

Problem Set 2: 命题逻辑的推理理论

(提交截止时间: 3月11日 10:00)

Problem 1

在下列每个论证里使用了什么推理规则 (以自然推理系统为准)?

1. 袋鼠生活在澳大利亚并且是有袋类动物。因此, 袋鼠是有袋类动物。

1 假言推理

2. 今天气温高于 100 度或者污染是有害的。今天外面气温低于 100 度。
因此, 污染是有害的。

1 析取三段论

3. Linda 是优秀的游泳者。如果 Linda 是优秀的游泳者, 则她可以当救生员。因此, Linda 可以当救生员。

1 假言推理

4. 今年夏天 Steve 将在计算机公司工作。因此, 今年夏天 Steve 将在计算机公司工作或者在海滩闲逛。

1 附加律

5. 如果我整夜做这个作业, 则我可以解答所有的习题。如果我解答所有的习题, 则我会理解这些资料。因此, 如果我整夜地做这个作业, 则我会理解这些资料。

1 假言三段论

Problem 2

观察课本第 64 页表 1 中关于推理规则的描述及其永真式，假如希望根据永真式 $((p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)) \rightarrow (p \leftrightarrow r)$ 建立一条新的推理规则“等价三段论”，这条推理规则的形式是什么？

```
1  p ↔ q
2  q ↔ r
3  _____
4  p ↔ r
```

Problem 3

证明 $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ 和 $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ 不是逻辑等价。

```
1  (p → q) → r
2  ≡ ¬(¬p ∨ q) ∨ r
3  ≡ (p ∧ ¬q) ∨ r
4  ≡ (r ∨ p) ∧ (r ∨ ¬q)
5
6  p → (q → r)
7  ≡ ¬p ∨ (¬q ∨ r)
8  ≡ ¬p ∨ ¬q ∨ r
9
10 所以二者不是逻辑等价
```

Problem 4

证明 $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$ 和 $(p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s)$ 不是逻辑等价。

```

1  若  $r \equiv \top, s \equiv \perp$ 
2  左式
3       $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$ 
4   $\equiv (p \rightarrow q) \rightarrow \perp$ 
5   $\equiv p \rightarrow q$ 
6
7  右式
8       $(p \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow s)$ 
9   $\equiv (p \rightarrow \top) \rightarrow (q \rightarrow \perp)$ 
10  $\equiv \top \rightarrow q$ 
11  $\equiv q$ 
12 此时二者不是逻辑等价
13 所以题中两式不是逻辑等价

```

Problem 5

以下论证是否有效，为什么？

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow r$

$\neg(p \vee q)$

$\neg r$

```

1  由  $\neg(p \vee q)$  可得,  $p \equiv \perp, q \equiv \perp$ ,
2  根据假言推理规则不能推理出  $\neg r$ 
3  所以上述论证无效

```

Problem 6

使用推理规则证明前提：“如果天不下雨或天不起雾，则帆船比赛将举行并且救生表演将进行。”、“如果帆船比赛举行，则将颁发奖杯。”以及“比赛没有颁发奖杯。”可推导出结论：“天下雨了。”

```

1  p : “天起雾”
2  q : “帆船比赛举行了”
3  r : “比赛颁发了奖杯。”
4  s : “天下雨了。”
5
6
7  ¬r
8  q → r
9  _____(取据式)
10 ¬q
11 ¬(p ∨ s) → q
12 _____(取据式)
13 p ∨ s

```

Problem 7

甲说:我会游泳。

乙说:甲不会游泳。

丙说:乙不会游泳。

丁说:我们有三个人会游泳。

以上只有一个人说假话,那么究竟谁说真话,谁说假话?谁会游泳,谁不会游泳?

请分别用自然语言表达的日常推理和命题逻辑表达的形式推理解决该问题。

```

1  p : 甲会游泳
2  q : 乙会游泳
3  r : 丙会游泳
4  s : 丁会游泳
5  t : 有三个人会游泳
6
7  1. 前提: 甲说假话, 其他真话
8  前提 与 ¬p 矛盾, 故前提不成立
9
10 2. 前提: 乙说假话, 其他真话
11 p
12 ¬q
13 (q ∧ r ∧ s) ∨ (p ∧ r ∧ s) ∨ (p ∧ q ∧ s) ∨ (p ∧ q ∧ r)
14 _____
15 ¬q
16 (q ∧ r ∧ s) ∨ (r ∧ s) ∨ (q ∧ s) ∨ (q ∧ r)
17 _____
18 ⊥ ∨ (r ∧ s) ∨ ⊥ ∧ ⊥
19 _____

```

20 $r \equiv T, s \equiv T$

21 所以(甲丙丁)会游泳

22

23 3. 前提: 丙说假话, 其他真话

24 甲乙两人说话矛盾, 故前提不成立。

25

26 4. 前提: 丁说假话, 其他真话

27 甲乙两人说话矛盾, 故前提不成立。

28