

B 姓名: 班级 学号

1. 求证: 如果势函数 $V(r)$ 可以写成一元函数之和 $V(r) = V_1(x) + V_2(y) + V_3(z)$, 则不含时

Schrödinger 方程可以分解成如下形式的一维方程组:

$$\frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E_x - V_1(x)]\psi_1(x) = 0,$$

$$\frac{d^2\psi_2(y)}{dy^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E_y - V_2(y)]\psi_2(y) = 0,$$

$$\frac{d^2\psi_3(z)}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E_z - V_3(z)]\psi_3(z) = 0,$$

其中, $E = E_x + E_y + E_z$ 为体系的总能量。 $\psi(\vec{r}) = \psi_1(x)\psi_2(y)\psi_3(z)$ 为总波函数。

2. 设一量子体系处于用波函数 $\psi(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}(e^{i\varphi} \sin \theta + \cos \theta)$ 所描述的量子态。

求: (1) 在该态下, \hat{l}_z 的可能测值和各个值出现的几率。 (2) \hat{l}_z 的平均值。