

Tarea 1

Análisis Estadístico Multivariado

Emmanuel Alcalá

Ejercicio 1

Considera la distribución bivariada $p(x, y)$ de dos VA discretas X, Y

Y	y_1	0.01	0.02	0.03	0.1	0.1
	y_2	0.05	0.1	0.05	0.07	0.2
	y_3	0.1	0.05	0.03	0.05	0.04
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
		X				

Figure 1: Distribución conjunta $p(y, x)$

Calcula:

1. Las distribuciones marginales $p(x)$ y $p(y)$
2. Las distribuciones condicionales $p(x \mid Y = y_1)$ y $p(y \mid X = x_3)$

Ejercicio 2

Supongamos lo siguiente:

Un 5% de la población son mujeres (M) con estudios universitarios completos (U). Las mujeres representan un 55% de la población. Un 20% de la población tiene estudios universitarios completos

1. ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer tenga estudios universitarios completos? Hint: calcular $p(U | M)$.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona con estudios universitarios completos sea hombre (H)? Hint: necesitamos el complemento de 2).

Ejercicio 3

La pmf de una distribución de probabilidad discreta de Poisson permite calcular la probabilidad un número dado de eventos en un intervalo, dada una tasa de ocurrencia λ . Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que ocurran 3 choques en un día en López Mateos si la tasa de ocurrencia es de 2 choques por día? Con la pmf

$$p(x | \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad (11)$$

Sería

$$p(3 | 2) = \frac{e^{-2} 2^3}{3!}.$$

En R, la probabilidad de que x tome el valor de 3 si el valor de λ es 2 se calcularía así (creamos nuestra propia función a partir de la ecuación (11)):

```
# creamos una función para la eq 11; esta función necesita dos argumentos:
# x y lambda
pmf_poisson <- function(x, lambda) (exp(-lambda) * lambda^x) / (factorial(x))
# asignamos valores a los argumentos
x <- 3
l <- 2 # lambda
# usamos la función creada ingresando los argumentos
pmf_poisson(x = x, lambda = l)
```

```
[1] 0.180447
```

```
# NOTA: R tiene una función base para hacer esto, dpois(),
# pero estos ejercicios son buenos para desmitificar R mientras nos hábiles
# dpois(x, l) # da el mismo resultado
```

Gráficamente, nuestro valor $x = 3$ en una distribución de Poisson se vería así:

```

par(las=1)
xp <- seq(0, 15, 1)
# graficar la distribución (en barras)
plot(
  xp,
  pmf_poisson(xp, 1),
  type = "h",
  ylab = "P(X=x)",
  xlab = 'x',
  main = expression(Poisson~pmf~p(x*'|'*lambda==2))
)
# enfatizar la barra de probabilidad de x=3
segments(
  # inicio del segmento en x
  x0 = 3,
  # fin del segmento en x
  x1 = 3,
  # inicio del segmento en y
  y0 = 0,
  # altura del segmento
  y1 = pmf_poisson(x = x, l = 1),
  col = 'red',
  lwd = 2
)

```

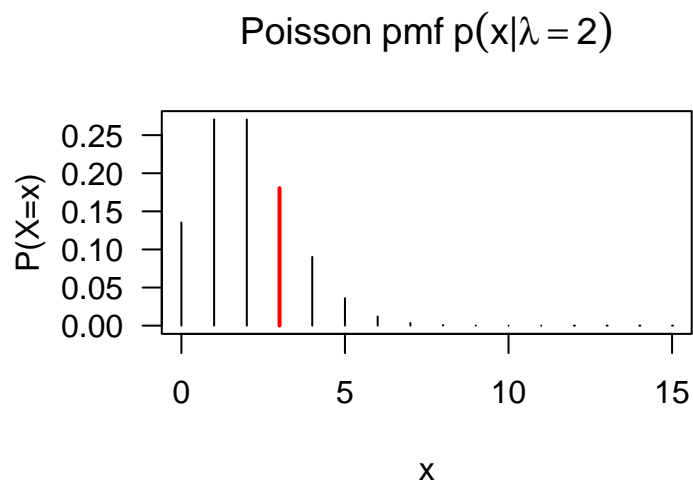


Figure 2: Distribución de probabilidad de Poisson con $x = 3$ y $\lambda = 2$

Resolver (y graficar):

1. $p(x = 3 \mid \lambda = 3/4) = ?$
2. $p(0 \leq x \leq 10 \mid \lambda = 3) = ?$

Ejercicio 4

La pdf de la distribución normal con media μ y desviación estándar σ (o varianza σ^2) es caracterizada por

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

1. Suponer que un fabricante de un tipo de botana sabe que el peso total del paquete de botana está distribuido normalmente con una media de 80.2 gramos y una desviación estándar de 1.1 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete de botana pese *menos* de 78 gramos?
2. Bajo las mismas asunciones anteriores, ¿cuál es la probabilidad de que un paquete dado tenga un peso que esté entre 2 desviaciones estándar de la media? Es decir, $p(x \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma])$.