

第 6 题 得分: _____. 设 $|\psi\rangle$ 为量子比特态, 在 Bloch 球面上均匀随机分布.

i) 随机地猜想一个态 $|\phi\rangle$, 求猜测态相对于 $|\psi\rangle$ 的平均保真度 $\bar{F} = \langle |\langle\phi|\psi\rangle|^2 \rangle$.

ii) 对此量子态做正交测量 $\{P_\uparrow, P_\downarrow\}$, $P_\uparrow + P_\downarrow = I$. 测量后系统被制备到: $\rho = p_\uparrow \langle\psi|P_\uparrow|\psi\rangle + p_\downarrow \langle\psi|P_\downarrow|\psi\rangle$, 求 ρ 与原来的态 $|\psi\rangle$ 的平均保真度. ($\bar{F} = \langle \langle\psi|\rho|\psi\rangle \rangle$)

解:

□

第 7 题 得分: _____. $|\psi_1\rangle = |0\rangle$, $|\psi_2\rangle = -\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$, $|\psi_3\rangle = -\frac{1}{2}|0\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$. 现令 $F_i = \frac{2}{3}|\psi_i\rangle\langle\psi_i|$, 则 $\{F_a\}_{a=1,2,3}$ 构成二维空间中的 POVM. 现引入一个辅助的 qubit, 试在拓展空间中实施一个正交测量, 从而实现此 POVM.

解:

□

第 8 题 得分: _____. 证明超算符仅在么正条件下才是可逆的.

证:

□

第 9 题 得分: _____. 证明 $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle)$ 在 $U(\theta, \vec{n}) \otimes U(\theta, \vec{n})$ 下是不变的.

证:

□

第 10 题 得分: _____. 证明 $S(\rho_A) + S(\rho_B) \leq S(\rho_{AC}) + S(\rho_{BC})$.

证:

□

第 11 题 得分: _____. 考虑 2-qubit 系统 $\rho_{AB} = \frac{1}{8}I \otimes I + \frac{1}{2}|\psi^-\rangle\langle\psi^-|$, 分别沿 \vec{n} , \vec{m} 方向测 A, B 粒子的自旋. 其中 $\vec{m} \cdot \vec{n} = \cos\theta$, 则测量结果均为向上的联合概率是多少? 由 Peres-Horodeski 判据, 确定 ρ_{AB} 是否为可分量子态.

解:

□