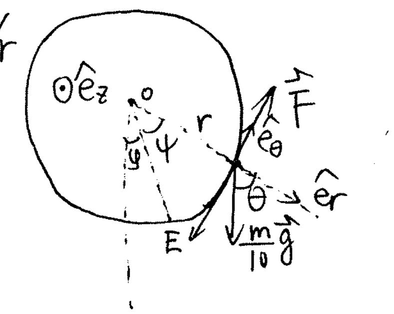
解：设圆盘转过的角度为φ，则圆盘的角速度 $\vec{\Omega}=\dot{\varphi}\hat{e}_z$

小虫在圆盘上(相对于圆盘)转过的角度ψ，则 $\dot{\psi}=u/r$

θ为小虫相对地面转过的角度，$\theta=\varphi+\psi$



则 $\vec{\omega}=\dot{\theta}\hat{e}_z=\dot{\varphi}\hat{e}_z+\dot{\psi}\hat{e}_z=(\Omega+u/r)\hat{e}_z$ (1)

圆盘的角动量 $\vec{L}_0=J_0\vec{\Omega}=\frac{1}{2}mr^2\Omega\hat{e}_z$

小虫A的角动量 $\vec{L}_A=J_A\vec{\omega}=\frac{m}{10}r^2\dot{\theta}\hat{e}_z$

∴小虫A加圆盘对O点的角动量 $\vec{L}=\vec{L}_0+\vec{L}_A=\frac{1}{2}mr^2\Omega\hat{e}_z+\frac{m}{10}r^2\dot{\theta}\hat{e}_z$

$$=\frac{mr}{10}(5\Omega r+\dot{\theta}r)\hat{e}_z$$

又由(1)，则 $\vec{L}=\frac{mr}{10}[5(\dot{\theta}-u/r)r+\dot{\theta}r]\hat{e}_z$

$$=\frac{mr}{10}(6\dot{\theta}r-5u)\hat{e}_z \quad (3)$$

(i) 小虫A初始时刻位于最低点，系统不受外力矩作用，从静止到启动的瞬间，系统的角动量保持为零，则由(3)得 $\dot{\theta}_0=\frac{5u}{6r}$，代入(1)，得

$\Omega_0=\dot{\theta}-u/r=-\frac{u}{6r}$，即 $\vec{\Omega}_0=-\frac{u}{6r}\hat{e}_z$

(ii) 由(3)式得，$\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{mr^2}{10}6\ddot{\theta}\hat{e}_z=-\frac{m}{10}gr\sin\theta\hat{e}_z$

对系统应用角动量定理(对O点)则有 $6r\ddot{\theta}+g\sin\theta=0$ (4)

(iii) 沿圆盘边缘切向，小虫的运动方程为 $\frac{m}{10}r\ddot{\theta}=F-\frac{m}{10}g\sin\theta$

则 $F_N=-F=-\frac{m}{10}(g\sin\theta+r\ddot{\theta})=-\frac{m}{10}(g\sin\theta-\frac{1}{6}g\sin\theta)$

$=-\frac{5}{60}mg\sin\theta=-\frac{1}{12}mg\sin\theta$，即 $\vec{F}_N=-\vec{F}=-\frac{1}{12}mg\sin\theta\hat{e}_t$

(iv) 系统质心必在OA连线上，$\vec{r}_c=r_c\hat{e}_r=\frac{m\cdot 0+m/10\cdot r}{m+m/10}\hat{e}_r=\frac{r}{11}\hat{e}_r$

则由质心定理：$\frac{11}{10}m\ddot{\vec{r}}_c=\frac{11}{10}m(-r_c\dot{\theta}^2\hat{e}_r+r_c\ddot{\theta}\hat{e}_\theta)$ $\leftarrow (\ddot{r}-r_c\dot{\theta}^2)\hat{e}_r+(r_c\ddot{\theta}+2\dot{r}_c\dot{\theta})\hat{e}_\theta$

$=\frac{11}{10}m\vec{g}+\vec{F}_R$ [注：用了 $\vec{a}=a_r\hat{e}_r+a_\theta\hat{e}_\theta$]

由(4)得 $6r\frac{d\dot{\theta}}{dt}=6r\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}=6r\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{d\theta}=3r\frac{d\dot{\theta}^2}{d\theta}=-g\sin\theta$

积分得 $\dot{\theta}^2=\dot{\theta}_0^2+\frac{g}{3r}(\cos\theta-\cos\theta_0)$

$t=0$ 时 $\theta=\theta_0=0$，又 $\vec{\omega}=(\Omega+u/r)\hat{e}_z$ (1)，$\vec{\Omega}_0=-\frac{u}{6r}\hat{e}_z$，∴ $\dot{\theta}_0=\Omega_0+u/r=\frac{5u}{6r}$

代入上式得 $\dot{\theta}^2=\left(\frac{5u}{6r}\right)^2+\frac{g}{3r}(\cos\theta-1)$

$\vec{g}=g\cos\theta\hat{e}_r-g\sin\theta\hat{e}_\theta$ [反面]