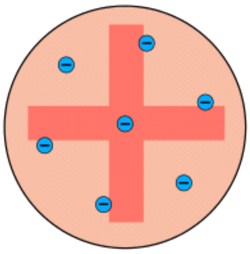
葡萄干布丁模型和行星模型区别

2016年3月3日　　20:15



- 葡萄干布丁模型，正电荷(Z_2e)均匀分布在整个原子体积内
- 带点球体电荷密度均匀分布
  用带电粒子(Z_1e)轰击球体由高斯定理可知

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

所以在球体内部(r < R)

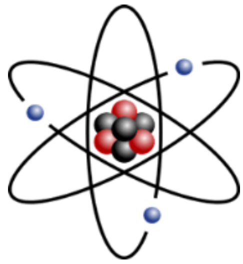
$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Z_2 e}{\varepsilon_0}\cdot \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$F = Z_1 eE = \frac{Z_1 Z_2 e^2 r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

在球体外部$(r > R)$

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Z_2 e}{\varepsilon_0}$$

$$F = Z_1 eE = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$



- 行星模型，正电荷(Z_2e)集中在占原子大小万分之一的小范围内
- 带点球体电荷集中在球心
  用带电粒子(Z_1e)轰击球体由高斯定理可知

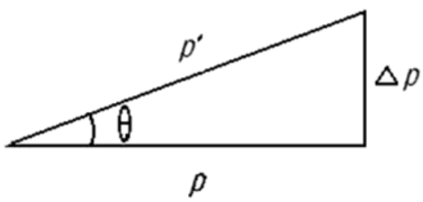
$$\oint \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{Z_2 e}{\varepsilon_0}$$

$$F = Z_1 eE = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

葡萄干补丁模型对散射的估计

碰撞粒子α粒子（氦核，包含两质子两中子）



- 与正电荷作用

最大作用力发生在掠射(r = R),对于α粒子（$Z_1 = 2$），

$$F = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

力的作用时间约为$2R/v$,所以动量变化为($Z_2 = Z$，取原子半径为1Å)

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{2FR/v}{m_\alpha v} = \frac{2Ze^2/(4\pi\varepsilon_0 R)}{\frac{1}{2}m_\alpha v^2} = \frac{2Z/R}{E_k}\cdot\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \approx \frac{2Z/0.1nm}{E_\alpha(\mathrm{MeV})}\times 1.44\mathrm{fm}\cdot\mathrm{MeV} \approx 3\times\frac{10^{-5}Z}{E_\alpha}\mathrm{rad}$$

- 5MeV的α粒子对金(Au,$Z = 79$)每次碰撞的最大偏转不到10^{-3}rad, 要发生90°偏转概率只有10^{-3500}

- 与负电荷作用（同时适用葡萄干补丁模型和行星模型）

由于电子的质量只有α粒子(m_α)的八千分之一，考虑最大作用即对心碰撞

初始电子：$v_e = 0$, 初始α粒子：v_α

碰撞后：$v_e' = 2v_\alpha, v_\alpha' = v_\alpha$

$$\frac{\Delta p}{p} \approx \frac{2m_e v_\alpha}{m_\alpha v_\alpha} \sim \frac{1}{4000} \sim 10^4$$

偏转角依然非常小