

## 1 直角坐标系

### 直角坐标系

**例 1.1** (课后习题 1.8). 离水面高度为  $h$  的岸上有人用绳索拉船靠岸. 人以恒定速率  $v_0$  拉绳, 求当船离岸的距离为  $s$  时, 船的速度和加速度.

### 类似题目

路灯距地面的高度为  $h_1$ , 一身高为  $h_2$  的人在路灯下以匀速  $v_0$  沿直线行走. 试证明人影的顶端作匀速运动, 并求出其速度  $v$ .

### 直角坐标系

**例 1.2.** 一质点沿  $x$  轴运动, 其加速度  $a$  与位置  $x$  的关系为  $a = 2 + 6x^2$  (SI), 已知在  $x = 0$  m 处质点速度为零. 求速度  $v$  作为  $x$  的函数.

### 直角坐标系

**例 1.3.** 质点沿  $x$  轴正方向运动, 加速度  $a = -kv$ ,  $k$  为常量. 设从原点出发时速度为  $v_0$ , 求运动方程  $x = x(t)$ .

## 2 平面极坐标系

### 平面极坐标系

**例 2.1.** 细杆绕端点  $O$  在平面内匀角速旋转, 角速度为  $\omega$ . 杆上一小环 (可看作质点) 相对杆做匀速运动, 相对速度为  $v$ . 设  $t = 0$  时刻小环位于杆的端点  $O$ .

1. 试证明: 小环的运动轨迹为阿基米德螺线.
2. 试求小环在任意时刻的速度和加速度.
3. 试用作图法定性画出小环加速度在自然坐标系中的两个分量 (切向加速度和法向加速度).

### 平面极坐标系

**例 2.2.** 质点作平面运动, 其加速度矢量  $\vec{a}$  始终通过某个定点  $O$ . 试证  $a = v dv/dr$ ,  $r$  是质点与  $O$  的距离.

### 3 自然坐标系

#### 自然坐标系

**例 3.1.** 已知炮弹的发射角为  $\theta$ ，初速为  $v_0$ ，求抛物线轨道的曲率半径随高度的变化。

#### 自然坐标系

**例 3.2.** 由光滑钢丝弯成竖直平面里一条曲线，质点穿在此钢丝上，可沿着它滑动。已知其切向加速度为  $-g \sin \theta$ ， $\theta$  是曲线切向与水平方向的夹角。试求质点在各处的速率。

#### 自然坐标系

**例 3.3.** 一质点沿半径为  $R$  的圆周运动，在  $t = 0$  时经过  $P$  点，此后它的速率  $v$  按  $v = A + Bt$  ( $A$ 、 $B$  为正的已知常量) 变化，试求质点沿圆周运动一周再经过  $P$  点时的加速度。