问题一：1.证明：设小球相对于其平衡位置的位移为，当小球的摆角比较小时，则有近似

即

以小球平衡位置为零势能点，则小球的重力势能为

当小球的摆角比较小时，则有近似

当小球的摆角比较小时，小球的重力势能正比于其偏离平衡位置的位移的平方，因此小球的势能在小摆角时是一个简谐振子的势能形式。

2.证明：由牛二律有

当小球的摆角比较小时，小球所受重力和绳子的拉力的合力方向近似水平指向平衡位置，大小近似为

即

由此得小球的运动方程为

其中A为小球的振幅，为初相位，取决于初始状态。

因此小球的运动方程满足简谐振子的方程。

3.解：由小球的运动方程得单摆的周期为

4.解：一开始摆角为，故一开始的位移为

由此得单摆的振幅和初相位分别为

故在接下来的时间里小球的位移随时间的变化关系为

随时间的变化关系为

其中若为正值代表小球位置和初始状态在平衡位置同侧，负值则代表异侧。

问题二：1.解：有阻尼的受迫振子的位移与时间的关系为

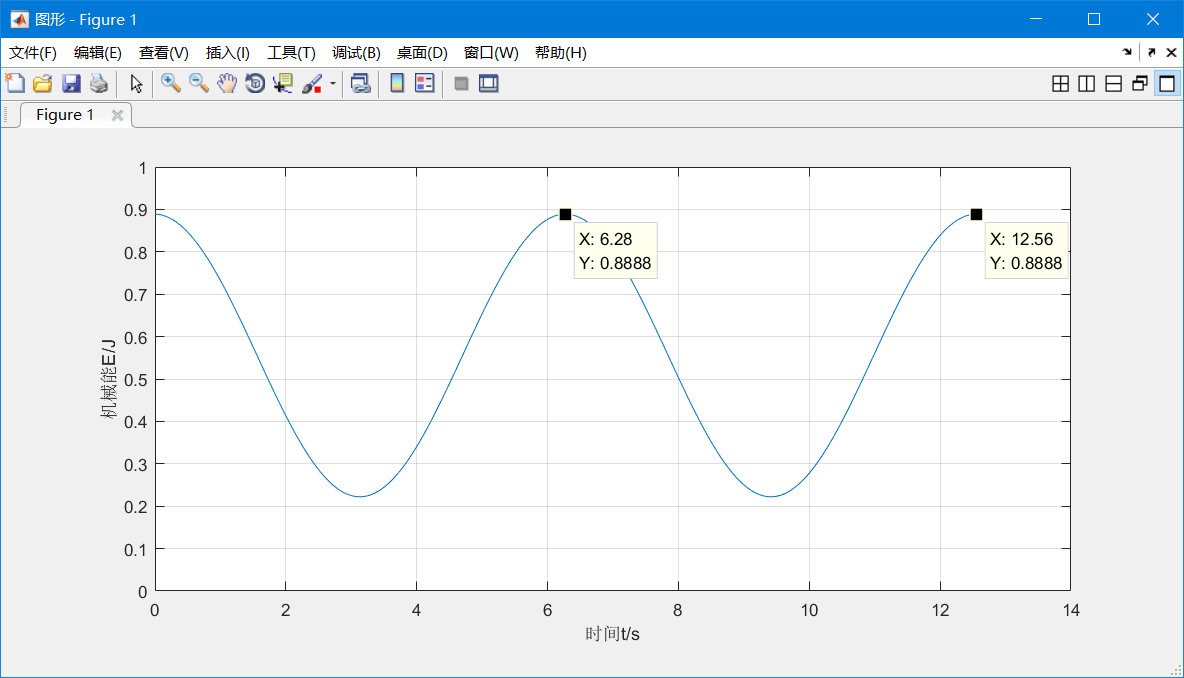
故振子的速度与时间的关系为

弹簧振子的机械能为

当外力的频率等于振子的本征频率时，该机械能为

不随时间变化。

2.答：因为外力做的正功与摩擦力使小球耗散的能量在每时每刻都相等，故小球的机械能保持不变。

3.解：振子机械能随时间变化的曲线：

4.解：由图像得，当时间,时，机械能达到最大，此时驱动力做功的功率为

摩擦力做功的功率为

5.解：一个周期内的弹簧振子的机械能的平均值为

若代入第三问条件，则

问题三：1.答：是。

2.解：已知常温下声音在空气中的传播速度c为343m/s,设农夫山泉550ml的矿泉水瓶的瓶身体积V近似为其净含量550ml即0.000550，经测量得，瓶口长度L约为2.4cm即0.024m，瓶口横截面直径d约为2.6cm即0.026m，则瓶口有效长度为

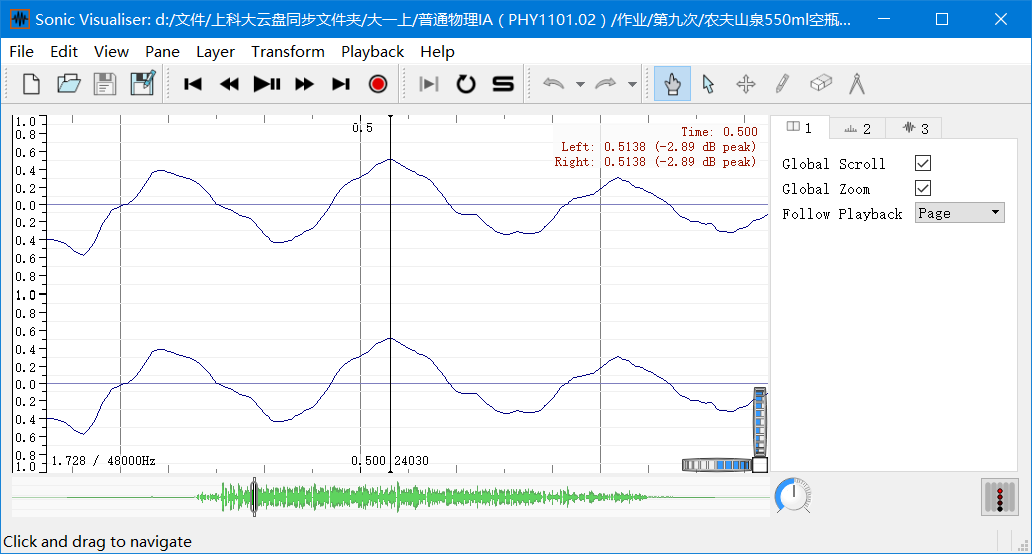
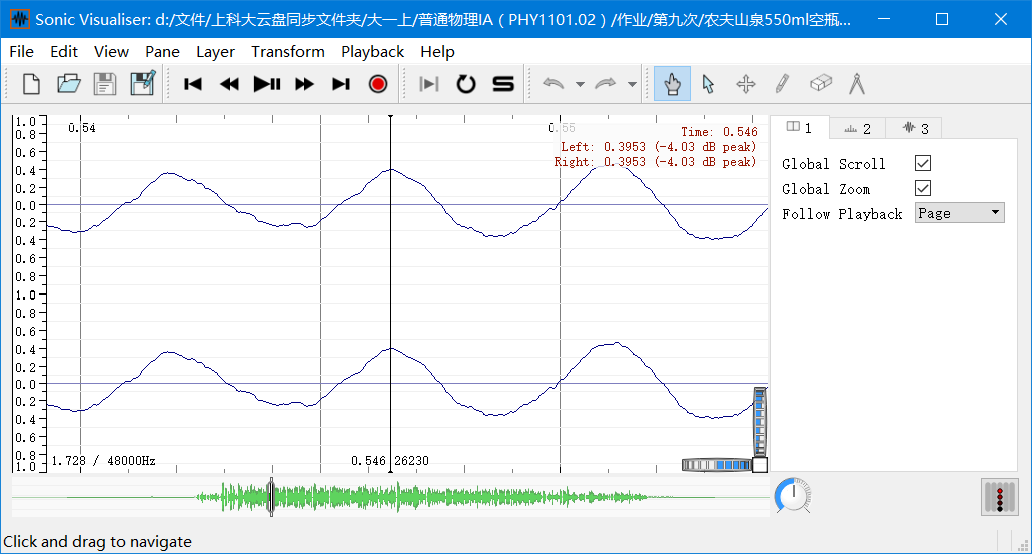
瓶口横截面积为

由亥姆赫兹共振的频率公式得其共振频率为

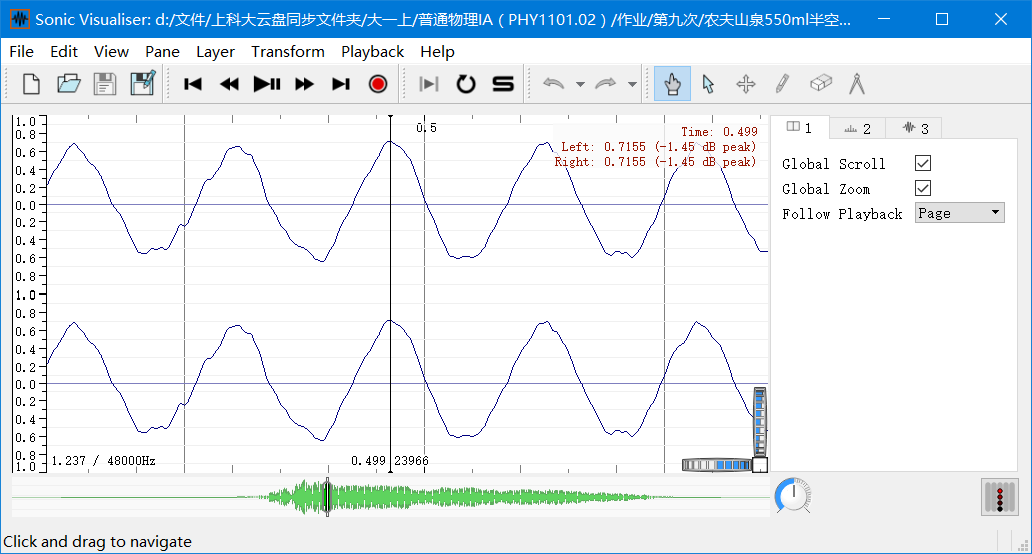
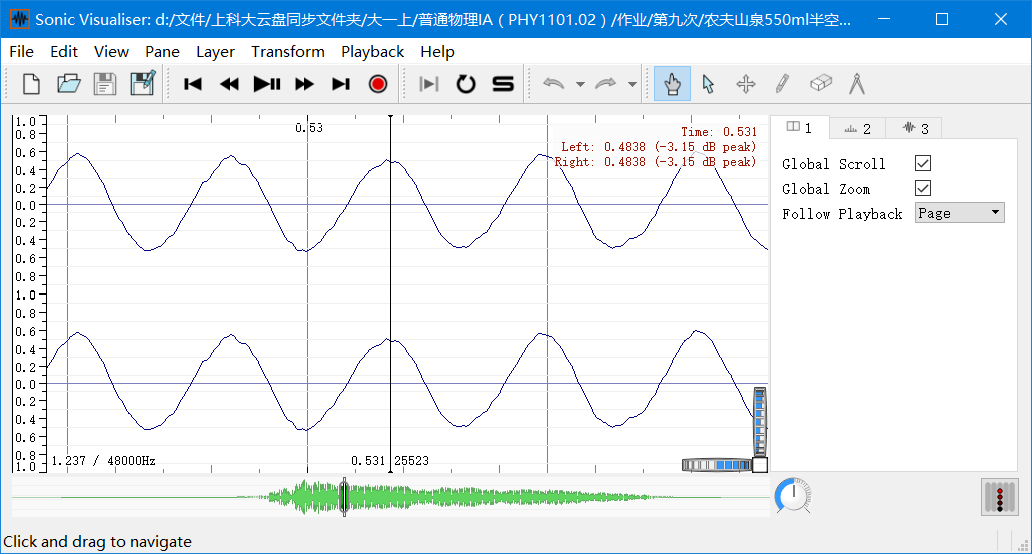
3.解：若近似认为瓶中的水不可压缩、不可震动、在实验过程中不与瓶中气体发生热量交换，则根据公式共振频率将会变为原来的倍，有

4.答：测得农夫山泉550ml空瓶亥姆赫兹共振十个周期的时间为0.546s-0.500s=0.046s，

则其共振频率为



测得半空瓶共振十个周期的时间为0.531s-0.449s=0.032s，则其共振频率为



理论与实验符合得较好，但实验值均略低于理论值。