

## 习题 IV (3月30日交)

1. 计算下列系统内电子气体的Fermi 能, Fermi 温度和 Fermi 速度.

- 1) 室温下的金属钠: 密度为 $0.97\text{g/cm}^3$ , 每个原子贡献一个传导电子, 假设它们的能量和动量的关系为  $E = \frac{p^2}{2m}$ , (即忽略晶格场对电子运动的影响)。
- 2) 天狼星的伴星(白矮星): 其质量约为太阳质量的 0.98 倍, 半径约为太阳半径的 0.0084 倍。假设星体全部由氦构成。

2. 证明非相对论简并电子气体的热力学函数是

$$G = N\mu = N\varepsilon_F \left[ 1 - \frac{1}{12} \pi^2 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 - \frac{1}{80} \pi^4 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^4 \dots \right]$$

$$E = \frac{3}{5} N\varepsilon_F \left[ 1 + \frac{5}{12} \pi^2 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 - \frac{1}{16} \pi^4 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^4 \dots \right]$$

$$C_V = \frac{1}{2} N\pi^2 \frac{k^2 T}{\varepsilon_F} \left[ 1 - \frac{3}{10} \pi^2 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right]$$

$$S = \frac{1}{2} N\pi^2 \frac{k^2 T}{\varepsilon_F} \left[ 1 - \frac{1}{10} \pi^2 \left( \frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right]$$

其中  $N = \frac{V}{3\pi^2} \left( \frac{2m}{\hbar} \varepsilon_F \right)^{\frac{3}{2}}$  为电子总数, ... 代表  $\frac{kT}{\varepsilon_F}$  的更高阶项。