

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра САПР

Лабораторна робота №1

з курсу “Комп’ютерна схемотехніка та архітектура комп’ютерів”

для студентів базового напрямку 6.08.04 "Комп’ютерні науки"

(заочна форма навчання)

Виконав студент гр. КНз-2

Чалий Михайло

Львів 2014

Мета роботи

Вивчити елементарні логічні функції одного та двох аргументів та відповідні їм логічної операції. Набути практичних навиків складання логічних виразів для них на основі операції кон'юнкції, диз'юнкції, заперечення.

Короткі теоретичні відомості

Науку про людське мислення створив давньогрецький вчений Аристотель (384-322 г. до н. е.). Він назвав її логікою. Логіка переписувала загальні правила за якими людина мислить, робить висновки та знаходить істину. Німецький математик, Г.В. Лейбніц (1646-1716 рр.) підвів логіку до обчислень. У нього виникла думка створити нову науку — математичну логіку, в якій логічні поняття позначені математичними знаками. Тільки майже через 200 років англійський математик, Джордж Буль (1815-1864 рр.) частково реалізував ідеї Лейбніца. Він створив для логічних висловлень позначення в символах, оперуючи котрими можна виконувати логічні міркування за допомогою звичайних обчислень.

Функція $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ називається **логічною** (булевою), якщо вона, також як і її аргументи, може приймати тільки два значення - “істина” 1 та “не істина” 0.

Логічні функції одного та двох аргументів називають *елементарними* функціями, маючи на увазі, що логічні вирази цих функцій містять не більше однієї логічної операції.

Існують всього чотири функції одного аргументу (Табл.1).

Табл.1 Логічні функції одного аргументу

$x \backslash f$	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1
Позначення операції	0	x	\bar{x}	1

Функції $f_0(x)$, $f_1(x)$, $f_3(x)$ є тривіальними:

$$f_0(x)=0 \text{ (константа 0)}, \quad f_1(x)=x, \quad f_3(x)=1 \text{ (константа 1)}.$$

Тому з функцій одного аргументу практичний значення має $f_2(x)=x'$ (для зручності друку замість риски вгорі використаємо штрих), що відповідає найелементарнішій логічній унарній (з одним аргументом) операції заперечення (інверсія, логічне НІ).

Логічні функції двох аргументів подані в табл. 2, визначаються чотирма варіантами комбінацій (для n логічних змінних (аргументів) існує 2^n логічних комбінацій з 0 й 1) .

Табл.2

$x_1, x_2 \backslash f$	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0
0 1	0	0	0	0	1	1	1	1
1 0	0	0	1	1	0	0	1	1
1 1	0	1	0	1	0	1	0	1
Позначення операції	0	$x_1 \wedge x_2$	$(x_1 \not\rightarrow x_2)$	x_1	$(x_1 \not\leftarrow x_2)$	x_2	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \vee x_2$

$x_1, x_2 \backslash f$	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0 0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	0	0	0	0	1	1	1	1
1 0	0	0	1	1	0	0	1	1
1 1	0	1	0	1	0	1	0	1
Позначення операції	$x_1 \downarrow x_2$	$x_1 \sim x_2$	\bar{x}_2	$x_1 \leftarrow x_2$	\bar{x}_1	$x_1 \rightarrow x_2$	$x_1 x_2$	1

Елементарні логічні бінарні (з двома аргументами) операції позначаються і мають відповідні назви (табл.3).

Табл.3

Позначення	Назва
$(x_1 * x_2), (x_1 \& x_2), (x_1 \wedge x_2)$	кон'юнкція (логічне множення)
$(x_1 \oplus x_2)$	додавання по модулю 2 (виключне або)
$(x_1 \vee x_2), (x_1 + x_2),$	диз'юнкція (логічне додавання)
$x_1 \sim x_2$	еквівалентності (рівнозначності)
$(x_1 \downarrow x_2)$	функція Пірса (функція Вебба)
$(x_1 \rightarrow x_2)$	ліва імплікація
$(x_1 \leftarrow x_2)$	права імплікація;
$(x_1 x_2)$	функція Шеффера
$f_0 (x_1, x_2) = 0$	константа 0
$f_{15} (x_1, x_2) = 1$	константа 1
$(x_1 \not\rightarrow x_2)$	ліва коімплікація
$(x_1 \not\leftarrow x_2)$	права коімплікація
\bar{x}_1, \bar{x}_2	заперечення, інверсія
$f(x) = x$	тривіальна

Табл. 4

Таблиця логічних операцій

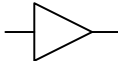
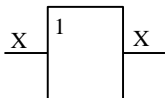
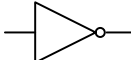
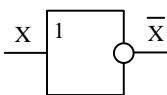
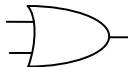
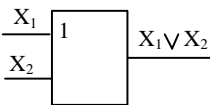

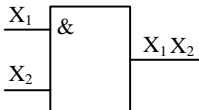
Назва операції	Назва елемента	Вираз	Умовне графічне зображення		Таблиця істинності															
			згідно стандарту MIL/ANSI	згідно з ГОСТ 2.743-91																
Повторення	Повторювач	$Y(X)=X$			<table border="1"><tr><td>X</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr></table>	X	Y	0	0	1	1									
X	Y																			
0	0																			
1	1																			
Заперечення	НЕ	$Y(X)=\overline{X}$			<table border="1"><tr><td>X</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	X	Y	0	1	1	0									
X	Y																			
0	1																			
1	0																			
Диз'юнкція	ЧИ	$Y(X_1,X_2)=X_1\vee X_2$			<table border="1"><tr><td>X₁</td><td>X₂</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
X ₁	X ₂	Y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	1																		
Кон'юнкція	І	$Y(X_1,X_2)=X_1 X_2$			<table border="1"><tr><td>X₁</td><td>X₂</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
X ₁	X ₂	Y																		
0	0	0																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	1																		

Табл.4.

Таблиця логічних операцій (продовження)

Назва операції	Назва елемента	Вираз	Умовне графічне зображення		Таблиця істиності															
			згідно стандарту MIL/ANSI	згідно з ГОСТ 2.743-91																
Заперечення диз'юнкції	НЕ ЧИ	$Y(X_1,X_2)=\overline{X_1 \vee X_2}$			<table><tr><td>X₁</td><td>X₂</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
X ₁	X ₂	Y																		
0	0	1																		
0	1	0																		
1	0	0																		
1	1	0																		
Заперечення кон'юнкції	НЕ І	$Y(X_1,X_2)=\overline{X_1 X_2}$			<table><tr><td>X₁</td><td>X₂</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
X ₁	X ₂	Y																		
0	0	1																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		
Заперечення еквівалентності	Виключне ЧИ	$Y(X_1,X_2)=X_1 \oplus X_2$			<table><tr><td>X₁</td><td>X₂</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	X ₁	X ₂	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
X ₁	X ₂	Y																		
0	0	0																		
0	1	1																		
1	0	1																		
1	1	0																		

Завдання

Синтез найпростіших логічних операцій

$$y(A,B,C,D) = D + ABD'C + AC'$$

Рішення

Функція задана у форму ДНФ

$$D + ABD'C + AC'$$

Для того щоб отримати ДДНФ, потрібно застосувати операції розгортання

$$\begin{aligned} D &= (A + A') (B + B') (C + C') \\ D &= (A + A') (B + B') (CD + C'D) = (A + A') (BCD + B'CD + BC'D + B'C'D) = \\ &= ABCD + AB'CD + ABC'D + AB'C'D + A'BCD + A'B'CD + A'BC'D + A'B'C'D \end{aligned}$$

$$AC' = (B + B')(D + D') \quad AC' = (B + B')(DAC' + D'AC') = BDAC' + BD'AC' + B'DAC' + B'D'AC'$$

Отже ДДНФ

$$\begin{aligned} D + ABD'C + AC' &= ABCD + AB'CD + ABC'D + AB'C'D + A'BCD + A'B'CD + A'BC'D + A'B'C'D + \\ &+ ABCD' + ABC'D' + AB'C'D' \end{aligned}$$

Зклеювання і поглинання

$$\begin{aligned} ABCD + AB'CD &= ACD \\ ABCD + ABC'D &= ABD \\ ABCD + A'BCD &= BCD \\ ABCD + ABCD' &= ABC \\ AB'CD + AB'C'D &= AB'D \\ AB'CD + A'B'CD &= B'CD \\ ABC'D + AB'C'D &= AC'D \\ ABC'D + A'BC'D &= BC'D \\ ABC'D + ABC'D' &= ABC' \\ AB'C'D + A'B'C'D &= B'C'D \\ AB'C'D + AB'C'D' &= AB'C' \\ ABCD' + ABC'D' &= ABD' \\ ABC'D' + AB'C'D' &= AC'D' \end{aligned}$$

Отже

$$D + ABD'C + AC' = ACD + ABD + BCD + ABC + AB'D + B'CD + AC'D + BC'D + ABC' + B'C'D + AB'C' + ABD' + AC'D'$$

$$\begin{aligned} ACD + AC'D &= AD \\ ABD + AB'D &= AD \\ ABD + ABD' &= AB \\ BCD + B'CD &= CD \\ BCD + BC'D &= BD \\ ABC + ABC' &= AB \\ B'CD + B'C'D &= B'D \\ AC'D + AC'D' &= AC' \\ BC'D + B'C'D &= C'D \\ ABC' + AB'C' &= AC' \end{aligned}$$

Отже

$$D + ABD'C + AC' = AD + AB + CD + BD + C'D + B'D + AC'$$

$$\begin{aligned} CD + C'D &= D \\ BD + B'D &= D \end{aligned}$$

$$D + ABD'C + AC' = AD + AB + AC' + D$$

Отже СДНФ

$$D + ABD'C + AC' = AD + AB + AC' + D$$

Табл 1 Імплікантна матриця

Прості імпліканти (мінтерми)	Члени ДДНФ										
	ABCD	AB'CD	ABC'D	AB'C'D	A'BCD	A'B'CD	A'BC'D	A'B'C'D	ABCD'	ABC'D'	AB'C'D'
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
AD	X	X	X	X	X	X					
AB	X		X						X	X	
AC'			X	X						X	X
D	X	X	X	X	X	X	X	X			

Отже МДНФ

$$D + ABD'C + AC' = AC' + AB + D$$

Таблиця істиності функції $AC' + AB + D$

A	B	C	D	C'	AC'	AB	AC' + AB + D
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1

Для порівняння, таблиця істиності функції $y(A,B,C,D) = D + ABD'C + AC'$, згенерована за допомогою Multisim

Logic converter-XLC1

Out ☐

	A	B	C	D	E	F	G	H
000	0	0	0	0				0
001	0	0	0	1				1
002	0	0	1	0				0
003	0	0	1	1				1
004	0	1	0	0				0
005	0	1	0	1				1
006	0	1	1	0				0
007	0	1	1	1				1
008	1	0	0	0				1
009	1	0	0	1				1
010	1	0	1	0				0
011	1	0	1	1				1
012	1	1	0	0				1
013	1	1	0	1				1
014	1	1	1	0				1
015	1	1	1	1				1

Conversions

$\Rightarrow \rightarrow 101$

$\overline{101} \rightarrow A|B$

$\overline{101} \xrightarrow{SIMP} A|B$

$A|B \rightarrow \overline{101}$

$A|B \rightarrow \Rightarrow$

$A|B \rightarrow NAND$

$D+ABD'C+AC'$

Мінімізовано за допомогою Multisim

Logic converter-XLC1

Out ☐

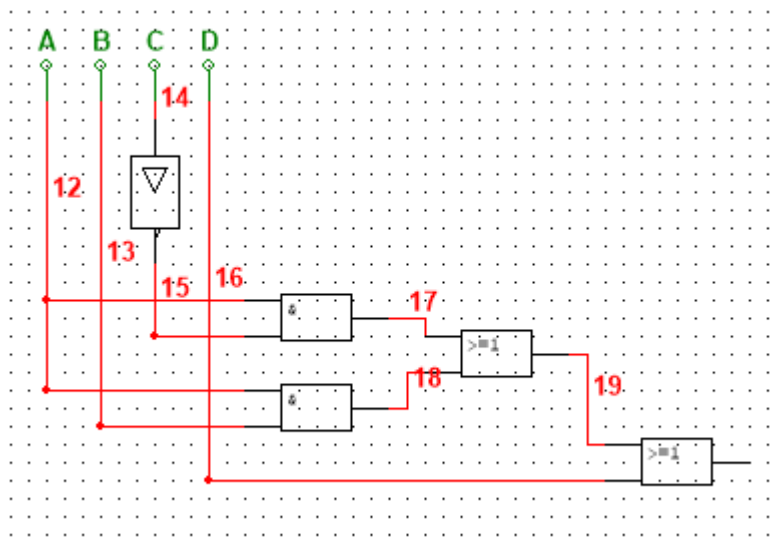
	A	B	C	D	E	F	G	H
000	0	0	0	0				0
001	0	0	0	1				1
002	0	0	1	0				0
003	0	0	1	1				1
004	0	1	0	0				0
005	0	1	0	1				1
006	0	1	1	0				0
007	0	1	1	1				1
008	1	0	0	0				1
009	1	0	0	1				1
010	1	0	1	0				0
011	1	0	1	1				1
012	1	1	0	0				1
013	1	1	0	1				1
014	1	1	1	0				1
015	1	1	1	1				1

Conversions

- \neg \rightarrow $\overline{1\ 0\ 1}$
- $\overline{1\ 0\ 1} \rightarrow A/B$
- $\overline{1\ 0\ 1} \xrightarrow{\text{SIMP}} A/B$
- $A/B \rightarrow \overline{1\ 0\ 1}$
- $A/B \rightarrow \neg$
- $A/B \rightarrow \text{NAND}$

AC'+AB+D

Схему згенеровано за допомогою Mutisim



Аналіз результатів та висновки

При виконанні даної роботи було детально ознайомлено з синтезом простих логічних операцій.

Список використаної літератури

1. Карлащук В. И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench.— М.: Солон-Р, 2000.- 504с.
2. Барри Уилкинсон. Основы проектирования цифровых схем.: Пер. с англ.- М.: Издательский дом «Вильямс», 2004, - 320с.
3. Карлащук В. И. Обучающие программы. – М.: Солон-Р, 2001. – 528с.