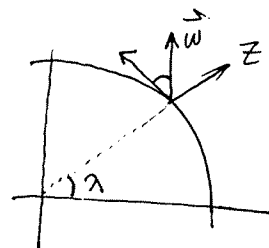


解: 以桌面为非惯性系, 采用自然坐标 (ρ, θ) .

首先证明 ρ 是常量.

$$\vec{\omega} = \omega_n \hat{e}_n + \omega_t \hat{e}_t + \omega_z \hat{e}_z = \omega_n \hat{e}_n + \omega_t \hat{e}_t + \omega \sin \lambda \hat{e}_z \quad (1)$$



则 $\vec{F} = -mg \hat{e}_z + F_N \hat{e}_z - 2m \vec{\omega} \times \vec{v}$ [注: 惯性离心力与重力在重力之内]

$$= (F_N - mg) \hat{e}_z - 2m \begin{vmatrix} \hat{e}_t & \hat{e}_n & \hat{e}_z \\ \omega_t & \omega_n & \omega \sin \lambda \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -2m \omega v \sin \lambda \hat{e}_n + (F_N - mg + 2m \omega_n v) \hat{e}_z \quad (2)$$

分解 $\begin{cases} m \dot{a}_t = m \frac{dv}{dt} = 0 & (3) \\ m a_n = m \frac{v^2}{\rho} = -2m \omega v \sin \lambda & (4) \\ m a_z = m \ddot{z} = 0 = F_N - mg + 2m \omega_n v & (5) \end{cases}$

初始条件: $v|_{t=0} = v_0 \quad (6)$

由 (3) $\rightarrow v = v_0 \rightarrow (4): \rho = \left| \frac{-v_0^2}{2 \omega \sin \lambda} \right| = \text{常量} \quad (7)$

\therefore 质点的轨迹是一个圆。

由于 ω 很小而半径 ρ 很大, 在桌面范围内质点实质上是沿直线运动。

由 (5) $\rightarrow F_N = mg - 2m v \omega_n$

$\vec{\omega} = -\omega \cos \lambda \hat{e}_z + \omega \sin \lambda \hat{e}_z$

已知质点作圆周运动, 若以圆心为坐标原点, 位置矢 $\vec{r} (= -\rho \hat{e}_n)$ 与 x 轴夹角为 θ ,

则 $\hat{e}_x = -\cos \theta \hat{e}_n - \sin \theta \hat{e}_t$

$$\vec{\omega} = \omega [\cos \lambda (\cos \theta \hat{e}_n + \sin \theta \hat{e}_t) + \sin \lambda \hat{e}_z]$$

$$\rightarrow \omega_n = \omega \cos \lambda \cos \theta \quad (8)$$

$$\therefore F_N = mg - 2m v \omega_n = m(g - 2v_0 \omega \cos \lambda \cos \theta)$$

桌面压力为: $\vec{F}' = -N \hat{e}_z = m(2v_0 \omega \cos \lambda \cos \theta - g) \hat{e}_z$

