­­МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

­­­

Кафедра САПР

**Системи числення.**

**Алгоритми переведення чисел з однієї системи**

**числення в іншу**

Контрольна робота №2

з курсу: “Основи інформаційних технологій”

для студентів базових напрямків 6.0804 “Комп`ютерні науки”

Виконав студент гр. КНз-11

Чалий Михайло

­­

Львів 2012

# Теоретичні відомості

## Системи числення

Сукупність прийомів та правил найменування й позначення чисел називається *системою числення*. Звичайною для нас і загально­прий­ня­тою є позиційна десяткова система числення. Як умовні знаки для за­пи­су чисел вживаються цифри.

Система числення, в якій значення кожної цифри в довільному місці послідовності цифр, яка означає запис числа, не змінюється, на­зи­вається *непозиційною*. Система числення, в якій значення кожної цифри залежить від місця в послідовності цифр у записі числа, називається *позиційною*.

Щоб визначити число, недостатньо знати тип і алфавіт системи чис­лення. Для цього необхідно ще додати правила, які дають змогу за значеннями цифр встановити значення числа. Найпростішим способом запису натурального числа є зображення його за допомогою відповідної кількості паличок або рисочок. Таким способом можна користуватися для невеликих чисел. Наступним кроком було винайдення спеціальних символів (цифр). У непозиційній системі кожен знак у запису незалежно від місця означає одне й те саме число. Добре відомим прикладом непо­зи­ційної системи числення є римська система, в якій роль цифр відіг­ра­ють букви алфавіту: І - один, V – п’ять, Х - десять, С - сто, Z – п’ятдесят, D *–*п’ятсот, М - тисяча. Наприклад, 324 = СССХХІV. У непозиційній системі числення незручно й складно виконувати арифметичні операції.

## Позиційні системи числення

Загальноприйнятою в сучасному світі є десяткова позиційна сис­те­ма числення, яка з Індії через арабські країни прийшла в Європу. Осно­вою цієї системи є число десять. *Основою системи числення* називається число, яке означає, у скільки разів одиниця наступного розрядку більше за одиницю попереднього.

Загальновживана форма запису числа є насправді не що інше, як ско­ро­чена форма запису розкладу за степенями основи системи числен­ня, наприклад

.

Тут 10 є основою системи числення, а показник степеня – це номер по­зи­ції цифри в записі числа (нумерація ведеться зліва на право, по­чи­на­ю­чи з нуля). Арифметичні операції у цій системі виконують за правила­ми, запропонованими ще в середньовіччі. Наприклад, додаючи два бага­тоз­начних числа, застосовуємо правило додавання стовпчиком. При цьо­му все зводиться до додавання однозначних чисел, для яких необ­хід­ним є знання таблиці додавання.

Проблема вибору системи числення для подання чисел у пам’яті комп’ютера має велике практичне значення. В разі її вибору звичайно вра­ховуються такі вимоги, як надійність подання чисел при вико­рис­танні фізичних елементів, економічність (використання таких систем чис­лення, в яких кількість елементів для подання чисел із деякого діа­па­зону була б мінімальною). Для зображення цілих чисел від 1 до 999 у десятковій системі достатньо трьох розрядів, тобто трьох елементів. Оскільки кожен елемент може перебувати в десятьох станах, то за­га­ль­на кількість станів - 30, у двійковій системі числення: , необхідна кількість станів - 20 (індекс знизу зображення числа - основа системи числення). У такому розумінні є ще більш економічна по­зи­цій­на система числення - трійкова. Так, для запису цілих чисел від 1 до  у десятковій системі числення потрібно 90 станів, у двійковій – 60, у трій­ковій - 57. Але трійкова система числення не дістала поширення внас­лідок труднощів фізичної реалізації.

Тому найпоширенішою для подання чисел у пам’яті комп’ютера є двійкова система числення. Для зображення чисел у цій системі необ­хідно дві цифри: 0 і 1, тобто достатньо двох стійких станів фізич­них елементів. Ця система є близькою до оптимальної за еконо­міч­ністю, і крім того, таблички додавання й множення в цій системі еле­мен­тарні:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **+** | **0** | **1** |  | **\*** | **0** | **1** |
| **0** | 0 | 1 |  | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 1 | 10 |  | 1 | 0 | 1 |

Оскільки , а , то кожних три двійкових розряди зоб­ра­жен­ня числа утворюють один вісімковий, а кожних чотири двійкових роз­ряди - один шістнадцятковий. Тому для скорочення запису адрес та вмісту оперативної пам’яті комп’ютера використовують шістнадцяткову й вісімкову системи числення. Нижче в таблиці 1 наведені перших 16 натуральних чисел записаних в десятковій, двійковій, вісімковій та шістнадцятковій системах числення.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Таблиця 1 | |
| **10** | **2** | **8** | **16** |
| 0 | 0000 | 0 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |

В процесі налагодження програм та в деяких інших ситуаціях у прог­ра­муванні актуальною є проблема пе­ре­ве­дення чисел з однієї позиційної системи числення в іншу. Якщо основа нової сис­теми числення дорівнює деякому сте­пеню старої системи числення, то ал­горитм переводу дуже простий: пот­ріб­но згрупувати справа наліво розряди в кількості, що дорівнює показнику сте­пе­ня і замінити цю групу розрядів від­по­відним символом нової системи чис­лен­ня. Цим алгоритмом зручно корис­ту­ватися коли потрібно перевести число з двійкової системи числення у вісімко­ву або шістнадцяткову. Наприклад, , . Переведення чисел з вісімко­вої або шістнадцяткової систем числення у двійковому відбувається за зворотнім правилом: один символ старої системи числення заміняється групою розрядів нової системи числення, в кількості рівній показнику степеня нової системи числення. Наприклад, , .

Як бачимо, якщо основа однієї системи числення дорівнює дея­кому степеню іншої, то перевід тривіальний. У протилежному ви­пад­кові ко­ристуються правилами переведення числа з однієї позиційної сис­теми чис­лення в іншу (найчастіше для переведення із двійкової, вісімкової та шістнадцяткової систем числення у десяткову, і навпаки).

## Алгоритми переведення чисел з однієї позиційної сис­теми чис­лення в іншу

1. Для переведення чисел із системи числення з основою  в сис­те­му числення з основою , використовуючи арифметику нової системи чис­лення з основою ,потрібно записати коефіцієнти розкладу, основи сте­пенів і показники степенів у системі з основою  і виконати всі дії в цій самій системі. Очевидно, що це правило зручне при переведенні до де­сяткової системи числення. Наприклад:

з шістнадцяткової в десяткову:



з вісімкової в десяткову:

,

з двійкової в десяткову:



2. Для переведення чисел із системи числення з основою  в сис­тему числення з основою  з використанням арифметики старої сис­теми числення з основою  потрібно:

а) для переведення *цілої частини*:

послідовно число, записане в системі основою  ділити на основу но­вої системи числення, виділяючи остачі. Останні записані у зворот­ному порядку, будуть утворювати число в новій системі числення;

б) для переведення *дробової частини*:

послідовно дробову частину множити на основу нової системи чис­лення, виділяючи цілі частини, які й будуть утворювати запис дробової час­тини числа в новій системі числення.

Цим самим правилом зручно користуватися в разі переведення з де­сят­кової системи числення, тому що її арифметика для нас зручніша.

## Дії з двійковими числами в доповнювальних кодах.

В обчислювальній техніці часто використовуються дії в доповнювальних кодах. Доповнювальний код двійкового додатного числа відповідає звичайному двійковому числі. Доповнювальний код двійкового від’ємного числа утворюється шляхом інвертування всіх розрядів двійкового числа і додавання одиниці до отриманого числа в молодший розряд. Від’ємне число з доповнювального коду утворюється шляхом віднімання одиниці і інвертування отриманого числа.

Розглянемо дії з цілими числами, які буде виконувати 8-ми розрядний процесор в доповнювальних кодах.

В доповнювальному коді можуть бути представлені 8-ми розрядні двійкові числа в діапазоні від мінус 128 до плюс 127.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Десяткове число | Доповнювальний код двійкового числа | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 127 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| - 128 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| - 127 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| - 126 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| - 125 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| - 5 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| - 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| - 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| - 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| - 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Додавання додатних чисел в доповнювальних кодах виконується за звичайними правилами, тому що доповнювальні коди додатних двійкових чисел відповідають звичайним двійковим числам.

Віднімання двійкових чисел в доповнювальних кодах виконується шляхом додавання доповнювальних кодів додатного і від’ємного числа.

В результаті додавання виконується переповнення старшого розряду. Це переповнення старшого розряду є признаком того, що отримане число є додатне. А оскільки доповнювальний код додатного числа є такий як і звичайне додатне число, то більше перетворень виконувати не потрібно.

# Індивідуальні завдання, Варіант №18

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | A | B | D | F | Q | S | Z | Y | V | W |
| 18. | 1D4C0,4 | 357,2 | 5C2D0E7B4A | 4305216770 | 1815,65 | 0,10011001 | 102 | 54 | 43 | 105 |

1. Додати два числа (А, В) і отримати результат (С) в десятковій системі числення. А – в шістнадцятковій системі числення, В – у вісімковій.
2. Перевести число D з шістнадцяткової системи числення в вісімкову систему – E.
3. Перевести число F з вісімкової системи числення в шістнадцяткову систему – G.
4. Перевести число Q з десяткової системи числення в шістнадцяткову, вісімкову і двійкову систему числення – N, O, P.
5. -
6. Перевести дробове число S з двійкової системи числення у десяткову систему – T.
7. Виконати дії в двійкових доповнювальних кодах. L = Z + (-Y). Отриманий результат перевести в двійкову систему числення і дальше в десяткову.
8. Виконати дії в двійкових доповнювальних кодах. M = V + (-W). Отриманий результат перевести в двійкову систему числення і дальше в десяткову.
9. Побудувати алгоритм додавання і відніміння чисел в доповнювальних кодах. В алгоритмі передбачити всі можливі варіанти для знаходження суми (чи різниці) двох чисел. Ω = μ ± λ. μ > λ, μ < λ, μ > 0, μ < 0, λ > 0, λ < 0.
10. Для завдань (4...8) необхідно перевірити правильність виконаної дії.

# Завдання №1

Додати два числа (А, В) і отримати результат (С) в десятковій системі числення. А – в шістнадцятковій системі числення, В – у вісімковій.

Дано

Перетворимо A в десятичну форму:

# Завдання №2

Перевести число D з шістнадцяткової системи числення в вісімкову

систему – E.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | C | 2 | D | 0 | E | 7 | B | 4 | A |
| 0101 | 1100 | 0010 | 1101 | 0000 | 1110 | 0111 | 1011 | 0100 | 1010 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 5 | 6 | 0 | 5 | 5 | 0 | 3 | 4 | 7 | 5 | 5 | 1 | 2 |
| 0 | 101 | 110 | 000 | 101 | 101 | 000 | 011 | 100 | 111 | 101 | 101 | 001 | 010 |

# Завдання №3

Перевести число F з вісімкової системи числення в шістнадцяткову систему – G.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 4 | 3 | 0 | 5 | 2 | 1 | 6 | 7 | 7 | 0 |
| 000 | 000 | 100 | 011 | 000 | 101 | 010 | 001 | 110 | 111 | 111 | 000 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 2 | 3 | 1 | 5 | 1 | D | F | 8 |
| 0000 | 0010 | 0011 | 0001 | 0101 | 0001 | 1101 | 1111 | 1000 |

# Завдання №4

Перевести число Q з десяткової системи числення в шістнадцяткову, вісімкову і двійкову систему числення – N, O, P.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1815 | 16 |  |
| 1808 | 113 | 16 |
| 7 | 122 | 7 |
|  | 1 |  |

|  |
| --- |
| 0,65 |
| 16 |
| 10,40 |
| 16 |
| 6,40 |
| 16 |
| 6,40 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1815 | 8 |  |  |
| 1808 | 226 | 8 |  |
| 7 | 224 | 28 | 8 |
|  | 2 | 24 | 3 |
|  |  | 4 |  |

|  |
| --- |
| 0,65 |
| 8 |
| 5,20 |
| 8 |
| 1,60 |
| 8 |
| 4,80 |
| 8 |
| 6,40 |
| 8 |
| 3,20 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1815 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1814 | 907 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 906 | 453 | 2 |  |  |  |  |  |  |  |
|  | 1 | 452 | 226 | 2 |  |  |  |  |  |  |
|  |  | 1 | 226 | 113 | 2 |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 0 | 112 | 56 | 2 |  |  |  |  |
|  |  |  |  | 1 | 56 | 28 | 2 |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 0 | 28 | 14 | 2 |  |  |
|  |  |  |  |  |  | 0 | 14 | 7 | 2 |  |
|  |  |  |  |  |  |  | 0 | 6 | 3 | 2 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 2 | 1 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |

|  |
| --- |
| 0,65 |
| 2 |
| 1,30 |
| 2 |
| 0,60 |
| 2 |
| 1,20 |
| 2 |
| 0,40 |
| 2 |
| 0,80 |
| 2 |
| 1,60 |

# Завдання №6

Перевести дробове число S з двійкової системи числення у десяткову систему – T.

# Завдання №7

Виконати дії в двійкових доповнювальних кодах: L = Z + (-Y) Отриманий результат перевести в двійкову систему числення і дальше в десяткову

|  |
| --- |
| 1100110 |
| 1001010 |
| (1)0110000 |

# Завдання №8

Виконати дії в двійкових доповнювальних кодах. M = V + (-W). Отриманий результат перевести в двійкову систему числення і дальше в десяткову.

|  |
| --- |
| 101011 |
| 10010111 |
| 11000010 |

Немає переповнення, отже результат від’ємний. Конвертуємо від’ємне число в доповнювальному коді в десяткову

|  |
| --- |
| 11000010  - |
| 1 |
| 11000001 |
| I |
| 111110 |

А отже

# Завдання №9

Побудувати алгоритм додавання і віднімання чисел в доповнювальних кодах. В алгоритмі передбачити всі можливі варіанти для знаходження суми (чи різниці) двох чисел. Ω = μ ± λ. μ > λ, μ < λ, μ > 0, μ < 0, λ > 0, λ < 0.

Алгоритм конвертації в доповнювальний код



Алгоритм додавання і віднімання



# Завдання №10

Для завдань (4...8) необхідно перевірити правильність виконаної дії.

Завдання №4

Завдання №6

|  |
| --- |
| 0,59765625 |
| 2 |
| 1,19531250 |
| 2 |
| 0,39062500 |
| 2 |
| 0,78125000 |
| 2 |
| 1,56250000 |
| 2 |
| 1,12500000 |
| 2 |
| 0,25000000 |
| 2 |
| 0,50000000 |
| 2 |
| 1,00000000 |
|  |

Завдання №7

Завдання №8