期末考试

姓名：陈　稼　霖
学号：SA21038052
成绩：__________

第 1 题　得分: ________. 某一光场的密度算符 $\rho=\sum_n\frac{\langle n\rangle^n}{(1+\langle n\rangle)^{n+1}}|n\rangle\langle n|$, 求其密度算符的 Q 表示.

解: 该光场的 Q 表示为

$$\begin{aligned}Q(\alpha)=&\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\rho|\alpha\rangle=\frac{1}{\pi}\langle\alpha|\sum_n\frac{\langle n\rangle}{(1+\langle n\rangle)^{n+1}}|n\rangle\langle n|\alpha\rangle\\=&\frac{1}{\pi}\sum_n\frac{\langle n\rangle}{(1+\langle n\rangle)^{n+1}}\left|\langle n|\alpha\rangle\right|^2\\=&\frac{1}{\pi}\sum_n\frac{\langle n\rangle}{(1+\langle n\rangle)^{n+1}}\left|e^{-|\alpha|^2/2}\frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\right|^2\\=&\frac{1}{\pi}\sum_n\frac{\langle n\rangle}{(1+\langle n\rangle)^{n+1}}e^{-|\alpha|^2}\frac{|\alpha|^{2n}}{n!}\\=&\frac{1}{\pi}\frac{\langle n\rangle}{1+\langle n\rangle}\exp\left[-\frac{\langle n\rangle}{1+\langle n\rangle}|\alpha|^2\right].\end{aligned}\tag{1}$$

□

第 2 题　得分: ________. 一光场处于这样的态: $|\psi\rangle=Na^\dagger|\alpha\rangle$.

(1) 计算归一化常数 N.

(2) 若 α 为正实数, 判断其取何值时有压缩现象? (提示: 计算 $(\Delta X_1)^2$ 或 $(\Delta X_2)^2$; $X_1=(a+a^\dagger)/2$, $X_2=(a-a^\dagger)/2i$).

解: (1) 由归一化条件,

$$\begin{aligned}\langle\psi|\psi\rangle=&|N|^2\langle\alpha|aa^\dagger|\alpha\rangle\\=&|N|^2\langle\alpha|(a^\dagger a+1)|\alpha\rangle\\=&|N|^2\langle\alpha|(|\alpha|^2+1)|\alpha\rangle\\=&|N|^2(|\alpha|^2+1)\\=&1,\end{aligned}\tag{2}$$

$$\Longrightarrow N=(|\alpha|^2+1)^{-1/2}\tag{3}$$

(2) 同 2011 年第 4 题.

□

第 3 题　得分: ________. 某一光场形式为 $|\psi\rangle=\frac{1}{\sqrt{6}}(|0\rangle+2|1\rangle+|2\rangle)$, 判断其是否为亚泊松分布, 为什么?

解: 该光场的二阶相关度为

$$\begin{aligned}g^{(2)}(0)=&\frac{\langle a^\dagger a^\dagger aa\rangle}{\langle a^\dagger a\rangle^2}=\frac{\langle\psi|a^\dagger a^\dagger aa|\psi\rangle}{\langle\psi|a^\dagger a|\psi\rangle^2}\\=&6\frac{(\langle 0|+2\langle 1|+\langle 2|)a^\dagger a^\dagger aa(|0\rangle+2|1\rangle+|2\rangle)}{[(\langle 0|+2\langle 1|+\langle 2|)a^\dagger a(|0\rangle+2|1\rangle+|2\rangle)]^2}\\=&6\frac{(\langle 0|+2\langle 1|+\langle 2|)(0|0\rangle+2\cdot 0|1\rangle+2|2\rangle)}{[(\langle 0|+2\langle 1|+\langle 2|)(0|0\rangle+2\cdot 1|1\rangle+2|2\rangle)]^2}\\=&\frac{1}{3}<1,\end{aligned}\tag{4}$$

故该光场为亚泊松分布. □

第 4 题 得分: ________. 简述:

(1) 偶极近似的适用条件;

(2) 旋转波近似的含义;

(3) 马尔科夫近似下的含义;

(4) 自发辐射由何引起, 如何抑制或增强;

(5) 举例比较光子的一阶干涉和二阶干涉.

解: (1) 同 2004 年第 3 题 (1).

(2) 同 2004 年第 3 题 (2).

(3) 同 2004 年第 3 题 (3).

(4) 自发辐射由真空中电磁场的涨落引起. 通过添加光学谐振腔或改变光学谐振腔的结构影响光场的模场结构, 进而调控自发辐射的速率.

(5) 光子的一阶干涉是光子与其自身的干涉, 体现的是光源的频谱特征 (单色性), 例如迈克耳逊干涉实验.
光子的二阶干涉是光子与光子之间的相干, 体现的是光源的光子数分布特性, 例如 HBT 实验.

□

第 5 题 得分: ________. 单个二能级原子 (上下能级分别为 $|a\rangle$, $|b\rangle$) 同单模光场 (频率 $\nu = \omega_{ab}$) 共振相互作用. 考虑偶极近似和旋转波近似, 假设相互作用系数为实数.

(1) 写出半经典理论描述的原子-光场系统的总哈密顿量.

(2) 写出全量子理论描述的原子-光场系统的总哈密顿量.

(3) 原子初态为 $|b\rangle$, 光场初态为 $|1\rangle$, 利用全量子理论的描述求 t 时刻的原子布局反转数 $W(t) = |c_a|^2 - |c_b|^2$.

解: (1)

(2)

(3)

□

第 6 题 得分: ________. 二能级原子与热平衡辐射场热库相互作用, 其密度算符的运动方程为:

$$\dot{\rho} = -\frac{\Gamma}{2}[\sigma_+\sigma_-\rho + \rho\sigma_+\sigma_- - 2\sigma_-\rho\sigma_+]. \tag{5}$$

求 t 时刻原子算符 $\langle\sigma_z(t)\rangle$. 提示: $\frac{\mathrm{d}\langle\sigma_z(t)\rangle}{\mathrm{d}t} = \mathrm{Tr}[\dot{\rho}\sigma_z]$.

解: □

第 7 题 得分: ________. 简述激光多普勒冷却原子方法的原理.

解: □