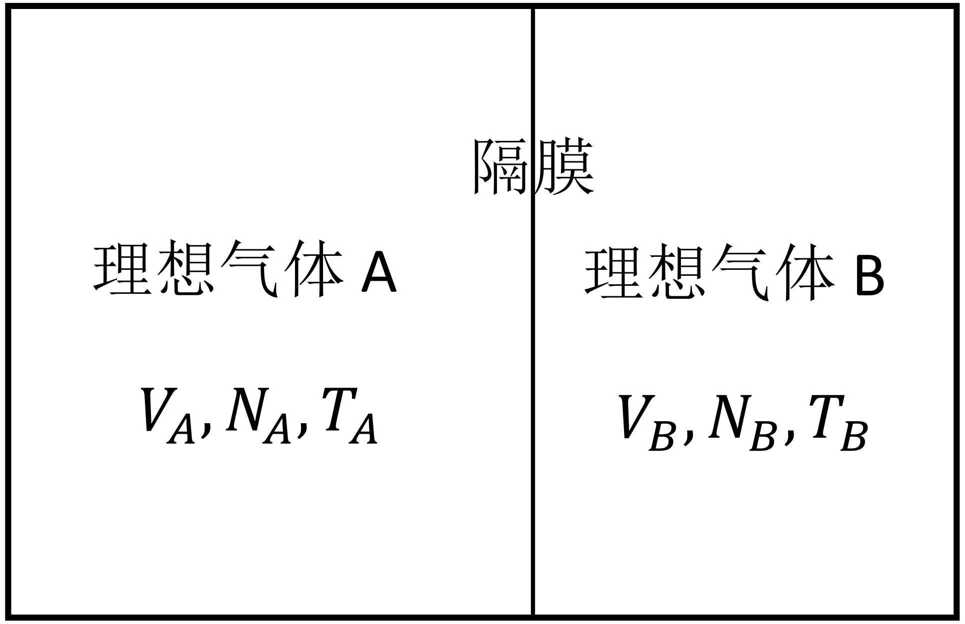
习题 VI (4月13日交)：

1. 计算Maxwell 分布下的最可几速度，平均速度和速度分布的宽度，即

$$\Delta v \equiv \sqrt{< (v- < v >)^2 >}$$

将结果用绝对温度和分子质量表达。并算出氢气和氧气以上各量在室温下的数值。

2。由同一种分子组成的理想气体被隔膜分成两部分。 每部分的体积，粒子数和温度如右图所示。假设隔膜左右温度相同，但密度不同, 且系统与外界热绝缘。证明隔膜撤掉后气体的熵增加。



3。在高温条件下，即

$$\epsilon \equiv \frac{\hbar^2}{2IkT} \ll 1$$

证明双原子气体的转动配分函数

$$q_r = \omega \left[\frac{1}{\epsilon} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}\epsilon + O(\epsilon^2)\right]$$

和每个分子平均转动动能

$$u_r = kT\left[1 - \frac{1}{3}\epsilon - \frac{1}{45}\epsilon^2 + O(\epsilon^3)\right]$$

其中 ω 为核自旋的简并度.

$$\omega = \begin{cases} (2s_A+1)(2s_B+1) & AB \text{ 型} \\ \frac{1}{2}(2s_A+1)^2 & AA \text{ 型} \end{cases}$$

提示：可用Euler-Maclaurin 公式计算修正项。

Euler-Maclaurin 公式：

$$\sum_{i=m}^{n} f(i) = \int_{m}^{n} f(x)dx + \frac{1}{2}[f(m) - f(n)]$$

$$+\sum_{l\geq 1}(-1)^l \frac{B_l}{(2l)!}\left[f^{(2l-1)}(m) - f^{(2l-1)}(n)\right]$$

其中 m 和 n 是整数，$f^{(l)}(x)$ 为 $f(x)$ 的 l 阶导数，B_l 为 Bernoulli 数

$$B_1 = \frac{1}{6}, B_2 = \frac{1}{30}, B_3 = \frac{1}{42}, \dots$$

证明可见：王竹溪，郭敦仁，《特殊函数概论》1.3 节。