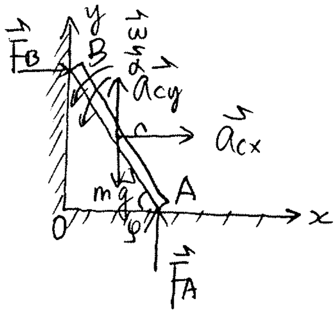
2nd Homework

1 解：① 以任意位置的杆AB为研究对象，受力如图：



杆作平面运动，设杆的角速度和角加速度分别为$\vec\omega$和$\vec\alpha$，

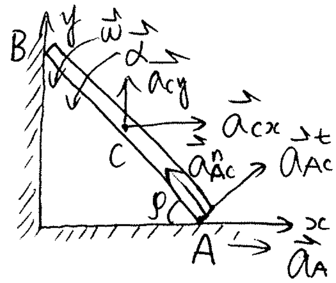
质心c的加速度为 $\vec a_{cx}$ 和 $\vec a_{cy}$，

由刚体平面运动微分方程，有

$ma_{cx}=F_B$ (1)，$ma_{cy}=F_A-mg$ (2)，$J_c\alpha=F_A\frac{l}{2}\cos\varphi-F_B\frac{l}{2}\sin\varphi$ (3)

再以C点为基点，则A点的加速度 $\vec a_A=\vec a_c+\vec a_{AC}^{t}+\vec a_{AC}^{n}$

作加速度矢量图，在y轴上投影得 $=\vec a_{cx}+\vec a_{cy}+\vec a_{AC}^{t}+\vec a_{AC}^{n}$



$a_{cy}+a_{AC}^{t}\cos\varphi+a_{AC}^{n}\sin\varphi=0$

即 $a_{cy}=-(\frac{l}{2}\alpha\cos\varphi+\frac{l}{2}\omega^2\sin\varphi)$ (4)

同样，以C为基点分析B的加速度，并在x轴上投影，

得 $a_{cx}=\frac{l}{2}\alpha\sin\varphi-\frac{l}{2}\omega^2\cos\varphi$ (5)

由(1)-(5)得（注：$J_c=\frac{1}{12}ml^2$），$\alpha=\frac{3g}{2l}\cos\varphi$

∵ $\alpha=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d\omega}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}=-\omega\frac{d\omega}{d\varphi}=\frac{3g}{2l}\cos\varphi$ ∴ $\int_0^{\omega}\omega\,d\omega=-\int_{\varphi_0}^{\varphi}\frac{3g}{2l}\cos\varphi\,d\varphi$

∴ $\omega=\sqrt{\frac{3g}{l}(\sin\varphi_0-\sin\varphi)}$

② 将ω及α代入(4)、(5)求得a_{cy}、a_{cx}，然后代入(1)、(2)得任意瞬时的约束力

$F_B=\frac{3}{4}mg(3\sin\varphi-2\sin\varphi_0)\cos\varphi$，$F_A=\frac{mg}{4}+\frac{3mg}{4}(3\sin\varphi-2\sin\varphi_0)\sin\varphi$

③ 运动开始瞬时，$\varphi=\varphi_0$，代入上式得

$F_B=\frac{3}{4}mg\sin\varphi_0\cos\varphi_0$，$F_A=mg+\frac{3}{4}mg\sin^2\varphi_0=mg(1-\frac{3}{4}\cos^2\varphi_0)$

杆脱离墙时，$\vec F_B=0$，设脱离时的夹角为φ_1，则

$3\sin\varphi_1-2\sin\varphi_0=0$，$\varphi_1=\arcsin(\frac{2}{3}\sin\varphi_0)$