

# Two-steps power flow calculation

Yonghao Chen<sup>1</sup>

<sup>1</sup>College of Electronics and Optical Engineering and College of Flexible Electronics,  
Nanjing University of Posts and Telecommunications, Jiangsu Nanjing, 210023,

**摘要：**在电力系统中，潮流计算的收敛性和计算效率直接影响电力系统的稳定运行。传统潮流计算方法面临收敛困难和计算效率低下的问题。因此，我们在节点功率损耗目标函数的基础上引入潮流平衡约束，从而构建了一个新的潮流计算模型，并提出了一种两步求解算法进行求解。为了更好地逼近系统的真实解，我们构造了非线性最小二乘问题并寻找初值，以增强算法对初值的鲁棒性；另外，我们采用了增广拉格朗日方法将优化问题分解成两个子问题，根据得到的初始值，对两个子问题采用创新的方法分别求解，提高计算效率的同时获得系统最优电压幅值和相角。在不同 IEEE 电力节点系统上的实验结果表明，相较于其他算法，本文所提方法具有更好的收敛性和较高的计算效率。

**关键词：**潮流计算，收敛性，惩罚最小二乘法，两步求解

## 0 引言

潮流计算是电力系统中最基本的问题之一。保证潮流的收敛性对电网的规划、运行和控制具有不可忽视的作用。从数学的角度而言，潮流计算的实质是对非线性方程组求解，其收敛性受许多因素的影响[1]。当潮流计算不收敛时，表示无法找到满足潮流方程和约束条件的稳定电力系统状态。这意味着无法得到电力系统中各节点的电压和相角的一致解。**因此，潮流算法仍需要进行不断地改进和调整。**

潮流计算可分为非线性规划类方法、手动计算方法与人工智能类算法。文献[2]将潮流计算问题转换为最优调整方向求解的问题，并提出以最优乘子法为基础的迭代算法来求解该问题，但所提出算法迭代速度慢，效率较低。文献[3]通过优化目标函数提出了新的潮流计算模型。然而，随着网络规模的扩大，模型的变量数量也随之增加。这导致非线性规划类方法的复杂度和计算量大幅增加，从而影响算法的计算效率和鲁棒性。

相较于以求解非线性优化模型为核心的思路，以调度员经验为基础的手动调整方法侧重于对特定场景下潮流调整问题的分析。文献[4]提出一种基于薄弱点识别的潮流计算方法，但该方法仅适用于过负荷类无解场景，对于发电机出力不合理的情况未提供充分解决方案。文献[5]提出基于虚拟中点功率的潮流估算模型，实现了潮流在无解时的可靠收敛，但并未给出自动调整措施。上述方法以因过负荷而无解的潮流作为样本，**但并没有考虑计算量更大，收敛条件更为复杂的潮流问题。**随着人工智能技术的兴起，学者们也尝试将相关理论应用于潮流计算问题的研究中。文献[6-8]提出了采用深度强化学习模型解决潮流计算问题的思路，将强化学习理论应用于潮流计算领域。但人工智能类方法的性能比较依赖参数设置及训练机制；另一方面，此类方法的黑箱特性[9]使得调整结果缺乏可解释性。

在电力领域，潮流计算一直是至关重要的研究课题，因为它直接涉及到电力系统的稳定性和可靠性。然而，长期以来，潮流计算所面临的问题，如收敛困难和计算效率低下，一直困扰着学术界和实际工程应用。虽然过去的研究在这个领域取得了一些进展，但仍然存在一些潜在的挑战和不足。

针对这些问题，我们采用了一种全新的思路，通过采用惩罚最小二乘方法[10]，成功地应对了工业潮流计算中的复杂约束问题。在此基础上，进一步提出了一种新的潮流算法：两步增广拉格朗日的子问题法(Two-Step Augmented Lagrangian Subproblem-based Approach, TS-ALS)。该算法将原优化问题转换成一个非线性最小二乘问题，并求解作为后续算法的初值；借助增广拉格朗日算法将优化问题转化为两个子问题，分别对两个子问题交替更新求解。通过对不同电力节点系统进行潮流计算，对比验证了所提出的算法具有收敛速度快，鲁棒性强的特点。

# 1 潮流计算模型

## 1.1 目标函数

潮流计算的目标函数在优化问题中扮演重要角色，其目的是通过数学描述来表示优化目标。目前常用的潮流计算模型是按复数法表示的节点潮流计算模型[11]。

通常采用节点功率损耗目标函数来优化电力系统的运行。该目标函数被定义为：

$$f(V, \theta) = \sum_{i=1}^n V_i^2 \left( \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \right), \quad (1)$$

其中， $n$  表示电力系统中的节点数量， $V_i$  表示节点电压幅值， $G_{ij}$ 、 $B_{ij}$  表示节点电导和电纳， $\theta_{ij}$  表示节点相角之差。

## 1.2 约束条件

潮流计算在工业上面临多种约束条件，以确保电力系统的稳定运行和满足运行要求。本文主要考虑直角坐标系下的节点电压幅值约束和潮流平衡约束。

约束 1：节点电压幅值约束

$$V_{\min} \leq |V_i| \leq V_{\max}, \quad (2)$$

其中， $V$  表示节点的电压幅值， $V_{\max}$ ， $V_{\min}$  分别表示允许的最大和最小电压幅值。

约束 2：潮流平衡约束

$$\sum P_i - \sum P_c = 0, \quad (3)$$

其中， $\sum P_i$ ， $\sum P_c$  分别表示所有节点注入和消耗的有功功率之和。

在传统潮流计算问题中，通常需要考虑节点的类型，以便确定潮流计算的未知量。然而我们假设所有节点的功率注入值都是已知的，从而简化了问题的处理。

潮流平衡约束是电力系统潮流计算的重要约束条件，它确保电力系统在运行中满足功率平衡。但在传统的潮流计算方法中，通常会忽略或简化潮流平衡约束，导致计算结果不够准确或无法收敛。因此，为了更好地考虑该约束条件，我们引入惩罚最小二乘法来处理这个问题。

## 1.3 等式约束引入

惩罚最小二乘法的目标函数可以表示为：

$$F(x) = f(x) + \phi \cdot \|g(x)\|_2, \quad (4)$$

其中， $F(x)$  是引入了惩罚项的新目标函数， $f(x)$  是原始的优化目标函数。 $g(x)$  是等式约束函数， $\phi$  是一个非负的惩罚参数。

根据式(4)，我们将式(3)添加进式(1)中，以构建一个惩罚项，并将式(2)作为约束条件。重新表达目标函数如下

$$\begin{aligned} f(V, \theta) &= \sum_{i=1}^n V_i^2 \left( \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \right) \\ &+ \phi \left\| \sum_{i=1}^n (P_{I,i} - P_{C,i}) \right\|_2, \\ \text{s.t. } &V_{\min} \leq |V_i| \leq V_{\max} \end{aligned} \quad (5)$$

其中， $\phi$  是惩罚项系数， $P_{I,i}$ ， $P_{C,i}$  是节点  $i$  的有功功率注入和有功功率消耗向量。

我们采用了惩罚最小二乘法来拟合功率平衡约束项。这种方法通过将约束项作为目标函数的一个惩罚项，并引入相应的惩罚系数，有效地减小了异常值对拟合结果的影响，并提供了较好的整体拟合质量。惩罚最小二乘法是一种可靠且常用的优化方法，能提供了可靠的数学支持[12]。通过这种方法，我们能更准确地处理电力系统潮流计算中的约束问题，提高了计算的收敛性和求解效率。

我们不仅考虑了不等式约束，还加入了等式约束。在数学中，等式约束的作用是减少问题的自由度，从而简化搜索空间的复杂性，提高求解效率 [13-15]。

# 2 TS-ALS 算法

由式(5)可知，潮流计算的本质上是求解非线性优化问题。目前，求解非线性方程最常用的方法是牛顿拉夫逊(Newton-Raphson, NR)法。但 NR 法对初值敏感，初值选取不当容易造成 NR 法不收敛。因此，

我们提出一种基于增广拉格朗日的子问题的两步求解模型算法。

## 2.1 初值计算

为克服拟牛顿法对初值敏感的问题，提出采用非线性最小二乘法来求解潮流计算的初值。通过将目标函数转化为一个非线性最小二乘问题，并逐步优化求解问题，获得更准确、更合理的初值，从而为潮流计算提供更稳定且具有更好收敛性的起始点。这样的方法更加客观和数据驱动，相较于主观选择的经验值，能够更加注重电力系统中的实际信息。

式(5)可以被转化为如下非线性最小二乘问题求解：

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} (F_1(V, \theta) + \varphi \cdot F_2(V, \theta))^2, \\ \text{s.t. } & V_{\min} \leq |V_i| \leq V_{\max} \end{aligned} \quad (6)$$

其中，

$$F_1(V, \theta) = \sum_{i=1}^n V_i^2 \left( \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \right),$$

$$F_2(V, \theta) = \left\| \sum_{i=1}^n (P_{I,i} - P_{C,i}) \right\|_2.$$

构造其拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} (F_1(V, \theta) + \varphi \cdot F_2(V, \theta))^2 \\ & + \mu_1^T \cdot (|V_i| - V_{\max}) + \mu_2^T \cdot (V_{\min} - |V_i|). \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\mu_1$ ， $\mu_2$  是拉格朗日乘子。

对变量  $V$ ， $\theta$  以及乘子  $\mu$  求偏导后得到

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial V_i} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial F_1}{\partial V_i} + \varphi \frac{\partial F_2}{\partial V_i} \right) + \mu_1 \frac{V_i}{|V_i|} - \mu_2 \frac{V_i}{|V_i|} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial F_1}{\partial \theta_{ij}} + \varphi \frac{\partial F_2}{\partial \theta_{ij}} \right) \\ \frac{\partial L}{\partial \mu_1} = (|V_i| - V_{\max}) \\ \frac{\partial L}{\partial \mu_2} = (V_{\min} - |V_i|) \end{cases}, \quad (8)$$

根据式(8)，构建雅可比矩阵：

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial V_1} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{12}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{13}} & \cdots & \frac{\partial L}{\partial \mu_{1,1}} & \frac{\partial L}{\partial \mu_{2,1}} \\ \frac{\partial L}{\partial V_2} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{21}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{23}} & \cdots & \frac{\partial L}{\partial \mu_{1,2}} & \frac{\partial L}{\partial \mu_{2,2}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial V_n} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{n1}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{n2}} & \cdots & \frac{\partial L}{\partial \mu_{1,n}} & \frac{\partial L}{\partial \mu_{2,n}} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

计算矩阵  $G = J^T J$  和  $b = J^T L$ ，引入阻尼因子  $\eta$ ，计算增量  $\delta$ ，满足  $(G + \eta I) \delta = b$ ，其中  $I$  是单位矩阵。

通过更新变量  $V$  和  $\theta$ ，可得到满足收敛条件的电压初值  $V^{(0)}$  和相角初值  $\theta^{(0)}$ 。

## 2.2 拉格朗日子问题

通过增广拉格朗日算法引入拉格朗日乘子将模型分解成两个子问题。

根据式(5)，增广拉格朗日函数可以表示如下

$$L(V, \theta, \lambda_1, \lambda_2) = f(V, \theta) + \lambda_1^T \cdot (|V_i| - V_{\max}) + \lambda_2^T \cdot (V_{\min} - |V_i|), \quad (10)$$

其中  $\lambda_1, \lambda_2$  是拉格朗日乘子。

将增广拉格朗日函数分解成两个子问题，子问题 A 只包含目标函数，子问题 B 只包含约束条件。

A. 目标函数子问题：

$$L_1(V, \theta) = f(V, \theta). \quad (11)$$

B. 约束条件子问题：

$$L_2(V, \theta) = \lambda_1^T \cdot (|V_i| - V_{\max}) + \lambda_2^T \cdot (V_{\min} - |V_i|). \quad (12)$$

通过引入拉格朗日乘子将原潮流算式(5)变换为式(11)和式(12)两个子问题，为后续的迭代求解提供了合适的算式形式。通过采用子问题进行求解，简化了原本潮流算式的复杂度，由于子问题的求解比整体问题更快，这意味着子问题会更快收敛，从而提升整个求解过程的优化速度。

## 2.3 算法原理

处理 A，子问题 B 时采取不同的求解方法。对于子问题 A，我们提出了一种基于 AG(Armijo-Goldstein) 准则的自适应 BFGS 算法(AG-BFGS)，充分考虑了问题的局部特性，同时利用了前面求得的初值，加快了迭代求解速度。对于子问题 B，我们采用坐标下降法[16]，以迭代更新的方式逐步优化变量。同时，在交替更新的策略下，获取电压和相角的最优解。

### 2.3.1 子问题 A

式(11)是常规优化问题，因此采用自适应步长策略的 BFGS 法解决潮流计算问题中的目标函数子问题，以取得更快的收敛速度和更高的稳定性。算法如下所示。

---

#### Algorithm 1 AG-BFGS

---

Initialize  $V^{(0)}, \theta^{(0)}, A^k, \epsilon$

**while** change in objective  $> \epsilon$  **do**

    compute gradient:  $\nabla L_1(V^{(k)}, \theta^{(k)})$

    compute direction:  $S^k = -A^k \nabla L_1(V^{(k)}, \theta^{(k)})$

    set  $\alpha, \beta$

**while** AG condition not satisfied **do**

        compute changes:  $V^{(k+1)}, \theta^{(k+1)}$

        update step size  $\alpha$

**end while**

    update:  $V^{(k+1)} = V^{(k)} + \alpha S^k, \theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \alpha S^k$

    compute changes:  $\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}, \Delta g^k$

    update scaling matrix:

$$A^{k+1} = A^k + \frac{1}{[\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}]^T \Delta g^k} \left\{ \begin{array}{l} [\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}][\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}]^T + \\ \frac{[\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}][\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}]^T}{[\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}]^T \Delta g^k} A^k \Delta g^k - \\ A^k \Delta g^k [\Delta g^k]^T - [\Delta V^{(k)}, \Delta \theta^{(k)}][\Delta g^k]^T A^k \end{array} \right\}$$

**end while**

---

BFGS 法在优化领域具有快速收敛和全局收敛的特性，能够适应潮流计算中的复杂非线性问题。通过引入自适应步长策略，能实现更加精确的参数更新，避免手动调参带来的复杂性。

### 2.3.2 子问题 B

对于子问题 B，因为它涉及到电压幅值的约束，这里采用坐标下降法进行求解。具体步骤如下：

(1) 选择一个电压幅值  $|V_i|$ ， $i$  表示节点。

(2) 对于选定的节点电压幅值，执行投影操作：

$$|V_i| = \begin{cases} V_{\min}, & |V_i| < V_{\min} \\ V_{\max}, & |V_i| > V_{\max} \\ |V_i|, & V_{\min} \leq |V_i| \leq V_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

(3) 重复步骤 (1)和(2)，依次更新每个节点的电压幅值 $|V_i|$ 直到所有的电压幅值都满足约束条件。

## 2.4 两步法求解模型流程

综上所述，两步法求解模型主要有以下两步构成。

步骤一：结合式(5)，将其转化为非线性最小二乘问题(6)，求出电压和相角初值 $V^{(0)}$ 与 $\theta^{(0)}$ 。

步骤二：在每次迭代中，根据上一步获得的 $V^{(0)}$ 与 $\theta^{(0)}$ ，先使用 AG-BFGS 法更新子问题 A 然后使用坐标下降法更新子问题 B。交替更新这两个子问题，直到整个优化过程收敛。具体步骤如图 1 所示。

## 2.4 算法收敛性能分析

当初值与潮流计算的真实解偏离较远时，NR 法容易出现不收敛或收敛较慢的情形。TS-ALS 算法步骤一通过构造一个非线性最小二乘问题，寻找满足约束条件下接近真实解的 $V^{(0)}$ 与 $\theta^{(0)}$ ，可以有效提高收敛性。

在计算速度方面，虽然步骤一需要额外计算非线性最小二乘问题，但通过步骤二中的拟牛顿法加速迭代，可以一定程度上抵消步骤一带来的额外计算量，故总体计算速度与 NR 法相近。其次，通过将模型分解为两个子问题，并利用前一步得到的初值，对这两个子问题分别求解，可以有效提高计算效率。

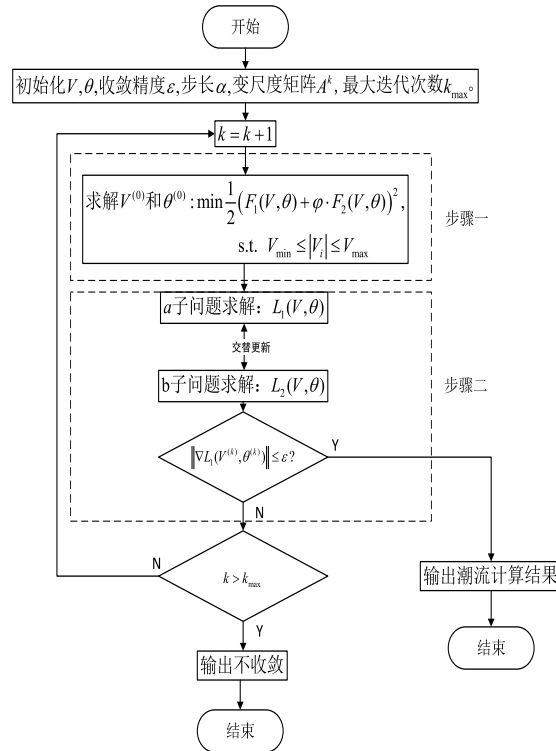


图 1 两步法求解方程流程

Fig.1 Two-step equation solving process

## 3 仿真设置及分析

为了验证所提出 TS-ALS 算法的有效性，在不同电力节点系统中进行测试。有功功率输入与消耗，节点电压幅值的约束均根据系统中的数据进行输入。所采用的对比算法如表 1 所示。

表 1 对比算法

算法	描述
TS-ALS	提出算法
NR	潮流计算经典算法，求解非线性方程组或最小化非线性函数的优化问题。
BFGS	拟牛顿法，用于无约束优化，通过近似 Hessian 矩阵的逆来更新参数。
L-BFGS(Limited-memory BFGS)	BFGS 方法的改进版本，适用于大规模优化问题。
GD(Gradient descent)	简单的优化算法，根据目标函数的梯度信息在每步迭代中更新参数。

### 3.1 结果验证

本节采用 NR 法，BFGS 法，L-BFGS 法，GD 法与所提算法在不同的电力节点系统进行电压幅值的计算，对计算结果进行对比，以验证 TS-ALS 算法的准确性与优越性。取收敛精度 $\epsilon=10^{-6}$ ，最大迭代次数

20, 各算法在 IEEE 3 和 IEEE 4 电力系统中的节点电压仿真结果见表 2。图 3、图 4 分别表示各算法在 IEEE 14 和 IEEE 30 电力系统仿真结果对比, 图中横坐标表示节点数, 纵坐标表示电压幅值。

表 2 电压幅值(pu)

	节点	TS-ALS	NR	GD	BFGS	L-BFGS
IEEE 3	1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2	1.020	1.020	1.000	0.917	1.020
	3	0.979	0.979	1.000	0.970	0.965
IEEE 5	1	1.002	1.002	1.004	1.000	1.000
	2	1.038	1.038	1.109	1.024	1.012
	3	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000
	4	1.000	1.000	1.000	0.997	1.000
	5	1.100	1.098	1.000	0.997	1.097

NR 作为求解非线性方程的经典方法, 其正确性已经得到了验证。由表 2 可知, 除了 IEEE 5 节点系统中的 5 号节点数据不同, TS-ALS 算法计算结果与 NR 法计算结果完全一致。其主要原因是 TS-ALS 算法虽然对原潮流方程进行变形, 但本质上还是对方程进行数值的迭代求解, 因此会得到与 NR 法完全相同的解。而其它算法虽然结果存在误差, 但都在电压幅值符合的区间内。

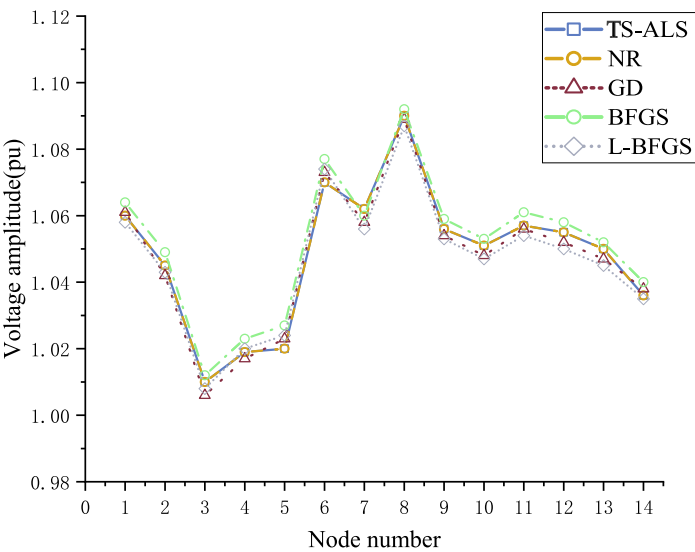


图 2 IEEE 14 系统仿真结果

Fig.2 Simulation results of IEEE 14-bus power system

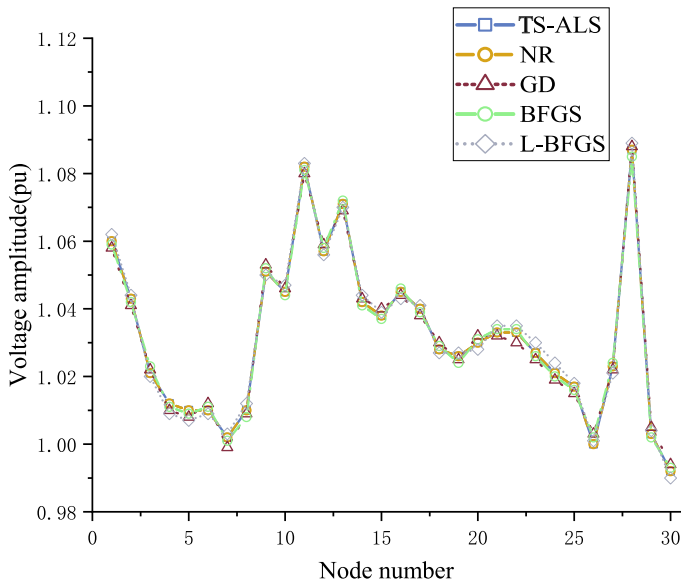


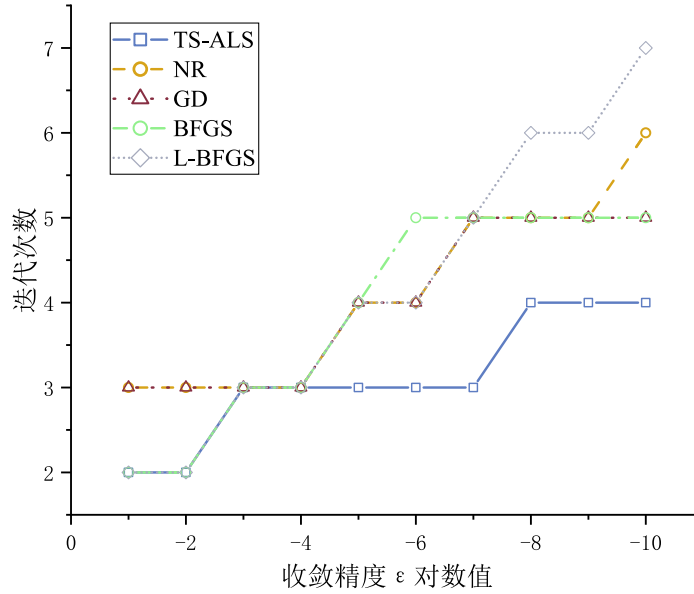
图 3 IEEE 30 系统仿真结果

Fig.3 Simulation results of IEEE 30-bus power system

从图2和图3可以直观的看出NR法和TS-ALS算法求得的电压幅值相同，其余算法均有一定的偏差。

### 3.3 收敛性能与计算效率

将 NR 法、GD 法、BFGS 法、L-BFGS 法、TS-ALS 算法进行收敛性能与计算效率的比较。在将收敛精度分别设置为 $10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-10}$ ，记录不同算法在不同收敛精度下的收敛次数，如图4所示。



由图4可知，相较于其他4种算法，本文算法在收敛次数上具有优势。例如，在收敛精度为 $10^{-6}$ 时，本文算法只需要3步即可收敛，但GD，NR，L-BFGS法均需要4步收敛，BFGS法需要5步收敛。

接着，将五种算法收敛精度设置为 $\varepsilon = 10^{-6}$ ，进行1000次模拟计算，记录不同算法收敛时间的变化，其结果如图4所示。

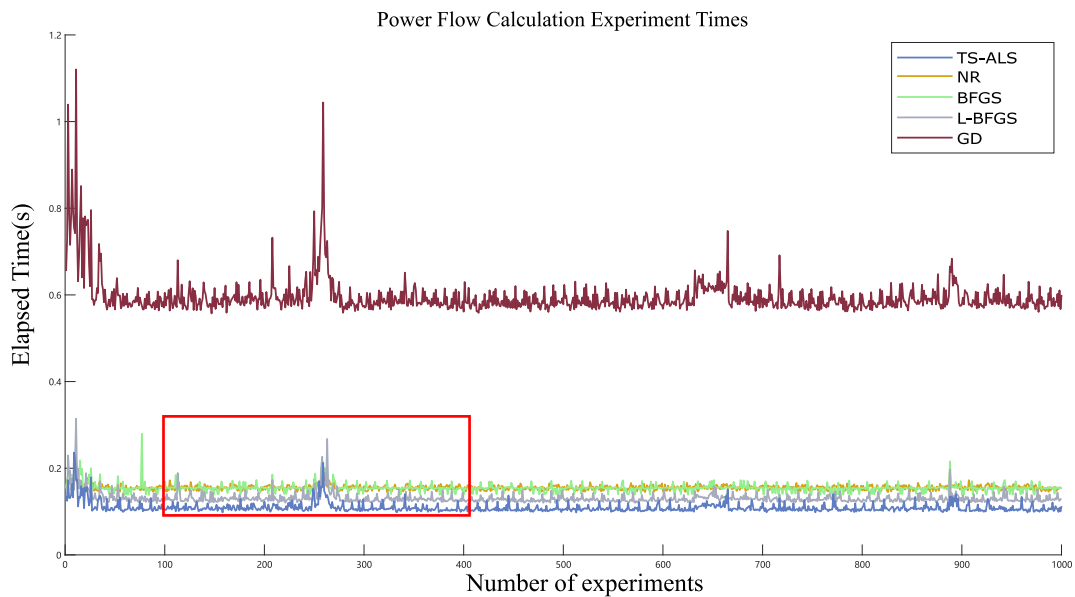


图4 收敛精度图

由图4可知，相较于其它4种算法，GD法的收敛时间最长，因为它是一种局部搜索方法，所以需要较多迭代次数才能到达全局最优解附近。NR法、BFGS法、L-BFGS法和TS-ALS算法的收敛性能与计算效率表现相近，为了具体体现各算法的表现，我们展示了100次到400次实验的部分，如图5所示。

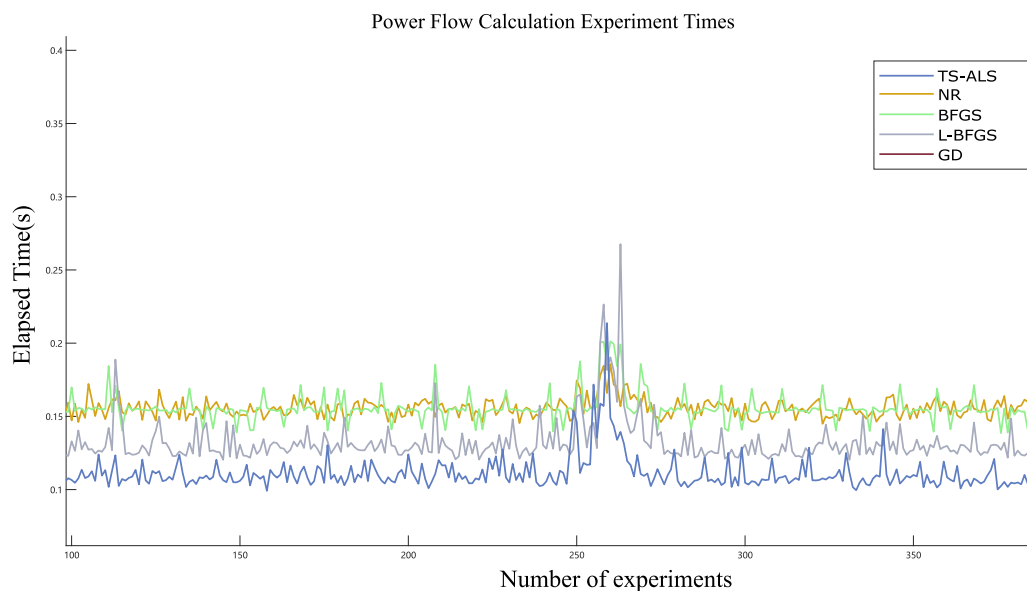


图 5 收敛精度图(100-400 次)

由图 5 可以明显的看出，相较于其它算法，我们提出的 TS-ALS 算法在收敛性能与计算效率方面表现最好。其次是 L-BFGS 算法，它相对于 BFGS 算法有相应的改进。最差的则是 NR 算法，虽然其的准确性得到验证，但其迭代次数较多和收敛速度较慢仍是需要解决的问题。

## 4 结论

我们提出了一种基于两步增广拉格朗日问题的潮流计算方法。该方法从潮流计算的节点功率不平衡模型出发，采用惩罚最小二乘法拟合约束条件，构建了完整的潮流计算模型。接着，我们将该模型转化为非线性最小二乘问题，首先计算出初值，作为后续算法的初始条件。通过引入拉格朗日乘子，我们将潮流计算模型分解成两个子问题，其中 A 子问题采用 AG-BFGS 算法，而 B 子问题则利用坐标下降法进行迭代，以求解出最优的电压幅值和相角。

通过仿真实验，我们比较了四种算法和 TS-ALS 算法在不同电力节点系统中的电压幅值计算结果。在准确性方面，TS-ALS 算法与 NR 法表现一致，而其他算法存在一定的误差。在收敛性能方面，TS-ALS 算法在相同收敛精度下所需的迭代次数明显少于其他算法。此外，TS-ALS 算法在 1000 次模拟计算中也表现出更短的平均收敛时间。

我们提出的新潮流模型及基于该模型的 TS-ALS 算法为电力系统求解提供了新的思路，具有一定的参考价值。然而，在构建潮流模型时，我们尚未考虑电力系统中节点的类型，因此该算法仍有进一步扩展和深入研究的空间。

## 参考文献

- [1] 冯卓诚, 姜彤, 万凯遥, 等. 基于功率下垂节点与两步式分析的扩展潮流计算模型[J]. 电工技术学报, 2023, 38(9): 2335-2349.
- [2] Putri S M, Maizana D, Bahri Z. Analysis of smart grid power flow system with Gauss-Seidel method[C]//IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. IOP Publishing, 2021, 753(1): 012005.
- [3] Kumar A, Jha B K, Singh D, et al. Current injection-based Newton-Raphson power-flow algorithm for droop-based islanded microgrids[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2019, 13(23): 5271-5283.
- [4] 陈艳波, 张智, 徐井强, 等. 广义快速分解潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2019, 6.
- [5] 刘承锡, 徐慎凯, 赖秋频. 基于全纯嵌入法的非迭代电力系统最优潮流计算[J]. 电工技术学报, 2023, 38(11): 2870-2882.
- [6] He X, Ren H, Lin J, et al. Power flow analysis of the advanced co-phase traction power supply system[J]. Energies, 2019, 12(4): 754.
- [7] Guo L, Liu Z, Wang Z, et al. Model-free optimal volt-VAR control of wind farm based on data-driven lift-dimension linear power flow[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2023.
- [8] 邢贞贞, 韩立国, 胡勇, 等. 基于归一化能量谱目标函数的全波形反演方法[J]. 地球物理学报, 2019, 62(7): 2645-2659.



- [9] 张福才, 孙博君, 孙晓刚. 基于多目标极值优化法的多光谱真温反演[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(2): 0212008.
- [10] 杜梦琪. 基于值函数内点罚方法的双层规划问题研究[J]. *Advances in Applied Mathematics*, 2023, 12: 1762.
- [11] Liu Z Z, Wang Y. Handling constrained multiobjective optimization problems with constraints in both the decision and objective spaces[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(5): 870-884.
- [12] 刘国章, 魏伟, 符力耘, 等. 基于最小二乘偏移的地
- [16] Knowledge Discovery Method for Voltage Sag. *Advanced Engineering Sciences*, 2020, 52(4): 25-32. DOI:10.15961/j.jsuese.201901044
- 震分辨率分析[J]. *地球物理学进展*, 2020, 35(6): 2171-2180.
- [13] 付巍巍, 张立卫, 董玉. 基于牛顿法及拟牛顿法的非线性规划算法改进及实证研究[J]. *Advances in Applied Mathematics*, 2020, 9: 1146.
- [14] 陈初阳. Gauss-Newton BFGS 方法所产生的迭代矩阵序列的收敛性[J]. *Advances in Applied Mathematics*, 2022, 11: 5435.
- [15] XIAO Xianyong, HU Wenxi, WANG Yang, et al. Spatial–Temporal Multi-granular Attribute Analysis and