作业三

截止时间: 2022 年 4 月 8 日 (周五)

姓名 : 陈　稼　霖
学号 : SA21038052
成绩 : __________

第 1 题 得分: __________. 单模热光场 $\rho=\sum_n e^{-n\hbar\nu/kT}(1-e^{-\hbar\nu/kT})|n\rangle\langle n|$ 的 Q 表示.

解: 单模热光场的表示为

$$\begin{aligned}
Q(\alpha)=&\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\rho|\alpha\rangle=\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\sum_n e^{-n\hbar\nu/kT}(1-e^{-\hbar\nu/kT})|n\rangle\langle n|\alpha\rangle\\
=&\frac{1-\exp\left(-\frac{\hbar\nu}{kT}\right)}{\pi}\sum_n\exp\left(-\frac{n\hbar\nu}{kT}\right)|\langle n|\alpha\rangle|^2\\
=&\frac{1-\exp\left(-\frac{\hbar\nu}{kT}\right)}{\pi}\sum_n\exp\left(-\frac{n\hbar\nu}{kT}\right)\left|\exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\right|^2\\
=&\frac{1-\exp\left(-\frac{\hbar\nu}{kT}\right)}{\pi}\exp(-|\alpha|^2)\sum_n\frac{\left[|\alpha|^2\exp\left(-\frac{\hbar\nu}{kT}\right)\right]^n}{n!}\\
=&\frac{1-\exp\left(-\frac{\hbar\nu}{kT}\right)}{\pi}\exp\left[-|\alpha|^2\left(1-e^{-\hbar\nu/kT}\right)\right]\\
=&\frac{1}{\pi}\frac{1}{\bar{n}+1}\exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{\bar{n}+1}\right),
\end{aligned}\tag{1}$$

其中单模热光场的平均光子数 $\bar{n}=\frac{1}{e^{\hbar\nu/kT}-1}$. □

第 2 题 得分: __________. 证明 Wigner 分布 $W(\alpha)$ 分布与 P 表示的关系?

证: Wigner 分布是 $C_S(\beta)$ 的反 Fourier 变换:

$$W(\alpha)=\frac{1}{\pi^2}\int\mathrm{d}^2\lambda\,e^{\alpha\lambda^*-\alpha^*\lambda}C_S(\lambda),\tag{2}$$

其中 $C_S(\lambda)$ 与 $C_N(\lambda)$ 之间的关系为

$$C_S(\lambda)=e^{-\frac{1}{2}|\lambda|^2}C_N(\lambda).\tag{3}$$

而 $C_N(\lambda)$ 的反 Fourier 变换为 $p(\beta)$:

$$p(\beta)=\frac{1}{\pi^2}\int\mathrm{d}^2\lambda\,e^{\beta\lambda^*-\beta^*\lambda}C_N(\lambda),\tag{4}$$

$e^{-\frac{1}{2}|\lambda|^2}$ 的反 Fourier 变换为

$$\frac{1}{\pi^2}\int\mathrm{d}^2\lambda\,e^{-\frac{1}{2}|\lambda|^2}e^{\beta\lambda^*-\beta^*\lambda}=\frac{2}{\pi}e^{-2|\beta|^2},\tag{5}$$

故由卷积定理

$$W(\alpha)=\frac{2}{\pi}\int\mathrm{d}^2\beta\,p(\beta)e^{-2|\alpha-\beta|^2}.\tag{6}$$

□