Name: 陈稼霖
StudentID: 45875852

Problem 2.1. 利用下列数据，估算红宝石的光增益系数。

$$n_2 - n_1 = 5 \times 10^{18}\mathrm{cm}^{-3}, 1/f(\nu) = 2 \times 10^{11}\mathrm{s}^{-1}, t_{\text{自发}} = A_{21}^{-1} \approx 3 \times 10^{-3}s, \lambda = 0.6943\mu\mathrm{m},$$
$$\mu = 1.5, g_1 = g_2$$

Solution: 增益系数

$$G(\nu) = \Delta n B_{21}\frac{\mu}{c}h\nu f(\nu) \tag{1}$$

其中反转粒子数密度

$$\Delta n = n_2 - n_1 \tag{2}$$

从能级E_2到能级E_1的爱因斯坦受激辐射系数

$$B_{21} = \frac{c^3}{8\pi\mu^3 h\nu^3}A_{21} \tag{3}$$

激光频率

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \tag{4}$$

以上三式代入式(1)中得增益系数

$$\begin{aligned}G =&(n_2 - n_1)\frac{\lambda^2}{8\pi\mu^2}A_{21}f(\nu)\\ =&5 \times 10^{18} \times 10^{-6} \times \frac{(0.6943 \times 10^{-6})^2}{8\pi(1.5)^2} \times (3 \times 10^{-3})^{-1} \times (2 \times 10^{11})^{-1}\mathrm{m}^{-1}\\ \approx&71.04\mathrm{m}^{-1}\end{aligned} \tag{5}$$

□

Problem 2.4. 稳定谐振腔的两块反射镜，其曲率半径分别为$R_1 = 40\mathrm{cm}$，$R_2 = 100\mathrm{cm}$，求腔长L的取值范围。

Solution: 谐振腔的稳定性条件

$$0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) = \left(1 - \frac{L}{40\mathrm{cm}}\right)\left(1 - \frac{L}{100\mathrm{cm}}\right) =< 1 \tag{6}$$

$$\Longrightarrow 0 < L < 40\mathrm{cm} \text{ 或 } 100\mathrm{cm} < L < 140\mathrm{cm} \tag{7}$$

故腔长L的取值范围为$0 < L < 40\mathrm{cm}$或$100\mathrm{cm} < L < 140\mathrm{cm}$。 □

Problem 2.8. 研究激光介质增益时，常用到“受激发射截面”$\sigma_e(\nu)(\mathrm{cm}^2)$概念，它与增益系数$G(\nu)(\mathrm{cm}^{-1})$的关系是：$\sigma_e(\nu) = \frac{G(\nu)}{\Delta n}$，$n$为反转粒子数密度。试证明：具有上能级寿命为$\tau$，线性函数为$f(\nu)$的介质的受激发射截面为$\sigma_e(\nu) = \frac{c^2 f(\nu)}{8\pi\nu^2\mu^2\tau}$。

Solution: 增益系数

$$G(\nu)=\Delta nB_{21}\frac{\mu}{c}h\nu f(\nu) \tag{8}$$

其中从能级E_2到能级E_1的爱因斯坦受激辐射系数

$$B_{21}=\frac{c^3}{8\pi\mu^3h\nu^3}A_{21}=\frac{c^3}{8\pi\mu^3h\nu^3\tau} \tag{9}$$

以上二式代入受激发射截面定义式中得

$$\sigma_e(\nu)=\frac{G(\nu)}{\Delta n}=\frac{c^2f(\nu)}{8\pi\nu^2\mu^2\tau} \tag{10}$$

□

Problem 2.11. 求$He-Ne$激光的阈值反转粒子数密度。已知$\lambda=0.6328\mu\mathrm{m}, 1/f(\nu)\approx\Delta\nu=10^9\mathrm{Hz}, \mu=1$，设总损耗率为$a_{总}$，相当于每一反射镜的等效反射率$R=1-La_{总}=98.33\%, \tau=10^{-7}s$，腔长$L=0.1m$。

Solution: 阈值反转粒子数密度

$$\Delta n_{阈}=\frac{8\pi\nu^2\mu^2\tau a_{总}}{c^2f(\nu)} \tag{11}$$

其中激光频率

$$\nu=\frac{c}{\lambda} \tag{12}$$

总损耗率

$$a_{总}=\frac{1-R}{L} \tag{13}$$

以上两式代入式(11)中得阈值反转粒子数密度

$$\begin{aligned}\Delta n_{阈}=&\frac{8\pi\mu^2\tau(1-R)}{\lambda^2f(\nu)L}\\=&\frac{8\pi\times 1^2\times 10^{-7}\times(1-98.33\%)\times 10^9}{(0.6328\times 10^{-6})^2\times 0.1}\mathrm{m}^{-3}\\=&1.048\times 10^{15}\mathrm{m}^{-3}\end{aligned} \tag{14}$$

□