习题 XIII（6月8日交）

1。设 $|z> = c_0 e^{za^\dagger}|0>$ 为 Boson 的相干态，证明

i） 归一化系数 $|c_0| = e^{-\frac{1}{2}|z|^2}$。

ii）粒子数平均值为 $<z\big|a^\dagger a\big|z> = |z|^2$。

iii）求粒子数在$|z>$中分布的涨落。

2。一个电子系统由下列 Hamiltonian 描述

$$\mathcal{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\sum_s \int d^3\vec{r}\,\psi_s^\dagger(\vec{r})\nabla^2\psi_s(\vec{r})$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{s_1,s_2}\int d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2 \psi_{s_1}^\dagger(\vec{r}_1)\psi_{s_2}^\dagger(\vec{r}_2)u(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)\psi_{s_2}(\vec{r}_2)\psi_{s_1}(\vec{r}_1)$$

其中 s 代表自旋的两个分量。试写出此 Hamiltonian 用动量-自旋态的湮灭产生算符 $a_{\vec{p},s}$，$a_{\vec{p},s}^\dagger$ 和$u(|\vec{r}_1-\vec{r}_2|)$ 的Fourier 变换$u_{\vec{q}} = \int d^3\vec{r}\,e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{q}\cdot\vec{r}}u(r)$ 表示的形式。