问题一：A：解：设土星质量为 M，对于薄片上距离土星中心 r，质量为 m 的某质点，设其绕土星中心做匀速圆周运动的角速度为ω，若仅由万有引力提供向心力，得

$$\mathrm{G}\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2\mathrm{r}$$

解得

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

从中可以看出ω与$r^{-1.5}$成正比，即离土星中心越远的质点，绕其做匀速圆周运动的角速度越小。
而若该薄片为一块整体，则其上的各个质点的角速度应该处处相等，要使得这样，与土星中心距离不同的点之间需要有切向的相互作用力，这些切向的相互作用力会使该薄片不稳定，分裂为颗粒物。
因此该薄片不可能为一块整体，而只可能有许多同心圆环组成。
B：解：设地球平均密度为ρ，半径为 R，设地球内部距离地心 r，质量为 m 的某质点，该质点与地心的连线与赤道面夹角为θ。将地球分为在该质点深度以下的部分（以地心为球心，以 r 为半径的均匀球体）和在该质点深度以上的部分（以地心为中心，以 r 为内径，以 R 为外径的均匀球壳）两部分分别计算其对该质点的万有引力。
其中在该质点深度以下的部分对该质点的万有引力为

$$\mathrm{F} = \mathrm{G}\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho m}{r^2}$$

而在该质点深度以上的部分对该质点的万有引力为 0，因此地球对该质点的总引力即为 F，若在质点绕地心做匀速圆周运动时，各个质点间无与赤道面平行的作用力，仅由 F 在赤道平面上的分量提供该质点的向心力，有

$$\mathrm{G}\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho m}{r^2}\cos\theta = \mathrm{m}\omega^2 r\cos\theta$$

解得

$$\omega = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}$$

从中可以看出ω是一个常数，即当地球以小于$\sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}$的角速度自转时，地球内部的各个质点之间不需要存在切向的相互作用力（但存在垂直赤道方向上的压力），即可绕地轴做相同角速度的匀速圆周运动。
因此地球可以是一块整体，并不需要分裂成许多同心的球壳。
C：答：因为假设存在不在土星赤道平面上并绕土星的轴做匀速圆周运动的颗粒物，则土星对其万有引力的平行于土星赤道平面的分量提供了其匀速圆周运动的向心加速度(否则他们会做离心运动，脱离轨道，最终摆脱土星引力的束缚，消失在茫茫太空，或者做向心运动，曲率半径越来越小，最终落到土星表面)，垂直于土星赤道的分量使其产生垂直于赤道的加速度，并获得垂直于赤道的速度，于是颗粒物边绕土星的轴运动，边向低纬度运动，这时土星对其万有引力的平行于赤道的分量随纬度的降低而增大，颗粒物做向心运动而最终落至土星表面。因此不可能存在不在土星赤道平面上并绕土星的轴做匀速圆周运动的颗粒物。

形成土星的星云具有初始的角动量，其在形成土星的同时也剩下了一部分颗粒物质，这些物质和土星具有相同方向的角速度（但大小不一定相等），分布在土星各个纬度的上空，它们本来应该在各自的纬度上绕土星的轴运动，但由于上述的原因不在赤道平面上的颗粒物很快逃逸或落至土星表面，只剩下在土星赤道平面上的颗粒物。
另一种可能是土星周围的颗粒物中含有铁元素，由于土星磁场的作用，不在赤道平面上的颗粒物运动轨迹不稳定而难以存在，而赤道平面上的颗粒物受到两极磁场的吸引力相互平衡，从而稳定地绕土星做匀速圆周运动。

问题二：A：解：以坐标系 S 为参考系，设光从分光镜 B 运动到反射镜 C 并回到分光镜 B 所需要的时间为$t_{BC'B'}$，光从分光镜 B 运动到反射镜 C 并回到分光镜 B 所走过的路程为

$$s_{BC'B'} = s_{BC'} + s_{C'B'} = 2s_{BC'} = 2\sqrt{L^2 + \left(u\frac{t_{BC'B'}}{2}\right)^2} = ct_{BC'B'}$$

解得

$$t_{BC'B'} = \frac{L/c}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

B：解：以坐标系 S 为参考系，设光从分光镜 B 运动到反射镜 E 并回到分光镜 B 所需要的时间为$t_{BE'B'}$，从分光镜 B 运动到反射镜 E 所需要的时间为$t_{BE'}$，从反射镜 E 回到分光镜所需要的时间为$t_{E'B'}$，光从分光镜 B 运动到反射镜E′所走过的路程为

$$s_{BE'} = L_{BE} + ut_{BE'} = ct_{BE'}$$

解得

$$t_{BE'} = \frac{L_{BE}}{c-u}$$

则光从分光镜 B 运动到反射镜E′所走过的路程为

$$s_{BE'} = \frac{cL_{BE}}{c-u}$$

光从反射镜E′回到分光镜B′所走过的路程为

$$\mathrm{s}_{E'B'} = L_{BE} - ut_{E'B'} = ct_{E'B'}$$

解得

$$\mathrm{t}_{E'B'} = \frac{L_{BE}}{c+u}$$

则光从反射镜E′回到分光镜B′所走过的路程为

$$\mathrm{s}_{E'B'} = \frac{cL_{BE}}{c+u}$$

所以光从分光镜 B 运动到反射镜 E 并回到分光镜 B 所需要的时间为

$$t_{BE'B'} = t_{BE'} + \mathrm{t}_{E'B'} = \frac{2L_{BE}/c}{1-(u/c)^2}\left(= \frac{2L/c}{\sqrt{1-(u/c)^2}}\right)$$

C：证明：以坐标系 S 为参考系（因此$L_{BC} = L$，$\mathrm{L}_{BE} \neq L$,其中L_{BC}、L_{BE}是以坐标系 S 为参考系，分光镜 B 与反光镜 C 和 E 之间的距离，L 为在随干涉仪以相同速度一起运动的参考系中分光镜 B 与反光镜 C 和 E 之间的距离），要这两个时间相等$t_{BC'B'} = t_{BE'B'}$，
即

$$\frac{L_{BC}/c}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{2L_{BE}/c}{1-(u/c)^2}$$

则必须使

$$\mathrm{L}_{BE}=L\sqrt{1-(u/c)^2}$$

因此在坐标系 S 看来，运动的干涉仪的 BE 臂长必须缩短。

D：证明：法一：在垂直于干涉仪的方向上：由于光速在各个参考系内都是不变的，光从分光镜 B 运动到反射镜 C 并回到分光镜 B，这一事件，在随干涉仪以相同速度一起运动的参考系中，所用的时间为

$$\mathrm{t}_{BCB}=\frac{2L}{c}$$

在坐标系 S 中，所用的时间为

$$t_{BC'B'}=\frac{L/c}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

显然

$$\mathrm{t}_{BCB}=\mathrm{t}_{BC'B'}\sqrt{1-(u/c)^2}<t_{BC'B'}$$

发生同一事件，在以速度 u 运动的坐标系中流逝的时间比在静止坐标系中流逝的时间要少，由此可推得运动的参考系中时钟走得比静止参考系中的要慢。

法二：在平行于干涉仪的方向上：由于光速在各个参考系内都是不变的，光从分光镜 B 运动到反射镜 E 并回到分光镜 B，这一事件，在随干涉仪以相同速度一起运动的参考系中，所用的时间为

$$\mathrm{t}_{BEB}=\frac{2L}{c}$$

在坐标系 S 中，所用的时间为

$$\mathrm{t}_{BE'B'}=\frac{s_{BE'}+\mathrm{s}_{E'B'}}{c}=\frac{\frac{c\mathrm{L}_{BE}}{c-u}+\frac{c\mathrm{L}_{BE}}{c+u}}{c}=\frac{2L/c}{\sqrt{1-(u/c)^2}}$$

显然

$$\mathrm{t}_{BEB}=\mathrm{t}_{BE'B'}\sqrt{1-(u/c)^2}<\mathrm{t}_{BE'B'}$$

发生同一事件，在以速度 u 运动的坐标系中流逝的时间比在静止坐标系中流逝的时间要少，由此可推得运动的参考系中时钟走得比静止参考系中的要慢。

问题三：（1）解：电子的能量为$\mathrm{E}=3.5\mathrm{GeV}=3.5\mathrm{GeV}\times\frac{10^9 eV}{\mathrm{GeV}}\times\frac{1.6\times10^{-19}\mathrm{J}}{\mathrm{eV}}=5.6\times10^{-10}J$取光速$\mathrm{c}=3.0\times10^8 m/s$,由爱因斯坦质能方程，在题设条件下电子的动质量为

$$\mathrm{m}=\frac{E}{c^2}\approx6.2\times10^{-27}kg$$

电子的静质量为$m_0=9.1\times10^{-31}\mathrm{kg}$，由相对论中推得的动质量与静质量之间的关系有

$$\mathrm{m}=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

解得电子的速度为

$$\mathrm{v}=2.99999996.8\mathrm{m/s}\approx3.0\times10^8\mathrm{m/s}$$

（2）解：圆环的半径为

$$\mathrm{r}=\frac{l}{2\pi}\approx67.4m$$

电子的向心加速度为

$$a = \frac{v^2}{r} \approx 1.3 \times 10^{15} m/s^2$$

（3）解：洛伦兹力提供向心力，有

$$\mathrm{Bev} = \mathrm{m}a$$

解得磁场的大小为

$$\mathrm{B} \approx 0.17\mathrm{T}$$