

数值实验三

一、体会数值方法的不稳定性对数值结果的影响

分别用显式与隐式欧拉法求解 $y' = -50y$, $y(0) = 100$.

1. 取 $h = 0.05, 0.04, 0.03, \dots$ 用显式欧拉法求解, 当步长 h 取到多少时, 数值解开始出现不稳定?
2. 用隐式欧拉法求解上述问题, 数值解会出现不稳定吗?

二、体会算法的保结构性

对一阶常微分方程组

$$\begin{cases} y'(t) = -2x(t), \\ x'(t) = \frac{9}{2}y(t), \\ x(0) = 3, y(0) = 2. \end{cases}$$

分别用梯形法、Euler 法, 四阶 Runge—Kutta 法求解其数值解, 并观察相平面中的轨迹。哪些方法求得的结果能保持相平面中轨迹不变。

三、体会非线性方程的迭代求解

用隐式欧拉公式和梯形公式求下单摆问题

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \sin\theta = 0, & 0 < t \leq 10, \\ \theta(0) = \frac{\pi}{3}, \\ \left. \frac{d\theta(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

取步长 $h = 0.02$. 取迭代误差 $\varepsilon = 10^{-6}$. 绘出近似解的图形.