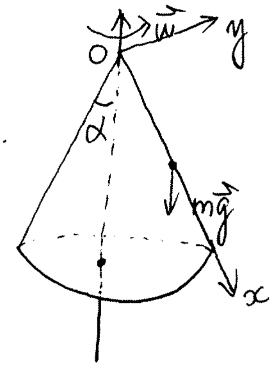
解：以圆锥作为非惯性参考系，建立如图坐标：



对质点：$\vec{r}'=x\vec{i}$ (1)，$\vec{v}'=\dot{x}\vec{i}$ (2)，$\vec{\omega}=\omega(-\cos\alpha\,\vec{i}+\sin\alpha\,\vec{j})$ (3)，

$\vec{a}'=\ddot{x}\vec{i}$ (4)

$\vec{F}=m\vec{g}+F_{Ny}\vec{j}+F_{Nz}\vec{k}$

$=mg\cos\alpha\,\vec{i}+(F_{Ny}-mg\sin\alpha)\vec{j}+F_{Nz}\vec{k}$ (5)

$\vec{F}_{int}=-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$

$=m\omega^2x\sin\alpha(\sin\alpha\,\vec{i}+\cos\alpha\,\vec{j})+2m\omega\dot{x}\sin\alpha\,\vec{k}$ (6)

$\vec{\omega}=\omega(-\cos\alpha\,\vec{i}+\sin\alpha\,\vec{j})$，$\vec{r}'=x\vec{i}$，∴ $\vec{\omega}\times\vec{r}'=\omega x\sin\alpha(-\vec{k})$

$\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}')=\omega^2x\sin\alpha(-\cos\alpha\,\vec{i}+\sin\alpha\,\vec{j})\times(-\vec{k})$

$=\omega^2x\sin\alpha(-\cos\alpha\,\vec{j}-\sin\alpha\,\vec{i})$

$\vec{\omega}=\omega(-\cos\alpha\,\vec{i}+\sin\alpha\,\vec{j})$，$\vec{v}'=\dot{x}\vec{i}$，∴ $\vec{\omega}\times\vec{v}'=\omega\dot{x}\sin\alpha(-\vec{k})$

$t=0$ 时，$x=0$，$\dot{x}=0$

$$\begin{cases}\vec{F}=mg\cos\alpha\,\vec{i}+(F_{Ny}-mg\sin\alpha)\vec{j}+F_{Nz}\vec{k} & (5)\\ \vec{F}_{int}=m\omega^2x\sin\alpha(\sin\alpha\,\vec{i}+\cos\alpha\,\vec{j})+2m\omega\dot{x}\sin\alpha\,\vec{k} & (6)\end{cases}$$

$$m\vec{a}'=\vec{F}+\vec{F}_{int}\quad\begin{cases}m\ddot{x}=mg\cos\alpha+m\omega^2x\sin^2\alpha\\ 0=F_{Ny}-mg\sin\alpha+m\omega^2x\sin\alpha\cos\alpha & (7).\\ 0=F_{Nz}+2m\omega\dot{x}\sin\alpha\end{cases}$$

$\ddot{x}=\omega^2\sin^2\alpha\Big(x+\underbrace{\frac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin\alpha}}_{K}\Big)=\omega^2\sin^2\alpha\cdot x'$，又 $x'=x+K$，$\dot{x}'=\dot{x}$，$\ddot{x}'=\ddot{x}$

$\ddot{x}'-(\omega\sin\alpha)^2x'=0$，则 $x'=Ae^{\omega\sin\alpha t}+Be^{-\omega\sin\alpha t}$

$x=Ae^{\omega\sin\alpha t}+Be^{-\omega\sin\alpha t}-\dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}$，$\dot{x}=\omega\sin\alpha(Ae^{\omega\sin\alpha t}-Be^{-\omega\sin\alpha t})$

$t=0$ 时，$x=0$，$\dot{x}=0 \Rightarrow A=B=\dfrac{g\cos\alpha}{2\omega^2\sin^2\alpha}$

∴ $x=Ae^{\omega\sin\alpha t}+Be^{-\omega\sin\alpha t}-\dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}$

$=\dfrac{g\cos\alpha}{2\omega^2\sin^2\alpha}(e^{\omega\sin\alpha t}+e^{-\omega\sin\alpha t})-\dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}=\dfrac{g\cos\alpha}{2\omega^2\sin^2\alpha}2\mathrm{ch}(\omega\sin\alpha t)-\dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}$

$=\dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}[\mathrm{ch}(\omega\sin\alpha t)-1]\cancel{\alpha}=\dfrac{2g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}\mathrm{sh}^2(\frac{1}{2}\omega\sin\alpha t)$。[注：$\mathrm{ch}(2x)=2\mathrm{sh}^2x$ +

[反面]