

光电子技术思考题参考解答

2011.10.10

1. 已知一阶跃光纤芯区和包层折射率分别为 $n_1=1.62$, $n_2=1.52$
- a) 试计算光纤的数值孔径 $NA=?$
 - b) 计算空气中该光纤的最大入射角 $\theta_{\max}=?$
 - c) 如果将光纤浸入水中 ($n_{\text{水}}=1.33$), θ_M 改变吗? 改变多少?

$$(a) \quad NA = \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} = \sqrt{1.62^2 - 1.52^2} = 0.5604$$

$$(b) \quad n_0 = 1 \quad n_0 \sin \theta_M = \sin \theta_M = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0.5604$$

$$\longrightarrow \theta_M = 34.08^\circ$$

$$(c) \quad n_{\text{水}} = 1.33 \quad n_{\text{水}} \sin \theta_M = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 0.5604$$

$$\longrightarrow \theta_M = 24.92^\circ$$

2. 设阶跃光纤的数值孔径 $NA=0.2$, 芯径 $a=60\mu m$, $\lambda_0=0.9\mu m$, 计算光纤传输的总模数。

$$V = \frac{\omega a}{c} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} NA$$

$$N = \frac{V^2}{2} = 3509$$

3. 欲设计阶跃单模光纤，其纤芯折射率为 $n_1=1.5, \Delta=0.005$ ，试分别计算波长为 $\lambda=1.3\mu m$ 和 $\lambda=0.6328\mu m$ 的最大芯径。

根据单模光纤要求归一化频率参量 ≤ 2.41 ，我们有：

$$V = \frac{\omega a}{c} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \leq 2.41$$

$$a \leq \frac{2.41\lambda}{2\pi\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} = \frac{2.41\lambda}{2\pi n_1 \sqrt{2\Delta}}$$

$$\text{当 } \lambda = 1.3\mu m \text{ 时, } a \leq \frac{2.41 \times 1.3}{2\pi \times 1.5 \times \sqrt{2 \times 0.005}} \mu m \approx 3.32\mu m$$

$$\text{当 } \lambda = 0.6238\mu m \text{ 时, } a \leq \frac{2.41 \times 0.6328}{2\pi \times 1.5 \times \sqrt{2 \times 0.005}} \mu m \approx 1.62\mu m$$

4. 将50mw的光注入300m长的光纤中。如果在另一端接收到的功率为30mw，试问每公里光纤的损耗是多少（用db/km表示）？如果光纤长5公里，输出功率将是多少？

由损耗公式：

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{1}{L} 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \\ &= \frac{1}{0.3} 10 \log_{10} \frac{30}{50} \text{ dB / km} \\ &= -7.39 \text{ dB / km}\end{aligned}$$

当L=5km时有

$$\begin{aligned}I &= I_0 \times 10^{\alpha L / 10} \\ &= 50 \times 10^{(-5 \times 7.39 / 10)} \text{ mW} \\ &= 0.01 \text{ mW}\end{aligned}$$

5.最初制成的光纤的损耗是1db/m，问传播 1 公里后损耗了百分之几？

传播一公里后的损耗是1000db，则由 $\alpha = 10 \log \frac{I_o}{I_i}$

$$I_o = I_i 10^{\frac{\alpha}{10}}$$

则损耗的百分比为： $\eta = \frac{I_i - I_o}{I_i} = 1 - 10^{\frac{\alpha}{10}} = 1 - 10^{-100}$

由于是损耗，所以 α 取负值。

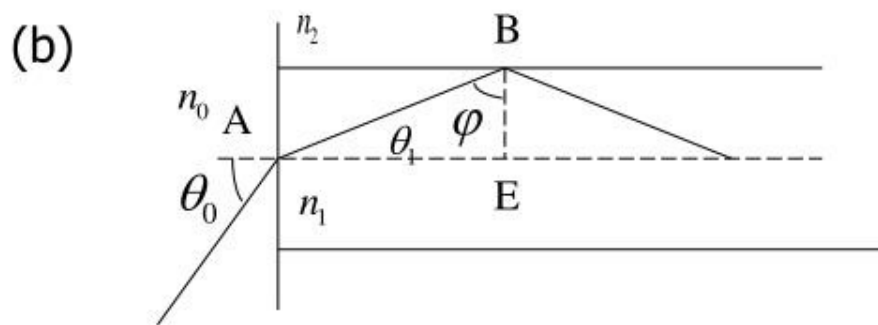
6. 设一根光纤的芯的折射率 $n_1=1.532$ ，外套的折射率 $n_2=1.530$

(a) 计算临界角；

(b) 设一条光线沿轴向传播，另一条光线以临界角入射到外套层上，试求传播 1 公里后两光线的微分滞后；

(c) 为什么在大多数情况下希望临界角尽量小？

$$(a) \quad \sin \varphi = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.530}{1.532} \Rightarrow \varphi = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = 87.08^\circ$$



单位长度的几何程长 $l_m = \sec \theta_1 = \frac{1}{\cos(90^\circ - \varphi)} = \frac{1}{\sin(\varphi)} = \frac{n_1}{n_2}$

$$\Delta l = (l_m - 1) = \frac{n_1}{n_2} - 1 = 1.307 \times 10^{-3} \text{ km} = 1.307 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{c/n} = 6.67 \times 10^{-9} \text{ s} = 6.67 \text{ ns}$$

(c) 此时临界角指光纤的入射角 θ_0

7. 已知一直圆柱形阶跃光纤，芯和包层折射率分别为 $n_1=1.62$, $n_2=1.52$ ，其芯线直径 $d=10\mu\text{m}$ ，弯曲后的曲率半径 $R=1.0\text{cm}$

a) 试计算放在空气中子午光线的最大入射角 θ_{\max} ?

b) 对该光纤，要使最大孔径角增大到 90° ，则 n_2 最大应等于多少？
(设芯线的折射率保持一定。)

θ_{\max}

c) 当 $\theta_{\max}=90^\circ$ 时，出射光会不会在光纤的出射端面上发生反射？

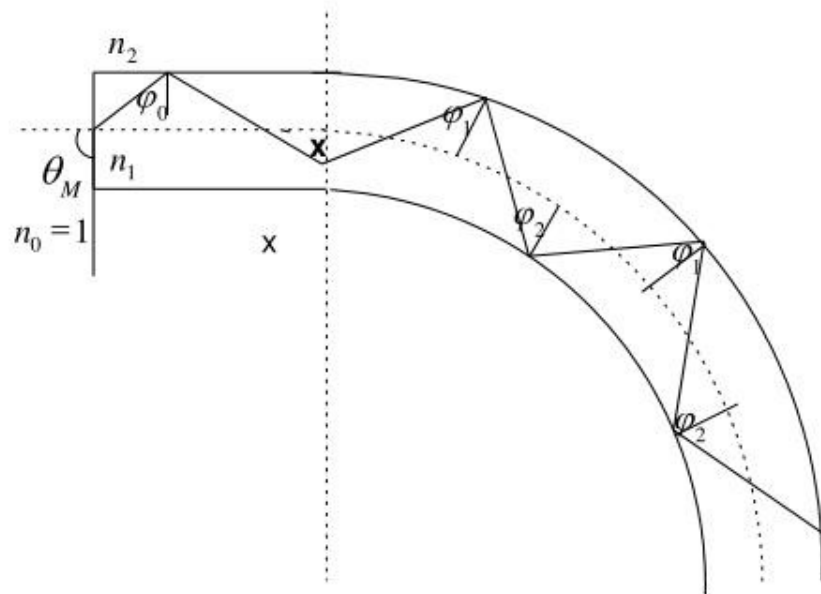
首先，考虑 x 取值对于解题的影响

i) 当 $x = -d/2$ 时， $\varphi_2 = \varphi_0 \geq \varphi_1$

此时弯曲对于光纤集光能力的影响最大

ii) 当 $x = d/2$ 时， $\varphi_2 \geq \varphi_0 = \varphi_1$

此时弯曲对于光纤偏离内表面的影响最大



题目中默认在 $x = -d/2$ 处

(a) 由于 $R \ll d, n_0 = 1$ 则, $\sin \theta_m = [n_1^2 - (1 + \frac{2d}{R})n_2^2]^{1/2}$

$$= [1.62^2 - \left(1 + \frac{2 \times 10}{10000}\right) \times 1.52^2]^{1/2} \approx 0.556$$

$\Rightarrow \theta_m \approx 33.80^\circ$ 此时, 在 $x = -d/2$ 处入射

(b) $\sin \theta_m = [n_1^2 - (1 + \frac{2d}{R})n_2^2]^{1/2} = 1$

$$\Rightarrow n_2 \approx 1.273$$

(c) 当 $\theta_M = 90^\circ$, $x=-d/2$ 时

$$\sin \varphi_2 = (R - \frac{d}{2}) / (R - \frac{d}{2}) \sin \varphi_0 = \sin \varphi_0 \quad n_0 = 1$$

出射端面入射角 $(90^\circ - \varphi_2)$ or $(90^\circ - \varphi_1)$

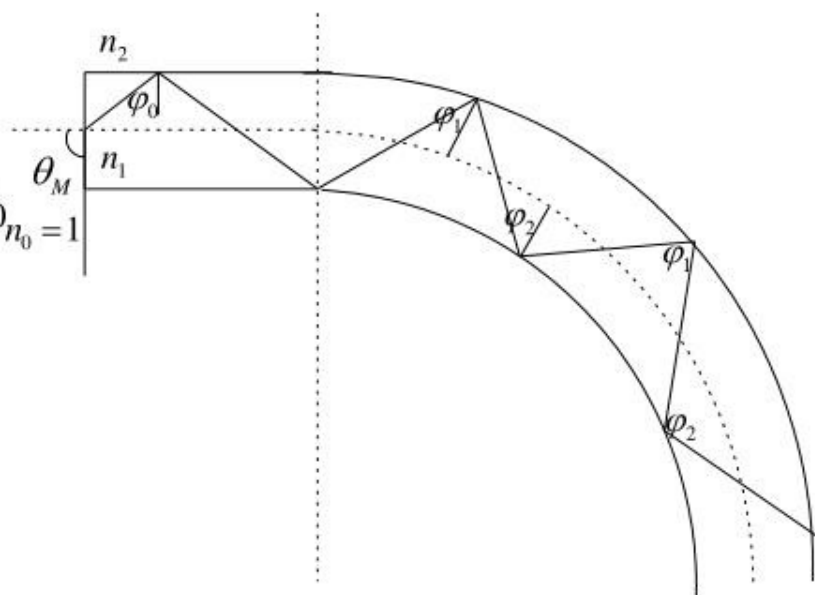
$$\varphi_1 \leq \varphi_2 \longrightarrow \cos \varphi_2 \leq \cos \varphi_1$$

出射端面全反射临界角 $\sin \theta_c = \frac{1}{n_1}$

$$\text{又 } n_0 \sin \theta_m = n_1 \cos \varphi_0 \Rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{1}{n_1}$$

$$\text{所以 } \cos \varphi_2 = \cos \varphi_0 = \sin \theta_c \Rightarrow \varphi_2 \geq \theta_c$$

则出射端面入射角始终大于全反射临界角，则一定会发生全发射。



8.同于习题7中的光纤，取光线从直部进入弯部的位置 $x=d/2$ ，此时弯曲对于子午线是否只在外表面反射影响最大，求 R 低于多少时，子午光线便不再在内表面上反射了？

子午光纤不在表面反射，即要求 $\sin \varphi_2 = 1$

且当入射角等于 θ_m 时，对应的 $x= d/2$ ，代入到 R 的表达式中，我们有，

$$R = \frac{\frac{d}{2} \sin \varphi_0 + \frac{d}{2}}{1 - \sin \varphi_0} \approx 157 \mu m$$

即，低于157um时该子午光线不在内表面反射。

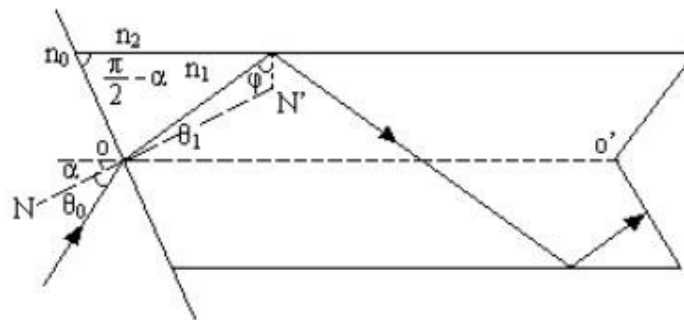
9. 已知“习题7”中的圆柱形阶跃光纤的入射端面有 $\alpha = 10^\circ$ 倾角，出射端面仍垂直于轴线

a) 试计算放在空气中光纤的最大入射角 θ_{\max} 。

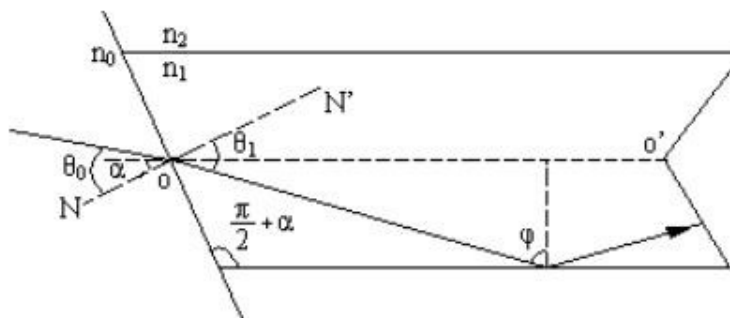
b) 要使 $\theta_{\max} = 90^\circ$ ，该光纤的数值孔径NA至少要多少？
(设包层折射率保持一定)

c) 这一光线会不会在出射端面内发生全反射？

(a) $n_0 = 1$

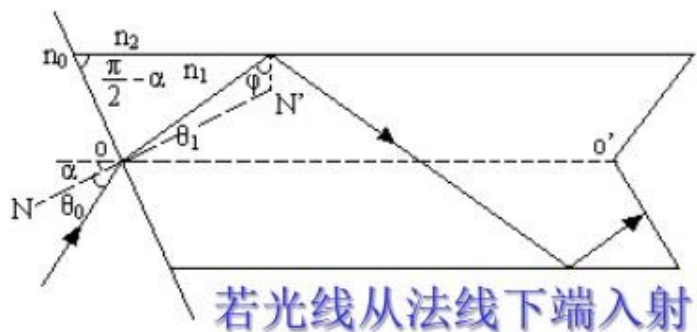


$$\sin \theta_{\max} = NA \cos \alpha - n_2 \sin \alpha = 0.288 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\max} = 16.7^\circ$$

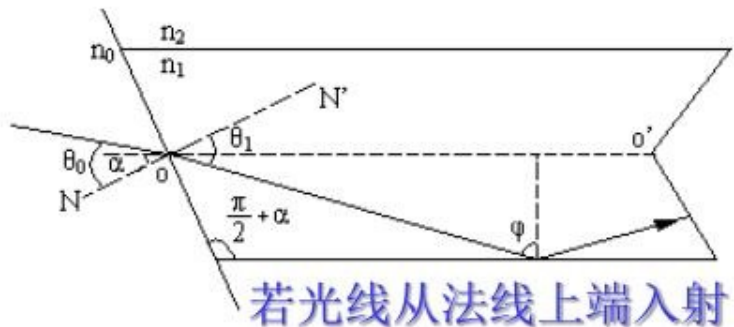


$$\sin \theta_{\max} = NA \cos \alpha + n_2 \sin \alpha = 0.816 \quad \Rightarrow \quad \theta_{\max} = 54.7^\circ$$

(b) (c) 包层折射率一定, $n_2=1.52$



出射端面内出射角 $\beta = \theta_1 + \alpha = 30.18 + 10 > \arcsin \frac{1}{1.9894} = 30.18$ 会发生全反射



出射端面内出射角 $\beta = \theta_1 - \alpha = 36.18 - 10 < \arcsin \frac{1}{1.6938} = 36.18$ 不会发生全反射

$$\sin 90^\circ = NA \cos 10^\circ - n_2 \sin 10^\circ$$

$NA = 1.2834, n_1 = 1.9894$

$$\theta_1 = \arcsin \frac{1}{1.9894} = 30.18$$

$$8+10 > \arcsin \frac{1}{1.9894} = 30.18 \quad \text{会发生全反射}$$

$$\sin 90^\circ = NA \cos 10^\circ + n_2 \sin 10^\circ$$

$$NA=0.7474, n_1=1.6938$$

$$\theta_1 = \arcsin \frac{1}{1.6938} = 36.18^\circ$$

出射端面内出射角 $\beta = \theta_1 - \alpha = 36.18 - 10 < \arcsin \frac{1}{1.6938} = 36.18$ 不会发生全反射

注：上述解法仅仅考虑光纤为直光纤，如果为弯曲，则

$$1 = \sin \theta_{\max} = n_1 (\cos \alpha \cos \varphi_0 - \sin \alpha \sin \varphi_0)$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \sin \varphi_1 = \sin \varphi_0 \frac{R - d / 2}{R + d / 2}$$

两式联立解出结果即可

10. 梯度折射率光纤的折射率分布满足 $n^2(r) = n^2(0)(1 - \alpha^2 r^2)$, 其中 $\alpha = 140 \text{ rad} \cdot \text{mm}^{-1}$, 试求: 当近轴光纤入射时, 纤维中光线每传播一周期的长度 L , 如果纤维的总长为 1 km , 传播了多少周期?

由于 $n(x) = n_0 \left(1 - \frac{1}{2} A x^2 \right)$ 时, 传播一周期的长度为 $l = \frac{2\pi}{\sqrt{A}}$

题中所给 $n(r) = n_0 \left(1 - \alpha^2 r^2 \right)^{1/2} \approx n_0 \left(1 - \frac{1}{2} \alpha^2 r^2 \right)$

对比有: $A = \alpha^2$

所以有 $L = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2}} = \frac{2\pi}{\alpha} = 44.88 \mu\text{m}$

$$N = \frac{1000}{L} = 2.228 \times 10^7$$

12. 阶跃型光纤的纤芯折射率 $n_1=1.52$ ，包层的折射率 $n_2=1.50$ ，纤芯直径 $2a=50\mu\text{m}$ ， $\lambda=0.8\mu\text{m}$ 作光纤光源，求其光纤波导的归一化频率参量，多模的个数。

$$V = \frac{\omega a}{c} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \frac{2\pi a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 48.23$$

$$N = \frac{V^2}{2} = 1163$$

13.已知自聚焦棒轴线折射率1.5，周期长48mm，用它制造超短焦距透镜作光纤耦合器，求该自聚焦透镜的长度和焦距

超短焦距透镜长度为：

$$Z = \frac{L}{4} = 12mm$$

其焦距为：

$$f = \frac{1}{n_0 \sqrt{A}} = \frac{L}{n_0 2\pi}$$
$$= \frac{48mm}{1.2 * 2 * 3.14}$$
$$= 5.1mm$$

28. 在自聚焦透镜斐索干涉仪中，若待测面M3的振动方式为 $x(t)=A\sin(\omega_0 t)$ ，其中A为振幅， ω_0 为圆频率，则光电探测器测得的光电信号为： $V(t)=k\cos(4\pi a\sin(\omega_0 t))$ ，其中 $a=A/\lambda_0$ ， λ_0 为激光波长，k为光电转换系数。试给出一种从信号V(t)恢复到振幅a的方法。

解：方法一 利用贝塞尔恒等式

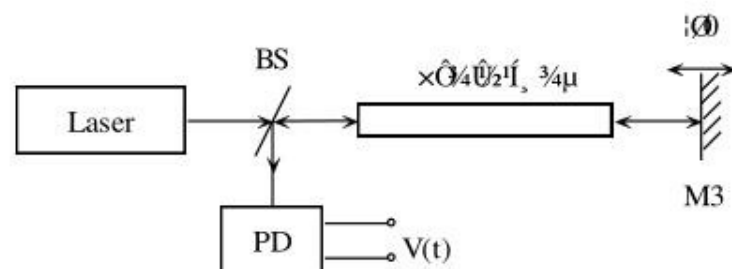
$$\cos(\delta \sin(\omega t)) = J_0(\delta) + 2J_2(\delta) \sin 2\omega t + 2J_4(\delta) \cos 4\omega t$$

将 $V(t) = k \cos(4\pi a \sin(\omega_0 t))$ 按上式展开

方法二： $\therefore V(t) = k \cos(4\pi a \sin(\omega_0 t)) \approx k(1 - 8\pi^2 a^2 \sin^2 \omega_0 t)$

$$\therefore V(t)_{\max} = k \quad V(t)_{\min} = k(1 - 8\pi^2 a^2)$$

$$\therefore a^2 = \frac{V(t)_{\max} - V(t)_{\min}}{8\pi^2 V(t)_{\max}} \quad a = \sqrt{\frac{V(t)_{\max} - V(t)_{\min}}{8\pi^2 V(t)_{\max}}}$$



光电子技术习题参考解答

2011-11-8

28.在自聚焦透镜斐索干涉仪中，若待测面**M3**的振动方式为 **$x(t)=A\sin(\omega_0 t)$** ，其中**A**为振幅， **ω_0** 为圆频率，则光电探测器测得的光电信号为： **$V(t)=k\cos(4\pi a\sin(\omega_0 t))$** ，其中 **$a=A/\lambda_0$** ， **$\lambda_0$** 为激光波长，**k**为光电转换系数。试给出一种从信号**V(t)**恢复到振幅**a**的方法。

解：方法一 利用贝塞尔恒等式

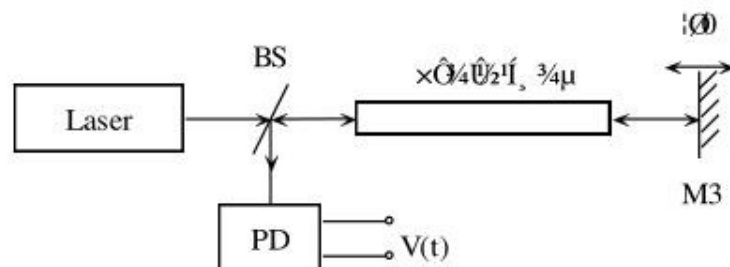
$$\cos(\delta \sin(\omega t)) = J_0(\delta) + 2J_2(\delta) \sin 2\omega t + 2J_4(\delta) \cos 4\omega t$$

将 $V(t) = k \cos(4\pi a \sin(\omega_0 t))$ 按上式展开

方法二： $\because V(t) = k \cos(4\pi a \sin(\omega_0 t)) \approx k(1 - 8\pi^2 a^2 \sin^2 \omega_0 t)$

$$\therefore V(t)_{\max} = k \quad V(t)_{\min} = k(1 - 8\pi^2 a^2)$$

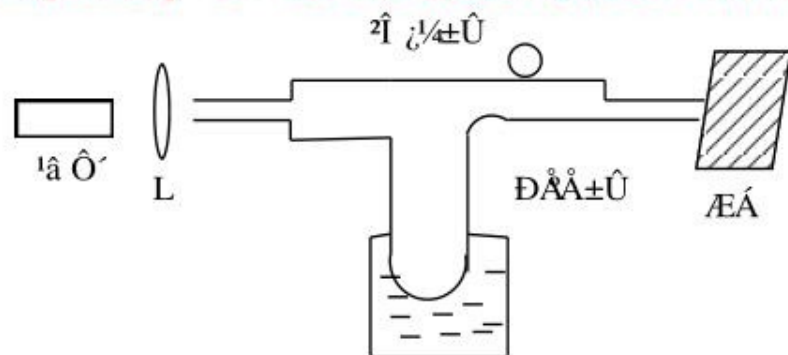
$$\therefore a^2 = \frac{V(t)_{\max} - V(t)_{\min}}{8\pi^2 V(t)_{\max}} \quad a = \sqrt{\frac{V(t)_{\max} - V(t)_{\min}}{8\pi^2 V(t)_{\max}}}$$



15 图示一种相位型光纤温度传感器原理图，从两光纤末端输出的两光波在空间叠加形成明暗相间的杨氏条纹。当信号臂的温度发生变化时，输出端两光波的相位差发生改变 ($\Delta\varphi$) 表示，于是屏上条纹发生移动，观测条纹移动数便可求得温度的变化量，并有公式如下： $\Delta\varphi/(\Delta T \cdot L) = 2\pi/\lambda(\Delta n/\Delta T + n\Delta L/(L\Delta T))$ 。如果光源 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ ，光纤的折射率 $n = 1.456$, $dn/dT = 10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, $\alpha = \Delta L/(L \cdot \Delta T) = 5 \times 10^{-7}/^\circ\text{C}$, 光纤长度 $L = 1$ 米，求对应一个条纹间隔变化时的温度的变化。

解：

$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta T * L} = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{\Delta n}{\Delta T} + \frac{n\Delta L}{L\Delta T} \right)$$



一个条纹间隔变化对应 $\Delta\varphi = \pi$

将题中相应数据代入算得：

$$\frac{\pi}{\Delta T * 1} = \frac{2\pi}{6328 \text{ \AA}} \left(10 * 10^{-6} + 1.456 * 5 * 10^{-7} \right)$$

➡ $\Delta T = 0.029^\circ\text{C}$

16. 用截去法测量光纤在**0.85um**波长的损耗。若用光电接受器测得**2公里**长的光纤输出电压为**2.1V**，当光纤被截去剩下**3米**时输出电压增加到**10.5V**，求每公里该光纤在**0.85um**波长上的衰减，并用公式：**不确定度=±0.2/(L1-L2)dB/km**来估计测量精度。

解：光电探测器测得的电压**U**正比于光纤端面的输出量，即 $U \propto I$

该光纤的衰减为：

$$\alpha = \frac{1}{L} 10 \lg \frac{I'}{I_0} = \frac{1}{L} 10 \lg \frac{U'}{U_0} \approx \frac{1}{2} \lg \frac{2.1}{10.5} = -3.5 \text{ dB / km}$$

由题意可得，

$$\Delta \alpha = \pm \frac{0.2}{L_1 - L_2} \text{ dB / km}$$

$$\because L_1 = 3\text{m} \square L_2 = 2\text{km} \quad \therefore \Delta \alpha \approx \pm \frac{0.2}{L_2} \text{ dB / km} = \pm 0.1 \text{ dB / km}$$

$$\therefore \alpha' = \alpha \pm \Delta \alpha = (-3.5 \pm 0.1) \text{ dB / km}$$

17. 试以棱镜耦合器为例，试说明波导间模的相互作用与哪些因素有关？

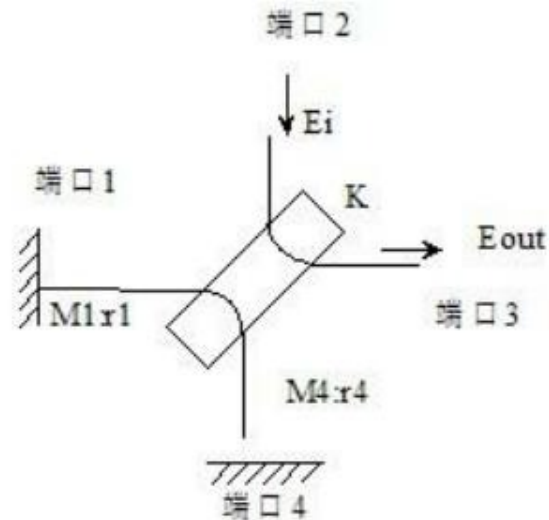
参见书本66~70页。

18 分别列出平面波导之间和光纤之间的两种耦合方式

解：

平面波导间的耦合见书75页

光纤之间的耦合见书上210-213页



27. 左图所示为一横向耦合光纤 F-P 谐振腔。它由两个反射镜 (M_1, M_4)、光纤及光纤耦合器组成, 反射镜的振幅反射系数分别为 γ_1, γ_4 。假设从端口 2 输入, 输入光场振幅为 E_i , 试用复电场分析法求端口 3 的输出光场振幅 E_{out} , 并说明其波长选择特性。(耦合器的耦合系数为 K)

解: 该题可用耦合器的传输矩阵以及光线段的传输矩

阵来计算, 耦合器的传输矩阵可以表示为 $\begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & -j\sqrt{k} \\ -j\sqrt{k} & \sqrt{1-k} \end{bmatrix}$, 光纤的传输矩阵可以

表示为: $\begin{bmatrix} \exp(-jk_0nl) & 0 \\ 0 & \exp(-jk_0nl) \end{bmatrix}$, 其中, $k_0=2\pi/\lambda$, l 为光纤的长度。由题意,

$E_{out}=E_3, E_i=E_2$, 各光场的关系可用矩阵表示如下:

$$\begin{bmatrix} E_{out} \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-k} & -j\sqrt{k} \\ -j\sqrt{k} & \sqrt{1-k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-jk_0nl) & 0 \\ 0 & \exp(-jk_0nl) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

可得 $E_{out} = [\dots\dots\dots] E_i$, 得出端口 3 的透过率为: $1 * \gamma_1 * \gamma_4 = \frac{E_{out}}{E_i}$ (仅供参考)

光电子技术习题参考解答

2011-11-25

19. 试说明下列几点：

(1) 为什么半导体发光二极管的特征发射线宽为几百埃，而半导体激光器的线宽近似于1埃。

(2) 为了得到半导体激光器，其增益机理必须满足的两个基本条件是什么？

(3) 半导体激光器输出光的准直性怎样？（给出典型的发散角）。怎样得到较大的准直性？

解：（1）因为半导体发光二极管是基于自发辐射，其发射谱宽很宽，而半导体激光器是受激发射，而且有选模作用可以做到出射光线宽很窄。

（2）两个基本条件是满足粒子数反转和增益大于损耗。

$$\theta \approx \frac{\lambda}{W}$$

（3）有侧横场发射角和正横场发散角， $\theta \approx \frac{\lambda}{W}$ ，而正横场角一般为30-40度。由公式可以看出，要想活得比较好的准直性，得增大W。

- 21 (1) 若没有镜面或任何其他光反馈的部件的光发射器，能够由受激发射产生光吗？
这些光相干吗？
- (2) 解释激光器中阈值现象的意义；
- (3) 为什么场限制激光器具有较低的阈值电流和较高的效率？
- (4) 为什么半导体激光器中发射光束的发射角比气体激光器中的要大得多？

解： (1) 可以产生受激发射的光，而且这些光相干，比如放大器的工作过程

(2) 阈值现象就是出射光从非受激辐射向受激辐射突变。

(3) 阈值电流密度 $J_{th} = \frac{8\pi en^2 \Delta \nu D}{\eta_{in} \lambda^2} \left(\alpha + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R} \right)$ 当光子从粒子反转区向外跑到无源区时， J_{th} 急剧上升，效率随之增大，所以场限制激光器可以通过设计D/d来获得比较小的 J_{th} 和 η_{in}

(4) 半导体激光器谐振腔长多为几百微米量级，远小于气体激光器腔长所以。

22. 试比较同质结, SH和DH激光器的工作特性, 分析每种类型的优点和缺点。

	同质结	单异质结	双异质结
光场分布	由于衍射、光子的分布扩展延伸到结两边的非有源区	光场在PN结一侧受到限制、另一侧则延伸到非有源区	光场分布被限制在有源区内
阈值电流数量级	10^4	5×10^3	400~800
工作方式	低温、脉冲	脉冲	室温下连续
量子效率	10%	40%	50%
准直性(垂直于结平面)	$\sim 10^\circ$	$15^\circ \sim 20^\circ$	$20^\circ \sim 40^\circ$

23工作波长 $\lambda_0=8950 \text{ \AA}$ 的GaAs DFB激光器，若用一级光栅，试求光栅间距为多少？

解：

$$\lambda_0 = \frac{2\bar{n}\Lambda}{m}$$

取 $m=1$ ，并由23题得知 $n=3.6$ 代入计算的：

$$\begin{aligned}\Lambda &= \frac{\lambda_0}{2\bar{n}} \\ &= \frac{8950\text{\AA}}{2*3.6} = 0.124\mu m\end{aligned}$$

24. 如果GaAs介质的折射率 $n=3.6$, 试求GaAs半导体激光器谐振腔端面的反射率 R 。

解：根据菲涅耳反射公式

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left(\frac{3.6-1}{3.6+1} \right)^2 \approx 0.32$$

25. 半导体激光器的发散角可近似为 $\theta \approx \sin^{-1}(\lambda_0/a)$, a 为有源区线度, 若 $d=2\mu\text{m}$, $w=12\mu\text{m}$, 求该激光器的发散角 θ_{\perp} 和 θ_{\parallel} 的值。

解: 在角度比较小的时候, 可以将公式近似为:

$$\theta \approx \sin^{-1}\left(\frac{\lambda_0}{a}\right) \approx \frac{\lambda_0}{a}$$

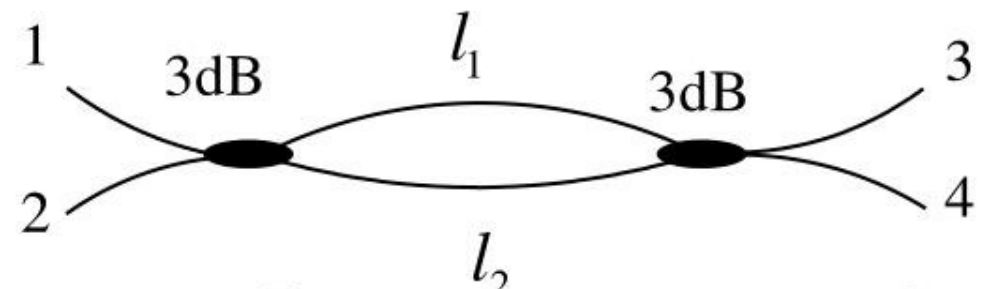
所以: $\theta_{\perp} = \frac{\lambda_0}{d}$

$$\theta_{\parallel} = \frac{\lambda_0}{W}$$

题中没有给出波长。

28全光纤马赫—泽德（M-Z）滤波器通常是由两个3dB耦合器连接而成，如下图所示，定向耦合器的传输矩阵为 $\begin{bmatrix} \sqrt{1-C} & -j\sqrt{C} \\ -j\sqrt{C} & \sqrt{1-C} \end{bmatrix}$ ，光纤段的传输矩阵为 $\begin{bmatrix} \exp(-jk_0nl_1) & 0 \\ 0 & \exp(-jk_0nl_2) \end{bmatrix}$ ，其中C为耦合效率（3dB相当C=0.5）， l_1, l_2 为中间光纤臂长，设光场从一端输入，求从3，4端出射的光场振幅透射系数 T_{13} 和 T_{14} 及两相邻透射峰之间的波长差。

解：



$$\begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-jk_0nl_1) & 0 \\ 0 & \exp(-jk_0nl_2) \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

令： $\Delta L = l_1 - l_2$

则上式变为：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} &= \exp(-jk_0 n(l_1 + l_2)/2) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-jk_0 n\Delta L/2) & 0 \\ 0 & \exp(jk_0 n\Delta L/2) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{E_1 \exp(jk_0 n(l_1 + l_2)/2)}{2} (-j) \begin{bmatrix} 2 \sin(k_0 n\Delta L/2) \\ 2 \cos(k_0 n\Delta L/2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

所以 $T_{13} = \left| \frac{E_3}{E_1} \right|^2 = \sin^2(k_0 n\Delta L/2) = \frac{1 - \cos(2\pi n\Delta L/\lambda)}{2}$

$$T_{14} = \left| \frac{E_4}{E_1} \right|^2 = \cos^2(k_0 n\Delta L/2) = \frac{1 + \cos(2\pi n\Delta L/\lambda)}{2}$$

取 ν_1 和 ν_2 分别使 $T_{13} = 1$ 和 $T_{14} = 1$ 即:

$$\frac{2\pi n \Delta L}{\lambda_1} = 2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right), m \text{ 取整数}$$

$$\frac{2\pi n \Delta L}{\lambda_2} = 2\pi n, n \text{ 取整数}$$

设 $\nu_1 > \nu_2, \lambda_1 < \lambda_2$, 当取 $m = n$ 时时频率差最小, 从上两式可得

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2n \Delta L}$$

$$\Delta L = l_1 - l_2$$