t^{cHP}, y_t^{tHP}\}} \sum_{t=1}^T (y_t^{cHP})^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(y_{t+1}^{tHP} - y_t^{tHP}) - (y_t^{tHP} - y_{t-1}^{tHP})]^2$$

sujet à la contrainte : $y_t^{cHP} + y_t^{tHP} = y_t$

- λ est un paramètre de lissage de la tendance (choix de l'analyste)

Les cycles conjoncturels dans les données

Filtre de Hodrick et Prescott

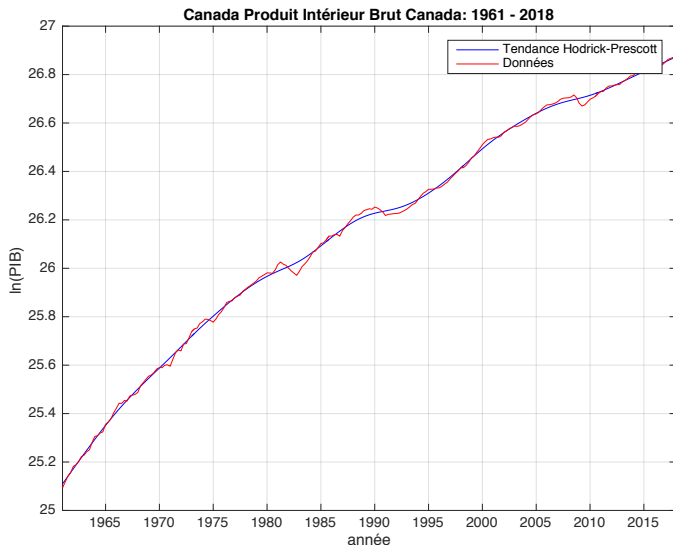
$$\min_{\{y_t^{cHP}, y_t^{tHP}\}} \sum_{t=1}^T (y_t^{cHP})^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(y_{t+1}^{tHP} - y_t^{tHP}) - (y_t^{tHP} - y_{t-1}^{tHP})]^2$$

sujet à la contrainte : $y_t^{cHP} + y_t^{tHP} = y_t$

- ▶ Si $\lambda \rightarrow \infty$ la tendance de Hodrick-Prescott tend vers une tendance linéaire
- ▶ Si $\lambda = 0$ la tendance de Hodrick-Prescott
- ▶ Recommandation pour une variable trimestrielle : $\lambda = 1600$
dans ce cas, le filtre HP purge les cycles d'une durée de 8 ans et plus.

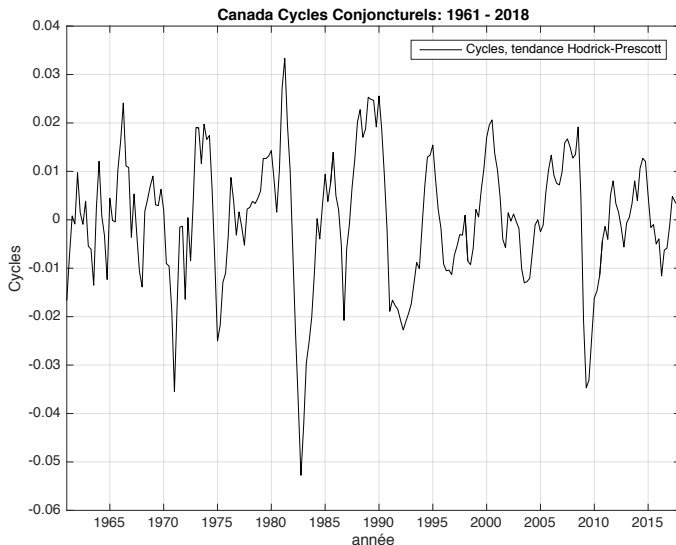
PIB du Canada

Tendance Hodrick-Prescott



Cycles conjoncturels du Canada

$\text{Cycle}_{\text{Hodrick-Prescott}} = \ln(\text{PIB}) - \text{Tendance Hodrick-Prescott}$



3) Faits empiriques des cycles conjoncturels

Statistiques descriptives de la série temporelle y_t^{cycles}

- ▶ Écart-type
- ▶ Minimum, Maximum
- ▶ persistance dans le temps :

$$A(j) = correlation(y_t^{cycles}, y_{t-j}^{cycles})$$

3) Faits empiriques des cycles conjoncturels

Tableau : Cycles conjoncturels réels du PIB

	Canada 1961-2018	États-Unis 1947 - 2004
Écart-type	1.3%	1.7%
Min	-5.3%	-3.1%
Max	3.3%	3.8%
A(1)	0.84	0.84
A(2)	0.61	0.60
A(3)	0.39	0.32
A(4)	0.18	0.08
A(5)	0.00	-0.10
$\%(\geq 0)$	53.3%	53.9%

3) Faits empiriques des cycles conjoncturels

1. PIB réel à une volatilité d'environ 1.5% autour de la tendance (voir tableau ci-dessus)
2. Les cycles conjoncturels persistent pendant environ trois trimestres (voir tableau ci-dessus)
- 3 Les cycles conjoncturels sont plus souvent au dessus de la tendance qu'en dessous. Ceci est dû à des périodes d'expansions modérées et persistantes et de courtes mais sévères périodes de contractions. (voir tableau ci-dessus)

3) Faits empiriques des cycles conjoncturels, suite

- 4 La majeure partie des contractions consiste en un ralentissement de la croissance et non une recul du PIB (ce fait ne peut être déduit du tableau ci-dessus, il faudrait calculer le taux de croissance pour chaque année :

$$y_t - y_{t-1} = \ln \left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}} \right) = \ln \left(1 + \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \right) \\ \approx \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = g_t$$

et constater que ceux-ci sont rarement négatifs.

Lien : <https://fred.stlouisfed.org/>

- ▶ Chercher « real GDP Canada »
- ▶ Ensuite « Edit Graph »
- ▶ Menu déroulant : « Units : percent change from year ago »

Perspective internationale sur les cycles conjoncturels réels

Les corrélations entre les variables de la macroéconomie de différents pays tendent à être positives mais relativement peu élevées.

Les cycles réels internationaux sont un sujet de recherche actif car le modèle de macroéconomie internationale de base peine à reproduire les faits empiriques des corrélations des cycles conjoncturels entre pays. Le modèle génère une corrélation négative entre les PIB des différents pays alors que la corrélation est positive dans les données (voir la troisième étape de la méthodologie que l'on adopte).

Lecture facultative :

Ambler S., E. Cardia et C. Zimmermann, (2004) "International Business Cycles : What are the facts?" Journal of Monetary Economics.

Exercice : cycle conjoncturels

Partie A de l'exercice :

Utilisez la série temporelle du PIB réel des États-Unis depuis le site FRED, disponible à l'adresse suivante <https://fred.stlouisfed.org/series/GDPC1> afin de mettre les statistiques des cycles conjoncturels des États-Unis à jour dans le tableau ci-dessus. Utilisez le filtre de Hodrick-Prescott avec une valeur de 1600 pour λ .

Commentez brièvement les résultats que vous obtenez (environ 5 lignes).

Sur StudiUM, vous trouverez un document dans lequel je détaille les étapes à suivre pour utiliser le filtre de Hodrick-Prescott ainsi que la routine Matlab associée. [Lien pour Matlab](#)

Exercice (suite)

Partie B de l'exercice :

Analysez, à l'aide du filtre de Hodrick et Prescott, le PIB réel et une autre variable macroéconomique (e.g. consommation, investissement, chômage, heures travaillées, etc) de votre choix pour un pays de votre choix.

1. Pour chacune des variables analysées, représentez graphiquement la variable et sa tendance selon le filtre de Hodrick et Prescott.
2. Pour chacune des variables analysées, représentez graphiquement son cycle selon le filtre de Hodrick et Prescott.
3. Pour chacune des variables analysées, présentez un résumé des propriétés statistiques des cycles conjoncturels.

Étape 2 : formuler et résoudre un modèle avec les mécanismes économiques étudiés

Modèle néoclassique de croissance

Environnement

- Préférences du consommateur :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

Loisir ne procure pas d'utilité (simplification)

Exercice en classe *Quelle est l'offre de travail ?*

Modèle néoclassique de croissance

Environnement

- Préférences du consommateur :

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

Loisir ne procure pas d'utilité (simplification)

Exercice en classe *Quelle est l'offre de travail ? Solution : offre de travail inélastique $\ell_t = 0$.*

- Fonction de production

$$y_t = f(k_t, n_t)$$

- Loi de dynamique du capital :

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + \text{investissement}_t$$

où $0 \leq \delta \leq 1$ désigne le taux de dépréciation

- Contrainte de ressources :

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = y_t$$

Modèle néoclassique de croissance

Problème du consommateur

Problème du consommateur :

$$\max_{(c_t \geq 0, a_{t+1})_{t=0}^{\infty}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + a_{t+1} = w_t + (1 + r_t) a_t \quad \text{pour } t = 0, 1, \dots$$

$(a_t)_{t=0}^{\infty}$ est une séquence bornée

Exercice en classe : Substituer $r_t = \mu_t - \delta$ où μ_t est le produit marginal du capital et $a_t = k_t$ pour obtenir la contrainte budgétaire habituelle.

Modèle néoclassique de croissance

Problème du consommateur

Exercice en classe : *Calculer les CPO inter-temporelles. Le consommateur fait-il un choix intra-temporel ?*

Solution :

CPO (condition Euler) inter-temporelle

$$u'(c_t) = (1 + r_{t+1}) \beta u'(c_{t+1})$$

Après substitution de la contrainte budgétaire, on voit que la solution du problème dynamique du consommateur est une suite récurrente d'ordre 2 en épargne a_t

$$u'(w_t + (1 + r_t) a_t - a_{t+1}) = (1 + r_{t+1}) \beta u'(w_{t+1} + (1 + r_{t+1}) a_{t+1} - a_{t+2})$$

Deux conditions de limite : a_0 donné et $a_{T+1} = 0$ si horizon fini ou condition de transversalité si horizon infini.

Modèle néoclassique de croissance

Problème de la firme

$$\max_{k_t, n_t} z_t f(k_t, n_t) - \mu_t k_t - w_t n_t$$

Le choix de capital et de demande de travail satisfait les Conditions de Premier Ordre (CPO) :

$$z_t f_1(k_t, n_t) = \mu_t$$

$$z_t f_2(k_t, n_t) = w_t$$

Remarques :

- ▶ μ_t désigne le loyer du capital qui est égal au produit marginal du capital
- ▶ $r_t = \mu_t - \delta$: le taux d'intérêt réel du capital est le loyer du capital net de la dépréciation

Modèle néoclassique : version statique simplifiée

Exercice en classe : technologie Cobb-Douglas

Étant donné w_t et μ_t , résoudre le problème d'une firme avec fonction de production $f(k, n) = z k^\alpha n^{1-\alpha}$.

Solution : CPO :

$$\begin{cases} z^\alpha \left(\frac{n_t}{k_t}\right)^{1-\alpha} & = \mu_t \\ z (1-\alpha) \left(\frac{k_t}{n_t}\right)^\alpha & = w_t \end{cases}$$

Calculer

1. la part du revenu du capital $\frac{\mu_t k_t}{y_t}$
2. la part du revenu du travail $\frac{w_t n_t}{y_t}$

Remarque : dans les données, la part du revenu du travail est environ 2/3 mais elle a baissé récemment. cf. Karabarbounis L. and B. Neiman (2014) 'The Global Decline of the Labor Share' *QJE*

Modèle néoclassique de croissance

Exercice : définition d'équilibre compétitif

Définir l'équilibre compétitif pour le modèle néoclassique de croissance.

Modèle néoclassique de croissance

Exercice : définition d'équilibre compétitif

Définir l'équilibre compétitif pour le modèle néoclassique de croissance.

Étant donné une dotation initiale a_0 ,

Modèle néoclassique de croissance

Exercice : définition d'équilibre compétitif

Définir l'équilibre compétitif pour le modèle néoclassique de croissance.

Étant donné une dotation initiale a_0 , un équilibre compétitif est une allocation $(c_t, \ell_t, a_{t+1})_{t=0}^{\infty}, (k_t, n_t)_{t=0}^{\infty}$ et un système de prix $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$ tels que :

- ▶ $(c_t, \ell_t, a_{t+1})_{t=0}^{\infty}$ résout problème du consommateur étant donnés les prix $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$
- ▶ $(k_t, n_t)_{t=0}^{\infty}$ résout problème des firmes étant donné prix $(w_t, r_t)_{t=0}^{\infty}$
- ▶ Marchés sont à l'équilibre à chaque $t = 0, \dots$
 - ▶ travail : $n_t = 1$
 - ▶ actifs financiers : $a_t = k_t$
 - ▶ biens : $c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = z_t k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$

Modèle néoclassique de croissance

Exercice en class : Loi de Walras

Montrer que les conditions d'équilibre sur le marché des biens sont redondantes dans la définition de l'équilibre compétitif.

Modèle néoclassique de croissance

Caractérisation de l'équilibre

- ▶ On a vu que la solution du problème du consommateur est caractérisée par :

$$u'(w_t + (1 + r_t) a_t - a_{t+1}) = \\ (1 + r_{t+1}) \beta u'(w_{t+1} + (1 + r_{t+1}) a_{t+1} - a_{t+2})$$

avec deux conditions de limite : a_0 donné et $a_{T+1} = 0$ si horizon fini ou condition de transversalité si horizon infini.

- ▶ Solution du problème de la firme est caractérisée par les CPO :

$$z \alpha \left(\frac{n_t}{k_t} \right)^{1-\alpha} = \mu_t \\ z (1 - \alpha) \left(\frac{k_t}{n_t} \right)^{\alpha} = w_t$$

- ▶ Marchés sont à l'équilibre à chaque $t = 0, \dots$:
 $n_t = 1$ et $a_t = k_t$

Modèle néoclassique de croissance

Caractérisation de l'équilibre

(suite)

- ▶ On substitue les CPO de la firme et les conditions de marchés à l'équilibre dans la suite récurrente d'ordre 2 :

$$u'(z(1-\alpha)k_t^\alpha + (1+z\alpha k_t^{-1+\alpha} - \delta)k_t - k_{t+1}) = \\ (1+z\alpha k_t^{-1+\alpha} - \delta)\beta u'(w_{t+1} + (1+z\alpha k_{t+1}^{-1+\alpha} - \delta)k_{t+1} - k_{t+2})$$

- ▶ C'est une suite récurrente d'ordre 2 avec 2 conditions de limite : $a_0 = k_0$ et la condition de transversalité. Ce système caractérise l'évolution du stock de capital dans un équilibre compétitif.

Modèle néoclassique de croissance

Problème du planificateur

Le planificateur choisit l'allocation des ressources qui maximise le bien-être des consommateurs sous les contraintes de ressources :

$$\max_{0 \leq c_t, 0 \leq k_{t+1}, 0 \leq n_t \leq 1} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = z k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

k_0 donné

On peut résoudre pour n_t avant même de formuler un Lagrangien : la solution doit nécessairement avoir n_t aussi grand que possible car le bien-être ne dépend pas directement de n_t et plus n_t est grand plus la production est grande. On conclut : $n_t = 1$.

Modèle néoclassique de croissance

Problème du planificateur

Avec $n_t = 1$ on obtient :

$$\max_{0 \leq c_t, 0 \leq k_{t+1}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = z k_t^{\alpha}$$

k_0 donné

$$\mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t (z k_t^{\alpha} - c_t - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t)$$

Modèle néoclassique de croissance

Problème du planificateur

CPO sont

$$\begin{aligned}\beta^t u'(c_t) - \lambda_t &= 0 \\ -\lambda_t + \lambda_{t+1}(z\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta)) &= 0\end{aligned}$$

On obtient l'équation d'Euler inter-temporelle :

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1})(z\alpha k_{t+1}^{\alpha-1} + (1-\delta))$$

Modèle néoclassique de croissance

Exercice : allocation d'équilibre via allocation efficiente (Théorème du Bien-Être)

L'économie étudiée est le modèle néoclassique de croissance avec horizon infini et choix d'épargne en capital, comme celle étudiée en classe.

- a) Dériver les conditions d'Euler inter-temporelles. *Indice : dériver les CPO d'un consommateur représentatif puis les combiner.*
- b) Obtenir une suite récurrente d'ordre 2 en k_t, k_{t+1}, k_{t+2} .
- c) Comparer cette suite récurrente à celle obtenue pour la caractérisation de l'équilibre compétitif. Est-ce la même ?
- d) Quel est le taux d'intérêt réel à l'équilibre ? *Indice : comparer les conditions d'Euler inter-temporelles du problème du planificateur à celles du consommateur.*

Modèle néoclassique de croissance

État stationnaire

À l'état stationnaire, l'équation d'Euler inter-temporelle est :

$$u'(c) = \beta u'(c)(z\alpha(k^{stat})^{\alpha-1} + (1 - \delta))$$

où k^{stat} désigne le capital à l'état stationnaire de l'équilibre.

Règle d'or modifiée du capital :

$$k^{stat} = \left(\frac{z\alpha}{\frac{1}{\beta} - 1 + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{z\alpha}{\rho + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Exercice en classe : *On a vu que $1 - \alpha$ est la part du travail dans la production d'une firme avec technologie Cobb-Douglas. D'après notre modèle, quel est l'effet sur la règle d'or modifiée du capital. Quel est l'effet de l'impatience des consommateurs sur la règle d'or modifiée du capital ?*

Modèle néoclassique de croissance

État stationnaire

L'état stationnaire k^{stat} de la règle d'or modifiée du capital maximise-t-il le niveau de consommation à l'état stationnaire ?

- ▶ La contrainte de ressource est $c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = zk_t^\alpha$
- ▶ à l'état stationnaire :

$$c = zk^\alpha - \delta k$$

- ▶ le niveau de capital qui maximise la consommation à l'état stationnaire résout :

$$\max_k zk^\alpha - \delta k$$

La CPO donne la **règle d'or du capital**

$$k^{or} = \left(\frac{z\alpha}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Modèle néoclassique de croissance

État stationnaire

Le niveau de capital stationnaire à l'équilibre compétitif (qui est efficient) est plus petit que le niveau de capital qui maximise la consommation à l'état stationnaire :

$$k^{stat} = \left(\frac{z \alpha}{\rho + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} < \left(\frac{z \alpha}{\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = k^{or}$$

Pour un niveau de capital initial donné, il faut accumuler le capital pour arriver à l'état stationnaire. Cette accumulation se fait au détriment de la consommation. Vu que le consommateur valorise plus la consommation aujourd'hui que future ($\rho > 0$), on a $k^{stat} < k^{or}$

Leçon sur la différence entre règle d'or et règle d'or modifiée : pour évaluer le bien-être, il faut prendre en compte la période de transition.

Modèle néoclassique de croissance

Calibration

On va **calibrer** (c'est à dire étalonner) le modèle néoclassique de croissance : c'est à dire choisir les paramètres du modèle de façon à ce que le modèle reproduise, dans les grandes lignes, les valeurs observées dans les données (appelées cibles de calibration).

Liste des paramètres à choisir :

- ▶ Technologiques
 - ▶ α part du revenu du capital dans le PIB
 - ▶ δ taux de dépréciation
 - ▶ z niveau de technologie
- ▶ Préférences
 - ▶ ρ taux d'escompte
 - ▶ γ élasticité de substitution de la fonction d'utilité $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$

Modèle néoclassique de croissance

Calibration

Quelles cibles de calibration ?

- ▶ notre but est d'utiliser le modèle pour l'étude des cycles conjoncturels
- ▶ cibles de calibration sont les statistiques sur le long termes *et non les cycles*
- ▶ on vérifie que le modèle arrive à reproduire des statistiques relatives aux cycles conjoncturels observées dans les données *sans même que ces statistiques ne soient ciblées* : c'est la *validation* du modèle
- ▶ nos données sont trimestrielles donc on choisit qu'une période dans le modèle correspond à trois mois

Modèle néoclassique de croissance

Calibration

L'approche est la suivante :

- ▶ choisir des cibles de calibration dans les données, par exemple, un moment (moyenne, variance)
- ▶ calculer l'équivalent des cibles de calibration dans le modèle en fonction des paramètres du modèle (ceci peut nécessiter de simuler le modèle)
- ▶ choisir les paramètres du modèle pour
 - ▶ égaliser chaque moment calculé dans les données avec le moment équivalent dans modèle (c'est ce qu'on va faire dans ce cours)
 - ▶ ou, si il n'est pas possible d'identifier chaque paramètre du modèle par un seul moment, minimiser une fonction objective qui mesure l'écart entre moments dans les données et moments du modèle simulés (méthode des moments simulés, GMM).

Modèle néoclassique de croissance

Calibration

Remarques :

- ▶ Une autre méthode de calibration est de prendre directement la valeur estimée dans d'autres articles de recherche (cette approche est grandement critiquée ; par exemple, la valeur d'une élasticité dans un contexte microéconomique bien précis peut être complètement différente de la valeur de cette même élasticité dans un autre contexte macroéconomique)
- ▶ Lecture recommandée : L. P. Hansen et J. J. Heckman (1996) « The Empirical Foundations of Calibration » Journal of Economic Perspectives

Modèle néoclassique de croissance

Calibration α

- ▶ *Modèle* : avec la production Cobb-Douglas :
 - ▶ α est la part du revenu du capital dans le PIB
 - ▶ $1 - \alpha$ est la part du revenu du travail dans le PIB

Exercice en classe : $f(k, n) = k^\alpha n^{1-\alpha}$, utiliser les CPO du problème de la firme afin de remplacer r dans $r k$.

- ▶ *Données* : deux difficultés pour mesurer α :
 1. un entrepreneur fournit du capital et du travail à sa firme mais ne se paye pas nécessairement un salaire
 2. loyer imputer pour ceux qui habitent une maison qu'ils possèdent.

Dans les données $\alpha \approx \frac{1}{3}$

Modèle néoclassique de croissance

Calibration δ

Modèle : à l'état stationnaire, l'investissement compense pour la dépréciation du capital :

$$\text{investissement} = \delta k_{es}$$

On a donc :

$$\delta = \frac{\frac{\text{investissement}}{y}}{\frac{k}{y}}$$

Données : aux états unis :

- ▶ $\frac{\text{investissement}}{y} \approx 25\%$
- ▶ $\frac{k}{y_{\text{annuel}}} \approx 2.6$ avec des données annuelles.

Le PIB est un flux donc le PIB trimestriel est 1/4 du PIB annuel. Le capital est un stock donc la fréquence d'observations n'influence pas sa mesure.

$$\frac{k}{y_{\text{trimestriel}}} = \frac{k}{\frac{1}{4}y_{\text{annuel}}} \approx 4 * 2.6 \text{ en données trimestrielles}$$

On en déduit : $\delta \approx \frac{0.25}{4 * 2.6}$.

Modèle néoclassique de croissance

Calibration z

Le niveau de technologie peut être normalisé à 1. Pourquoi ?

Avec des rendements d'échelle constants, l'équilibre est un multiple de z donc z détermine seulement le niveau de l'équilibre et n'a aucun effet sur les valeurs relatives.

Modèle néoclassique de croissance

Calibration ρ

Modèle : à l'état stationnaire : $\rho = r$.

Exercice : montrer que $\rho = r$ à l'état stationnaire d'après la condition d'Euler inter-temporelle et $\beta \equiv \frac{1}{1+\rho}$.

Données : difficultés pour mesurer r : il y a plusieurs taux d'intérêts réels. Est-ce le taux d'intérêt réel sur la dette public (environ 1%) ou sur le rendement du capital (environ 7%) ?

Il est courant de choisir $r \approx 4\%$ par année soit environ 1% par trimestre.

On en déduit : $r = \rho \approx 0.01$

Remarque : on a

Modèle néoclassique de croissance

Calibration γ

Pour l'élasticité de substitution, il est courant de commencer avec 1 (c'est à dire $u(\cdot) \equiv \ln(\cdot)$) et de varier les valeurs pour voir si les résultats sont robustes au choix de γ .

Modèle néoclassique de croissance

Résumé : calibration

Liste des paramètres à choisir :

► Technologiques

► $\alpha \approx \frac{1}{3}$ part du revenu du travail $\approx 2/3$

► $\delta \approx 2.42$ taux de dépréciation $\frac{\text{investissement}}{\frac{y}{\frac{k}{y}}}$

► $z \equiv 1$ niveau de technologie normalisé

► Préférences

► $\rho \approx 1\%$ taux d'escompte à l'état stationnaire ($\rho = r$)

► $\gamma = 1$ élasticité de substitution

Remarque : on aurait dû modéliser

► croissance de la population $N_{t+1} \approx (1 + 0.27\%)N_t$ (taux annuel 1.1%)

► croissance du PIB par habitant $Y_{t+1} \approx (1 + 0.55\%)Y_t$ (taux annuel 2.2%)

On aurait trouver : $\delta = 1.6\%$ et $\rho = 0.2\%$. (pour plus de détails, voir Krueger (2007) chapitre 7 et 8.)

Modèle néoclassique de croissance

Résolution

Résolution numérique du modèle néoclassique de croissance :

- ▶ Méthodes séquentielles
 - ▶ Approximation log-linéaire autour de l'état stationnaire
 - ▶ « Guess and verify » (conjecture et vérification)
- ▶ Méthodes récursives
 - ▶ Itération fonction valeur
 - ▶ Itération temps : Euler équation
 - ▶ Itération temps avec grille endogène
 - ▶ Algorithme d'amélioration d'Howard (itération de fonctions de politique)
 - ▶ Lectures sur la théorie : LS chapitres 3 et 4
 - ▶ Mise en pratique : QuantEcon, Optimal Growth I, II, III, IV

Modèle néoclassique de croissance

Résolution

La solution du problème du planificateur est caractérisée par la suite récurrente d'ordre 2 suivante :

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) (\alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t \quad (\text{Ressource à } t)$$

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^\alpha - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1} \quad (\text{Ressource à } t+1)$$

- ▶ La solution de cette suite récurrente est un sentier pour le capital $(k_t)_{t=0}^\infty$.
- ▶ À partir de la solution $(k_t)_{t=0}^\infty$, la contrainte de ressource donne $(c_t)_{t=0}^\infty$ et la fonction de production donne $(y_t)_{t=0}^\infty$
- ▶ La suite récurrente est non-linéaire donc difficile à résoudre.

Modèle néoclassique de croissance

Résolution par méthode séquentielle

Pour résoudre le système il y a deux approches non-récurrentes :

1. solution locale : deux étapes
 - 1.1 approximation linéaire (Taylor de premier ordre) de la suite récurrente proche de l'état stationnaire
 - 1.2 résoudre pour la dynamique locale du modèle (méthode des coefficients indéterminés)
 - ▶ avantage : marche à tous les coups
 - ▶ désavantages : solution locale, approximation de premier ordre pas suffisante pour étudier le bien-être
2. solution globale : deviner une solution et vérifier que c'est la bonne (« guess and verify »), donc deux étapes :
 - 2.1 deviner la solution
 - 2.2 vérifier que le « guess » résout les conditions d'équilibre
 - ▶ avantage : solution globale
 - ▶ désavantage : deviner la solution est loin d'être simple

Méthodes récurrentes : section I.2. du plan de cours

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale

Parenthèse mathématique sur l'approximation de Taylor :

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{1}{2}f''(a)(x - a)^2 + \dots$$

On veut une suite récurrente linéaire donc on utilise une approximation de premier ordre autour de a :

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$$

Pour x proche de a , les termes d'ordre supérieurs $(x - a)^2$, $(x - a)^3, \dots$ sont petits ce qui justifie l'approximation.

Solution locale : approximation de Taylor de premier ordre pour

- ▶ les contraintes de ressources
- ▶ les équations d'Euler inter-temporelles
- ▶ autour de l'état stationnaire

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

Linéarisation de la contrainte de ressource autour de l'état stationnaire k_{es}

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t$$

terme par terme :

$$\begin{aligned} z k_t^\alpha &\approx z k_{es}^\alpha + z \alpha k_{es}^{\alpha-1} (k_t - k_{es}) \\ &= z k_{es}^\alpha + z \alpha k_{es}^{\alpha-1} \frac{(k_t - k_{es})}{k_{es}} k_{es} \\ &= z k_{es}^\alpha + z \alpha k_{es}^{\alpha-1} \hat{k}_t k_{es} \end{aligned}$$

où \hat{k}_t désigne l'écart de l'état stationnaire en pourcentage

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

terme par terme :

$$\begin{aligned} -k_{t+1} &\approx -k_{es} - 1 (k_{t+1} - k_{es}) \\ &= -k_{es} - \frac{(k_{t+1} - k_{es})}{k_{es}} k_{es} \\ &= -k_{es} - \hat{k}_{t+1} k_{es} \end{aligned}$$

Exercice en classe : *Linéariser le terme c_t et $(1 - \delta)k_t$ en pourcentage de déviation de l'état stationnaire c_{es}, k_{es} :*

$$c_t \approx$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

terme par terme :

$$\begin{aligned} -k_{t+1} &\approx -k_{es} - 1 (k_{t+1} - k_{es}) \\ &= -k_{es} - \frac{(k_{t+1} - k_{es})}{k_{es}} k_{es} \\ &= -k_{es} - \hat{k}_{t+1} k_{es} \end{aligned}$$

Exercice en classe : *Linéariser le terme c_t et $(1 - \delta)k_t$ en pourcentage de déviation de l'état stationnaire c_{es}, k_{es} :*

$$c_t \approx c_{es} + \hat{c}_t c_{es}$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

terme par terme :

$$\begin{aligned} -k_{t+1} &\approx -k_{es} - 1 (k_{t+1} - k_{es}) \\ &= -k_{es} - \frac{(k_{t+1} - k_{es})}{k_{es}} k_{es} \\ &= -k_{es} - \hat{k}_{t+1} k_{es} \end{aligned}$$

Exercice en classe : *Linéariser le terme c_t et $(1 - \delta)k_t$ en pourcentage de déviation de l'état stationnaire c_{es}, k_{es} :*

$$c_t \approx c_{es} + \hat{c}_t c_{es}$$

$$(1 - \delta)k_t \approx$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

terme par terme :

$$\begin{aligned} -k_{t+1} &\approx -k_{es} - 1 (k_{t+1} - k_{es}) \\ &= -k_{es} - \frac{(k_{t+1} - k_{es})}{k_{es}} k_{es} \\ &= -k_{es} - \hat{k}_{t+1} k_{es} \end{aligned}$$

Exercice en classe : *Linéariser le terme c_t et $(1 - \delta)k_t$ en pourcentage de déviation de l'état stationnaire c_{es}, k_{es} :*

$$c_t \approx c_{es} + \hat{c}_t c_{es}$$

$$(1 - \delta)k_t \approx (1 - \delta)k_{es} + (1 - \delta)k_{es}\hat{k}_t$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

Linéarisation de la contrainte de ressource autour de l'état stationnaire k_{es}

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t$$

après substitution des termes linéarisés :

$$\underbrace{c_{es} + \hat{c}_t}_{\approx c_t} c_{es} = \underbrace{z k_{es}^\alpha + z \alpha k_{es}^{\alpha-1} \hat{k}_t}_{\approx z k_t^\alpha - k_{t+1}} \underbrace{- k_{es} - \hat{k}_{t+1}}_{\approx -k_{t+1}} k_{es} + \underbrace{(1 - \delta)k_{es} + (1 - \delta)k_{es} \hat{k}_t}_{\approx (1 - \delta)k_t}$$

La contrainte de ressource est satisfaite à l'état stationnaire

$$c_{es} = z k_{es}^\alpha - k_{es} + (1 - \delta)k_{es}$$

ce qui permet de simplifier la **contrainte de ressource** à t **linéarisée** :

$$\hat{c}_t c_{es} = z \alpha k_{es}^{\alpha} \hat{k}_t - \hat{k}_{t+1} k_{es} + (1 - \delta)k_{es} \hat{k}_t$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

Exercice en classe : *Linéariser la contrainte de ressource à $t+1$*

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^{\alpha} - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1}$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de la contrainte de ressource

Exercice en classe : *Linéariser la contrainte de ressource à $t+1$*

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^{\alpha} - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1}$$

C'est la même que pour t sauf que l'indice de temps est $t + 1$.

contrainte de ressource à $t + 1$ linéarisée

$$\hat{c}_{t+1} c_{es} = \alpha k_{es}^{\alpha} \hat{k}_{t+1} - \hat{k}_{t+2} k_{es} + (1 - \delta)k_{es} \hat{k}_{t+1} .$$

Il ne nous reste plus qu'à linéariser l'équation d'Euler inter-temporelle.

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de l'équation d'Euler inter-temporelle

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) (\alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

Terme par terme :



$$\begin{aligned} u'(c_t) &\approx u'(c_{es}) + u''(c_{es})(c_t - c_{es}) \\ &= u'(c_{es}) + u''(c_{es}) \frac{(c_t - c_{es})}{c_{es}} c_{es} \\ &= u'(c_{es}) + u''(c_{es}) \hat{c}_t c_{es} \end{aligned}$$

- **Exercice en classe** : linéariser par approximation de Taylor de premier ordre autour de l'état stationnaire $(1 - \delta)\beta u'(c_{t+1})$:

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de l'équation d'Euler inter-temporelle

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) (\alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

Terme par terme :



$$\begin{aligned} u'(c_t) &\approx u'(c_{es}) + u''(c_{es})(c_t - c_{es}) \\ &= u'(c_{es}) + u''(c_{es}) \frac{(c_t - c_{es})}{c_{es}} c_{es} \\ &= u'(c_{es}) + u''(c_{es}) \hat{c}_t c_{es} \end{aligned}$$

- **Exercice en classe** : linéariser par approximation de Taylor de premier ordre autour de l'état stationnaire $(1 - \delta)\beta u'(c_{t+1})$:

$$(1 - \delta)\beta u'(c_{t+1}) \approx (1 - \delta) \beta (u'(c_{es}) + u''(c_{es}) \hat{c}_{t+1} c_{es})$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de l'équation d'Euler inter-temporelle

Terme par terme (suite) :

$$\begin{aligned}u'(c_{t+1})k_{t+1}^{\alpha-1} &\approx u'(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \\&\quad + u''(c_{es})k_{es}^{\alpha-1} (c_{t+1} - c_{es}) \\&\quad + u'(c_{es})(\alpha - 1)k_{es}^{\alpha-2} (k_{t+1} - k_{es})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\approx u'(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \\&\quad + u''(c_{es})k_{es}^{\alpha-1} \frac{(c_{t+1} - c_{es})}{c_{es}} c_{es} \\&\quad + u'(c_{es})(\alpha - 1)k_{es}^{\alpha-2} \frac{(k_{t+1} - k_{es})}{k_{es}} k_{es}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\approx u'(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \\&\quad + u''(c_{es})k_{es}^{\alpha-1} \hat{c}_{t+1} c_{es} \\&\quad + u'(c_{es})(\alpha - 1)k_{es}^{\alpha-2} \hat{k}_{t+1} k_{es}\end{aligned}$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de l'équation d'Euler inter-temporelle

$$\underbrace{u'(c_{es}) + u''(c_{es})\hat{c}_t c_{es}}_{\approx u'(c_t)} \approx \underbrace{(1 - \delta) \beta (u'(c_{es}) + u''(c_{es})\hat{c}_{t+1} c_{es})}_{\approx (1-\delta)\beta u'(c_{t+1})}$$
$$+ \beta \alpha z \underbrace{(u'(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} + u''(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \hat{c}_{t+1} c_{es} + u'(c_{es})(\alpha - 1) k_{es}^{\alpha-2} \hat{k}_{t+1} k_{es})}_{\approx u'(c_{t+1}) k_{t+1}^{\alpha-1}}$$

Quelques termes s'annulent vu que la condition d'Euler intertemporelle est satisfaite à l'état stationnaire.

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : linéarisation de l'équation d'Euler inter-temporelle

Quelques terms s'annulent vu que la condition d'Euler intertemporelle est satisfaite à l'état stationnaire :

$$u'(c_{es}) = (1 - \delta) \beta u'(c_{es}) + \beta \alpha z u'(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1}$$

On obtient **l'équation d'Euler intertemporelle linéarisée**

$$\begin{aligned} u''(c_{es}) \hat{c}_t c_{es} &\approx (1 - \delta) \beta u''(c_{es}) \hat{c}_{t+1} c_{es} \\ &+ \beta \alpha z (u''(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \hat{c}_{t+1} c_{es} + u'(c_{es}) (\alpha - 1) k_{es}^{\alpha-2} \hat{k}_{t+1} k_{es}) \end{aligned}$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : système linéarisé

L'équilibre du modèle néoclassique résout ce système non-linéaire :

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) (\alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t \quad (\text{Ressource à } t)$$

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^\alpha - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1} \quad (\text{Ressource à } t+1)$$

qui, une fois linéarisé, devient :

$$\begin{aligned} u''(c_{es}) \hat{c}_t c_{es} &\approx (1 - \delta) \beta u''(c_{es}) \hat{c}_{t+1} c_{es} \\ &+ \beta \alpha z (u''(c_{es}) k_{es}^{\alpha-1} \hat{c}_{t+1} c_{es} + u'(c_{es}) (\alpha - 1) k_{es}^{\alpha-2} \hat{k}_{t+1} k_{es}) \end{aligned}$$

(Euler inter-temporelle linéarisée)

$$\hat{c}_t c_{es} \approx \alpha k_{es}^\alpha \hat{k}_t - \hat{k}_{t+1} k_{es} + (1 - \delta) k_{es} \hat{k}_t$$

(Ressource à t linéarisée)

$$\hat{c}_{t+1} c_{es} \approx \alpha k_{es}^\alpha \hat{k}_{t+1} - \hat{k}_{t+2} k_{es} + (1 - \delta) k_{es} \hat{k}_{t+1}$$

(Ressource à t+1 linéarisée)

Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale

Pour résoudre le système linéarisé :

1. substituer les contraintes de ressources dans l'équation inter-temporelle pour obtenir une suite récurrente *linéaire* d'ordre 2 en $\hat{k}_t, \hat{k}_{t+1}, \hat{k}_{t+2}$.
2. Méthode des coefficients indéterminées :
 - ▶ Solution du système linéaire est de la forme :
 $\hat{k}_{t+1} = s \hat{k}_t$ donc $\hat{k}_{t+2} = s^2 \hat{k}_t$ où s reste à déterminer
 - ▶ Substitution dans l'équation inter-temporelle linéaire ce qui donne une équation quadratique en s
 - ▶ Résoudre l'équation quadratique et garder la racine positive s_{sol}

Solution locale autour de l'état stationnaire :

$$\hat{k}_t = s_{sol}^t \hat{k}_0$$

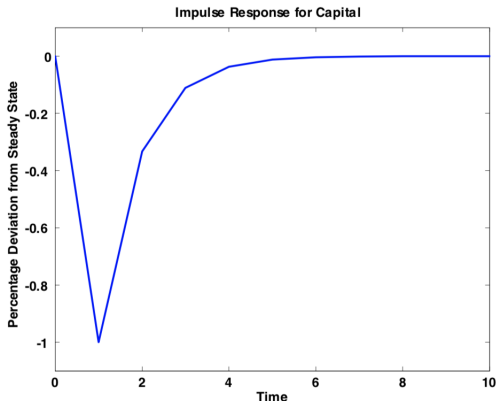
Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale

Quel est l'effet d'une destruction de 1% du stock de capital ?

Réponse impulsionnelle : si l'économie était à l'état stationnaire avant la destruction de 1% du capital :

$$\hat{k}_1 = -1\%, \quad \hat{k}_2 = -s_{sol} \ 1\%, \quad \hat{k}_{t+1} = -s_{sol}^t \ 1\%$$



Modèle néoclassique de croissance

Résolution locale : résumé

- ▶ La solution du modèle néoclassique de croissance est une suite récurrente nonlinéaire d'ordre 2
- ▶ Approximation de Taylor d'ordre 1 autour de l'état stationnaire permet de **linéariser** le système
- ▶ Pour des petites déviations (solution locale) de l'état stationnaire, le système évolue ainsi : $\hat{k}_{t+1} = s_{sol} \hat{k}_t$.
- ▶ Trouver s_{sol} par la **méthode des coefficients indéterminés**. (Pour plus de détails : Krueger (2007) chapitre 6).
- ▶ Représentation graphique du retour à l'état stationnaire après un choc : **réponse impulsionnelle**

Modèle néoclassique de croissance

Résolution globale : « guess and verify »

La solution du modèle néoclassique de croissance est une suite récurrente nonlinéaire d'ordre 2

Résolution globale : solution

- ▶ n'est pas une approximation
- ▶ valable même loin de l'état stationnaire

Deviner et vérifier (« guess and verify »)

1. deviner la solution
2. vérifier que la solution devinée résout les conditions d'équilibre

En général il est très difficile de deviner la solution sauf pour des cas spéciaux tel que $u(c) = \ln(c)$ et dépréciation totale du capital $\delta = 1$.

Modèle néoclassique de croissance

Résolution globale : « guess and verify »

Modèle néoclassique de croissance avec $u(c) = \ln(c)$ et $\delta = 1$

Deviner et vérifier (« guess and verify »)

1. deviner la solution : « guess » $k_{t+1} = s_g k_t^\alpha$ où s_g reste à déterminer
2. vérifier que la solution devinée résout les conditions d'équilibre :

$$u'(c_t) = \beta u'(c_{t+1}) (\alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} + (1 - \delta)) \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} + (1 - \delta)k_t \quad (\text{Ressource à } t)$$

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^\alpha - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1} \quad (\text{Ressource à } t+1)$$

devient :

$$\frac{1}{c_t} = \beta \frac{1}{c_{t+1}} \alpha z k_{t+1}^{\alpha-1} \quad (\text{Euler inter-temporelle})$$

$$c_t = z k_t^\alpha - k_{t+1} \quad (\text{Ressource à } t)$$

$$c_{t+1} = z k_{t+1}^\alpha - k_{t+2} \quad (\text{Ressource à } t+1)$$

Modèle néoclassique de croissance

Résolution globale : « guess and verify »

2. vérifier que la solution devinée résout les conditions d'équilibre (suite) : après substitution des contraintes de ressources dans l'équation d'Euler

$$\frac{1}{z k_t^\alpha - k_{t+1}} = \beta \frac{1}{z k_{t+1}^\alpha - k_{t+2}} \propto z k_{t+1}^{\alpha-1}$$

Substituons notre « guess » :

$$\frac{1}{z k_t^\alpha - s_g k_t^\alpha} = \beta \frac{1}{z k_{t+1}^\alpha - s_g k_{t+1}^\alpha} \propto z k_{t+1}^{\alpha-1}$$

$$\frac{1}{(z - s_g) k_t^\alpha} = \beta \frac{1}{(z - s_g) k_{t+1}^\alpha} \propto z k_{t+1}^{\alpha-1}$$

$$\frac{1}{k_t^\alpha} = \beta \propto z k_{t+1}^{-1}$$

$$k_{t+1} = \beta \propto z k_t^\alpha$$

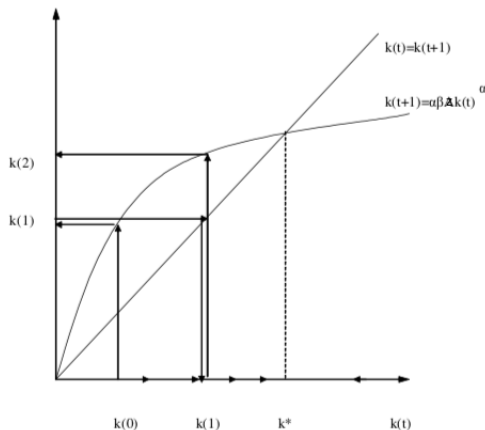
Ce qui valide notre « guess » qui est bien de la forme $k_{t+1} = s_g k_t^\alpha$ où $s_g = \beta \propto z$.

Modèle néoclassique de croissance

Résolution globale : « guess and verify »

Quelle est l'évolution du capital au sein du modèle néoclassique de croissance ?

Si $u = \ln$ et $\delta = 1$, alors :



Modèle néoclassique de croissance

Résolution globale : résumé

- ▶ La solution du modèle néoclassique de croissance est une suite récurrente nonlinéaire d'ordre 2.
- ▶ Pour le cas spécial $u = \ln$ et $\delta = 1$, la suite $k_{t+1} = s_g k_t$ résout la suite récurrente nonlinéaire d'ordre 2 si $s_g = \beta \alpha z$.
- ▶ Représentation graphique de l'évolution du capital (convergence vers l'état stationnaire) quelque soit le point de départ, même si ce n'est pas l'état stationnaire.

Du modèle néoclassique de croissance au modèle RBC

- ▶ Le modèle néoclassique de croissance génère une convergence monotone vers l'état stationnaire et donc il ne génère aucune fluctuation conjoncturelle.
- ▶ Modèle RBC (Cycles Conjoncturels Réels) est une version enrichie du modèle néoclassique de croissance avec
 - ▶ choix d'offre de travail élastique (dans le modèle néoclassique de croissance on avait loisir $\ell_t = 0$)

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, \ell_t)$$

- ▶ chocs technologiques : z_t stochastique

Modèle RBC

Plan :

- ▶ analyse de long terme : étudier l'état stationnaire afin de calibrer le modèle
- ▶ analyse de court/moyen terme : étudier l'allocation du travail dans le temps en réponse à des chocs technologiques plus ou moins permanents
- ▶ calibrer les chocs technologiques z_t

Modèle RBC

Exercice : Offre de travail dans le modèle RBC

Assumer que $z_t = z$ pour tout $t \geq 0$. Dans le modèle RBC avec $U((c_t, \ell_t)_{t=0}^{\infty} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\tilde{u}(c_t) - \psi(1 - \ell_t)])$ et production Cobb-Douglas $F(k_t, n_t) = z k_t^{\alpha} n_t^{1-\alpha}$,

1. Formuler le problème du planificateur.
2. Dériver les conditions d'Euler intra- et inter-temporelles.
3. Quel est le ratio capital-travail à l'état stationnaire ? Quelle différence avec le capital de la règle d'or modifiée ?
4. Résoudre pour le niveau, à l'état stationnaire, de
 - 4.1 capital
 - 4.2 consommation et
 - 4.3 travail.
5. Résoudre pour les prix à l'équilibre (indice : utiliser les CPO de la firme vu que les théorèmes de l'économie du bien-être s'appliquent).

Indice : voir notes de Krueger (2007) Chapitre 9 disponible sur StudiUM.

Modèle RBC

Calibration du modèle RBC

La calibration des paramètres déjà présents dans le modèle néoclassique de croissance ne change pas.

Un paramètre de plus à calibrer : ψ .

Cible de calibration : nombre d'heures travaillées en moyenne *dans le long terme* ?

Exercice en classe : pourquoi ne pas calibrer de façon à reproduire les statistiques des heures travaillées dans les cycles conjoncturels ?

Modèle RBC

Calibration du modèle RBC

D'après les données, en moyenne, les gens passent 1/3 de leur vie à travailler.

D'après l'exercice :

$$n_{es} = \frac{1}{\psi \left(1 + \frac{\alpha}{(1-\alpha)\left(\frac{\delta}{\rho} + 1\right)} \right)}$$

Calibration de ψ pour que $n_{es} = \frac{1}{3}$.

Remarque : Le travail à l'état stationnaire ne dépend pas du niveau de technologie z .

Exercice : Calibration de ψ dans le modèle RBC.

D'après les paramètres calibrés pour le modèle néoclassique de croissance, calibrer le paramètre ψ du modèle RBC.

Modèle RBC

Substitution inter-temporelle du travail

Nous sommes intéressé par les fluctuations conjoncturelles : quel est l'effet de chocs technologiques sur l'offre de travail ?

Nous avons étudié en détail :

- ▶ l'allocation consommation-loisir au sein d'une même période avec l'équation d'Euler intra-temporelle
- ▶ l'allocation de la consommation dans le temps avec l'équation d'Euler inter-temporelle
- ▶ qu'en est-il de l'allocation du travail dans le temps ?

Modèle RBC

Substitution inter-temporelle du travail

Nous sommes intéressé par les fluctuations conjoncturelles : quel est l'effet de chocs technologiques sur l'offre de travail ?

Nous avons étudié en détail :

- ▶ l'allocation consommation-loisir au sein d'une même période avec l'équation d'Euler intra-temporelle
- ▶ l'allocation de la consommation dans le temps avec l'équation d'Euler inter-temporelle
- ▶ qu'en est-il de l'allocation du travail dans le temps ?

Modèle RBC

Substitution inter-temporelle du travail

Exemple avec problème du consommateur sur deux périodes :

$$\max_{c_0 \geq 0, c_1 \geq 0, 0 \leq \ell_0, \ell_1 \leq 1} u(c_0) + v(\ell_0) + \beta(u(c_1) + v(\ell_1))$$

sous les contraintes :

$$c_0 + a = w_0 (1 - \ell_0)$$

$$c_1 = w_1 (1 - \ell_1) + (1 + r)a$$

Contrainte budgétaire intertemporelle :

$$c_0 + \frac{c_1}{1 + r} = w_0 (1 - \ell_0) + \frac{w_1 (1 - \ell_1)}{1 + r}$$

Modèle RBC

Exercice : Offre de travail dans le modèle RBC

Supposons que $u = v = \ln$. La firme représentative produit avec la fonction de production linéaire $f(n_t, z_t) = z_t n_t$.

1. Supposons que $z_0 = z_1 = 1$. Quelle est l'offre relative de travail entre la période 1 et 0 ?
2. Quel est l'effet d'un choc permanent $z_0 = z_1 > 1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0 ?
3. Quel est l'effet d'un choc temporaire $z_0 > 1$ et $z_1 = 1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0 ?
4. Quel est l'effet d'un choc temporaire $z_1 > 1$ et $z_0 = 1$ sur l'offre relative de travail entre la période 1 et 0 ?
5. On définit l'élasticité *intertemporelle* de substitution comme $\frac{\partial \ln(\frac{\ell_1}{\ell_0})}{\partial \ln(\frac{w_1}{w_0})}$. Quelle est cette élasticité dans ce cas avec utilité séparable entre loisir et consommation et $v = \ln$?

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Jusqu'à présent, le modèle élaboré ne présente aucune fluctuation.

L'approche RBC : dans quelle mesure le modèle RBC est-il capable de générer des cycles conjoncturels ressemblant à ceux observés dans les données en réponse à des chocs technologiques (i.e. z_t stochastique)

Deux mécanismes principaux de réponse aux chocs technologiques :

- ▶ offre de travail : répond plus aux chocs temporaires que permanents
- ▶ investissement : répond plus aux chocs permanents que temporaires

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

$$y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

Dans quelle mesure les fluctuations de z_t génèrent des cycles conjoncturels ?

La réponse dépend des anticipations

- Specifications

$$\ln z_{t+1} - \ln z = \rho_z (\ln z_t - \ln z) + \epsilon_t$$

où $\epsilon_t \sim iid \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$.

- $\ln z_{t+1} - \ln z$ désigne la déviation par rapport à la tendance du progrès technologique
- ρ_z désigne la persistance de la série de chocs
- σ_z^2 désigne le risque auquel l'économie fait face

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Comment « calibrer » ρ_z et σ_z^2 ?

- ▶ $y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$
- ▶ $\ln y_t = \ln z_t + \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t$
- ▶ On a déjà calibrer α . Comment ?
- ▶ On observe y_t, k_t, n_t .
- ▶ Calculer $\ln z_t$ comme résidu de Solow.
- ▶ $\ln z_{t+1} - \ln z = \rho_z (\ln z_t - \ln z) + \epsilon_t$ donc

$$\ln z_{t+1} = (1 - \rho_z) \ln z + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

- ▶ on peut estimer par régression l'équation suivante :

$$\ln z_{t+1} = \alpha + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

ce qui nous donne $\hat{\rho}_z \approx 0.95$ et $\hat{\sigma}_z^2 \approx 0.007$.

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

$$y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

Dans quelle mesure les fluctuations de la productivité totale des facteurs z_t génèrent des cycles conjoncturels ?

1. Mesurer les fluctuations de z_t

- ▶ On utilise un processus stochastique qui permet de modéliser la persistance de z_t dans les données.

$$\ln z_{t+1} - \ln z = \rho_z (\ln z_t - \ln z) + \epsilon_t$$

où $\epsilon_t \sim_{iid} \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$

- ▶ Estimer ρ_z et σ_z^2 en utilisant le résidu de Solow pour z_{t+1}

2. Simuler des séries temporelles du processus stochastique pour z_t puis calculer les déviations de la tendance pour les variables endogènes du modèle à l'aide de la solution locale du modèle RBC.

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ρ_z et σ_z^2

1. On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow

- ▶ $y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$
- ▶ $\ln y_t = \ln z_t + \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t$
- ▶ On a déjà calibrer α . Comment ?
- ▶ On observe y_t^{donnes} , k_t^{donnes} , n_t^{donnes} .
- ▶ Calculer $\ln z_t$ comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ρ_z et σ_z^2

1. On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow

- ▶ $y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$
- ▶ $\ln y_t = \ln z_t + \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t$
- ▶ On a déjà calibrer α . Comment ?
- ▶ On observe $y_t^{\text{donnes}}, k_t^{\text{donnes}}, n_t^{\text{donnes}}$.
- ▶ Calculer $\ln z_t$ comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

2. Réécrire le processus de façon à l'estimer par la méthode des moindres carrés ordinaire MCO

$$\ln z_{t+1} = (1 - \rho_z) \ln z + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC : comment estimer ρ_z et σ_z^2

1. On mesure $\ln z_t$ comme un résidu de Solow

- ▶ $y_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$
- ▶ $\ln y_t = \ln z_t + \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t$
- ▶ On a déjà calibrer α . Comment ?
- ▶ On observe y_t^{donnes} , k_t^{donnes} , n_t^{donnes} .
- ▶ Calculer $\ln z_t$ comme résidu de Solow :

$$\ln z_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) \ln n_t - \ln y_t$$

2. Réécrire le processus de façon à l'estimer par la méthode des moindres carrés ordinaire MCO

$$\ln z_{t+1} = (1 - \rho_z) \ln z + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

3. Régression de l'équation suivante :

$$\ln z_{t+1} = \alpha + \rho_z \ln z_t + \epsilon_t$$

MCO donne : $\hat{\rho}_z \approx 0.95$ et $\hat{\sigma}_z^2 \approx 0.007$ (données É.-U.).

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Comment interpréter ces chocs technologiques ?

Tout ce qui affecte la productivité totale des facteurs de production (capital et travail)

- + progrès suite à des efforts de recherche et développement
- + météo favorable (e.g. pour la production agricole)
 - chocs pétroliers
 - attaque terroriste
 - catastrophe naturelle

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

D'après le théorème de l'économie du bien-être, l'allocation d'équilibre du modèle RBC résout le problème du planificateur :

$$\max_{0 \leq c_t, 0 \leq k_{t+1}, 0 \leq \ell_t \leq 1} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (u(c_t) - \psi n_t)$$

sous les contraintes :

$$c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t = z_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

$$\ln z_{t+1} = \hat{\alpha} + \hat{\rho}_z \ln z_t + \epsilon_t$$

$$k_0 > 0 \text{ donné}$$

$$\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \hat{\sigma}_z^2)$$

ou \mathbb{E}_t dénote l'esperance avec l'information disponible à la période t d'après la distribution de probabilité du processus stochastique z .

Modèle RBC

Chocs technologiques dans le modèle RBC

Pour résoudre le modèle RBC, on commence par caractériser la solution par un système d'équations :

- Equation d'Euler intra-temporelle :

$$\frac{\psi}{u'(c_t)} = (1 - \alpha) z_t \left(\frac{k_t}{n_t} \right)$$

- Equation d'Euler inter-temporelle :

$$u'(c_t) = \beta \mathbb{E}_t \left[u'(c_{t+1}) \left(\alpha z_{t+1} \left(\frac{n_{t+1}}{k_{t+1}} \right)^{1-\alpha} + (1 - \delta) \right) \right]$$

Les anticipations jouent un rôle important : si les ménages anticipent que le choc technologique de la prochaine période sera élevé, alors ils investissent plus.

Modèle RBC

Solution du modèle RBC avec deux variables d'état

Rappel :

Pour résoudre le modèle néoclassique de croissance :

- ▶ approximation linéaire des équations d'Euler et des contraintes de ressources
- ▶ l'état de l'économie à l'instant t pour l'économie du modèle néoclassique de croissance se résume au niveau de capital (soit une seule variable d'état). La solution locale s'exprime en fonction du capital :

$$\hat{k}_{t+1} = s_{sol} \hat{k}_t$$

On va voir que pour résoudre le modèle RBC, il faut deux variables d'état : le niveau de capital et le niveau de technologie.

Modèle RBC

Solution du modèle RBC avec deux variables d'état

Comparaison de la façon de résoudre le modèle RBC avec la façon de résoudre le modèle néoclassique de croissance décrite à la diapositive précédente :

- ▶ l'état de l'économie à l'instant t pour l'économie du modèle RBC se résume au niveau de capital et de technologie. La solution locale s'exprime en fonction du capital
- ▶ résoudre par la méthode des coefficients indéterminés :

$$\hat{k}_{t+1} = s_{k,sol} \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} z_t$$

$$\hat{c}_t = s_{c,sol} \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} z_t$$

$$\hat{n}_t = s_{n,sol} \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} z_t$$

Modèle RBC

Exercice : solution globale du modèle RBC par la méthode « Guess and Verify »

Considérer le modèle RBC avec dépréciation complète et fonction d'utilité \ln . Supposons que le sentier d'évolution de la technologie est exogène z_t . Le problème du planificateur est :

$$\max_{0 \leq c_t, 0 \leq k_{t+1}, 0 \leq \ell_t \leq 1} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln(c_t) + \ln(\ell_t))$$

sous les contraintes :

$$c_t + k_{t+1} = z_t k_t^\alpha (1 - \ell_t)^{1-\alpha}$$

$$k_0 > 0 \text{ donné}$$

1. Dériver les conditions d'Euler intra- et inter-temporelles

Modèle RBC

Exercice : solution globale du modèle RBC par la méthode « Guess and Verify »

Suite

2. Deviner que

$$c_t = x z_t k_t^\alpha (1 - \ell_t)^{1-\alpha}$$

et déterminer x (indice : substituer votre « guess » dans la condition d'Euler inter-temporelle et utiliser la contrainte de ressource).

3. Deviner que l'emploi est constant et utiliser la condition d'Euler intra-temporelle pour trouver l'emploi à l'équilibre.
4. Résoudre pour les autres variables endogènes de l'équilibre compétitif.

Modèle RBC

Solution

On analyse la solution

$$\hat{k}_{t+1} = s_{k,sol} \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} z_t$$

$$\hat{c}_t = s_{c,sol} \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} z_t$$

$$\hat{n}_t = s_{n,sol} \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} z_t$$

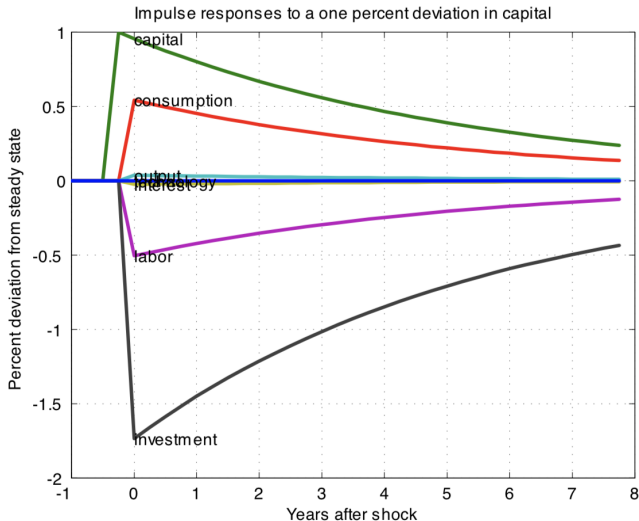
de deux façons :

1. réponses impulsionnelles : shock une variable état du modèle k_t ou z_t . La solution locale nous indique comment les autres variables du modèle répondent et comment l'économie retourne à son état stationnaire.
2. simulations et comparaison des cycles conjoncturels générés par le modèle et ceux observés dans les données.

Modèle RBC

Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation du stock de capital de 1% :



Modèle RBC

Réponses impulsionnelles

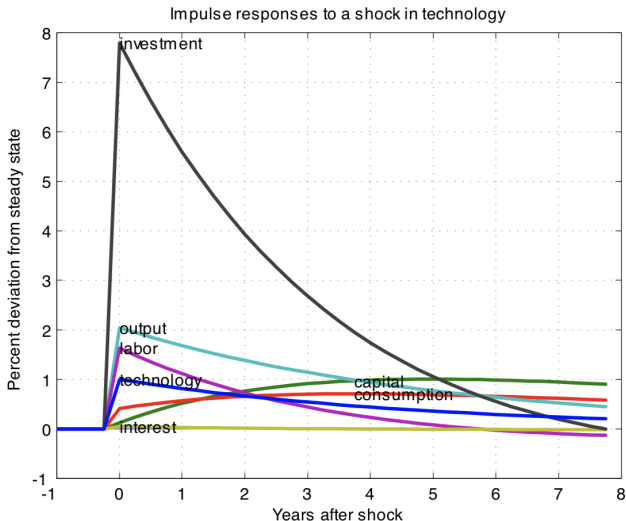
Effet d'une augmentation du stock de capital de 1% :

- ▶ très forte réponse négative de l'investissement (le niveau de capital est plus haut que l'état stationnaire)
- ▶ loisir et consommation augmentent due à la hausse de la richesse associée au choc positif de capital
- ▶ les ménages lissent la hausse de consommation et de loisir dans le temps
- ▶ la réponse du PIB est modeste ce qui est le résultat de deux forces opposées : hausse du capital, baisse du travail

Modèle RBC

Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation du niveau de technologie de 1% :



Modèle RBC

Réponses impulsionnelles

Effet d'une augmentation de la technologie de 1% :

- ▶ le choc de technologie persiste longtemps vu que $\rho_z \approx 0.95$ est proche de 1.
- ▶ très forte réponse positive de l'investissement vu que le niveau de technologie est au dessous de la moyenne et que cela va persister
- ▶ la réponse de l'offre de travail est positive (productivité augmente) mais modeste car le choc persiste dans le temps et on a vu que le travail répond plus aux chocs temporaires.
- ▶ la réponse de la consommation est modeste car le consommateur en profite pour investir tant que la productivité est au dessus de sa tendance
- ▶ la réponse du PIB est modeste ce qui est le résultat de deux forces opposées : hausse du capital, baisse du travail

Modèle RBC

Cycles conjoncturels : RBC modèle vs. données

Simulations :

- ▶ condition initiale : $\hat{k}_0 = 0$
- ▶ générer T nombres aléatoires $\epsilon_t \sim N(0, \hat{\sigma}^2)$
- ▶ construire la série z_t à partir de

$$\ln z_t - \ln z = \hat{\rho}_z(\ln z_{t-1} - \ln z) + \epsilon_t$$

- ▶ construire les séries temporelles :

$$\hat{k}_{t+1} = s_{k,sol} \hat{k}_t + \gamma_{k,sol} z_t$$

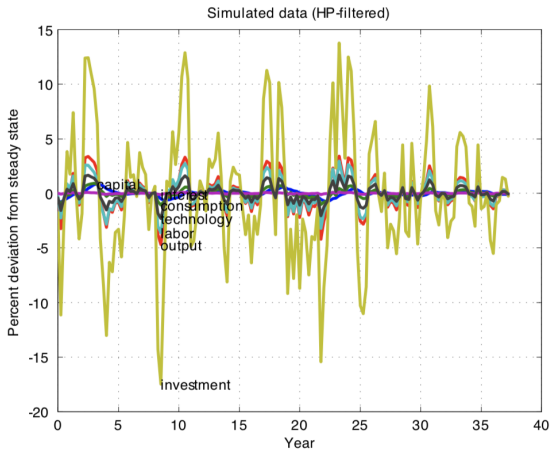
$$\hat{c}_t = s_{c,sol} \hat{k}_t + \gamma_{c,sol} z_t$$

$$\hat{n}_t = s_{n,sol} \hat{k}_t + \gamma_{n,sol} z_t$$

- ▶ Représentation graphique des simulations
- ▶ Comparaison des statistiques à celle des données

Modèle RBC

Représentation graphique des simulations



Modèle RBC

Comparaison des statistiques à celle des données

Variable	Mean	St. Dv.	A(1)	A(2)	A(3)	A(4)	A(5)
Data	0%	1.7%	0,84	0,60	0,32	0,08	-0,10
Model	0%	2.1%	0,72	0,42	0,16	-0,05	-0,21

Table 11.1: Business Cycles: Data and Model

On conclut que le modèle RBC (i.e. néoclassique de croissance avec offre de travail élastique et chocs technologiques) génère des cycles conjoncturels proches des cycles observés dans les données.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

- ▶ On observe des cycles conjoncturels d'après l'application du filtre de HP.
- ▶ On a trouvé que les simulations de l'équilibre du modèle RBC (calibré sur le long terme) reproduit des cycles conjoncturels réels semblables à ceux observés dans les données. La source des cycles conjoncturels dans le modèle RBC est la fluctuation de la technologie et la réponse des variables d'équilibre (consommation, investissement, travail, PIB) à ces chocs.
- ▶ Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels) ?

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels) ?

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

Deux côtés de la contrainte budgétaire du gouvernement nous donne les outils fiscaux

$$g_t = T_t + b_t - (1 + r_{t-1})b_{t-1}$$

- ▶ *Dépenses publiques* : g_t
- ▶ *Taxation et dette* : financement par taxation T_t et répartition de ce financement dans le temps par la dette publique b_t

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

- ▶ *Dépenses publiques* : g_t

La politique de dépenses publiques est non-neutre donc une hausse des dépenses publiques dans le creux d'un cycle conjoncturel pourrait permettre de stabiliser (lisser) les cycles conjoncturels du PIB. Reste à voir si c'est souhaitable en termes de bien-être.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

- ▶ *Taxation et dette :*

- ▶ La politique de financement par la taxation forfaitaire est neutre (i.e. n'affecte pas l'allocation des ressources). Cela s'appelle l'équivalence de Ricardo. Donc sous les hypothèses de notre analyse théorique, le calendrier de la taxation forfaitaire n'a donc aucun pouvoir de stabilisation. Les hypothèse pour que l'équivalence de Ricardo s'applique sont restrictives. Bien que les hypothèse soient restrictives, des considérations d'équité font que la taxation forfaitaire est rarement utilisée car elle est régressive. Les considérations d'équité sont au delà de ce que le modèle RBC avec un ménage représentatif permet d'étudier.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

- ▶ *Taxation et dette :*

- ▶ (suite) Remarque facultative :

L'étude des inégalités de revenu et de richesse est un champ de recherche très actif en macroéconomie. Le modèle de base est Aiyagari (1994). Les ménages font face à des risques de fluctuation des revenus du travail (e.g. chômage etc) contre lesquels ils n'ont qu'une assurance partielle (les marchés sont donc incomplets). Les différentes matérialisation de ce risque et l'épargne des ménage ayant différents historiques sur le marché du travail donnent lieu à une distribution endogène des richesses. On peut ensuite étudier comment cette distribution répond aux politiques du gouvernement. Un bon article de référence est Guvenen (2011) « Macroeconomics with Heterogeneity : A Practical Guide » ([lien web](#)). Cet article sera une lecture importante pour la section I.5 « Agrégation » de ce cours.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Premièrement, quels outils fiscaux permettent d'affecter l'économie ?

- ▶ *Taxation et dette* : (suite)
 - ▶ La politique de financement par la taxation non-forfaitaire (e.g. TVA, impôts sur le revenu etc) est non-neutre et donc a un effet sur l'économie. Reste à voir si c'est souhaitable en termes de bien-être. La section III du cours nous permettra d'étudier cette question en profondeur.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

Devrait-on utiliser la politique fiscale pour stabiliser l'économie (c'est à dire lisser les cycles conjoncturels) ?

- ▶ Les flux conjoncturels ne sont pas nécessairement soua-optimaux : l'équilibre du modèle RBC génère des cycles similaires à ceux observés dans les données alors que l'équilibre compétitif du modèle RBC est efficace d'après le théorème de l'économie du bien-être.
- ▶ Cela montre que dans la mesure où l'hypothèse des marchés complets du modèle RBC est tenable et que la seule source des cycles conjoncturels sont des chocs technologiques indépendants du fonctionnement de l'économie, alors chercher à lisser les cycles conjoncturels serait contre-productif.

Modèle RBC et cycles conjoncturels réels

Conclusion

- ▶ Si la source des cycles conjoncturels n'est pas indépendante du fonctionnement de l'économie (e.g. disfonctionnement des marchés financiers), ou si les marchés ne sont pas complets, alors la politique fiscale aurait un rôle à jouer. C'est d'ailleurs le cas dans le modèle d'Aiyagari (1994) comme montré par Aiyagari (1995). La politique fiscale est aussi utile pour financer au mieux des bien publiques, mais ça c'est le sujet de la partie III du cours sur la politique économique optimale.
- ▶ On conclut qu'il est souhaitable de lisser les cycles conjoncturels dans la mesure où ceux-ci sont le symptôme d'inefficacités du fonctionnement de l'économie. Ce n'est pas le cas dans le modèle RBC. Cela dit, ce modèle reste limité.
- ▶ Qu'en est-il de la politique monétaire ? La politique monétaire est neutre dans le modèle néoclassique.

Modèle RBC

Résumé

- ▶ Les fluctuations conjoncturelles ne sont pas nécessairement sous-optimales : bien que l'équilibre compétitif du modèle RBC est efficient, le modèle RBC génère des cycles similaires à ceux observés dans les données
- ▶ La politique fiscale a-t-elle un rôle à jouer pour stabiliser l'économie ?
 - ▶ Non d'après ce modèle RBC, l'allocation d'équilibre est efficiente. Cette conclusion est aussi faible que le modèle RBC fait abstraction de considérations importantes, telles que l'hétérogénéité des ménages dues aux marchés incomplets (voir cours II), pour la politique fiscale.
 - ▶ On revisitera cette question dans la section III.1 du plan de cours.
- ▶ Qu'en est-il de la politique monétaire ?
 - ▶ Neutre dans le modèle RBC étudié.
 - ▶ On revisitera cette question dans la section III.4 du cours.