

ECN 7055 Macroéconomie B

Guillaume Sublet

Université de Montréal

Cours I.4: BCA Comptabilité des cycles conjoncturels

Cours : Comptabilité des cycles conjoncturels

Références :

- ▶ Brinca Chari Kehoe McGrattan (2016) “Accounting for Business Cycles”, Chapitre 13, *Handbook of Macroeconomics* IIA
- ▶ Chari Kehoe McGrattan (2006) “Business cycle accounting”, *Econometrica*
- ▶ E. McGrattan 2015 EUI Lectures,
<http://users.econ.umn.edu/~erm/seminars/EUIlectures.pdf>

Ce cours est basé sur Brinca Chari Kehoe McGrattan (2016).

Récapitule : méthodologie standard en macroéconomie

1. Analyser les données disponibles sur la consommation, le travail, la production etc
2. Construire un modèle détaillé afin de
 - 2.1 comprendre et quantifier l'importance de différents mécanismes économiques
 - 2.2 évaluer différentes politiques économiques en simulant leurs effets grâce au modèle
3. Calibration : choisir les paramètres du modèle pour que le modèle soit représentatif de l'économie étudiée

Récapitule : méthodologie standard en macroéconomie

4. Validation : vérifier que le modèle reproduise bien certains aspects de l'économie qui n'ont pas été directement ciblés lors de la calibration
5. Si le modèle est validé : utiliser le modèle comme laboratoire pour faire des simulations d'effets de politiques économiques ou quantifier différents mécanismes
6. Si le modèle n'est pas validé : retour à l'étape 2 avec un modèle enrichit

Récapitule : méthodologie standard en macroéconomie

- ▶ En résumé : l'approche standard est de construire un modèle détaillé en espérant qu'une fois calibré on arrive à le valider. Sinon, on revoit le modèle jusqu'à ce que celui-ci puisse être validé.
- ▶ Comme on l'a vu au cours sur la comptabilité de la croissance, un modèle peut aussi être utilisé comme outil comptable, c'est à dire un prisme, à travers lequel on analyse les données
- ▶ Pour la comptabilité de la croissance, on a utiliser le modèle de production $Y = AK^\alpha L^\alpha$, c'est à dire le côté offre, du modèle néoclassique de croissance
- ▶ Pour la comptabilité des cycles conjoncturels réels, on va utiliser tout le modèle néoclassique de croissance, c'est à dire non seulement le côté production/offre, mais aussi le côté consommation/demande du modèle

Introduction à l'approche BCA

- ▶ L'approche de Comptabilité des cycles conjoncturels (Business Cycle Accounting BCA) utilise un modèle prototype (par exemple le modèle néoclassique de croissance) comme prisme afin de projeter les données (PIB, heures travaillées, investissement, capital, etc) en termes de coins (« wedge ») dans les conditions d'équilibre du modèle.
- ▶ BCA vise à aider les économistes à bâtir leur modèle de telle sorte qu'il ait une chance d'être validé par la suite.
- ▶ L'approche BCA est complémentaire (certains la voit comme un substitut) à l'approche des VAR structurelles. Pour approfondir, lire Chari Kehoe McGrattan (2008) JME.

Les VAR structurelles ont pour objectif de résumer/identifier les réponses de l'économie à différents chocs technologiques, monétaires etc... Ces réponses impulsionnelles sont ensuite utilisées pour guider les choix de modélisation.

« Wedge »

Les coins (« wedges ») sont un élément essentiel de l'approche BCA. Qu'est ce qu'un « wedge » en macroéconomie ?

- Considérons la condition d'optimalité du choix travail-consommation du ménage représentatif du modèle néoclassique. L'allocation d'équilibre doit satisfaire

$$-\frac{U_{lt}(c_t, l_t)}{U_{ct}(c_t, l_t)} = A_t F_l(k_t, l_t)$$

- Supposons que l'équation d'Euler n'est pas satisfaite

$$-\frac{U_{lt}(c_t, l_t)}{U_{ct}(c_t, l_t)} \Delta_t^l = A_t F_l(k_t, l_t)$$

- Un « wedge » mesure la mesure dans laquelle une condition d'équilibre d'un modèle de référence (ici le modèle néoclassique de croissance) n'est pas satisfaite.

Introduction à l'approche BCA

Il y aurait plusieurs façon de définir le « wedge » :

- ▶ « wedge » additif

$$-\frac{U_{lt}(c_t, l_t)}{U_{ct}(c_t, l_t)} + \Delta_t^l = A_t F_l(k_t, l_t)$$

- ▶ « wedge » multiplicatif

$$-\frac{U_{lt}(c_t, l_t)}{U_{ct}(c_t, l_t)} \Delta_t^l = A_t F_l(k_t, l_t)$$

Cependant, en accord avec les travaux de Chari, Kehoe et McGrattan (2007) etc, on va opter pour la définition la plus naturelle qui est le « wedge » travail (ou aussi appelé intra-temporel) *multiplicatif*.

Introduction à l'approche BCA

Exercice en classe : Une autre condition d'équilibre est la contrainte de ressources :

$$c_t + x_t = y_t$$

Supposons qu'elle n'est pas satisfaite, c'est à dire $c_t + x_t \leq y_t$.

D'après notre discussion de la définition « la plus naturelle » du wedge travail, comment définiriez vous le « wedge » du gouvernement (ou aussi appelé « wedge » de ressource) ?

Réponse :

C'est une définition du « wedge » du gouvernement donc il n'y a pas de réponse juste ou fausse. En pratique on va le définir comme un « wedge » *additif* :

$$c_t + x_t + \Delta_t^g = y_t$$

Introduction à l'approche BCA

L'objectif de la méthode BCA est d'identifier un sous-ensemble de modèles comme prometteurs pour l'analyse économique d'intérêt.

Comment la méthode BCA identifie-t-elle un sous-ensemble de modèles prometteurs ?

- ▶ le modèle prototype et les données génèrent des « wedges », appelons les « wedges » mesurés ou « wedges » empiriques
- ▶ dans la seconde partie de la méthode BCA, on évalue les contributions relatives des différents « wedges » mesurés. Cette étape permet d'identifier les « wedges » mesurés qui contribuent le plus au mécanisme économique étudié
- ▶ le sous-ensemble de modèles prometteurs sont les modèles qui génèrent des « wedges » dans la version agrégée du modèle détaillé là où ont été identifiés les « wedges » mesurés comme contribuant significativement au mécanisme économique étudié.

L'approche BCA

Deux composantes :

1. *équivalence à un prototype* : montrer qu'un ensemble de modèles, bien que différents dans leurs spécifications des différentes frictions et autres spécificités, sont équivalents à un modèle prototype
2. *procédure de comptabilité* en deux étapes :
 - 2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)
 - 2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Équivalence à un prototype : montrer qu'un ensemble de modèles, bien que différents dans leurs spécifications des différentes frictions et autres spécificités, sont équivalents à un modèle prototype

- ▶ Supposons qu'un ensemble de modèles potentiellement pertinents pour l'étude d'une économie est donné. On utilise l'approche BCA pour guider le choix du modèle le plus prometteur parmi cet ensemble.

- ▶ Comment choisir le modèle prototype ?

Le modèle prototype est choisi de telle sorte que l'allocation d'équilibre du modèle prototype sans « wedges » coïncide avec l'allocation du problème du planificateur associé à l'ensemble de modèles pertinents.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Choix du modèle prototype

Exercice en classe : Quel modèle prototype choisir pour l'étude des cycles conjoncturels réels ?

- ▶ Beaucoup de modèles détaillés (par exemple, frictions sur le marché des actifs financiers, frictions sur le marché du travail etc) sont utilisés pour étudier l'effet de différents mécanismes économiques dans la propagation des cycles conjoncturels réels.
- ▶ Le problème du planificateur pour ces modèles coïncide avec le problème du planificateur de modèle RBC (maximisation du bien-être sous contrainte de ressources dans une économie avec capital, travail et une bien de consommation).
- ▶ L'allocation d'équilibre du modèle RBC coïncide avec l'allocation du planificateur (théorème de l'économie du bien-être)
- ▶ On va donc utiliser le modèle RBC avec des « wedges » comme modèle prototype

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Modèle prototype

Modèle prototype :

- ▶ $t = 0, 1, \dots$
- ▶ Eventualité s_t , avec $s^t \equiv (s_0, \dots, s_t)$ qui désigne l'historique et $\pi_t(s^t)$ la probabilité associée
- ▶ Quatre « wedges » exogènes
 1. $A_t(s^t)$: « wedge » d'efficience
 2. $1 - \tau_{lt}(s^t)$: « wedge » travail (qu'on avait désigné par Δ^l)
 3. $\frac{1}{1 + \tau_{xt}(s^t)}$: « wedge » sur l'investissement
 4. $g_t(s^t)$: « wedge » gouvernement (qu'on avait désigné par Δ^g)

Important : ces quatre « wedges » qui varient dans le temps ne sont pas structurels.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Modèle prototype (suite)

- Utilité

$$\sum_{t=0}^{\infty} \sum_{s^t} \beta^t \pi_t(s^t) U(c_t(s^t), l_t(s^t)) N_t$$

- Croissance de la population $N_t = (1 + \gamma_n)N_{t-1}$
- Loi d'accumulation du capital (capital par habitant)

$$(1 + \gamma_n)k_{t+1}(s^t) = (1 - \delta)k_t(s^{t-1}) + x_t(s^t)$$

- Contrainte budgétaire :

$$\begin{aligned} c_t(s^t) + (1 + \tau_{xt}(s^t))x_t(s^t) \\ = (1 - \tau_{lt}(s^t))w_t(s^t)l_t(s^t) + r_t(s^t)k_t(s^{t-1}) + T_t(s^t) \end{aligned}$$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Modèle prototype (suite)

- Fonction de production :

$$Y_t(s^t) = A_t(s^t) F(k_t(s^{t-1}), (1 + \gamma)^t l_t(s^t))$$

- Contrainte de ressource :

$$c_t(s^t) + x_t(s^t) + g_t(s^t) = Y_t(s^t)$$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Équilibre du modèle prototype sans incertitude

Supposons que le modèle prototype est sans incertitude. L'équilibre du modèle est caractérisé par le système d'équations suivant

$$Y_t = A_t F(k_t, (1 + \gamma)^t l_t)$$

$$Y_t = c_t + x_t + g_t$$

$$-\frac{U_l(c_t, l_t)}{U_c(c_t, l_t)} = (1 - \tau_{lt}) A_t (1 + \gamma)^t F_l(k_t, (1 + \gamma)^t l_t)$$

$$U_c(c_t, l_t)(1 + \tau_{xt}) = \beta U_c(c_{t+1}, l_{t+1}) [A_{t+1} F_k(k_{t+1}, (1 + \gamma)^{t+1} l_{t+1}) + (1 - \delta)(1 + \tau_{xt+1})]$$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Équilibre du modèle prototype

Pour le cas avec incertitude, il nous suffit d'indexer les variables par l'historique pertinent au moment du choix (soit s^{t-1} pour k_t car k_t est choisit à $t - 1$ avant de connaître s_{t+1} et donc s^t pour l_t) :

$$Y_t(s^t) = A_t(s^t) F(k_t(s^{t-1}), (1 + \gamma)^t l_t(s^t))$$

$$Y_t(s^t) = c_t(s^t) + x_t(s^t) + g_t(s^t)$$

$$-\frac{U_l(c_t(s^t), l_t(s^t))}{U_c(c_t(s^t), l_t(s^t))} = (1 - \tau_{lt}(s^t)) A_t(s^t) (1 + \gamma)^t F_l(k_t(s^{t-1}), l_t(s^t))$$

$$U_c(c_t(s^t), l_t(s^t))(1 + \tau_{xt}(s^t)) = \beta \sum_{s^{t+1}|s^t} \pi(s^{t+1}|s^t) U_c(c_{t+1}(s^{t+1}), l_{t+1}(s^{t+1})) \\ [A_{t+1}(s^{t+1}) F_k(k_{t+1}(s^t), l_{t+1}(s^{t+1})) + (1 - \delta)(1 + \tau_{xt+1}(s^{t+1}))]$$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Modèle prototype (suite)

Exercice en classe : On a introduit les « wedges » au moment de la description de l'environnement ce qui fait qu'ils interagissent dans les équations caractérisant l'équilibre. Pourquoi ne pas d'abord obtenir les conditions d'équilibre du modèle prototype sans « wedges » puis introduire un wedge par condition d'équilibre ?

Réponse : Il faut se rappeler la deuxième composant de la *procédure de comptabilité* en deux étapes :

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

Introduire les « wedges » équation par équation au lieu de les introduire dans la description de l'environnement faciliterait la tâche 2.1. Par contre on ne pourrait pas clairement faire la tâche 2.2, surtout dans la cas avec incertitude.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Montrer l'équivalence

Équivalence de modèles détaillés au modèle prototype (RBC avec « wedges »)

Rappel :

- ▶ l'objectif de la méthode BCA est d'identifier un sous-ensemble de modèles comme prometteurs pour l'analyse économique d'intérêt
- ▶ plus l'ensemble de modèles détaillés équivalents au modèle prototype est grand, plus la méthode BCA est informative en désignant un sous-ensemble de modèles comme prometteurs
- ▶ on commence donc par montrer que l'équilibre en termes de variables arégées de modèles détaillés sont aussi l'équilibre du modèle prototype avec certains « wedges »

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Voir le chapitre du Handbook de Chari, Kehoe et McGrattan :

1. Économie avec deux secteurs de production (biens finaux et biens investissement) : l'équilibre agrégé est l'équilibre du modèle prototype avec un wedge d'investissement τ_{xt}
[lien](#)
2. Économie avec contraintes d'endettement des banques : l'équilibre agrégé est l'équilibre du modèle prototype avec un wedge d'investissement.
3. Économie avec entrepreneurs hétérogènes contraint par contraintes d'endettement : l'équilibre agrégé est l'équilibre du modèle prototype avec un wedge d'investissement, un wedge de travail et un wedge d'efficience.

Voir Buera et Moll (2015) AEJ Macro qui montre que l'identification de wedge ne détermine pas d'identifier le modèle le plus prometteur mais seulement un sous-ensemble de modèles est prometteur.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Exercice en classe :

1. Supposons que l'on identifie le wedge de travail et le wedge d'efficiencia comme les seuls wedges mesurés/empiriques qui contribuent significativement aux fluctuations des cycles conjoncturels. Quelles conclusions pourrions nous faire d'après les équivalences mentionnées ci-dessus ?

Réponse : On pourrait conclure que les modèles détaillés 1. et 2. ne sont pas prometteurs. Cependant, on ne peut pas conclure que les frictions des modèles 1. et 2. ne sont pas pertinentes. Buera et Moll (2015) AEJ Macro ont montré qu'un choc sur une même friction peut se manifester dans différents « wedges » en fonction de la source d'hétérogénéité dans l'économie.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Exercice en classe : (suite)

2. Supposons que l'on identifie le wedge d'investissement comme le seul wedge mesuré/empirique qui contribue significativement aux fluctuations des cycles conjoncturels. Quelles conclusions pourrions nous faire d'après les équivalences mentionnées ci-dessus ?

Réponse : On pourrait conclure que les modèles détaillés 1. et 2. sont prometteurs.

L'approche BCA

Composante 2 : procédure de comptabilité

Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

Premièrement, par seul souci de simplicité, supposons que l'économie est sans incertitude. On collecte les données suivantes :

$$(Y_t^d, l_t^d, x_t^d, k_t^d, c_t^d)_{t=0}^T$$

où l'exposant d désigne données et k_t^d est construit par la méthode de l'inventaire permanent. On choisit une fonction d'utilité et on une fonction de production et des valeurs pour les paramètres et on mesure les « wedges » ainsi

$$Y_t^d = A_t^d F(k_t^d, (1 + \gamma)^t l_t^d)$$

$$Y_t^d = c_t^d + x_t^d + g_t^d$$

$$-\frac{U_l(c_t^d, l_t^d)}{U_c(c_t^d, l_t^d)} = (1 - \tau_{lt}^d) A_t^d (1 + \gamma)^t F_l(k_t^d, l_t^d)$$

$$U_c(c_t^d, l_t^d)(1 + \tau_{xt}^d) = \beta U_c(c_{t+1}^d, l_{t+1}^d) [A_{t+1}^d F_k(k_{t+1}^d, l_{t+1}^d) + (1 - \delta)(1 + \tau_{xt+1}^d)]$$

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

Par exemple, si on choisit

- ▶ $U(c, l) = \ln(c) - 0.2 \ln(l)$ et
- ▶ $F_t(k, l) = k^{0.34}((1 + 0.02)^t l)^{0.66}$
- ▶ $\delta = 0.05, \beta = 0.096$

ça nous donne

$$Y_t^d = A_t^d (k_t^d)^{0.34} ((1 + 0.02)^t l_t^d)^{0.66}$$

$$Y_t^d = c_t^d + x_t^d + g_t^d$$

$$-\frac{\frac{0.2}{l_t^d}}{\frac{1}{c_t^d}} = (1 - \tau_{lt}^d) A_t^d (1 + 0.02)^t \cdot 0.66 \cdot (k_t^d)^{0.34} ((1.02)^t l_t^d)^{-0.34}$$

$$\frac{1}{c_t^d} (1 + \tau_{xt}^d) = 0.096 \frac{1}{c_{t+1}^d} [A_{t+1}^d (k_t^d)^{-0.66} ((1.02)^t l_t^d)^{0.66} + 0.95 (1 + \tau_{xt+1}^d)]$$

L'approche BCA

Composante 2 : procédure de comptabilité

Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

On vient de mesurer les « wedges » empiriques : $A_t^d, g_t^d, \tau_{lt}^d, \tau_{xt}^d$

Exercice en classe : Quel est l'équilibre de l'économie du modèle prototype avec les wedges $A_t = A_t^d$, $g_t = g_t^d$, $\tau_{lt} = \tau_{lt}^d$, et $\tau_{xt} = \tau_{xt}^d$?

Réponse : L'allocation d'équilibre de l'économie du modèle prototype avec ces wedges est exactement la même que l'allocation observée dans les données.

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

Pour évaluer la contribution relative des différents

« wedges » empiriques : $A_t^d, g_t^d, \tau_{lt}^d, \tau_{xt}^d$, on calcul :

- ▶ équilibre de l'économie prototype avec $A_t = A_t^d$ et $g_t = 0$, $\tau_{lt} = 0$, et $\tau_{xt} = 0$. Ceci nous donne la contribution du seul wedge d'efficience aux cycles conjoncturels.
- ▶ équilibre de l'économie prototype avec $A_t = 1$ et $g_t = g_t^d$, $\tau_{lt} = 0$, et $\tau_{xt} = 0$. Ceci nous donne la contribution du seul wedge du gouvernement/ressource aux cycles conjoncturels.
- ▶ etc
- ▶ équilibre de l'économie prototype avec $A_t = A_t^d$ et $g_t = g_t^d$, $\tau_{lt} = 0$, et $\tau_{xt} = 0$. Ceci nous donne la contribution jointe des wedges d'efficience et du gouvernement/ressource aux cycles conjoncturels.
- ▶ etc

Exercice BCA dans le cas sans incertitude

Vous allez faire un exercice de BCA pour l'économie pour laquelle vous avez fait l'exercice de comptabilité de la croissance.

1. Collecter les données manquantes, c'est à dire les données de consommation, pour l'économie pour laquelle vous avez fait l'exercice de comptabilité de la croissance.
2. Calculer les wedges pour cette économie. À titre indicatif, représenter ces wedges sur un graphique.
3. Évaluer la contribution respective de chacun des wedges mesurés.
4. Discuter les contributions relatives des différents wedges.

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

- ▶ Dans la première partie de ce cours, on a fait abstraction de l'incertitude par souci de clarté.
- ▶ Cependant l'incertitude est très importante pour l'analyse quantitative. Les anticipations sont un élément essentiel d'une analyse rigoureuse de l'investissement.
- ▶ On ne peut plus trouver le « wedge » d'investissement comme dans le cas sans incertitude car le « wedge » d'investissement dépend des anticipations

$$\begin{aligned}Y_t(s^t) &= A_t(s^t) F(k_t(s^{t-1}), (1 + \gamma)^t l_t(s^t)) \\Y_t(s^t) &= c_t(s^t) + x_t(s^t) + g_t(s^t) \\-\frac{U_l(c_t(s^t), l_t(s^t))}{U_c(c_t(s^t), l_t(s^t))} &= (1 - \tau_{lt}(s^t)) A_t(s^t) (1 + \gamma)^t F_l(k_t(s^{t-1}), l_t(s^t)) \\U_c(c_t(s^t), l_t(s^t)) (1 + \tau_{xt}(s^t)) &= \beta \sum_{s^{t+1}|s^t} \pi(s^{t+1}|s^t) U_c(c_{t+1}(s^{t+1}), l_{t+1}(s^{t+1})) \\&\quad [A_{t+1}(s^{t+1}) F_k(k_{t+1}(s^t), l_{t+1}(s^{t+1})) + (1 - \delta)(1 + \tau_{xt+1}(s^{t+1}))]\end{aligned}$$

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

- ▶ Les « wedges » sont complètement déterminés par les chocs s^t et vice-versa.
- ▶ On fait l'hypothèse que les chocs s^t est une variable avec autant de dimensions qu'il y a de « wedges » :

$$s_t = (s_{At}, s_{It}, s_{xt}, s_{gt})$$

- ▶ Sans perte de généralité, on identifie chaque « wedge » avec la dimension associée du choc :

$$A_t(s^t) = s_{At}, \tau_{It}(s^t) = s_{It}, \tau_{xt}(s^t) = s_{xt}, \text{ et } g_t(s^t) = s_{gt}$$

- ▶ Faire la différence entre « wedge » et événement permet de fixer certains « wedges » dans l'analyse contrefactuelle (étape 2.2 évaluation de la contribution relative des « wedges ») sans fixer les anticipations qui sont basées sur les événements.

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

Il nous faut calibrer le processus stochastique qui gouverne l'évolution des chocs.

On fait l'hypothèse que c'est un processus AR(1) :

$$s_{t+1} = P_0 + Ps_t + \epsilon_t \quad \text{où} \quad \epsilon_t \sim_{iid} \mathcal{N}(0, V)$$

La première étape consiste à utiliser les données $(Y_t^d, l_t^d, x_t^d, k_t^d, c_t^d)_{t=0}^T$ pour calibrer P_0 , P et V . Chari, Kehoe et McGrattan le font par la méthode du maximum de vraisemblance (voir LS section 2.2.9 « The likelihood function »).

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 mesure des coins (appelés « wedges »)

1. Utiliser les données $(Y_t^d, I_t^d, x_t^d, k_t^d, c_t^d)_{t=0}^T$ pour estimer le processus stochastique (Chaîne de Markov) qui gouverne l'évolution de s_t
2. Le « wedge » du gouvernement est obtenu directement des comptes nationaux $g_t = g_t^d$
3. Calculer l'équilibre de l'économie prototype en fonction des variables d'état :

$$y(s_t, k_t), \quad I_t(s_t, k_t), \quad \text{et} \quad x_t(s_t, k_t).$$

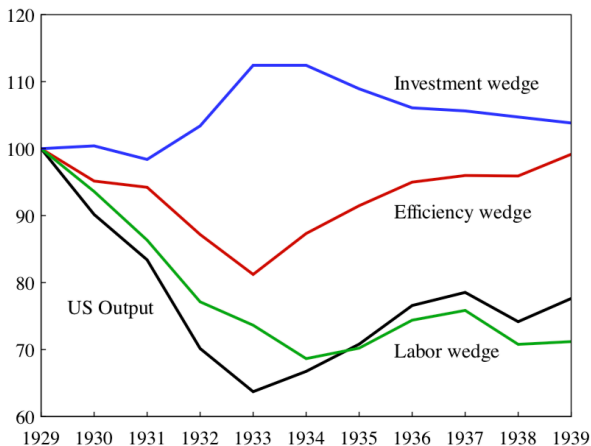
Les autres variables peuvent être déduites de celles-ci.

4. Les chocs mesurés sont s_t^d qui satisfont les équations :

$$Y_t^d = y(s_t^d, k_t^d), \quad I_t^d = I_t(s_t^d, k_t^d), \quad \text{et} \quad x_t^d = x_t(s_t^d, k_t^d).$$

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.1 Mesure des « wedges » pour la Grande Dépression aux États-Unis



Source : E. McGrattan 2015 EUI Lectures, <http://users.econ.umn.edu/~erm/seminars/EUIlectures.pdf>

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

- ▶ L'équilibre de l'économie avec les « wedges » mesurés est, par construction, l'équilibre observé dans les données.
- ▶ Pour évaluer la contribution de chaque « wedge » seul et en combinaison avec les autres « wedges » on calcule l'équilibre de l'économie avec un seul « wedge ».
- ▶ Par exemple, on calcule l'équilibre de *l'économie avec seulement le « wedge » d'investissement* en calculant l'équilibre de l'économie avec :

$$\tau_{lt}(s^t) = \bar{\tau}_l, \quad g_t(s^t) = \bar{g}, \quad A_t(s^t) = \bar{A},$$

et par contre on garde $\tau_{xt}(s^t) = \tau_{xt}^d(s^t)$ où l'exposant d désigne le « wedge » mesuré.

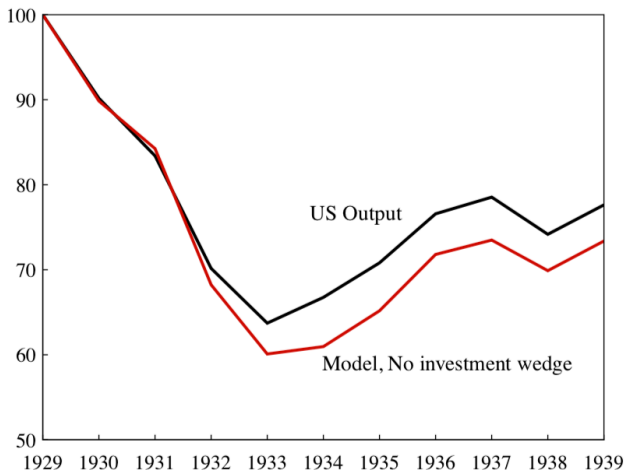
L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.2 évaluation de la contribution des différents « wedges » aux cycles conjoncturels

- ▶ Remarque 1 : pour calculer l'équilibre de *l'économie avec seulement un « wedge »*, il faut calculer de nouvelles fonctions de politiques. En effet, si on utilisait les fonctions de politiques utilisées pour mesurer les wedges, on obtiendrait à nouveau l'équilibre observé.
- ▶ Remarque 2 : faire la différence entre « wedge » et événement permet de fixer certains « wedges » sans fixer les anticipations qui sont basées sur les événements. Ainsi, l'effet des « wedges » est distinct de l'effet des anticipations.

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

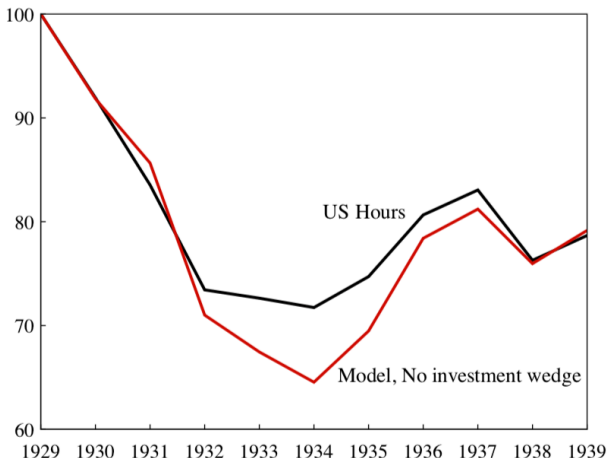
2.2 évaluation de la contribution de τ_x à la Grande Dépression aux États-Unis



Source : E. McGrattan 2015 EUI Lectures, <http://users.econ.umn.edu/~erm/seminars/EUIlectures.pdf>

L'approche BCA, Composante 2 : procédure de comptabilité

2.2 évaluation de la contribution de τ_x à la Grande Dépression aux États-Unis



Source : E. McGrattan 2015 EUI Lectures, <http://users.econ.umn.edu/~erm/seminars/EUIlectures.pdf>

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

L'environnement économique est le même que celui du modèle prototype sauf qu'il y a deux secteurs de production :

1. production de biens d'investissement avec productivité spécifique A_{xt} :

$$x_t = A_{xt}A_tF(k_{xt}, l_{xt})$$

2. production de biens de consommation :

$$c_t = A_tF(k_{ct}, l_{ct})$$

3. contraintes de ressources pour les facteurs de productions :

$$k_{ct} + k_{xt} = k_t$$

$$l_{ct} + l_{xt} = l_t$$

Étant donné qu'il y a deux secteurs (le bien de consommation ne peut être transformé en capital et vice versa), le prix relatif entre consommation et investissement n'est pas nécessairement 1. On désigne ce prix par q_t .

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

Exercice en classe : Étant donné les fonctions de production

$$x_t = A_{xt} A_t F(k_{xt}, l_{xt})$$

$$c_t = A_t F(k_{ct}, l_{ct})$$

où F a des rendements d'échelle constants, quel est le prix relatif du bien d'investissement par rapport au bien de consommation, q_t , dans un équilibre où x_t et c_t sont tous deux produits en quantité strictement positives ?

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

Exercice en classe : Étant donné les fonctions de production

$$x_t = A_{xt} A_t F(k_{xt}, l_{xt})$$

$$c_t = A_t F(k_{ct}, l_{ct})$$

où F a des rendements d'échelle constants, quel est le prix relatif du bien d'investissement par rapport au bien de consommation, q_t , dans un équilibre où x_t et c_t sont tous deux produits en quantité strictement positives ?

Réponse : $q_t = \frac{1}{A_{xt}}$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

Le reste de l'économie est comme celle du modèle prototype

► $t = 0, 1, \dots$

► Utilité

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \pi_t(s^t) U(c_t, l_t) N_t$$

► Loi d'accumulation du capital

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t$$

► Contrainte budgétaire :

$$c_t + q_t x_t = w_t l_t + r_t k_t$$

Pour le cas avec incertitude, éventualité s_t , avec $s^t \equiv (s_0, \dots, s_t)$ qui désigne l'historique et $\pi_t(s^t)$ la probabilité associée, voir Brinca Chari Kehoe McGrattan (2006).

[lien retour](#)

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

Deux modèles sont *équivalents en termes d'observations* si ce que l'on observe d'un équilibre dans les données ne nous permet pas de les distinguer. C'est à dire, si les variables observées de l'équilibre d'un modèle sont aussi l'équilibre de l'autre modèle, alors les deux modèles sont équivalents en termes d'observations.

L'objectif est donc de montrer que l'équilibre agrégé de cette économie à deux secteurs est aussi l'équilibre de l'économie prototype avec certains « wedges ».

On procède ainsi :

1. caractériser l'équilibre de l'économie à deux secteurs
2. définir et caractériser l'équilibre agrégé de l'économie à deux secteurs
3. identifier les « wedges » avec lesquels l'équilibre agrégé de l'économie à deux secteurs est aussi l'équilibre de l'économie prototype avec ces « wedges »

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 1. caractériser l'équilibre

Vu que les théorèmes de l'économie du bien-être s'appliquent, on peut caractériser l'allocation d'équilibre en caractérisant la solution du problème du planificateur :

$$\begin{aligned}\max \quad & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, l_t) \\ & x_t = A_{xt} A_t F(k_{xt}, l_{xt}) \\ & c_t = A_t F(k_{ct}, l_{ct}) \\ & k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + x_t \\ & k_t = k_{ct} + k_{xt} \\ & l_t = l_{ct} + l_{xt}\end{aligned}$$

[lien retour](#)

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 1. caractériser l'équilibre

Une allocation d'équilibre de l'économie détaillée est une allocation $(c_t, x_t, k_{t+1}, l_t, k_{xt}, l_{xt}, k_{ct}, l_{ct})$ qui satisfait les contraintes du problème du planificateur et aussi les CPO suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{k_{ct}}{l_{ct}} &= \frac{k_{xt}}{l_{xt}} = \frac{k_t}{l_t} \\ F_l(k_{ct}, l_{ct}) &= F_l(k_{xt}, l_{xt}) \\ F_k(k_{ct}, l_{ct}) &= F_k(k_{xt}, l_{xt})\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}-\frac{U_l(c_t, l_t)}{U_c(c_t, l_t)} &= A_t F_l(k_{ct}, l_{ct}) \\ U_c(c_t, l_t) \frac{1}{A_{xt}} &= \beta [U_c(c_{t+1}, l_{t+1}) A_{t+1} F_k(k_{ct+1}, l_{ct+1}) + (1 - \delta) \frac{1}{A_{xt+1}}]\end{aligned}$$

Exercice en classe : Comment calculer les prix d'équilibres ?

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 2. définir et caractériser l'équilibre agrégé

On commence par définir l'économie agrégée :

- ▶ L'allocation d'équilibre de l'économie détaillée est $(c_t, x_t, k_{t+1}, l_t, k_{xt}, l_{xt}, k_{ct}, l_{ct})$.
- ▶ Il nous faut agréger cette allocation détaillée en une allocation comparable à celle de l'économie prototype, c'est à dire $(Y_t, c_t, x_t, k_{t+1}, l_t)$.
- ▶ Le capital k_{xt} et k_{ct} utilisé pour la production de c et x sont les mêmes biens donc on agrège naturellement :

$$k_t = k_{ct} + k_{xt}$$

$$l_t = l_{ct} + l_{xt}$$

- ▶ Les biens de consommation et d'investissement ne sont cependant pas les mêmes biens. Comment les agréger en un bien final Y_t ?

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 2. définir et caractériser l'équilibre agrégé

On commence par définir l'économie agrégée :

- ▶ L'allocation d'équilibre de l'économie détaillée est $(c_t, x_t, k_{t+1}, l_t, k_{xt}, l_{xt}, k_{ct}, l_{ct})$.
- ▶ Il nous faut agréger cette allocation détaillée en une allocation comparable à celle de l'économie prototype, c'est à dire $(Y_t, c_t, x_t, k_{t+1}, l_t)$.
- ▶ Le capital k_{xt} et k_{ct} utilisé pour la production de c et x sont les mêmes biens donc on agrège naturellement :

$$k_t = k_{ct} + k_{xt}$$

$$l_t = l_{ct} + l_{xt}$$

- ▶ Les biens de consommation et d'investissement ne sont cependant pas les mêmes biens. Comment les agréger en un bien final Y_t ? On utilise les prix (soit prix de base soit prix courants) et on définit le PIB agrégé de l'économie détaillée.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 2. définir et caractériser l'équilibre agrégé

Pourquoi définir le PIB de l'équilibre agrégé de l'économie détaillée en prix courant ($Y_t \equiv c_t + q_t x_t$) et non en prix de base ($Y_t \equiv c_t + q_0 x_t$) ?

C'est parce qu'en prix courants, on peut écrire :

$$Y_t \equiv c_t + q_t x_t$$

$$\begin{aligned} Y_t &= A_t F(k_{ct}, l_{ct}) + q_t A_{xt} A_t F(k_{xt}, l_{xt}) \\ &= A_t F(k_{ct}, l_{ct}) + A_t F(k_{xt}, l_{xt}) \\ &= A_t F(k_t, l_t) \end{aligned}$$

utilisant l'homogénéité de degré 1 de F et donc $F(k_{ct}, l_{ct}) = F_k k_{ct} + F_l l_{ct}$ pour la dernière ligne.

En prix de base, on aurait $q_0 A_{xt}$ qui ferait parti du « wedge » alors qu'en prix courants on a $q_t A_{xt} = 1$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 3. identification des « wedges »

Pour identifier les « wedges » qui établissent l'équivalence, on compare les équations qui caractérisent l'équilibre de l'économie prototype avec celles qui caractérisent l'équilibre agrégé de l'économie détaillée.

Rappel de la caractérisation de l'équilibre $(Y_t, l_t, x_t, k_t, c_t)$ de l'économie prototype avec « wedges » :

$$Y_t = A_t F(k_t, l_t)$$

$$Y_t = c_t + x_t + g_t$$

$$-\frac{U_l(c_t, l_t)}{U_c(c_t, l_t)} = (1 - \tau_{lt}) A_t F_l(k_t, l_t)$$

$$U_c(c_t, l_t)(1 + \tau_{xt}) = \beta U_c(c_{t+1}, l_{t+1}) [A_{t+1} F_k(k_{t+1}, l_{t+1}) + (1 - \delta)(1 + \tau_{xt+1})]$$

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 3. identification des « wedges »

Pour identifier les « wedges » qui établissent l'équivalence, on compare les équations qui caractérisent l'équilibre de l'économie prototype avec celles qui caractérisent l'équilibre agrégé de l'économie détaillée.

Exercice en classe : Identifier les « wedges » qui établissent l'équivalence.

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production : 3. identification des « wedges »

Pour identifier les « wedges » qui établissent l'équivalence, on compare les équations qui caractérisent l'équilibre de l'économie prototype avec celles qui caractérisent l'équilibre agrégé de l'économie détaillée.

Exercice en classe : Identifier les « wedges » qui établissent l'équivalence.

$$\begin{aligned} A_t &= A_t \\ 1 + \tau_{xt} &= \frac{1}{A_{xt}} \end{aligned}$$

(Abus de notation, le « wedge » est en rouge la productivité de la production du bien de consommation est en noir.)

[lien retour](#)

BCA Composante 1 : équivalence à un prototype

Économie avec deux secteurs de production

Exercice en classe : Les « wedges » dans le modèle prototype sont ils nécessairement des signes de distortions dans les modèles détaillés équivalents ?

Réponse :

- ▶ Non, pas nécessairement. Par exemple, les théorèmes de l'économie du bien-être s'appliquent au modèle détaillé avec deux secteurs de production donc son équilibre est efficient. L'équilibre agrégé de cette économie, bien qu'efficient, est l'équilibre de l'économie prototype avec « wedge ».
- ▶ Cela dit, les « wedges » peuvent être signes d'une source d'inefficacité dans le modèle détaillé, par exemple la taxation proportionnelle dans le modèle RBC est une source d'inefficacité et elle se manifeste dans comme des « wedges » dans le modèle prototype.

Pour approfondir

Une approche similaire est utilisée dans le papier suivant (lien vers l'article) :

Hsieh et Klenow (2009) "Misallocation and Manufacturing TFP in China and India" *QJE*

Ce papier a été (et reste) très influent sur la recherche en macroéconomie ces dernières années.

Osotimehin (2019) "Aggregate productivity and the allocation of resources over the business cycle" *RED*

Voir la recherche de Baris Kaymak et Immo Schott sur ce sujet.