

Problem Set 5: 集合论导引

提交截止时间：3 月 25 日 10:00

Problem 1

设 a, b, c 各不相同，判断下列等式中哪个等式为真。

a) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

b) $\{\{a, b\}, c, \emptyset\} = \{\{a, b\}, c\}$

c) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$

d) $\{\{a\}, \{b\}\} = \{\{a, b\}\}$

e) $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

f) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, a, b\} = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}, a, b\}$

Problem 2

判断下列各集合是否为某集合的幂集。

a) \emptyset

b) $\{\emptyset, \{a\}\}$

c) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}\}$

d) $\{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$

Problem 3

给出以下各个谓词的真值集合，这里的域是整数集合。

a) $P(x) : x^2 < 3$

b) $Q(x) : x^2 > x$

c) $R(x) : x^2 = 3$

Problem 4

如果集合 A 、 B 、 C 满足下述条件，你能判断 $A = B$ 吗，请说明理由或者给出例子？

a) $A \cup C = B \cup C$

b) $A \cap C = B \cap C$

c) $A \cup C = B \cup C$ 并且 $A \cap C = B \cap C$

Problem 5

令 A 和 B 为全集 U 的子集。证明 $A \subseteq B$ 当且仅当 $\overline{B} \subseteq \overline{A}$, 这里 \overline{A} 指 $U - A$ 。

Problem 6

证明如果集合 A , 集合 B 是全集 U 的子集, 则

a) $A \oplus A = \emptyset$

b) $A \oplus U = \overline{A}$

c) $A \oplus B = B \oplus A$

d) $(A \oplus B) \oplus B = A$

Problem 7

令 $A_i = \{\dots, -2, -1, 0, 1, \dots, i\}$, 求

a) $\bigcup_{i=1}^n A_i$

b) $\bigcap_{i=1}^n A_i$

Problem 8

集合 A 的后继是集合 $A \cup \{A\}$ 。求下列集合的后继。

a) $\{1, 2, 3\}$

b) \emptyset

c) $\{\emptyset\}$

d) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$