

# 中国科学技术大学 2022-2023 学年高等量子力学期末试题

1. 根据哈密顿量是时间演化的生成元, 推导时间演化算符和态矢的薛定谔方程.
2. 一维谐振子相干态  $|\lambda\rangle = e^{\lambda a^\dagger - \lambda^* a}|0\rangle = \sum_n f(n)|n\rangle$ , 求  $f(n)$  以及  $\langle\lambda|N|\lambda\rangle$ ,  $\langle\lambda|x^2|\lambda\rangle$ ,  $\langle\lambda|p^2|\lambda\rangle$ , 其中  $|0\rangle$  为真空态,  $|n\rangle$  为 Fock 态,  $N$  为粒子数算符,  $x$  为位置算符,  $p$  为动量算符.
3. 在正交基  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$  的表象下, 算符

$$A = \sin \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \quad B = \cos \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & e & -ig \\ 0 & ig & f \end{bmatrix}$$

求:

- (1)  $[A, B]$ .
- (2)  $A$  和  $B$  的本征值和本征矢.
- (3) 密度算符  $\rho = \frac{3}{4}|1\rangle\langle 1| + \frac{1}{4}|2\rangle\langle 2|$  对应的量子熵, 以及  $A$  和  $B$  的期望值.
4. (1) 求坐标、动量、角动量等算符  $\vec{x}, \vec{p}, \vec{J}, \vec{x} \cdot \vec{p}, \vec{S} \cdot \vec{p}$  和  $\vec{L} \cdot \vec{S}$  在空间反演下的结果.  
(2) 若  $H_0$  在空间反演下不变, 求微扰势  $az$  ( $a$  为常数) 对非简并态产生的一级能量修正.  
(3) 记时间反演算符为  $\Theta$ , 求  $\Theta\vec{x}\Theta^{-1}, \Theta\vec{p}\Theta^{-1}, \Theta\vec{J}\Theta^{-1}$  及  $\Theta|j, m\rangle$ .  
(4) 说明含有奇数个电子的体系在静电场中能级至少是二重简并的.
5. 求解均匀磁场中狄拉克粒子的能级.