

北京工业大学 2019 —2020 学年第 2 学期

《离散数学》 考试试卷 A 卷

考试说明: _____

承诺:

本人已学习了《北京工业大学考场规则》和《北京工业大学学生违纪处分条例》，承诺在考试过程中自觉遵守有关规定，服从监考教师管理，诚信考试，做到不违纪、不作弊、不替考。若有违反，愿接受相应的处分。

承诺人: _____ 学号: _____ 班号: _____

.....
注: 本试卷共 4 大题, 共 10 页, 满分 100 分, 考试时必须使用卷后附加的统一答题纸和草稿纸。

卷面成绩汇总表 (阅卷教师填写)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总成绩
满分											
得分											

得分

一、填空 (20 分)

1、S: 我喜欢学习, Q: 我去学校。“我虽然不喜欢学习但我仍然去学校”的翻译为 _____; “除非我不喜欢学习, 否则我就去学校了”的翻译为 _____。

2、论域 $D=\{1, 0\}$, 指定谓词 P

P (1,1)	P (1,0)	P (0,1)	P (1,1)
F	F	F	T

则公式 $\forall x \exists y P(y, x)$ 真值为 _____。

3、设 $A=\{1, 3, 4, 7, 9\}$ 上的二元关系 $R=\{< x, y> | x < y \vee x \text{ 是质数}\}$, 则 $R=$ _____ (列举法)。

R 的关系矩阵 $M_R=$ _____。

4、设 $A=\{x,y,z\}$, 则 A 上既不是对称的又不是反对称的关系 $R=$ _____ ;

A 上既是对称的又是反对称的关系 $R=$ _____ 。

5、设代数系统 $\langle A, * \rangle$, 其中 $A=\{1, 2, a\}$,

则幺元是 _____ ; 是否有幂等性 _____ ; 是否有对称性 _____ 。

*	1	2	a
1	1	1	a
2	1	2	a
a	2	a	2

得分

二、选择 (20 分) (多选题, 如果没有正确答案, 请补充正确答案)

1、在下述公式中是重言式为 ()

A. $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$; B. $(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P))$;

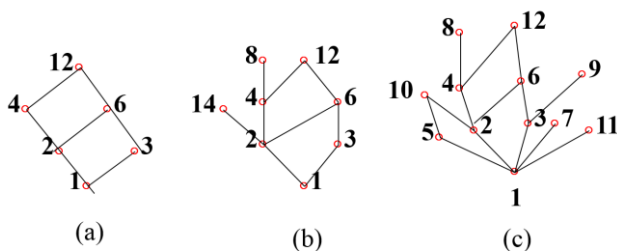
C. $\neg(P \rightarrow Q) \wedge Q$; D. $P \rightarrow (P \vee Q)$ 。

2、设 \leq 是 L 上的整除关系, 下面偏序集中, 哪些是格?

a) $L=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,

b) $L=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14\}$

c) $L=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$



A. a; B. b; C. c; D. 都不是 。

3、设 $S = \{\Phi, \{0\}, \{0, 2\}\}$, 则 2^S 有 () 个元素。

A. 3; B. 6; C. 7; D. 8 。

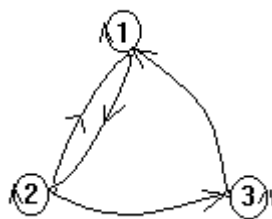
4、设 $S=\{a, b, c, d\}$, 定义 $S \times S$ 上的等价关系

$R = \{ \langle \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \mid \langle a, b \rangle \in S \times S, \langle c, d \rangle \in S \times S, a + d = b + c \}$ 则由 R 产生的

$S \times S$ 上一个划分共有 () 个分块。

A. 4; B. 5; C. 6; D. 9 。

5、设 $S = \{1, 2, 3\}$ ， S 上关系 R 的关系图为



则 R 具有 () 性质。

- A. 自反性、对称性、传递性; B. 反自反性、反对称性;
C. 反自反性、反对称性、传递性; D. 自反性。

6、设 $+$, \circ 为普通加法和乘法, 则 () $\langle S, +, \circ \rangle$ 是域。

- A. $S = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Q}\}$ B. $S = \{x \mid x = 2n, a, b \in \mathbb{Z}\}$
C. $S = \{x \mid x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$ D. $S = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq 0\} = \mathbb{N}$ 。

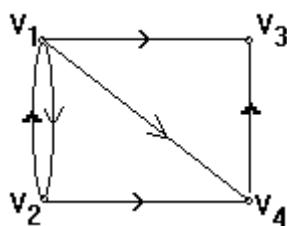
7、设 $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2; g: R \rightarrow R,$

$$g(x) = x + 4。$$

问 $g \circ f$ 和 $f \circ g$ 是 ()

- A. 单射 B. 满射 C. 双射 D. 都不是

8、在如下的有向图中, 从 V_1 到 V_4 长度为 3 的道路有 () 条。



- A. 1; B. 2; C. 3; D. 4。

9、 T 是一棵树, 有三个 2 度结点, 三个 3 度结点, 三个 4 度结点, T 有几片树叶。

- A. 10; B. 11; C. 12; D. 13。

10、设 R 是实数集合, “ \times ” 为普通乘法, 则代数系统 $\langle R, \times \rangle$ 是 ()。

- A. 群; B. 独异点; C. 半群。

得分

三、证明 (36 分)

1、 设 R 是 A 上一个二元关系,

$$S = \{ \langle a, b \rangle \mid (a, b \in A) \wedge (\text{对于某一个 } c \in A, \text{ 有 } \langle a, c \rangle \in R \text{ 且 } \langle c, b \rangle \in R) \}$$

试证明若 R 是 A 上一个等价关系, 则 S 也是 A 上的一个等价关系。(12 分)

2. 每个命题组的成员都是老师并且是教授, 有些成员是青年人。所以有的成员是青年教授。请在谓词逻辑中证明上面推理。(6 分)

3. 求证: 在任意一个有向图中, 所有结点的入度之和等于它们的出度之和。(12 分)

4. 设 f, g 都是 $\langle S, * \rangle$ 到 $\langle T, \circ \rangle$ 的同态, 并且 $*$ 与 \circ 运算均满足交换律和结合律。证明:

如下定义的函数 $N: S \rightarrow T$

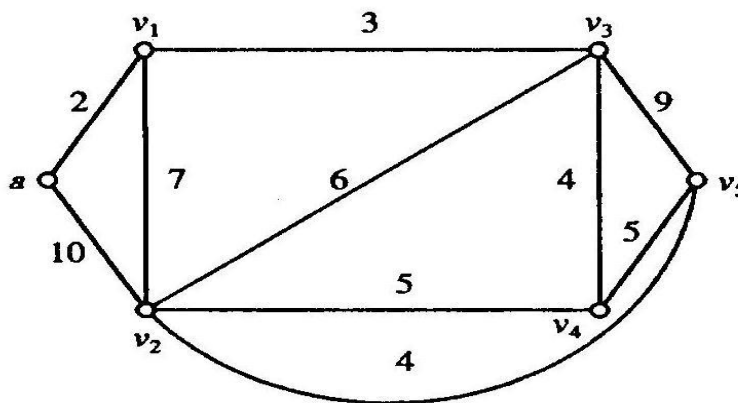
$$N(x) = f(x) \circ g(x)$$

是 $\langle S, * \rangle$ 到 $\langle T, \circ \rangle$ 的同态。(6 分)

得分

四、计算 (24 分)

1、用迪克斯特拉算法求附图中从点 a 到其它各结点的最短路径, 并用图示表示算法中每一次的执行情况。(8 分)



2、设 f, g 均为自然数集 N 为上的函数。且

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x=0,1,2,3 \\ 0 & x=4 \\ x & x \geq 5 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x/2 & x \text{ 为偶数} \\ 3 & x \text{ 为奇数} \end{cases}$$

(1) 求 gf ，并讨论它的性质（是否是单射或满射）。（4 分）

(2) 设 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ，求 $gf(A)$ 。（4 分）

3、设 G 为群， $m, n \in G$ ， $m \neq e$ ， $|n| = 2$ ，且 $nmn^{-1} = m^2$ ，求 $|m|$ 。（4 分）

4、对权 1，3，7，4，5，6，12，8，9 构造一棵最优二叉树。（4 分）

答 题 纸

姓名: _____

学号: _____

草 稿 纸

姓名: _____

学号: _____

