Q5 解：$s=3$，以质点在动坐标系中的坐标 x, y, z 为广义坐标，即质点在动坐标中的 $\vec{r}$ 为广义坐标，则质点的拉格朗日函数为

$$L=\frac{1}{2}mv^2+m\vec{v}\cdot(\vec{\omega}\times\vec{r})+\frac{1}{2}m(\vec{\omega}\times\vec{r})^2-V \quad (1)$$

$$\because \vec{p}=\frac{\partial L}{\partial \vec{v}}=m\vec{v}+m\vec{\omega}\times\vec{r} \ (2) \quad \therefore \vec{v}=\frac{\vec{p}}{m}-\vec{\omega}\times\vec{r} \quad (3)$$

$$\because H=\vec{p}\cdot\vec{v}-L$$

$$=(m\vec{v}+m\vec{\omega}\times\vec{r})\cdot\vec{v}-\left[\frac{1}{2}mv^2+m\vec{v}\cdot(\vec{\omega}\times\vec{r})+\frac{1}{2}m(\vec{\omega}\times\vec{r})^2-V\right]$$

$$=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}m(\vec{\omega}\times\vec{r})^2+V$$

将(3)代入，得 $H=\frac{p^2}{2m}-\vec{p}\cdot(\vec{\omega}\times\vec{r})+V \quad (4)$

将(4)代入正则方程，得

$$\begin{cases}\vec{v}=\frac{\partial H}{\partial \vec{p}}=\frac{\vec{p}}{m}-\vec{\omega}\times\vec{r}\\ \dot{\vec{p}}=-\frac{\partial H}{\partial \vec{r}}=\vec{p}\times\vec{\omega}-\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}\end{cases}$$

将(2)代入上面第二个方程，

并考虑到 $-\frac{\partial V}{\partial \vec{r}}=\vec{F}$ 是未受到的力，$\dot{\vec{v}}=\vec{a}+\vec{\omega}\times\vec{v}$，得

$$m\vec{a}=\vec{F}-m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})-2m\vec{\omega}\times\vec{v}$$

即为匀速转动参照系中的牛顿动力学方程。