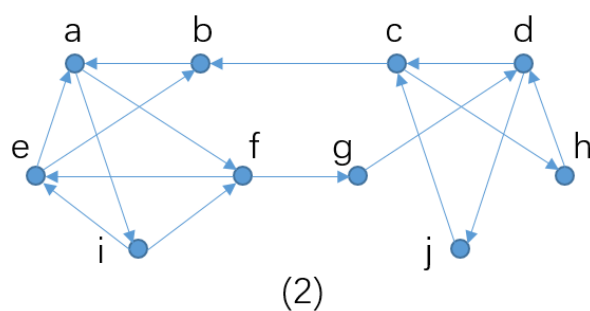
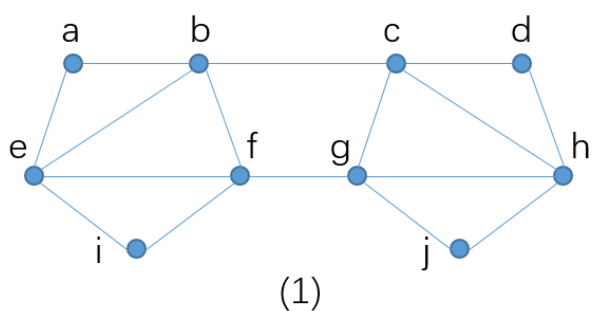


# Problem Set 25A: 欧拉图与哈密顿图（欧拉图部分）

提交截止时间：6 月 3 日 10:00

## Problem 1

试确定下方所示各图是否具有欧拉回路。若存在欧拉回路，则构造出一条欧拉回路。若不存在，试确定这个图是否具有欧拉通路。若存在欧拉通路，则构造出一条欧拉通路。



## Problem 2

对哪些  $m$  和  $n$  值来说，完全二部图  $K_{m,n}$  具有

1) 欧拉回路?

2) 欧拉通路?

## Problem 3

请找出所有互不同构的具有 5 个顶点的欧拉图（仅考虑无向简单图，画图示意即可）。

## Problem 4

证明或反驳：若无向简单图  $G_1$  和  $G_2$  是顶点数、边数均相等的欧拉图，则  $G_1$  和  $G_2$  同构。

## Problem 5

若无向简单图  $G$  有欧拉通路，证明或反驳：

- 1) 当  $G$  的顶点数是奇数时，若补图  $\bar{G}$  是连通的，则  $\bar{G}$  中存在欧拉通路。
- 2) 当  $G$  的顶点数是偶数时，若补图  $\bar{G}$  是连通的，则  $\bar{G}$  中不存在欧拉通路。

## Problem 6

试证明：对于一个简单连通图  $G$ ，若其每条边都处于奇数个初级回路（即回路中顶点不重复）中，则  $G$  为欧拉图。（提示：请考虑每个顶点的度）

## Problem 7

**友谊图**：简单图  $F$  满足  $|V(F)| > 2$  且对于任意  $u, v \in V(F)$ ,  $u, v$  有且仅有一个共同的相邻节点（两个人只有唯一的共同的朋友），则称  $F$  是友谊图。

试证明：友谊图一定是欧拉图。