

1. 判定下列组合中，纯态是否是相应混态的纯化态。如果是，求出其对应纯态的Schmidt分解形式；如果不是，是否存在单方的局域么正操作，将其变换成到相应混合量子态的纯化态？

$$(a): \{\rho = \frac{3}{4}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{4}|1\rangle\langle 1|, |\psi\rangle = \frac{\sqrt{3}+1}{4}(|00\rangle + |11\rangle) + \frac{\sqrt{3}-1}{4}(|01\rangle + |10\rangle)\}$$

$$(b): \{\rho = \frac{3}{4}|\phi^+\rangle\langle\phi^+| + \frac{1}{16}I \otimes I, |\psi\rangle = \frac{\sqrt{7}}{4}(|000\rangle + |010\rangle) + \frac{1}{4}(|101\rangle - |111\rangle)\}$$

2. 现有一个主系统 A 和一个辅助系统 B 组成的联合量子比特系统  $H_A \otimes H_B$ ，分别作用下面的联合么正操作： $U_1 = |0\rangle\langle 0| \otimes I + |1\rangle\langle 1| \otimes X$ ， $U_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X \otimes I + Y \otimes X)$ ，其中 X,Y,Z 分别对应三个泡利矩阵，假定辅助系统的初始态为  $|0\rangle$ ，

a) 试分别写出  $U_1$  和  $U_2$  在主系统中的算符和表示；

b) 如果考虑联合作用  $U = U_1 U_2$ ，取同样的辅助系统的初始态为  $|0\rangle$ ，写出其算符和形式；并验证该算符和是否对应  $U_1$  和  $U_2$  各自对应超算符  $\xi_1$  和  $\xi_2$  的联合  $\xi = \xi_1 \xi_2$ 。

3. 假定有一个超算符演化满足  $\xi(\rho) = \frac{p}{d}I + (1-p)\rho$ ，其中 p 为小于等于 1 的实数，d 表示系统的维数，试在 d=2 时，构造出该演化的算符和形式。如果 d=3，该如何构造？

8\*: 证明超算符仅在么正条件下才是可逆的。(选做思考题)

9: 证明  $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle)$  在  $U(\mathcal{G}, \vec{n}) \otimes U(\mathcal{G}, \vec{n})$  下是不变的。