

# 密立根油滴实验报告

## 一、实验目的：

1. 学习测量元电荷的方法；
2. 训练物理实验时应有的严谨态度与坚忍不拔的科学精神。

## 二、实验仪器：

密立根油滴仪

## 三、实验原理：

密立根油滴实验测定电子电荷的基本设计思想是使带电油滴在测量范围内处于受力平衡的状态。按油滴作匀速运动或静止运动两种运动方式分类，油滴法测电子电荷分动态测量法和平衡测量法。

密立根油滴实验测定电子电荷的基本设计思想是使带电油滴在测量范围内处于受力平衡的状态。按油滴作匀速运动或静止运动两种运动方式分类，油滴法测电子电荷分动态测量法和平衡测量法。

### 1. 动态测量法

考虑重力场中一个足够小的油滴，设此油滴半径为  $r$ ，质量为  $m_1$ ，空气是粘滞流体，故此运动油滴除重力和浮力外还受粘滞阻力的作用。由斯托克斯定律，粘滞阻力与物体运动速度成正比。设油滴以匀速度  $v_f$  下落，则有

$$m_1 g - m_2 g = K v_f \quad (1)$$

此处  $m_2$  为与油滴同体积的空气质量， $K$  为比例系数， $g$  为重力加速度。油滴在空气及重力场中的受力情况如图 8.1.1-1 所示。

若此油滴带电荷为  $q$ ，并处在场强为  $E$  的均匀电场中，设电场力  $qE$  方向与重力方向相反，如图 8.1.1-2 所示，如果油滴以匀速  $v_r$  上升，则有

$$qE = (m_1 - m_2)g + K v_r \quad (2)$$

由（1）和（2）消去  $K$ ，可解出  $q$  为

$$q = \frac{(m_1 - m_2)g}{Ev_f}(v_1 + v_r) \quad (3)$$

由式（3）可以看出，要测量油滴上携带的电荷  $q$ ，需要分别测出  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $E$ 、 $v_f$ 、 $v_r$  等物理量。



图 8.1.1-1 重力场中油滴受力示意图



图 8.1.1-2 电场中油滴受力示意图

由喷雾器喷出的小油滴的半径  $r$  是微米数量级，直接测量其质量  $m_1$  也是困难的，为此希望消去  $m_1$ ，而代之以容易测量的量。设油与空气的密度分别为  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ ，于是半径为  $r$  的油滴的视重为

$$m_1g - m_2g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_1 - \rho_2)g \quad (4)$$

由斯托克斯定律，粘滞流体对球形运动物体的阻力与物体速度成正比，其比例系数  $K$  为  $6\pi\eta r$ ，此处  $\eta$  为粘度， $r$  为半径。于是可将式（4）代入式（1），有

$$v_f = \frac{2gr^2}{9\eta}(\rho_1 - \rho_2) \quad (5)$$

因此

$$r = \left[ \frac{9\eta v_f}{2g(\rho_1 - \rho_2)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

以此代入式（3）并整理得到

$$q = 9\sqrt{2}\pi \left[ \frac{\eta^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{v_r}{v_f} \right) v_f^{\frac{3}{2}} \quad (7)$$

因此，如果测出  $v_f$ 、 $v_r$  和  $\eta$ 、 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $E$  等宏观量即可得到  $q$  值。

考虑到油滴的直径与空气分子的间隙相当，空气已不能看成连续介质，其粘度  $\eta$  需作相应的修正  $\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}}$  此处  $p$  为空气压强， $b$  为修正常数， $b=0.00823$

$N/m$ ，因此，

$$v_f = \frac{2gr^2}{9\eta}(\rho_1 - \rho_2)(1 + \frac{b}{pr}) \quad (8)$$

当精确度要求不太高时，常采用近似计算方法先将  $v_f$  值代入 (6) 计算得

$$r_0 = \left[ \frac{9\eta v_f}{2g(\rho_1 - \rho_2)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

再将  $r_0$  值代入  $\eta'$  中，并以  $\eta'$  代入 (7)，得

$$q = 9\sqrt{2}\pi \left[ \frac{\eta^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{v_r}{v_f} \right) v_f^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (10)$$

实验中常常固定油滴运动的距离，通过测量它通过此距离  $s$  所需要的时间来求得运动速度，且电场强度  $E = \frac{U}{d}$ ， $d$  为平行板间的距离， $U$  为所加电压，因此，式 (10) 可写成

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

式中有些量和实验仪器以及条件有关，选定之后在实验过程中不变，如  $d$ 、 $s$ 、 $(\rho_1 - \rho_2)$  及  $\eta$  等，将这些量与常数一起用  $C$  代表，可称为仪器常数，于是 (11) 简化成

$$q = C \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (11)$$

由此可知，量度油滴上的电荷，只体现在  $U$ 、 $t_f$ 、 $t_r$  的不同。

## 2. 平衡测量法

平衡测量法的出发点是，改变电压大小，使油滴在均匀电场中静止不动。

当油滴在电场中平衡时，油滴在两极板间受到电场力  $qE$ 、重力  $m_1g$  和浮力  $m_2g$  达到平衡，从而静止某一位置。即

$$qE = (m_1 - m_2)g$$

油滴在重力场中作匀速运动时，情形同动态测量法，将式(4)、(9)和  $\eta' = \eta \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}}$

代入式(11)并注意到  $\frac{1}{t_r} = 0$ ，则有

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

## 3. 元电荷的测量法

测量油滴上带的电荷的目的是找出电荷的最小单位  $e$ 。为此可以对不同的油滴，分别测出其所带的电荷值  $q_i$ ，它们应近似为某一最小单位的整数倍，即油滴电荷量的最大公约数，或油滴带电量之差的最大公约数，即为元电荷。

即  $q_i = n_i e$  (其中  $n_i$  为一整数) (13)

也可以用作图法求  $e$  值，根据 (13)， $e$  为直线方程的斜率，通过拟合直线，可求得  $e$  值。

## 四、实验内容：

### 1. 静态测量法

(1)选择合适的油滴,即：下落 2mm 时间在 18s<tf<32s 之间的油滴，因为下落太快时间测量误差较大，下落太慢则受布朗运动影响较明显。

(2)平衡电压合适，要求  $U>150$ ，这样的油滴带电量较小，为数据处理中寻找最大公约数即元电荷提供方便。

(3).用静态法记录合适油滴下落时间  $tf$  及平衡电压  $U1$ 。

2. 用动态法测量油滴不加电压时下落的时间  $\nu_f$  和加上一电压  $U_2$  后油滴上升的时间  $\nu_r$ 。

3. 分别用静态法和动态法处理数据，计算油滴的电荷值  $q$ ，并求出元电荷

## 五、数据处理：

### 1. 实验的已知数据（不评分）

- (1) 标准大气压下,20摄氏度时,油的密度 $\rho_1$ (单位:  $\text{kg/m}^3$ )= $981\text{kg/m}^3$
- (2) 标准大气压下,20摄氏度时,空气的密度 $\rho_2$ (单位:  $\text{kg/m}^3$ )= $1.293\text{kg/m}^3$
- (3) 标准大气压下,20摄氏度时,空气粘滞系数 $\eta$ (单位:  $10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$ )= $1.83 \times 10^{-5}\text{Pa}\cdot\text{s}$
- (4) 重力加速度 $g$ (单位:  $\text{m/s}^2$ )= $9.794\text{m/s}^2$
- (5) 修正常数 $b$ (单位:  $10^{-3}\text{N/m}$ )= $8.22 \times 10^{-3}\text{N/m}$
- (6) 大气压强 $p$ (单位:  $10^5\text{Pa}$ )= $1.013 \times 10^5\text{Pa}$
- (7) 油滴匀速下降距离 $s$ (单位:  $\text{mm}$ )= $2 \times 10^{-3}\text{m}$
- (8) 平行极板间距离 $d$ (单位:  $\text{mm}$ )= $5 \times 10^{-3}\text{m}$

参考数据：

$$\rho_1 = 981\text{kg/m}^3, \rho_2 = 1.29\text{kg/m}^3, g = 9.79\text{m/s}^2, \eta = 0.0000183\text{Pa}\cdot\text{s},$$

$$b = 0.00823\text{N/m}, s = 0.0015\text{m}, d = 0.005\text{m}, p = 1.013 \times 10^5\text{Pa}$$

### 2. 第一个油滴的测量数据（30 分）

数据表格（不评分）

n	1	2	3	4	5	6	7	8
平衡电压 $U_1/\text{V}$	199	199	199	199	199	199	199	199
下落时间 $\nu_f/\text{S}$	21.10	21.15	21.60	21.10	21.40	21.20	21.70	21.05
上升电压 $U_2/\text{V}$	298	298	298	298	298	298	298	298
上升时间 $\nu_r/\text{S}$	41.91	42.25	41.87	41.84	42.40	41.79	42.10	42.50

#### (1) 测量数据的平均值(10 分)

平衡电压的平均值  $U_1(\nu)$  199V

评分规则：

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，有效数字正确（3 位有效），得 1.5 分

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，得 1 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 199\text{V}$$

**平衡电压的不确定度  $U_{1u(V)}$  0.65V**

评分规则

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1 分

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

标准差

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \overline{U})^2}{n-1}} = 0.00\text{V}$$

$$U_A = \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}} = , \quad U_B = \frac{\Delta B}{C} = \frac{1\text{V}}{3} = 0.33\text{V} \quad [\text{正态分布: 设备电压不稳定 } \Delta B = 1\text{V}]$$

展伸不确定度

$$U_U = \sqrt{(t_{0.95} U_A)^2 + \left(K_P \frac{\Delta B}{C}\right)^2} = \sqrt{(2.37 \times \dots)^2 + \left(1.96 \times \frac{1}{3}\right)^2} \text{V} = 0.65\text{V}, \quad P = 0.95$$

**下落时间的平均值  $t_f(s)$  21.29s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1.5 分

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 得 1 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{t_f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{fi} = 21.29\text{s}$$

**下落时间的不确定度  $U_{tf(s)}$  0.15s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.02 \sim 0.02$ 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1 分

实际测量偏差在 $-0.02 \sim 0.02$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

标准差

$$\sigma_{t_f} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{fi} - \overline{t_f})^2}{n-1}} = 0.088\text{s}$$

$$U_A = \frac{\sigma_{t_f}}{\sqrt{n}} = 0.031s, \quad U_B = \frac{\Delta B}{C} = \frac{0.2}{3}s = 0.007s \quad (\text{应该是 } 0.07s) \quad [\text{正态分布};$$

$$\Delta B \approx \Delta_{\lambda} = 0.2s]$$

展伸不确定度:

$$U_{t_f} = \sqrt{(t_{0.95}U_A)^2 + \left(K_P \frac{\Delta B}{C}\right)^2} = \sqrt{(2.37 \times \dots)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.2}{3}\right)^2} s = 0.28s, \quad P = 0.95$$

### 上升电压的平均值 **U2(v) 298V**

评分规则

实际测量偏差在-1~1 之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 1.5 分

实际测量偏差在-1~1 之间, 得 1 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \bar{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 298V$$

### 上升电压的不确定度 **u<sub>U2(v)</sub> 0.65V**

评分规则

实际测量偏差在-1~1 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1 分

实际测量偏差在-1~1 之间, 得 0.5 分

参考数据:

标准差

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}{n-1}} = 0.00V$$

$$U_A = \frac{\sigma_U}{\sqrt{n}} = 0.00V, \quad U_B = \frac{\Delta B}{C} = \frac{1V}{3} = 0.33V \quad [\text{正态分布: 设备电压不稳定 } \Delta B = 1V]$$

展伸不确定度

$$U_U = \sqrt{(t_{0.95}U_A)^2 + \left(K_P \frac{\Delta B}{C}\right)^2} = \sqrt{(2.37 \times \dots)^2 + \left(1.96 \times \frac{1}{3}\right)^2} V, \quad P = 0.95$$

### 油滴上升时间的测量

#### 上升时间的平均值 **tr(s) 42.08s**

评分规则

实际测量偏差在-0.01~0.01 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1.5 分

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$  之间, 得 1 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \bar{t}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{r_i} = 42.08\text{V}$$

**上升时间的不确定度  $U_{tr}(s)$  0.15s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.02 \sim 0.02$  之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 12 分

实际测量偏差在 $-0.02 \sim 0.02$  之间, 得 0.5 分

参考数据:

标准差

$$\sigma_{t_r} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{r_i} - \bar{t}_r)^2}{n-1}} = 0.097\text{s}$$

$$U_A = \frac{\sigma_{t_f}}{\sqrt{n}} = 0.034\text{s}, \quad U_B = \frac{\Delta B}{C} = \frac{0.2}{3}\text{s} = 0.007\text{s} \quad (\text{应该是 } 0.07\text{s}) \quad [\text{正态分布};$$

$$\Delta B \approx \Delta_{\lambda} = 0.2\text{s}]$$

展伸不确定度:

$$U_{t_r} = \sqrt{(t_{0.95} U_A)^2 + \left(K_P \frac{\Delta B}{C}\right)^2} = \sqrt{(2.37 \times \dots)^2 + \left(1.96 \times \frac{0.2}{3}\right)^2} \text{s} = 0.28\text{s} \quad (\text{应该是 } 0.15\text{s}), \quad P = 0.95$$

**(2) 静态法计算油滴电荷测量数据的平均值 (10 分)**

**油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ ):  $6.42 \times 10^{-19}\text{C}$**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned} \bar{q} &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(ns)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\bar{U}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{1.4289 \times 10^{-14}}{U} \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{0.00823}{1.013 \times 10^5 \times r_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 6.42 \times 10^{-19}\text{C} \end{aligned}$$



油滴电荷量不确定度  $U_q$  ( $10^{-19}C$ ):  $7.1 \times 10^{-21}C$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.004 \sim 0.004$  之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 4 分

实际测量偏差在  $-0.004 \sim 0.004$  之间, 得 3 分

参考数据:

而误差传递公式中不考虑半径的不确定度 (半径变化较小)

$$\left(\frac{U_q}{q}\right)^2 = \left(\frac{U_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \frac{U_{t_f}}{t_f}\right)^2 = 1.2 \times 10^{-4}$$

$$U_q = \bar{q} \sqrt{\left(\frac{U_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{3}{2} \frac{U_{t_f}}{t_f}\right)^2} = 7.1 \times 10^{-21}C \quad P = 0.95$$

油滴电荷量最终结果表示为  $(6.42 \pm 0.07) \times 10^{-19}C$

评分规则

表达形式正确, 得 1 分

表达形式错误, 得 0 分

参考数据:

$$q = \bar{q} \pm U_q = (6.42 \pm 0.07) \times 10^{-19}C, \quad P = 0.95$$

### (3) 动态法计算油滴电荷测量数据的平均值 (10 分)

油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}C$ ):  $6.46 \times 10^{-19}C$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned} q &= C \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 6.46 \times 10^{-19}C \end{aligned}$$

油滴电荷量不确定度  $U_q$  ( $10^{-19}C$ ):  $5.4 \times 10^{-21}C$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.004 \sim 0.004$  之间，有效数字正确（3 位有效），得 4 分

实际测量偏差在  $-0.004 \sim 0.004$  之间，得 3 分

参考数据：

而误差传递公式中不考虑半径的不确定度（半径变化较小）

则不确定度公式为

$$\frac{dq}{q} = \sqrt{\left(\frac{1}{2t_f^2}\left(t_f + \frac{2}{\frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r}}\right)dt_f\right)^2 + \left(\frac{\frac{1}{t_r^2}}{\frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r}}dt_r\right)^2}$$

油滴电荷量最终结果表示为  $(6.46 \pm 0.5) \times 10^{-19}C$

评分规则

表达形式正确，得 1 分

表达形式错误，得 0 分

参考数据：

$$q = \bar{q} \pm U_q = (6.46 \pm 0.5) \times 10^{-19}C, \quad P = 0.95$$

3. 第 2 个油滴的测量数据（14）

数据表格（不评分）

n	1	2	3	4	5	6	7	8
平衡电压 $U_1/V$	173	173	173	173	173	173	173	173
下落时间 $\nu_f/S$	20.20	20.11	19.90	20.00	20.70	19.99	19.94	19.96
上升电压 $U_2/V$	259	259	259	259	259	259	259	259
上升时间 $\nu_r/S$	39.50	39.48	39.77	39.67	39.59	39.56	39.31	38.84

(1) 测量数据的平均值（4 分）

平衡电压的平均值  $U_1(\nu)$  173V

评分规则

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，有效数字正确（3位有效），得1分

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，得0.5分

参考数据：

$$\text{平均值 } \overline{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 173\text{V}$$

**下落时间的平均值  $t_f(\text{s})$  20.10s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.01\sim 0.01$ 之间，有效数字正确（2位有效），得1.0分

实际测量偏差在 $-0.01\sim 0.01$ 之间，得0.5分

参考数据：

$$\text{平均值 } \overline{t_f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{f_i} = 20.10\text{s}$$

**上升电压的平均值  $U_2(\text{V})$  259V**

评分规则

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，有效数字正确（3位有效），得1.0分

实际测量偏差在 $-1\sim 1$ 之间，得0.5分

参考数据：

$$\text{平均值 } \overline{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 259\text{V}$$

**油滴上升时间的测量**

**上升时间的平均值  $t_r(\text{s})$  39.47s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.01\sim 0.01$ 之间，有效数字正确（2位有效），得1.0分

实际测量偏差在 $-0.01\sim 0.01$ 之间，得0.5分

参考数据：

$$\text{平均值 } \overline{t_r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{r_i} = 39.47\text{s}$$

**(2) 静态法计算油滴电荷测量数据的平均值 5分**

油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ ):  $8.08 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned}\bar{q} &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(ns)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\bar{U}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{1.4289 \times 10^{-14}}{U} \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{0.00823}{1.013 \times 10^5 \times r_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 8.08 \times 10^{-19}\text{C}\end{aligned}$$

### (3) 动态法计算油滴电荷测量数据的平均值 5 分

油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ ):  $8.15 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned}q &= C \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

### 4. 第 3 个油滴的测量数据 (14 分)

n	1	2	3	4	5	6	7	8
平衡电压 $U_1/\text{V}$	194	194	194	194	194	194	194	194
下落时间 $t_f/\text{s}$	18.67	18.63	18.61	18.58	18.65	18.76	18.80	18.69
上升电压 $U_2/\text{V}$	291	291	291	291	291	291	291	291
上升时间 $t_r/\text{s}$	36.81	36.85	36.97	36.72	36.91	37.14	36.84	37.11

间 vr/S							
--------	--	--	--	--	--	--	--

### (1) 测量数据的平均值 (4 分)

平衡电压的平均值 **U1(v) 194V**

评分规则

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 1 分

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 194\text{V}$$

下落时间的平均值 **tf(s) 18.67s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1.0 分

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{t_f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{f_i} = 18.67\text{s}$$

上升电压的平均值 **U2(v) 291V**

评分规则

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 1 分

实际测量偏差在 $-1 \sim 1$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{U} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i = 291\text{V}$$

### 油滴上升时间的测量

上升时间的平均值 **tr(s) 36.92s**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 有效数字正确 (2 位有效), 得 1.0 分

实际测量偏差在 $-0.01 \sim 0.01$ 之间, 得 0.5 分

参考数据:

$$\text{平均值 } \overline{t_r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{r_i} = 36.92\text{s}$$

(2) 静态法计算油滴电荷测量数据的平均值

油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ ):  $8.08 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned}\bar{q} &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(ns)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\bar{U}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{1.4289 \times 10^{-14}}{U} \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{0.00823}{1.013 \times 10^5 \times r_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \times \left[ \frac{1}{t_f} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 8.08 \times 10^{-19}\text{C}\end{aligned}$$

(3) 动态法计算油滴电荷测量数据的平均值

油滴电荷量  $q$  平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ ):  $8.11 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 有效数字正确 (3 位有效), 得 5 分

实际测量偏差在  $-0.002 \sim 0.002$  之间, 得 4 分

参考数据:

$$\begin{aligned}q &= C \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}} \\ &= 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

5. 元电荷的大小: 22 分

数据表格 (12 分)

元电荷	第 1 个油滴	第 2 个油滴	第 3 个油滴
静态法	$1.606 \times 10^{-19}\text{C}$	$1.616 \times 10^{-19}\text{C}$	$1.616 \times 10^{-19}\text{C}$
动态法	$1.614 \times 10^{-19}\text{C}$	$1.629 \times 10^{-19}\text{C}$	$1.623 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在 $-0.001 \sim 0.001$  之间，有效数字正确（4 位有效），得 2 分

实际测量偏差在 $-0.001 \sim 0.001$  之间，得 1.5 分

参考数据：

$$\text{所得元电荷: } e = \frac{q}{n} = , \quad P = 0.95$$

$$\text{测 } n \text{ 个油滴, 得到 } n \text{ 个 } e \text{ 值, 则 } e = \frac{\sum e_i}{n} =$$

**(1) 静态法测定元电荷 5 分**

元电荷的平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ )  $1.613 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，有效数字正确（3 位有效），得 3 分

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，得 2 分

参考数据

$$e = \frac{\sum e_i}{n} = 1.613 \times 10^{-19}\text{C}$$

**与标准值的误差为：0.661%**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，有效数字正确（3 位有效），得 2 分

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，得 1 分

参考数据

$$\frac{e - e_{\text{标}}}{e_{\text{标}}} \times 100\% = 0.661\%$$

**(2) 动态法测定元电荷 5 分**

元电荷的平均值 ( $10^{-19}\text{C}$ )  $1.622 \times 10^{-19}\text{C}$

评分规则

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，有效数字正确（3 位有效），得 3 分

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，得 2 分

参考数据

$$e = \frac{\sum e_i}{n} = 1.622 \times 10^{-19}\text{C}$$

**与标准值的误差为：1.25%**

评分规则

实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，有效数字正确（3 位有效），得 2 分  
实际测量偏差在 $-0.002 \sim 0.002$  之间，得 1 分

参考数据

$$\frac{e - e_{\text{标}}}{e_{\text{标}}} \times 100\% = 1.25\%$$

## 六、实验总结：（10 分）

本次密立根油滴实验，我们运用了动态法和静态法测量了元电荷的大小。  
我们结合带电的油滴在匀强电场中的动力学方程，以及流体力学的经验公式，从而将油滴电荷这一不易直接测量的物理量和油滴在电场中匀速升降的速度以及油滴各个运动状态对应的场强这些容易获得的物理量联系在一起：

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{1/2} \frac{1}{U} \left( \frac{1}{t_f} + \frac{1}{t_r} \right) \left( \frac{1}{t_f} \right)^{1/2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{3/2} \quad (\text{动态法})$$

$$q = 9\sqrt{2}\pi d \left[ \frac{(\eta s)^3}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{1/2} \frac{1}{U} \left[ \frac{1}{1 + \frac{b}{pr_0}} \right]^{3/2} \left( \frac{1}{t_f} \right)^{3/2} \quad (\text{静态法})$$

通过测量这些易得的物理量，我们计算油滴所带电量，并最终推算出元电荷的大小： $1.613 \times 10^{-19}\text{C}$ （静态法）/ $1.622 \times 10^{-19}\text{C}$ （动态法），与标准值符合得很好。

## 七、思考题（10 分）

1. 怎样区别油滴上电荷的改变和测量时间的误差？

答：将电压调整为最初的平衡电压，若此时油滴能够最终静止悬浮，则说明油滴上电荷未改变，此时结果的误差可能来源于测量时间的误差，否则说明油滴上电荷发生改变。

（若油滴上电荷未发生改变，而测得的时间在一个定值上下随机波动，其幅度大致在平均值 $\pm$ 不确定度的范围内，则说明是测量时间存在的误差；若测量时间随着测量次数呈现单调的增加或减少，其偏离平均值远远超过了不确定度，则说明可能是存在系统误差（包括油滴电荷改变）导致了测量时间的变化。）



2. 若油滴室内两容器极板不平行，对实验结果有何影响。

答： 若油滴室内两极板不平行，则导致油滴室内的电场并不是匀强电场，且在水平方向有分量，在 2mm 的运动范围内(即使电场可以视为匀强电场)，电荷会受到水平方向的力的分量，从而有水平方向的速度，因此油滴的实际速度应当大于 2mm 除以油滴在竖直方向上运动 2mm 的时间(或者说代入计算的 $v_f, v_r$ 偏大， $t_f, t_r$ 偏小)，根据式 10 和式 12，得到的油滴带电量以及元电荷大小偏大。

八、原始数据

油 滴 序号	物理量	测量次数							
		1	2	3	4	5	6	7	8
第 1 滴	平 衡 电 压 $U_1/V$	199	199	199	199	199	199	199	199
	下 降 时 间 $t_f/s$	21.10	21.15	21.60	21.10	21.40	21.20	21.70	21.05
	上 升 电 压 $U_2/V$	298	298	298	298	298	298	298	298
	上 升 时 间 $t_r/s$	41.91	42.25	41.87	41.84	42.40	41.79	42.10	42.50
第 2 滴	平 衡 电 压 $U_1/V$	173	173	173	173	173	173	173	173
	下 降 时 间 $t_f/s$	20.20	20.11	19.90	20.00	20.70	19.99	19.94	19.96
	上 升 电 压 $U_2/V$	259	259	259	259	259	259	259	259
	上 升 时 间 $t_r/s$	39.50	39.48	39.77	39.67	39.59	39.56	39.31	38.84
第 3 滴	平 衡 电 压 $U_1/V$	194	194	194	194	194	194	194	194
	下 降 时 间 $t_f/s$	18.67	18.63	18.61	18.58	18.65	18.76	18.80	18.69
	上 升 电 压 $U_2/V$	291	291	291	291	291	291	291	291
	上 升 时 间 $t_r/s$	36.81	36.85	36.97	36.72	36.91	37.14	36.84	37.11

