## 第五章作业

姓名:陈 稼 学号: SA21038052

成绩:

第 1 题 得分: \_\_\_\_\_. 已知一阶跃光纤芯区和包层折射率分别为  $n_1 = 1.62$ ,  $n_2 = 1.52$ .

- (a) 试计算光纤的数值孔径 NA=?
- (b) 计算空气中该光线的最大入射角  $\theta_M = ?$
- (c) 如果将光纤浸入水中  $(n_{\text{N}}=1.33)$ ,  $\theta_{M}=?$

解: (a) 该光纤的数值孔径为

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0.560 \tag{1}$$

(b) 空气中该光纤的最大入射角为

$$\theta_M = \arcsin NA = 0.595 (\text{rad}) = 34.1^{\circ}.$$
 (2)

(c) 如果将光纤浸入水中,则其数值孔径为

$$NA = \frac{1}{n_{1}} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \tag{3}$$

最大入射角为

$$\theta_M = \arcsin \text{NA} = \arcsin \left(\frac{1}{n_{\pi}} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right) = 0.435 \text{(rad)} = 24.9^{\circ}.$$
 (4)

第 2 题 得分: \_\_\_\_\_\_\_. 设阶跃光纤的数值孔径 NA= 0.2,芯(半)径  $a=60\,\mu{\rm m}$ , $\lambda_0=0.9\,\mu{\rm m}$ ,计算光纤传输 的总模数.

解:该阶跃光纤的归一化频率为

$$V = \frac{\omega a}{c} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA} = 83.78$$
 (5)

故该光纤传输的总模数约为

$$\frac{V^2}{2} = 3509. (6)$$

第 3 题 得分: \_\_\_\_\_\_. 欲设计阶跃单模光纤,其芯折射率为  $n_1=1.5$ , $\Delta=0.005$ ,试分别计算波长为  $\lambda_0=0.005$  $1.3 \,\mu \text{m}$  和  $\lambda_0 = 0.6328 \,\mu \text{m}$  的最大芯(半)径.

解:要使光纤仅支持单模,则支持的模式应为没有截止频率的  $HE_{11}$  模,且光纤的工作频率应低于截止频率最低的  $TE_{01}$  (或  $TM_{01}$ ) 模, 即:

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_0} \le \frac{2.405c}{a\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} = \frac{2.405c}{an_1\sqrt{2\Delta}}$$
 (7)

$$\Longrightarrow a \le \frac{2.405\lambda_0}{2\pi n_1 \sqrt{2\Delta}}.\tag{8}$$

故对  $\lambda_0=1.3\,\mu\mathrm{m}$ , 最大纤芯为  $3.32\,\mu\mathrm{m}$ ; 对  $\lambda_0=0.6328\,\mu\mathrm{m}$ , 最大纤芯为  $1.61\,\mu\mathrm{m}$ .

第 4 题 得分: \_\_\_\_\_\_. 设一根光纤的芯的折射率  $n_1 = 1.532$ ,包层的折射率  $n_2 = 1.530$ 

- (a) 计算临界角;
- (b) 设一条光线沿轴向传播,另一条光线以临界角射到包层上,试求轴向光线传播 1 公里后两光线的滞后.

## 解: (a) 临界角为

$$\varphi = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 1.52 \text{(rad)} = 87.1^{\circ}.$$
 (9)

(b) 轴向光线传播 1 公里后两光线的滞后距离为

$$\Delta l = 1 \text{ km} \times (1 - \sin \varphi) = 1 \text{ km} \times \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) = 1.31 \times 10^{-3} \text{ km} = 1.31 \text{ m},$$
 (10)

滞后时间为

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c/n_1} = 6.67 \times 10^{-9} \text{ s} = 6.67 \text{ s}.$$
 (11)

第 5 题 得分: \_\_\_\_\_\_. 已知一直圆柱形阶跃光纤,纤芯和包层折射率分别为  $n_1=1.62$ , $n_2=1.52$ ,其纤芯直径  $d=10\,\mu\mathrm{m}$ ,弯曲后的曲率半径  $R=1.0~\mathrm{cm}$ .

- (a) 试计算放在空气中子午光线的最大入射角  $\theta_M$ ?
- (b) R 值低于多少时,子午光线便不在内表面上反射?(入射角  $\theta_0 = \theta_M$ )(只要有一条子午光线做到就可以)
- (c) 对该光纤,要使最大孔径角  $\theta_M$  增大到  $90^\circ$ ,则  $n_2$  最大应等于多少?(设纤芯的折射率保持一定.)
- (d) 当  $\theta_M = 90^\circ$  时,出射光会不会在光纤的出射端面上发生全反射?(试分析之)

解: (a) 放在空气中子午光线的最大入射角为

$$\theta_M = \arcsin \left[ n_1^2 - \left( \frac{R + d/2}{R - d/2} \right)^2 n_2^2 \right]^{1/2} = 0.590 \text{(rad)} = 33.8^\circ.$$
 (12)

(b) 当以  $\theta_M$  入射角入射,子午光线在光纤直部的纤芯-包层分界面上的反射角  $\varphi_0$  满足

$$\cos \varphi_0 = \frac{1}{n_1} \sin \theta_M = 0.343,\tag{13}$$

光线在光纤弯部内侧的纤芯-包层分界面上的反射角为

$$\sin \varphi_2 = \frac{R+x}{R-d/2} \sin \varphi_0 = \frac{R+x}{R-d/2} \sqrt{1-\cos^2 \varphi_0},$$
 (14)

其中 x 为光线由光纤直部进入弯部处与子午线的距离, $-d/2 \le x \le d/2$ . 当

$$\sin \varphi_2 = 1 \Longrightarrow R = \frac{x\sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0} + d/2}{1 - \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_0}} \tag{15}$$

时,光线恰好与内表面相切而不反射,即当

$$R \le 1.60 \times 10^{-4} \text{ m} = 160 \,\mu\text{m}$$
 (16)

时,(x = d/2)的)子午光线便不在内表面上反射.

(c) 要使最大孔径角  $\theta_M$  增大到 90°,

$$\sin \theta_M = \left[ n_1^2 - \left( \frac{R + d/2}{R - d/2} \right)^2 n_2^2 \right]^{1/2} = 1, \tag{17}$$

即 n2 最大应为

$$n_2 = 1.27 (18)$$

(d) 根据弯曲光纤的对称性和光路的可逆性,光线在出射端面上的出射角应当与其在入射端面上的入射角相等。 故当  $\theta_M = 90^\circ$  时,出射光不会在光纤的出射端面上发生全反射.

**第 6 题 得分:** \_\_\_\_\_\_. 已知一圆柱形阶跃光纤的出射端面有  $\alpha=10^\circ$  倾角,纤芯和包层折射率分别为  $n_1=1.62$ , $n_2=1.52$ ,出射端面仍垂直于轴线(不考虑光纤弯曲)

- (a) 试计算放在空气中光纤的最大入射角  $\theta_{\text{max}}$ .
- (b) 要使  $\theta_{\text{max}} = 90^{\circ}$ ,该光纤的数值孔径 NA 至少要多少?这一光线( $\theta_M = 90^{\circ}$ )会不会在出射端面发生全反射?(设包层折射率一定)

**解:** (a) 当光线以如图 1 的角度从空气入射,则光纤的最大入射角为

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\cos\alpha - n_2\sin\alpha\right) = 0.292(\text{rad}) = 16.7^{\circ}.$$
 (19)

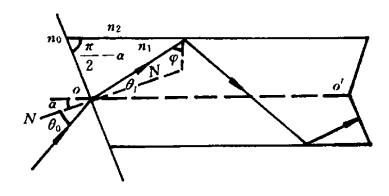


图 1:

当光线从法线另一侧入射,如图 2,则光纤的最大入射角为

$$\theta_{\text{max}} = \arcsin\left(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}\cos\alpha + n_2\sin\alpha\right) = 0.95(\text{rad}) = 54.7^{\circ}.$$
 (20)

(b) 对于图 1 所示的情况,要使  $\theta_{\text{max}} = 90^{\circ}$ ,该光纤的数值孔径至少为

$$NA = \frac{1 + n_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 1.28 \tag{21}$$

此时,这一光线( $\theta_M=90^\circ$ )在纤芯-包层交界面上的反射角  $\varphi$  满足

$$\sin \varphi = \frac{n_2}{n_1}.\tag{22}$$

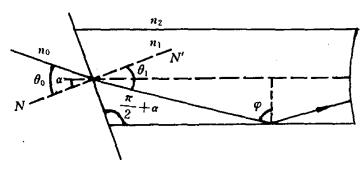


图 2:

因为在出射端面上

$$n_1 \cos \varphi = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} = \text{NA} > 1,$$
 (23)

所以这一光线会在出射端面上发生全反射.

对于图 2 所示的情况,要使  $\theta_{\rm max}=90^{\circ}$ ,该光纤的数值孔径至少为

$$NA = \frac{1 - n_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 0.747 \tag{24}$$

因为在出射端面上

$$n_1 \cos \varphi = \text{NA} < 1, \tag{25}$$

所以这一光线不会在出射端面上发生全反射.