

# Examen diagnóstico - Solución

## Análisis Estadístico Multivariado

ITESO

Departamento de Matemáticas y Física

### Cálculo

1. Resolver las siguientes derivadas

(a)

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 2x + 1)$$

R.  $2x + 2$

(b)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

R.  $\frac{2}{(1-x)^2}$

(c) Sea la función de log-verosimilitud  $l(\theta) = \log \theta^k + \log(1-\theta)^{n-k}$ . Obtener

$$\frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta}$$

R.  $\frac{k}{\theta} - \frac{n-k}{1-\theta}$

2. a) ¿Cuál es la interpretación geométrica de la primera derivada? R. **Pendiente de la recta tangente de la función evaluada en  $c$**

b) ¿Qué valor tiene la primera derivada de una función cuando la función se encuentra en un máximo? R. **0**.

3. Si la función es convexa en el rango  $[a, b]$ , ¿obtenemos un mínimo o un máximo? R. **Mínimo**

4. Resolver las siguientes integrales

(a)

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

R.  $\frac{3}{2}$

(b) Para la función de densidad

$$f_{xy}(x, y) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y, \quad \text{para } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$$

Encontrar

$$F(x, y) = \int_0^x \int_0^y \left( \frac{1}{2}u + \frac{3}{2}v \right) dv du$$

R.  $\frac{x^2y}{4} + \frac{3xy^2}{4}$

## Estadística y probabilidad

1. ¿Qué mide la correlación? R. **Dependencia lineal entre dos variables. La relación puede ser positiva o negativa**
  2. Menciona dos medidas de tendencia central. R. **Media, mediana**
  3. Menciona dos medidas de dispersión. R. **Desviación estándar, rango intercuartílico**
  4. ¿Qué es una variable aleatoria? R. **Una función que asigna un valor numérico al resultado de un experimento aleatorio. Si  $\omega$  es uno de esos resultados (por ejemplo, el resultado de lanzar una moneda), y  $X$  la variable aleatoria, la función es  $X(\omega) \in \mathbb{R}$ .**
  5. ¿Cuál es la diferencia entre funciones de densidad de probabilidad y funciones de masa de probabilidad? R. **Las funciones de densidad son funciones que asignan un valor  $f(x) \in [0, 1]$  a una variable aleatoria continua. Las funciones de masa asignan una probabilidad  $p(x) \in [0, 1]$  al resultado de una variable aleatoria discreta.**
  6. Respecto a la anterior pregunta, ¿con qué tipo de función (de masa o densidad) usarías cuál ecuación para obtener el valor esperado?
1. ¿De masa o de densidad?

$$\mathbf{E}[x] = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

R. **De masa**

2. ¿De masa o de densidad?

$$\mathbf{E}[x] = \int x f(x) dx$$

R. **De densidad.** Lo sabemos porque hay que integrar para obtener una densidad,