

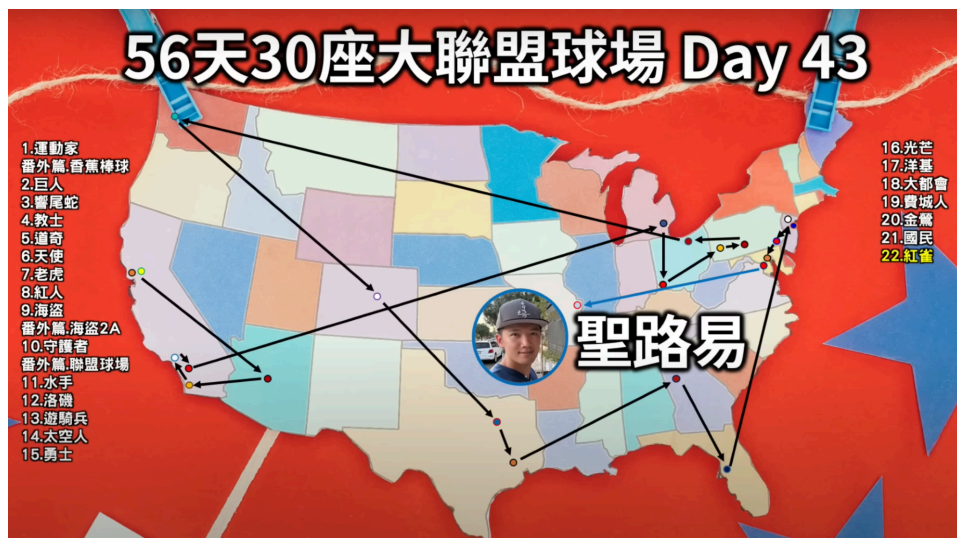
演算法DIY4

B11901164 陳秉緯

May 31, 2024

I. 動機

看棒球超過十年的我在今年開始喜歡看台南Josh的Youtube影片，他在05/28時終於上架了新的大聯盟球場之旅的影片，我迫不及待點進去，一進去就看到一個美國地圖，見下圖（一），上面有許多小點代表已經到過的棒球場，然後用箭頭連接各點，在短短一秒內，我突然有所想法，這不就是在演算法課堂上學到Directed Graph嗎？後來我去深入搜尋資料，Josh在2023年花了五十六天完成了30座大聯盟球場巡禮，他透露，花了一個晚上的時間把各隊賽程列出來，大致排一下要怎麼走，看一下交通、住宿等等，列出一個雛形後，把機票訂一訂就出發了。我看了他的路線，就不禁懷疑，這是「最短路線」嗎？那可以找到最短的路線走完這30大聯盟球場嗎？演算法修到現在，應該有能力去探討這個問題，因此找到最短路徑，走過三十做大聯盟球場就成我的演算法DIY問題。



▲ 圖（一） Josh參觀路徑（尚未完成）

II. 題目

Josh希望能走最短路徑參觀美國職棒大聯盟三十座球隊的棒球場，圖（一）是美國三十座球場分佈位置，每座球場必定停留一天，隔天馬上出發到另外一座球場，請求出此次旅途的最佳路徑，起點，以及終點為何，可以使得總路程最短，參觀這三十座球場各一次，旅途過程中部重複經過相同的球場。



▲ 圖（二）美國職棒大聯盟三十座球場地圖

III. 解法

定下這個題目後最先想到的是TSP(Traveling Salesman Problem)，但是TSP一開始是有給定路途起點，以及最後還要回到起點的最短路徑，跟原本問題的設定不太一樣，因此，為了減化題目難度，與Josh開始的第一個棒球場相同，設定從運動家的球場開始，最後回到原來的球場搭飛機回臺灣來節省機票錢。從課堂中所學會的方法有以下兩種。

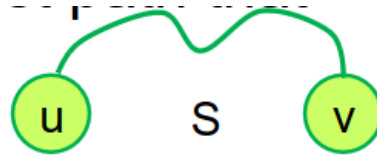
- 方法一：Brute Force

扣除已經選擇好的起點，剩下 $n-1$ 個點任意排列，從中挑出最短的解，時間複雜度： $O(n!)$ ，空間複雜度 $O(N)$ -> 顯然不可行

- 方法二：Dynamic Programming

將問題先減化以下情況：對於棒球場的每個子集 S ， $|S| \geq 2$ ，點 u, v 屬於 S ，定義 $OPT(S, u, v)$ 為從 u 棒球場為起點到 v 棒球場終點的最短路徑，且拜訪過在 S 內的所有棒球場一次。遞迴關係：

Case 1: $S = \{u, v\} \rightarrow OPT(S, u, v) = d(u, v)$ (圖（三）)



▲ 圖（三） Case 1

Case 2: $|S| > 2 \rightarrow$ 假設先去拜訪了棒球場 w ， w 屬於 $S - \{u, v\}$ ： $OPT(S, u, v)$
 $= d(u, w) + OPT(S - u, w, v) \rightarrow OPT(S, u, v) = \min_{w \in S - \{u, v\}} \{d(u, w) + OPT(S - u, w, v)\}$



▲ 圖（四） Case 2

所以時間複雜度是 $O(2^n \cdot n^3)$ ，空間複雜度為 $O(2^n \cdot n^2)$ ，儘管優於暴力法，但 DP 更適用於子問題是 polynomial

IV. 後記

原本想要探討在 unit 7 所教的 Approximation Algorithm for TSP，但是在寫 DIY 問題的時候，還搞不太清楚這部份的意思，所以可能之後有機會會繼續擴展問題，當然，這個問題簡化了很多複雜因素，可能去某些州用作火車的方式會比開車快，那題目就要改成所花交通時間最短，拜訪這三十座棒球場，但還有經費的問題，搭國內班機可能很快，但價格不菲，又或許去到那個棒球場，結果當天沒比賽，所以還沒考慮到大聯盟賽程，其他零零總總的因素，可以延伸出許多問題，等待用演算法來解決。期望有一天我也能實際依演算法所算出的路徑，實際走過這三十座美國職棒大聯盟球場。

參考資料：

1. <https://reurl.cc/jWVN1n>
2. <https://www.amazon.com/Epic-Adventure-Maps-League-Baseball/dp/B07QMF7TVV>
3. https://youtu.be/K9GJ_gAOug8?feature=shared