

Problem Set 6: 二元关系

(提交截止时间: 4月1日 10:00)

Problem 1

设集合 $A = \{a, b, c\}$, 判断以下结论是否正确。

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------|
| a) $\emptyset \subseteq A \times A$ | b) $\{a, b\} \in A \times A$ |
| c) $\{a, c\} \in A$ | d) $(c, c) \in A \times A$ |

Problem 2

证明 $A \times B \neq B \times A$ 除非 $A = B$, 其中 A 和 B 均为非空集合。

Problem 3

设 R 是从集合 A 到集合 B 的关系。从集合 B 到集合 A 的逆关系, 记做 R^{-1} , 是有序对 $\{(b, a) | (a, b) \in R\}$ 的集合, 补关系 \bar{R} 是有序对 $\{(a, b) | (a, b) \notin R, a \in A, b \in B\}$ 的集合。

设 R 是正整数集合上的关系, $R = \{(a, b) | a \text{ 整除 } b\}$, 求

- | | |
|-------------|--------------|
| a) R^{-1} | b) \bar{R} |
|-------------|--------------|

Problem 4

设 R 是关系 $\{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$, S 是关系 $\{(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 2)\}$, 求 $S \circ R$ 。

Problem 5

设 R 是定义在具有博士学位的人的集合上的关系, $(a, b) \in R$ 当且仅当 a 是 b 的论文导师。什么情况下一个有序

对 (a, b) 在 R^2 中? 什么情况下一个有序对 (a, b) 在 R^n 中? 这里 n 是正整数。(注意每个具有博士学位的人都有一个论文导师。)

Problem 6 (注: 同余的定义可参考中文第八版教科书 p. 216 定义3)

设 R_1 和 R_2 分别是整数集合上的“模3同余”和“模4同余”关系, 即 $R_1 = \{(a, b) | a \equiv b \pmod{3}\}$ 和 $R_2 = \{(a, b) | a \equiv b \pmod{4}\}$ 。求

a) $R_1 \cup R_2$

b) $R_1 \cap R_2$

c) $R_1 - R_2$

d) $R_2 - R_1$

e) $R_1 \oplus R_2$

Problem 7

a) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有多少个不同的关系?

b) 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上有多少个关系包含有序对 (a, a) ?