1　补充习题3

1. 试证明相对熵纠缠度量在纯态情况下和Von Neumann熵是等价的。（求任意给定纯态$|\psi_{AB}\rangle$和任意混合态$\sum_i p_i\rho_i\otimes\sigma_i$中的最小相对熵$S(|\psi_{AB}\rangle\langle\psi_{AB}|||\sum_i p_i\rho_i\otimes\sigma_i)$）

2. 计算混合量子态$\rho = p|\phi^+\rangle\langle\phi^+| + \frac{1-p}{4}I_{4\times4}$的纠缠concurrence，其中$0\leq p\leq 1$，$|\phi^+\rangle$是Bell态。

3. 相对熵的单调性(Lindblad-Uhlmann定理)是说，复合系统中两混合态的相对熵大于其约化子系统中量子态的相对熵，数学表示为$S(\rho_A|\sigma_A)\leq S(\rho_{AB}|\sigma_{AB})$。试利用该定理证明下面结论：

（a）考察三体态ρ_{ABC}和$\rho_A\otimes\rho_{BC}$之间的相对熵，并证明Von Neumann熵的强次加定理；

（b）利用超算符对应于扩张空间的某个酉变换，证明相对熵在超算符演化下不增加，亦即$S(\$\rho|\$\sigma)\leq S(\rho|\sigma)$;

（c)利用b中的结果，证明超算符演化下，混合态系综$\varepsilon=\{p_x,\rho_x\}$的Holevo信息不会增加，亦即$\chi(\$(\varepsilon))\leq\chi(\varepsilon)$，其中

$$\chi(\varepsilon)=S(\sum_x p_x\rho_x)-\sum_x p_xS(\rho_x).$$

4. 第一章习题的最后两题10，11。