问题一：设在地球参考系中，当飞船折返时，地球的时空坐标为$(x_{地1}, t_1)$，飞船的时空坐标为$(x_{船1}，\mathrm{t}_1)$，当飞船返回地球时，地球的时空坐标为$(x_{地2}，t_2)$，飞船的时空坐标为$(x_{船2}, \mathrm{t}_2)$，在以飞船飞离地球速度运动的参考系中，当飞船折返时，地球的时空坐标为$(x'_{地1}, t'_1)$，飞船的时空坐标为$(x'_{船1}, t'_1)$，当飞船返回地球时，地球的时空坐标为$(x'_{地2}, \mathrm{t}'_2)$，飞船的时空坐标为$(x'_{船2}, \mathrm{t}'_2)$，以飞船飞离地球的方向为正方向。

A：由题设，两兄弟相遇时，地球上的人显然增长了 20 岁。
对于飞船折返这一事件中的飞船：
在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{船1} = \frac{1}{2}ct_1 \\ t_1 = 10(年) \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(0, t_1)$。
在飞船参考系中：

$$\begin{cases} x'_{船1} = \dfrac{x_{船1} - \frac{1}{2}ct_1}{\sqrt{1 - (\frac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = 0 \\ t'_1 = \dfrac{t_1 - \frac{\frac{1}{2}cx_{船1}}{c^2}}{\sqrt{1 - (\frac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}t_1 \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(0, \frac{\sqrt{3}}{2}t_1)$，即飞船飞离地球用时为$\frac{\sqrt{3}}{2}t_1$。

同理可得，在飞船参考系中，飞船飞回地球用时也为$\frac{\sqrt{3}}{2}t_1$。

故在飞船参考系中，飞船上的人增加了$\frac{\sqrt{3}}{2}t_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t_1 = \sqrt{3}\mathrm{t}_1 \approx 17.4$岁。

B：对于飞船折返这一事件中的地球：
在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{地1} = 0 \\ t_1 = 10(年) \end{cases}$$

地球的时空坐标为$(0, \mathrm{t}_1)$
在以飞船飞离地球速度运动的参考系中：

$$\begin{cases} x'_{地} = \dfrac{-\dfrac{1}{2}ct_1}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\frac{1}{2}c}{c}\right)^2}} = -\dfrac{ct_1}{\sqrt{3}} \\ t'_1 = \dfrac{t_1 - \dfrac{\frac{1}{2}cx_{地1}}{c^2}}{\sqrt{1-(\dfrac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}t_1 \end{cases}$$

地球的时空坐标为$(-\frac{ct_1}{\sqrt{3}},\frac{2\sqrt{3}}{3}t_1)$。

所以，在以飞船飞离地球速度运动的参考系中，地球后退的速度为

$$\mathrm{v}'_{地1} = \frac{x'_{地1}}{t'_1} = -\frac{1}{2}c$$

其中负号代表的是地球速度方向为负方向（与飞船速度相反）。

对于飞船折返这一事件中的飞船：

在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{船1} = \dfrac{1}{2}ct_1 \\ t_1 = 10(年) \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(\frac{1}{2}ct_1,t_1)$。

在以飞船飞离地球速度运动的参考系中：

$$\begin{cases} x'_{船1} = 0 \\ t'_1 = \dfrac{t_1 - \dfrac{\frac{1}{2}cx_{船1}}{c^2}}{\sqrt{1-(\dfrac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}t_1 \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(0,\frac{\sqrt{3}}{2}t_1)$。

对于飞船返回地球这一事件中的飞船：

在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{船2} = 0 \\ t_2 = 20(年) \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(0,t_2)$。

在以飞船飞离地球速度运动的参考系中：

$$\begin{cases} x'_{船2} = \dfrac{-\frac{1}{2}ct_2}{\sqrt{1-(\frac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = -\dfrac{ct_2}{\sqrt{3}} \\ t'_2 = \dfrac{t_2 - \frac{\frac{1}{2}cx_{船2}}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{\frac{1}{2}c}{c})^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}t_2 \end{cases}$$

飞船的时空坐标为$(-\frac{ct_2}{\sqrt{3}},\frac{2}{\sqrt{3}}t_2)$

所以，在以飞船飞离地球速度运动的参考系中，飞船返回地球的速度为

$$v'_{船2} = \frac{x'_{船2} - x'_{船1}}{t'_2 - t'_1} = -\frac{4}{5}c$$

其中负号代表的是地球速度方向为负方向（与飞船速度相反）。

C：由题设得，在以飞船飞离地球速度运动的参考系中，飞船折返时，飞船上的人年龄增大了 10 岁。

对于飞船折返这一事件中的地球：

在以飞船飞离地球速度运动的参考系中：

$$\begin{cases} x'_{地1} = -\frac{1}{2}ct'_{地1} \\ \mathrm{t}'_1 = 10(年) \end{cases}$$

在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{地1} = \dfrac{x'_{地1} - (-\frac{1}{2}c)t'_{地1}}{\sqrt{1-(\frac{-\frac{1}{2}c}{c})^2}} = 0 \\ t_1 = \dfrac{\mathrm{t}'_1 - \frac{(-\frac{1}{2}c)x_{地1}}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{-\frac{1}{2}c}{c})^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{t}'_1 \end{cases}$$

地球的时空坐标为$(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{t}'_1)$。

故与此同时，地球上的人年龄增大了$\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{t}'_1 \approx 8.7$岁。

D：对于飞船返回地球这一事件中的地球：

在地球参考系中：

$$\begin{cases} x_{地2} = 0 \\ t_2 = 20(年) \end{cases}$$

地球的时空坐标为$(0,t_2)$。
由此解得在以飞船飞离地球速度运动的参考系中：

$$\begin{cases} x'_{地2}=\dfrac{x_{地2}-\dfrac{1}{2}ct_2}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\frac{1}{2}c}{c}\right)^2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{3}}ct_1 \\ t'_2=\dfrac{t_2-\dfrac{\frac{1}{2}cx_{地2}}{c^2}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{\frac{1}{2}c}{c}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t_2 \end{cases}$$

地球的时空坐标为$(-\frac{1}{\sqrt{3}}ct_2,\frac{\sqrt{3}}{2}t_2)$。

故在以飞船飞离地球速度运动的参考系中，当飞船到达地球时，地球上的人年龄增大了$\frac{\sqrt{3}}{2}t_2\approx 17.4$岁。

又因为相遇即为在相同的时刻处于相同的位置，故此时飞船的时空坐标与地球的时空坐标相同，飞船上的人的年龄也增大了 17.4 岁。

问题二：A：根据洛伦兹变换，

$$\begin{cases} t_{介子}^{介子系}=\dfrac{t_{介子}^{地球系}-\dfrac{ux_{介子}^{地球系}}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=\tau \\ x_{介子}^{介子系}=\dfrac{x_{介子}^{地球系}-ut_{介子}^{地球系}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=0 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} t_{介子}^{地球系}=\dfrac{t_{介子}^{介子系}+\dfrac{ux_{介子}^{介子系}}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=\dfrac{\tau}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} \\ x_{介子}^{地球系}=\dfrac{x_{介子}^{介子系}+ut_{介子}^{介子系}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}}=\dfrac{u\tau}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} \end{cases}$$

故在地球坐标系中，介子坐标原点$o_{介子}$的时空坐标为$(\frac{\tau}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}},\frac{u\tau}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}})$。

B：根据洛伦兹变换，

$$
\begin{cases}
t_{\text{地球原点}}^{\text{介子系}} = \dfrac{t_{\text{地球原点}}^{\text{地球系}} - \dfrac{u x_{\text{地球原点}}^{\text{地球系}}}{c^2}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} = \dfrac{\tau}{1-(\frac{u}{c})^2} \\
x_{\text{地球原点}}^{\text{介子系}} = \dfrac{x_{\text{地球原点}}^{\text{地球系}} - u t_{\text{地球原点}}^{\text{地球系}}}{\sqrt{1-(\frac{u}{c})^2}} = -\dfrac{u\tau}{1-(\frac{u}{c})^2}
\end{cases}
$$

故在介子坐标系中，地球原点的时空坐标为$(\frac{\tau}{1-(\frac{u}{c})^2}, -\frac{u\tau}{1-(\frac{u}{c})^2})$。

C：由于μ介子相对于地球以速度 u 运动，故地球相对于介子以速度-u 运动，有

$$
\begin{cases}
t'^{\text{介子系}}_{\text{地球原点}} = \tau \\
x'^{\text{介子系}}_{\text{地球原点}} = -u\tau
\end{cases}
$$

D：B 中解出的地球原点的时空坐标，是在地球参考系中观察到**μ**介子衰变这一事件时，在μ介子参考系中观察到的地球原点的坐标，而 C 中解出的地球原点的时空坐标为在**μ**介子参考系中观察到**μ**介子衰变这一事件时，在μ介子参考系中观察到的地球原点的坐标，由于在地球参考系和μ介子参考系中观察到μ介子衰变并不是同时的，故 B 和 C 中解出的地球原点的时空坐标不相同。