

目 录

第一章 原子的位形	2
第二章 原子的量子态：波尔模型	8
第三章 量子力学导论	12
第四章 原子的精细结构：电子的自旋	错误!未定义书签。
第五章 多电子原理：泡利原理	23
第六章 X 射线	28
第七章 原子核物理概论	错误!未定义书签。

第一章 原子的位形

1-1)解:

α 粒子与电子碰撞, 能量守恒, 动量守恒, 故有:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}mv_e'^2 + \frac{1}{2}Mv'^2 \\ M\vec{v} = M\vec{v}' + m\vec{v}_e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} - \vec{v}' = \frac{m}{M}\vec{v}_e \\ v^2 - v'^2 = \frac{m}{M}v_e^2 \end{cases}$$

$$\Delta\vec{p} = m\vec{v}_e \quad \text{大小: } \Delta p = mv_e \quad (1)$$

$$(v^2 - v'^2) \approx (v + v')(v - v') = \frac{m}{M}v_e^2$$

近似认为: $\Delta p \approx M(v - v'); v \approx v'$

$$\therefore \text{有 } 2v \cdot \Delta v = \frac{m}{M}v_e^2$$

$$\text{亦即: } p \cdot \Delta p = \frac{1}{2}Mmv_e^2 \quad (2)$$

(1)²/(2)得

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{2m^2v_e^2}{Mmv_e^2} = \frac{2m}{M} = 10^{-4}$$

$$\text{亦即: } \text{tg}\theta \approx \theta = \frac{\Delta p}{p} \sim 10^{-4}(\text{rad})$$

1-2) 解: ① $b = \frac{a}{2} \text{ctg} \frac{\theta}{2}$; 库仑散射因子:

$$a = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{2Z}{E}\right) \Rightarrow 1.44 \text{ MeV} \cdot \frac{Z}{5 \text{ MeV}} = 0.288 \text{ fm}$$

$$\text{当 } \theta = 90^\circ \text{ 时, } \text{ctg} \frac{\theta}{2} = 1 \quad \therefore b = \frac{1}{2}a \approx 0.144 \text{ fm}$$

$$\text{亦即: } b = 22.75 \times 10^{-15} \text{ m}$$

② 解: 金的原子量为 $A=197$; 密度: $\rho=1.89 \times 10^7 \text{ g/m}^3$

依公式, λ 射 α 粒子被散射到 θ 方向, $d\Omega$ 立体角的内的几率:

$$dP(\theta) = \frac{a^2 d\Omega}{16 \sin^4 \frac{\theta}{2}} nt \quad (1)$$

式中， n 为原子核数密度， $\therefore \rho = m \cdot n = (\frac{A}{N_A})n$

$$\text{即： } n = \frac{\rho V_A}{A} \quad (2)$$

由（1）式得：在 $90^\circ \rightarrow 180^\circ$ 范围内找到 α 粒子得几率为：

$$P(\theta) = \int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{a^2 nt}{16} \cdot \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{\pi}{4} a^2 nt$$

将所有数据代入得

$$P(\theta) = 9.4 \times 10^{-5}$$

这就是 α 粒子被散射到大于 90° 范围的粒子数占全部粒子数得百分比。

1-3)解：

$E = 4.5 \text{ Mev}$; 对于金核 $Z = 79$; 对于 ${}^7\text{Li}$, $Z = 3$;

$$r_m = a = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{2Z}{E}\right)$$

当 $Z=79$ 时

$$r_m = 1.44 \text{ fm} \cdot \text{Mev} \times \frac{2 \times 79}{4.5 \text{ Mev}} = 50.56 \text{ fm}$$

当 $Z=3$ 时， $r_m = 1.92 \text{ fm}$;

但此时 M 并不远大于 m ， $E_c \neq E_l$

$$E_c = \frac{1}{2} uv^2 = \frac{M}{M+m} E, \therefore a_c = a \left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$$r_m = a_c = a \left(1 + \frac{4}{7}\right) = 3.02 \text{ fm}$$

1-4)解：

$$\textcircled{1} \quad r_m = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 E} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)\left(\frac{2Z}{E}\right) = 7 \text{ fm}$$

将 $Z=79$ 代入解得： $E=16.25 \text{ Mev}$

② 对于铝, $Z=13$, 代入上公式解得:

$$4\text{fm} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon} \left(\frac{13}{E} \right) \quad E=4.68\text{Mev}$$

以上结果是假定原子核不动时得到的, 因此可视为理论系的结果, 转换到实验室

中有: $E_l = (1 + \frac{m}{M})E_c$

对于

① $E_l = (1 + \frac{1}{197})E_c = 16.33\text{Mev}$

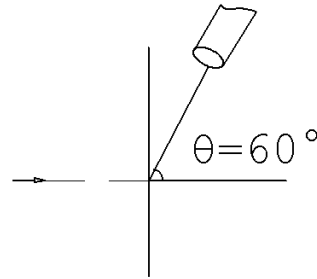
② $E_l = (1 + \frac{1}{27})E_c = 4.9\text{Mev}$

可见, 当 $M \gg m$ 时, $E_l \approx E_c$, 否则, $E_l \neq E_c$

1-5)解:

在 θ 方向 $d\Omega$ 立方角内找到电子的几率为:

$$\frac{dN}{N} = nt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$



注意到:

$$\frac{A}{N_A} nt = \rho t; nt = \frac{N_A}{A} \rho t \therefore \frac{dN}{N} = \frac{N_A}{A} \rho t \left(\frac{a}{4} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$a = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Z_1 Z_2}{E} \right) = 1.44 \text{fmMev} \cdot \frac{79}{1.0\text{Mev}} = 113.76 \text{fm}$$

$$d\Omega = \frac{\Delta s}{r^2} = \frac{1.5}{10^2} = 1.5 \times 10^{-2}$$

$$\therefore \frac{dN}{N} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{197} \times 1.5 \times 10^{-2} \cdot \left(\frac{114 \times 10^{-15}}{4} \right)^2 \frac{1.5 \times 10^{-2}}{\sin^4 30^\circ} = 8.9 \times 10^{-6}$$

1-6)解:

$$dN = Nnt \left(\frac{a}{4} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{a}{4} \right)^2 Nnt \cdot 4\pi \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta$$

\therefore 散射角大于 θ 得粒子数为: $N' = \int_{\theta}^{180^\circ} dN$

依题意得：
$$\frac{N|_{\theta > 60^\circ}}{N|_{\theta > 90^\circ}} = \frac{\int_{60^\circ}^{180^\circ} \frac{d \sin \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}}}{\int_{90^\circ}^{180^\circ} \frac{d \sin \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}}} = \frac{3}{1}, \text{ 即为所求}$$

1-7)解

$$\begin{aligned} P(\theta_0 \leq \theta \leq 180^\circ) &= \int_{\theta_0}^{180^\circ} \frac{dN}{N} = \int_{\theta_0}^{180^\circ} nt\pi \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E} \right)^2 \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \\ &= \int_{\theta_0}^{180^\circ} \frac{\rho_m N_A}{A} \frac{\pi}{4} a^2 \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta = \int_{\theta_0}^{180^\circ} \frac{\rho_m N_A}{A} \frac{\pi}{4} a^2 \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \\ &= \frac{\rho_m N_A}{A} \frac{\pi}{4} a^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2} = 4 \times 10^{-3} \\ \Rightarrow a^2 &= \frac{16 \times 10^{-3} A}{\pi \rho_m N_A \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta_0}{2}} \end{aligned}$$

依题：
$$\sigma_c(\theta) = \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{a}{4} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{181 \times 4 \times 10^{-3}}{4\pi \times 2 \times 10^{-2} \times 6.02 \times 10^{-23}} \times \frac{\operatorname{tg}^2 10^\circ}{\sin^4 30^\circ}$$

$$= 24 \times 10^{-28} m^2 / sr = 24b / sr$$

1-8)解：

在实验室系中，截面与偏角的关系为（见课本 29 页）

$$\begin{aligned} \therefore \frac{m_1}{m_2} = 1 &\geq \frac{m_1}{m_2} \sin \therefore (\theta_L)_{\max} = 90^\circ \frac{m_1}{m_2} \geq -1 \\ \begin{cases} 1 + \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \geq 0^\circ \\ 1 - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \leq 0 \end{cases} & (1 - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L) \end{aligned}$$

① 由上面的表达式可见：为了使 $\sigma_L(\theta_L)$ 存在，必须：

$$1 - \left(\frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L\right)^2 \geq 0$$

$$\text{即: } \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L\right) \left(1 - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L\right) \geq 0$$

$$\text{亦即: } \begin{cases} 1 + \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \geq 0 \\ 1 - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \geq 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 1 + \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \leq 0 \\ 1 - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \leq 0 \end{cases}$$

考虑到: $\theta_L \leq 180^\circ$ $\sin \theta_L \geq -1$ \therefore 第二组方程无解

$$\text{第一组方程的解为: } 1 \geq \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \geq -1$$

$$\text{可是, } \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_L \text{ 的最大值为 } 1, \text{ 即: } \sin \theta_L = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\text{② } m_1 \text{ 为 } \alpha \text{ 粒子, } m_2 \text{ 为静止的 He 核, 则 } \frac{m_1}{m_2} = 1,$$

$$\therefore (\theta_L)_{\max} = 90^\circ$$

1-9) 解: 根据 1-7) 的计算, 靶核将入射粒子散射到大于 θ 的散射几率是

$$P(\theta) = nt \frac{\pi}{4} a^2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2}$$

当靶中含有两种不同的原子时, 则散射几率为

$$\eta = 0.7\eta_1 + 0.3\eta_2$$

将数据代入得:

$$\begin{aligned} \eta &= (1 \times 1.44 \times 10^{-13} \text{ Mev} \cdot \text{cm})^2 \times \frac{3.142}{4 \times (1.0 \text{ Mev})^2} \times 1.5 \times 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \times 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \operatorname{ctg}^2 15^\circ \\ &\times (0.70 \times \frac{79^2}{197 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} + 0.30 \times \frac{49^2}{108 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}) = 5.8 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

1-10) 解:

① 金核的质量远大于质子质量, 所以, 忽略金核的反冲, 入射粒子被靶核散时
则: $\theta \rightarrow \theta - \Delta\theta$ 之间得几率可用的几率可用下式求出:

$$\eta = nt \left(\frac{a}{4}\right)^2 \frac{2\pi \sin \theta \Delta \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{\rho t}{A} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \frac{2\pi \sin \theta \Delta \theta}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi \epsilon E_R} = \frac{1 \times 79 \times 1.44 \text{ Mev} \cdot \text{fm}}{1.2 \text{ Mev}} = 94.8 \text{ fm}$$

由于 $\theta_1 \approx \theta_2$ ，可近似地将散射角视为：

$$\theta = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{59^\circ + 61^\circ}{2} = 60^\circ; \quad \Delta \theta = \pi \frac{61^\circ - 59^\circ}{180^\circ} = 0.0349 \text{ rad}$$

将各量代入得：

$$\eta = \frac{19.32 \times 1.5 \times 10^{-4}}{197} \times 6.02 \times 10^{23} \times \left(\frac{94.8 \times 10^{-13}}{4} \right)^2 \times \frac{2\pi \sin 60^\circ \times 0.0349}{\sin^4 30^\circ} = 1.51 \times 10^{-4}$$

$$\text{单位时间内入射的粒子数为：} N = \frac{Q}{e} = \frac{I \cdot t}{e} = \frac{5.0 \times 10^{-9} \times 1}{1.60 \times 10^{-19}} = 3.125 \times 10^{10} \text{ (个)}$$

\therefore T 时间内入射质子被散时到 $59^\circ - 61^\circ$ 之间得数目为：

$$\Delta N = N \eta T = 3.125 \times 10^{10} \times 1.51 \times 10^{-4} \times 60 \times 5 = 1.4 \times 10^9 \text{ (个)}$$

② 入射粒子被散时大于 θ 的几率为：

$$\eta = nt \frac{\pi a^2}{4} \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2} = \frac{\rho t}{A} N_A \frac{\pi a^2}{4} \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2} = 1.88 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \Delta N = N \eta T = 3.125 \times 10^{10} \times 1.88 \times 10^{-3} \times 60 \times 5 = 1.8 \times 10^{10} \text{ (个)}$$

③ 大于 10° 的几率为：

$$\eta = nt \frac{\pi a^2}{4} \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2} \Big|_{\theta=10^\circ} = 8.17 \times 10^{-2}$$

$$\therefore \text{大于 } 10^\circ \text{ 的原子数为：} \Delta N' = 3.125 \times 10^{10} \times 8.17 \times 10^{-2} \times 60 \times 5 = 7.66 \times 10^{11} \text{ (个)}$$

$$\therefore \text{小于 } 10^\circ \text{ 的原子数为：} \Delta N = 3.125 \times 10^{10} \times 1 \times 60 \times 5 - \Delta N' = 8.6 \times 10^{12} \text{ (个)}$$

注意：大于 0° 的几率： $\eta = 1$

$$\therefore \text{大于 } 0^\circ \text{ 的原子数为：} NT = 3.125 \times 10^{10} \times 60 \times 5$$

第二章 原子的量子态：波尔模型

2-1)解:

$$h\nu = E_k + W$$

① $E_k = 0, \therefore$ 有 $h\nu_0 = W$

$$\nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{1.9\text{eV}}{4.1357 \times 10^{-15} \text{eV} \cdot \text{s}} = 4.6 \times 10^{14} \text{Hz}$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{W} = \frac{1.24 \times 10^3 \text{nm} \cdot \text{eV}}{1.9\text{eV}} = 652.6 \text{nm}$$

② $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_k + W} = \frac{1.24 \times 10^3 \text{nm} \cdot \text{eV}}{(1.5 + 1.9)\text{eV}} = 364.7 \text{nm}$

2-2)解: $r_n = a_1 \frac{n^2}{Z}; \nu_n = \frac{\alpha c}{n} \cdot Z = \frac{V_1}{n} Z; E_n = E_1 \left(\frac{Z}{n}\right)^2$

① 对于 H:

$$r_1 = a_1 = 0.53 \text{\AA}; r_2 = 4a_1 = 2.12 \text{\AA}$$

$$\nu_1 = \alpha c = 2.19 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}); \nu_2 = \frac{1}{2} \nu_1 = 1.1 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

对于 He^+ : $Z=2$

$$r_1 = \frac{1}{2} a_1 = 0.265 \text{\AA}; r_2 = 2a_1 = 1.06 \text{\AA}$$

$$\nu_1 = 2\alpha c = 4.38 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}); \nu_2 = \alpha c = 2.19 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

对于 Li^+ : $Z=3$

$$r_1 = \frac{1}{3} a_1 = 0.177 \text{\AA}; r_2 = \frac{4}{3} a_1 = 0.707 \text{\AA}$$

$$\nu_1 = 3\alpha c = 6.57 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}); \nu_2 = \frac{3}{2} \alpha c = 3.29 \times 10^6 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

② 结合能 $= |E_n| = -E_1 \left(\frac{Z}{n}\right)^2 \equiv E_A$

$$E_H = 13.6 \text{eV}; E_{\text{He}^+} = 4 \times 13.6 = 54.4 \text{eV}; E_{\text{Li}^{++}} = 122.4 \text{eV}$$

③ 由基态到第一激发态所需的激发能:

$$\Delta E_1 = E_1 \left(\frac{Z}{2}\right)^2 - E_1 \left(\frac{Z}{1}\right)^2 = Z^2 E_1 \left(\frac{1}{4} - 1\right) = -\frac{3}{4} E_1 Z^2$$

对于 H: $(\Delta E_1)_H = -\frac{3}{4} \times (-13.6) = 10.2 \text{ eV}; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{12.4 \times 10^3 \text{ eV}}{10.2 \text{ eV}} \text{ \AA} = 1216 \text{ \AA}$

对于 He⁺: $(\Delta E_1)_{He^+} = \frac{3}{4} \times 13.6 \times 4 = 40.8 \text{ eV}; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = 303.9 \text{ \AA}$

对于 Li⁺⁺: $(\Delta E_1)_{Li^{++}} = \frac{3}{4} \times 13.6 \times 9 = 91.8 \text{ eV}; \lambda_{He^+} = \frac{hc}{\Delta E} = 135.1 \text{ \AA}$

2-3)解:

所谓非弹性碰撞, 即把 Li⁺⁺打到某一激发态,

而 Li⁺⁺最小得激发能为 $(\Delta E_{12})_{Li^{++}} = E_2 - E_1 = E_1(\frac{3^2}{2^2} - 3^2) = 91.8 \text{ eV}$

∴ 这就是碰撞电子应具有的最小动能。

2-4)解: 方法一:

欲使基态氢原子发射光子, 至少应使氢原子以基态激发到第一激发态

$$\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = 10.2 \text{ eV}$$

根据第一章的推导, 入射粒子 m 与靶 M 组成系统的实验室系能量 E_L 与 E_C 之间

的关系为: $E_c = \frac{M}{M+m} E_L$

∴ 所求质子的动能为:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{M+m}{M} E_c = (1 + \frac{m}{M}) \Delta E_{12} = 2 \Delta E_{12} = 20.4 \text{ eV}$$

所求质子的速度为: $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 20.4 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.673 \times 10^{-27}}} = 6.26 \times 10^4 (m \cdot s^{-1})$

方法二:

质子与基态氢原子碰撞过程动量守恒, 则

$$m_p v_{10} = (m_p + m_H) v \Rightarrow v = \frac{m_p}{m_p + m_H} v_{10}$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_p v_{10}^2 - \frac{1}{2} (m_p + m_H) v^2 = \frac{1}{2} m_p v_{10}^2 \cdot \frac{m_H}{m_p + m_H} = \frac{1}{2} E_{10}$$

$$E_{10} = \frac{1}{2} m_p v_{10}^2 = 2 \Delta E = 2(E_2 - E_1) = 20.4 \text{ eV}$$

$$v_{10} = \sqrt{\frac{2E_{10}}{m_p c^2}} \cdot c = 6.26 \times 10^4 (m/s) \quad \text{其中 } m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$$

2-7)解: $\tilde{\nu} = RZ^2\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, 巴而末系和赖曼系分别是:

$$\begin{aligned}\tilde{\nu}_B &= RZ^2\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right) \\ \tilde{\nu}_L &= RZ^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)\end{aligned} \Rightarrow \frac{1}{RZ^2} \frac{36}{5} - \frac{1}{RZ^2} \frac{4}{3} = 133.7nm$$

$$\Rightarrow RZ^2(133.7nm) = \frac{88}{15}, \text{解得: } Z = 2 \text{ 即: He 原子的离子。}$$

2-8)解:

$$\Delta E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hcv = hcR \cdot Z^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \times 4Rhc = 3Rhc = 40.8eV$$

此能量电离 H 原子之后的剩余能量为: $\Delta E' = 40.8 - 13.6 = 27.2eV$

$$\text{即: } \frac{1}{2}mv^2 = \Delta E' \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta E'}{mc^2}}c = \sqrt{\frac{54.4}{0.51 \times 10^6}} \times 3 \times 10^8 = 3.1 \times 10^6 (m \cdot s^{-1})$$

2-9)解:

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\text{质心系中: } r = r_1 + r_2, r_1 = r_2 = r/2, v_1 = v_2 = v$$

$$\text{运动学方程: } k \frac{e^2}{r^2} = \frac{2mv^2}{r}$$

$$\text{角动量量子化条件: } m_1 v_1 r_1 + m_2 v_2 r_2 = mvr = n\hbar$$

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2 / 2}$$

$$\begin{aligned}E &= E_k + E_p = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - k \frac{e^2}{r} \\ &= mv^2 - k \frac{e^2}{r} = -k \frac{e^2}{2r}\end{aligned}$$

$$E_n = -\frac{2\pi^2(m/2)e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 n^2 \hbar^2} = \frac{E_n(H)}{2} = -\frac{13.6eV}{2n^2}$$

(1) 基态时两电子之间的距离: $r = 2a_1 = 0.106nm$

(2) 电离能: $\Delta E_\infty = -\frac{E_1(H)}{2} = 6.80eV$

第一激发能: $\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = \dots = 5.10eV$

(3) 由第一激发态退到基态所放光子的波长:

$$\lambda(2 \rightarrow 1) = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 243.3nm$$

2-10)解:

μ^- 子和质子均绕它们构成体系的质心圆周运动, 运动半径为 r_1 和 r_2 , $r_1+r_2=r$

折合质量 $M = m_1 \times m_2 / (m_1 + m_2) = 186 m_e$

$$r_1 = r \times m_2 / (m_1 + m_2) = r \times M / m_1 \quad r_2 = r \times m_1 / (m_1 + m_2) = r \times M / m_2$$

$$\text{运动学方程: } Ke^2/r^2 = m_1 \times v_1^2/r_1 = m_1^2 \times v_1^2 / (M \times r) \text{ ----- (1)}$$

$$Ke^2/r^2 = m_2 \times v_2^2/r_2 = m_2^2 \times v_2^2 / (M \times r) \text{ ----- (2)}$$

$$\text{角动量量子化条件: } m_1 \times v_1 \times r_1 + m_2 \times v_2 \times r_2 = n \hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{即 } M \times (v_1 + v_2) \times r = n \hbar \text{ ----- (3)}$$

共有三个方程、三个未知数。可以求解。

(1) 式 与 (2)式 做比值运算:

$$v_1 / v_2 = m_2/m_1 \quad \text{代入 (3) 式中}$$

$$M \times v_2 \times (m_2/m_1 + 1) \times r = n \hbar \quad \text{即 } m_2 \times v_2 \times r = n \hbar \text{ ----- (4)}$$

(2)式 和 (4)式 联立解得:

$$r_n = n^2 \times \frac{4\pi \epsilon_0 \times h^2}{4\pi^2 \times M \times e^2} = \frac{n^2}{186} \times a_1 \text{ ----- (5)}$$

式中 $a_1 = 0.529 \text{ \AA}$, 为氢原子第一玻尔轨道半径。

根据(5)式, 可求得, μ 子原子的第一玻尔轨道半径为 $r_1 = a_1/186 = 0.00284 \text{ \AA}$ 。

再从运动学角度求取体系能量对 r 的依赖关系。

$$\begin{aligned} E &= E_K + E_P = 1/2 \times m_1 \times v_1^2 + 1/2 \times m_2 \times v_2^2 - K \times e^2/r \\ &= (1/2 \times M/m_1 + 1/2 \times M/m_2 - 1) \times K \times e^2/r = -1/2 \times K \times e^2/r \end{aligned}$$

把 (5) 式代入上式中

$$E_n = -\frac{2\pi^2 M e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 n^2 h^2} = 186 E_n(H)$$

因此, μ 子原子的最低能量为 $E_{(n=1)} = 186 \times (-13.6 \text{ eV}) = -2530 \text{ eV}$

赖曼系中最短波长跃迁对应 从 $n = \infty \rightarrow 1$ 的跃迁。该跃迁能量即为 2530 eV 。

由 $hc/\lambda = 2530 \text{ eV}$ 计算得到 $\lambda_{\min} = 4.91 \text{ \AA}$

2-11)解:

重氢是氢的同位素

$$R_H = \frac{1}{1 + \frac{M_e}{M_H}}; R_D = \frac{1}{1 + \frac{M_e}{M_D}}$$

$$\frac{R_H}{R_D} = 0.999728 = \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1+0.5002x}} = 0.999728$$

解得: $x = 0.5445 \times 10^{-3}$; 质子与电子质量之比 $\frac{1}{x} = 1836.50$

2-12)解:

① 光子动量: $p = \frac{h}{\lambda}$, 而: $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$

$$\therefore p = \frac{\Delta E}{c} = m_p v \Rightarrow v = \frac{\Delta E}{m_p c^2} \cdot c = \frac{10.2 \text{ eV}}{938.3 \times 10^6} \times 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 3.26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

② 氢原子反冲能量: $E_k = \frac{1}{2} m_p v^2 = \frac{(\Delta E)^2}{2 m_p c^2}$

$$\therefore \frac{E_k}{E_v} = \frac{\Delta E}{2 m_p c^2} = \frac{10.2 \text{ eV}}{2 \times 938.3 \times 10^6 \text{ eV}} = 5.4 \times 10^{-9}$$

2-13)解:

由钠的能级图 (64 页图 10-3) 知: 不考虑能级的精细结构时, 在 4P 下有 4 个能级: 4S, 3D, 3P, 3S, 根据辐射跃迁原则。 $\Delta l = \pm 1$, 可产生 6 条谱线:

$$4P \rightarrow 3D; 4P \rightarrow 4S; 3D \rightarrow 3P; 4S \rightarrow 3P; 4P \rightarrow 3S; 3P \rightarrow 3S$$

2-14)解:

依题: 主线系: $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3S) - T(nP)$;

辅线系: $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3P) - T(nS)$ 或 $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = T(3P) - T(nD)$

即: $T(3S) - T(3P) = \frac{1}{589.3 \text{ nm}}; T(3P) - 0 = \frac{1}{408.6 \text{ nm}}$

① $T(3S) = \frac{1}{589.3 \text{ nm}} + \frac{1}{408.6 \text{ nm}} = 4.144 \times 10^6 (\text{m}^{-1})$

$$T(3P) = \frac{1}{408.6 \text{ nm}} = 2.447 \times 10^6 (\text{m}^{-1})$$

相应的能量:

$$E(3S) = -hcT(3S) = -1.24 \times 10^3 \text{ nm} \cdot \text{eV} \times 4.144 \times 10^6 \text{ m}^{-1} = -5.14 \text{ eV}$$

$$E(3P) = -hcT(3P) = -1.24 \times 10^3 \text{ nm} \cdot \text{eV} \times 2.447 \times 10^6 \text{ m}^{-1} = -3.03 \text{ eV}$$

$$\textcircled{2} \text{ 电离能 } |E(3S)| = 5.14 \text{ eV}$$

$$\text{第一激发电势: } \Delta E_{12} = E(3P) - E(3S) = 2.11 \text{ eV}$$

第三章 量子力学导论

3-1)解：以 1000eV 为例：非相对论下估算电子的速度：

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e c^2 \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^2 = 511 \text{ keV} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{c} \right)^2 = 1000 \text{ eV}$$

所以 $v \approx 6.25\% \times c$

故 采用相对论公式计算加速后电子的动量更为妥当。

$$\text{加速前电子总能量 } E_0 = m_e c^2 = 511 \text{ keV}$$

$$\text{加速后电子总能量 } E = m_e c^2 + 1000 \text{ eV} = 512000 \text{ eV}$$

用相对论公式求加速后电子动量

$$p = \frac{1}{c} \times \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4} = \frac{1}{c} \sqrt{262144000000 - 261121000000} \text{ eV} = \frac{31984 \text{ eV}}{c}$$

$$\text{电子德布罗意波长 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{31984 \text{ eV}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{31984 \text{ eV}} = 0.3880 \times 10^{-10} \text{ m} = \mathbf{0.3880 \text{ \AA}}$$

采用非相对论公式计算也不失为正确：

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E_k}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{\sqrt{2 \times 511 \text{ keV} \times 1000 \text{ eV}}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ m}}{0.31969 \times 10^5} = \mathbf{0.3882 \text{ \AA}}$$

可见电子的能量为 100eV、10eV 时，速度会更小，所以可直接采用非相对论公式计算。

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E_k}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{\sqrt{2 \times 511 \text{ keV} \times 100 \text{ eV}}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ m}}{1.011 \times 10^4} = \mathbf{1.2287 \text{ \AA}}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_k}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_e c^2 E_k}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ eV} \cdot \text{m}}{\sqrt{2 \times 511 \text{ keV} \times 10 \text{ eV}}} = \frac{1.241 \times 10^{-6} \text{ m}}{0.31969 \times 10^4} = \mathbf{3.8819 \text{ \AA}}$$

3-2)解：

不论对电子 (electron) 还是光子(photon)，都有：

$$\lambda = h/p$$

$$\text{所以 } p_{\text{ph}}/p_{\text{e}} = \lambda_{\text{e}}/\lambda_{\text{ph}} = \mathbf{1:1}$$

$$\text{电子动能 } E_e = 1/2 \times m_e \times v_e^2 = p_e^2 / 2m_e = h^2 / (2 \times m_e \times \lambda_e^2)$$

$$\text{光子动能 } E_{ph} = h\nu = hc/\lambda_{ph}$$

$$\text{所以 } E_{ph} / E_e = hc/\lambda_{ph} \times (2 \times m_e \times \lambda_e^2) / h^2 = hc / (2 \times m_e \times c^2 \times \lambda_e)$$

$$\text{其中 组合常数 } hc = 1.988 \times 10^{-25} \text{ J}\cdot\text{m} \quad m_e \times c^2 = 511 \text{ keV} = 0.819 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$\text{代入得 } E_{ph} / E_e = \mathbf{3.03 \times 10^{-3}}$$

3-3)解:

$$(1) \text{ 相对论情况下 总能 } E = E_k + m_0 c^2 = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

其中 E_k 为动能, $m_0 c^2$ 为静止能量。对于电子, 其静止能量为 511 keV。

$$\text{由题意: } m_0 c^2 = E_k = E - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - 1 \right)$$

$$\text{容易解得 } v = \sqrt{3} / 2 \times c = 0.866c$$

$$(2) \text{ 电子动量 } p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \sqrt{3} \times m_0 \times c$$

$$\text{其德布罗意波长 } \lambda = h / p = \frac{h \times c}{\sqrt{3} \times m_0 \times c^2} = \frac{1.988 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{m}}{1.732 \times 511 \times 1.602 \times 10^{-16} \text{ J}} = 0.014 \text{ \AA}$$

3-5)解:

$$\text{证明: 非相对论下: } \lambda_0 = \frac{12.25}{\sqrt{V}} = \frac{h}{p_0}$$

p_0 为不考虑相对论而求出的电子动量, λ_0 为这时求出的波长。

$$\text{考虑相对论效应后: } \lambda = \frac{h}{p} \quad \text{这里 } p \text{ 为考虑相对论修正后求出的电子动量, } \lambda \text{ 为这时}$$

求出的波长。则

$$\lambda / \lambda_0 = p_0 / p = \frac{\sqrt{2m_e E_k}}{\frac{1}{c} \sqrt{E^2 - m_e^2 c^4}} = \frac{c \sqrt{2m_e E_k}}{\sqrt{(E_k + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}} = \frac{c \sqrt{2m_e E_k}}{\sqrt{E_k^2 + 2m_e c^2 E_k}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{E_k}{2m_e c^2} + 1}}$$

E_k = 加速电势差×电子电量, 如果以电子伏特为单位, 那么在数值上即为 V。

$$\lambda/\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{V}{2m_e c^2} + 1}}$$

这里 $m_e c^2$ 也以电子伏特为单位，以保证该式两端的无量纲性和等式的成立。

$m_e c^2$ 也以电子伏特为单位时， $2m_e c^2$ 的数值为 1022000。如果设想电子加速电压远小于 1022000 伏特，那么 $V/2m_e c^2$ 远小于 1。（注意，这个设想实际上与电子速度很大存在一点矛盾。实际上电子速度很大，但是又同时不可以过大。否则， $V/2 m_e c^2$ 远小于 1 的假设可能不成立）。

$$\text{设 } y = 1 + V/2 m_e c^2 = 1 + \Delta x, \quad f(y) = \frac{1}{\sqrt{y}}$$

由于 $\Delta x \ll 1$ ， $f(y)$ 函数可在 $y = 1$ 点做泰勒展开，并忽略高次项。结果如下：

$$f(y) = 1 + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{y=1} \times \Delta x = 1 + (-1/2) \times \frac{1}{\sqrt[3/2]{y}} \Big|_{y=1} \times \Delta x = 1 - \Delta x/2 = 1 - \frac{V}{4m_e c^2}$$

将 $m_e c^2$ 以电子伏特为单位时的数值 511000 代入上式，得

$$f(y) = 1 - 0.489 \times 10^{-6} \times V$$

$$\text{因此 } \lambda = \lambda_0 \times f(y) = \frac{12.25}{\sqrt{V}} (1 - 0.489 \times 10^{-6}) nm = \frac{12.25}{\sqrt{V(1 + 0.978 \times 10^{-6})}} nm$$

3-7)解：

$$\text{由 } \nu = \frac{c}{\lambda} \text{ 得: } \Delta \nu = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda, \text{ 即 } |\Delta \nu| = \frac{c}{\lambda} \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} \times 10^{-7} = 5 \times 10^7 \text{ Hz}$$

$$\text{由 } E = h\nu \text{ 得: } \Delta E = h\Delta \nu$$

$$\text{又 } \Delta t \cdot \Delta E = \frac{\hbar}{2}, \text{ 所以 } \Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E} = \frac{h}{4\pi\hbar\Delta \nu} = \frac{1}{4\pi\Delta \nu} = 1.59 \times 10^{-9} \text{ s}$$

3-8)解：

由 P88 例 1 可得

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{3\hbar^2}{8m_e r^2} = \frac{3 \times (6.63 \times 10^{-34})^2}{32 \times 3.14^2 \times 9.109 \times 10^{-31} \times (1.0 \times 10^{-14})^2} \\ &= 4.5885 \times 10^{-11} \text{ J} = 2.8678 \times 10^5 \text{ eV} \end{aligned}$$

3-9)解：(1)

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} |\phi|^2 dx dy dz &= \int_{-\infty}^{+\infty} N^2 e^{-\left\{\frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} + \frac{|z|}{c}\right\}} dx dy dz \\
&= N^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|x|}{a}} dx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|y|}{b}} dy \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|z|}{c}} dz \\
&= N^2 (2a) \cdot (2b) \cdot (2c) = 8abcN^2 = 1 \\
\text{归一化常数 } N &= \frac{1}{\sqrt{8abc}}
\end{aligned}$$

(2) 粒子 x 坐标在 0 到 a 之间的几率为

$$\begin{aligned}
\int_0^a \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\phi|^2 dx dy dz &= N^2 \int_0^a e^{-\frac{|x|}{a}} dx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|y|}{b}} dy \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|z|}{c}} dz \\
&= \frac{1}{8abc} \cdot \left[a \left(1 - \frac{1}{e} \right) \right] \cdot (2b) \cdot (2c) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{e} \right)
\end{aligned}$$

(3) 粒子的 y 坐标和 z 坐标分别在 $-b \rightarrow +b$ 和 $-c \rightarrow +c$ 之间的几率

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-b}^{+b} \int_{-c}^{+c} |\phi|^2 dx dy dz &= N^2 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|x|}{a}} dx \int_{-b}^{+b} e^{-\frac{|y|}{b}} dy \int_{-c}^{+c} e^{-\frac{|z|}{c}} dz \\
&= \frac{1}{8abc} \cdot (2a) \cdot \left[2b \left(1 - \frac{1}{e} \right) \right] \cdot \left[2c \left(1 - \frac{1}{e} \right) \right] = \left(1 - \frac{1}{e} \right)^2
\end{aligned}$$

3-12)解:

$$\begin{aligned}
\bar{x} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_n x \varphi_n^* dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_n|^2 x dx = \int_0^a \frac{2}{a} x \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{2}{a} \int_0^a x \frac{1 - \cos \frac{2n\pi x}{a}}{2} dx \\
&= \frac{2}{a} \int_0^a \frac{x}{2} dx - \frac{1}{a} \int_0^a x \cos \frac{2n\pi x}{a} dx = \frac{a}{2} - \frac{1}{a} \cdot \frac{a}{2n\pi} \int_0^a x d \left(\sin \frac{2n\pi x}{a} \right) \\
&= \frac{a}{2} - \frac{1}{2n\pi} \left(- \int_0^a \sin \frac{2n\pi x}{a} dx \right) = \frac{a}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(x - \bar{x})_{\text{平均}}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_n (x - \bar{x})^2 \varphi_n^* dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_n|^2 \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 dx \\
&= \int_0^a \frac{2}{a} \left(x - \frac{a}{2} \right)^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{a^2}{12} \left(1 - \frac{6}{n^2 \pi^2} \right)
\end{aligned}$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时 $\bar{x} = \frac{a}{2}, (x - \bar{x})_{\text{平均}}^2 = \frac{a^2}{12}$ 3-15) 解

$$3-15) (1) \quad x < 0, \quad V = \infty, \quad \varphi(x) = 0$$

$$0 \leq x \leq a, \quad V = 0, \quad \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -k^2 \varphi, \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad \varphi(x) = A \sin kx + B \cos kx$$

$$x > a, \quad V = V_0, \quad \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = k'^2 \varphi, \quad k'^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}, \quad \varphi(x) = A' e^{k'x} + B' e^{-k'x}$$

由函数连续、有限和归一化条件求 A, B, A', B'

由函数有限可得: $A' = 0$

由函数连续可知: $x = 0 \quad \varphi(0) = B = 0$

$$x = a \quad \varphi(a) = A \sin ka = B' e^{-k'a} \quad \text{错误!未找到引用源。}$$

用源。

$$\varphi'(a) = k A \cos ka = -k' B' e^{-k'a} \quad \text{错误!未找到引用源。}$$

用源。

由错误!未找到引用源。和错误!未找到引用源。得 $k \cot ka = -k'$

$$\text{由函数归一化条件得: } \int_0^a (A \sin kx)^2 dx + \int_a^\infty (B' e^{-k'x})^2 dx = 1 \quad \text{错误!未找到引用源。}$$

源。

由错误!未找到引用源。和错误!未找到引用源。可求得 A, B'

第四章 原子的精细结构：电子的自旋

$$4-1) \text{解: } U = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \frac{e}{m_e} \vec{S} \cdot \vec{B} = 2\mu_B m_s B$$

$$\Rightarrow \Delta U = 2\mu_B B = 2 \times 0.5788 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot T^{-1} \times 1.2 T = 1.39 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

$$4-2) D_{3/2} \text{ 状态, } s = \frac{1}{2}, l = 2, j = \frac{3}{2}; g = \frac{4}{5}$$

$$\mu = -\sqrt{j(j+1)} g \mu_B \Rightarrow \text{其大小: } \mu = \sqrt{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)} \times \frac{4}{5} \mu_B = 1.55 \mu_B$$

$$\mu_z = m g \mu_B = \frac{4}{5} m \mu_B$$

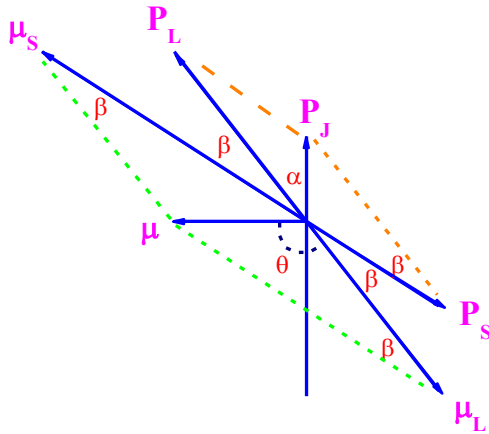
$$m = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -$$

$$\mu_z = \left(\frac{6}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{2}{5} - \frac{6}{5}\right) \mu_B$$

4-3) 解: ${}^6G_{3/2}$ 态: $2s+1=6 \Rightarrow s=\frac{5}{2}, l=4, j=\frac{3}{2}$;

$$\text{该原子态的 Lande } g \text{ 因子: } g = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1) - 4(4+1)}{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)} = 0$$

$$\text{原子处于该态时的磁矩: } \mu_j = g\sqrt{j(j+1)}\mu_B = 0 \quad (\text{J/T})$$



利用矢量模型对这一事实进行解释:

各类角动量和磁矩的矢量图如上。其中

$$P_S = [S(S+1)]^{1/2} \hbar = (35/4)^{1/2} \hbar \quad P_L = [L(L+1)]^{1/2} \hbar = (20)^{1/2} \hbar \quad P_J = [J(J+1)]^{1/2} \hbar = (15/4)^{1/2} \hbar$$

$$\mu_S = g_S \times [S(S+1)]^{1/2} \times \mu_B = (35)^{1/2} \mu_B \quad \mu_L = g_L \times [L(L+1)]^{1/2} \times \mu_B$$

$$\text{利用 } P_S、P_L、P_J \text{ 之间三角形关系可求出 } \alpha = 30^\circ \quad \cos\beta = \frac{5}{2\sqrt{7}}$$

由已知的 $\cos\beta$ 、 μ_S 、 μ_L 可求出 $\mu = \sqrt{5}\mu_B$ 以及 $\theta = 120^\circ$

所以 $\theta - \alpha = 90^\circ$ 。即 矢量 μ 与 P_J 垂直、 μ 在 P_J 方向的投影为 0。

或: 根据原子矢量模型: 总磁矩 μ 等于 $\vec{\mu}_l, \vec{\mu}_s$ 分量相加, 即:

$$\mu = \mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) + \mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J}) = (-g_l \mu_B \frac{J^2 + L^2 - S^2}{2J}) + (-g_s \mu_B \frac{J^2 + S^2 - L^2}{2J})$$

$$\text{可以证明: } \mu_l \cos(\vec{L}, \vec{J}) = -\mu_s \cos(\vec{S}, \vec{J})$$

$\vec{\mu}_l$ 与 $\vec{\mu}_s$ 在 \vec{J} 上投影等值而反向, 所以合成后, $\mu=0$

$$4-4) \text{解: } z_2 = \pm \mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{mv^2}, \quad \Delta z_2 = 2\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{mv^2}$$

$$\Delta z_2 = 2.0 \times 10^{-3} m; d = 10 \times 10^{-2} m; D = 25 \times 10^{-2} m$$

$$v = 400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; m = \frac{A}{N_0} = \frac{107.87}{6.02 \times 10^{23}} \times 10^{-3} \text{ kg}; \mu_B = 0.93 \times 10^{-23} \text{ JT}^{-1}$$

将所有数据代入解得: $\frac{\partial B_z}{\partial z} = 1.23 \times 10^2 \text{ T/m}$

4-5)解: $^4F_{3/2}$ 态, $j = \frac{3}{2}$, 分裂为: $2j+1 = 4$ (束)

$$z_2 = -mg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{mv^2} = -mg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{2E_k}$$

$$m = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, g = \frac{2}{5}$$

$$\text{对于边缘两束, } \Delta z_2 = 2jg\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{2E_k}$$

$$= 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times 0.5788 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^2 \times \frac{0.1 \times 0.3}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$$

4-6)解:

$$^2P_{3/2} \text{ 态: } s = \frac{1}{2}, l = 1, j = \frac{3}{2}; m = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$$

$2j+1 = 4$ 即: 屏上可以接收到 4 束氯线

$$\text{对于 H 原子: } \Delta z_2 = 2\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{2E_k} = 0.6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\text{对于氯原子: } \Delta z'_2 = g\mu_B \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \frac{dD}{2E_k}$$

$$\frac{\Delta z'_2}{\Delta z_2} = \frac{g}{2} \Rightarrow \Delta z'_2 = \frac{1}{2} g(\Delta z_2)$$

$$\text{对于 } ^2P_{3/2} \text{ 态: } g = \frac{4}{3}, \text{ 代入得: } \Delta z'_2 = \frac{4/3}{2} \times 0.60 = 0.40 \text{ cm}$$

<注: T=400K, 表明: 大部分 H 原子处于基态, 当 T=10⁵K 时, 才有一定量得原子处于激发态>

4-7)解: 赖曼系, 产生于: $n=2 \rightarrow n=1$

$n=1, l=0$, 对应 S 能级

$n=2; l=0, 1$, 对应 S、P 能级, 所以赖曼系产生于: $2P \rightarrow 1S$

双线来源于: $2P$ 的分裂, $2^2P_{3/2}, 2^2P_{1/2}$

由 21-12' 知: $\Delta\nu = \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} \times 5.84 \text{ cm}^{-1}$

将 $\Delta\nu = 29.6 \text{ cm}^{-1}$, $n=2, l=1$ 代入解得: $Z=3$

即: 所得的类 H 离子系: Li^{++}

4-8) 解: 2P 电子双层的能量差为:

$$\Delta U = \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} \times 7.25 \times 10^{-4} \text{ eV} = \frac{1^4}{2^3 \cdot 1 \cdot (1+1)} \times 7.25 \times 10^{-4} \text{ eV} = 4.53 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

另一方面: $\Delta U = 2\mu_B B \Rightarrow B = \frac{\Delta U}{2\mu_B} = \frac{4.53 \times 10^{-4}}{2 \times 0.5788 \times 10^{-4}} = 0.39 \text{ (T)}$

4-10) 解: 3S_1 态: $2s+1=3 \Rightarrow s=1, l=0, j=1; g_1=2; m_1=1, 0, -1$

3P_0 态: $2s+1=3 \Rightarrow s=\frac{3}{2}, l=1, j=0; m_2=0$

$\Delta(mg) = m_1 g_1$ 有三个值, 所以原谱线分裂为三个。

相应谱线与原谱线的波数差:

$$\begin{aligned} \tilde{\nu}' - \tilde{\nu} &= \frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu'}{c} - \frac{\nu}{c} \\ &= \frac{1}{c}(\nu' - \nu) = (2, 0, -2) \frac{\mu_B B}{hc} \end{aligned}$$

相邻谱线的波数差为: $\frac{2\mu_B B}{hc}$

不属于正常塞曼效应 (正常塞曼效应是由 $s=0$ 到 $s=0$ 的能级之间的跃迁)

4-11) 解: ① $3^2P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{3/2}: s=\frac{1}{2}, l=1, j=\frac{3}{2}; g=\frac{4}{3}; m=\pm\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2}$$

$$3^2S_{1/2}: s=\frac{1}{2}, l=0, j=\frac{1}{2}; g=2; m=\pm\frac{1}{2}$$

分裂后的谱线与原谱线的波数差为:

$$\Delta\tilde{\nu} = \Delta(mg)\tilde{\phi} = \left(-\frac{5}{3}, -1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}\right)\tilde{\phi}$$

其中: $\tilde{\phi} = \frac{eB}{4\pi m_e} = 46.7 B = 46.7 \times 2.5 \text{ m}^{-1} = 116.75 \text{ m}^{-1}$

$$\Delta\nu = c\Delta\tilde{\nu} = \left(\pm\frac{5}{3}, \pm 1, \pm\frac{1}{3}\right) \times 35 \text{ GHz}$$

② $3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$

$$3^2P_{1/2}: s = \frac{1}{2}, l = 1, j = \frac{1}{2}; g = \frac{2}{3}; m = \pm \frac{1}{2}$$

∴ 分裂后的谱线与原谱线差:

$$\Delta \tilde{\nu} = \Delta(mg)\tilde{\phi} = (\pm \frac{4}{3}, \pm \frac{2}{3})\tilde{\phi}$$

$$\text{其中: } \tilde{\phi} = \frac{eB}{4\pi m_e} = 46.7B = 46.7 \times 2.5m^{-1} = 116.75m^{-1}$$

$$\Delta \nu = c\Delta \tilde{\nu} = (\pm \frac{4}{3}, \pm \frac{2}{3}) \times 35GHz$$

4-12)解: (1)钾原子的 766.4nm 和 769.9nm 双线产生于 $4^2P_{3/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$ 。这三个能级的 g

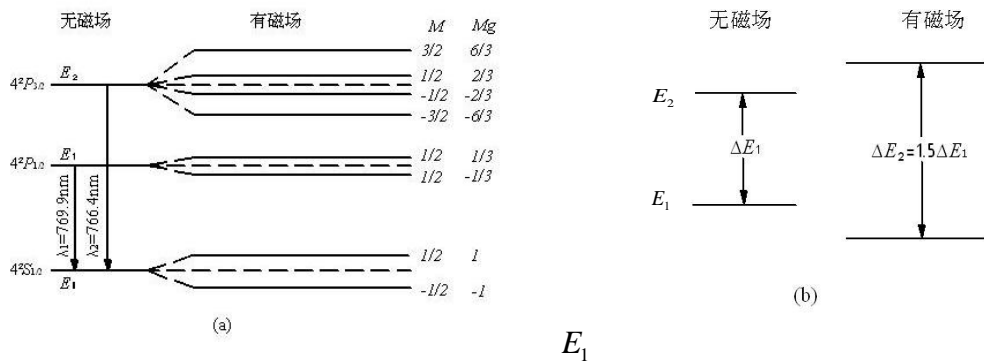
$$\text{因子分别为: } g_2 = \frac{4}{3}, g_1 = \frac{2}{3}, g_0 = 2$$

因在磁场中能级裂开的层数等于 $2J+1$, 所以 $^2P_{3/2}$ 能级分裂成四层, $^2P_{1/2}$ 和 $^2S_{1/2}$ 能级分裂成

两层。能量的间距等于 $gu_B B$, 故有:

$$\Delta E_2' = g_2 u_B B = \frac{4}{3} u_B B; \Delta E_1' = g_1 u_B B = \frac{2}{3} u_B B; \Delta E_0' = g_0 u_B B = 2 u_B B$$

原能级和分裂后的能级图如 (a) 图所示。



(2) 根据题意, 分裂前后能级间的关系如 (b) 图所示, 且有:

$$\Delta E_2 = [E_2 + (\Delta E_2)_{\max}] - [E_1 + (\Delta E_1)_{\min}] = 1.5 \Delta E_1,$$

$$\text{即 } E_2 - E_1 + (J_2)_{\max} g_2 u_B B - (J_1)_{\min} g_1 u_B B = \frac{3}{2} \Delta E_1.$$

将 $(J_2)_{\max} = \frac{3}{2}, (J_1)_{\min} = -\frac{1}{2}$ 代入上式, 得:

$$E_2 - E_1 + (\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}) u_B B = \frac{3}{2} (E_2 - E_1).$$

经整理有:

$$\begin{aligned}\frac{7}{3}\mu_B B &= \frac{1}{2}(E_2 - E_1) = \frac{1}{2}[(E_2 - E_0) - (E_1 - E_0)] = \frac{1}{2}\left(\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1}\right) = \frac{hc}{2} \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \\ &= \frac{1}{2} \times 1.24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm} \times \frac{(769.9 - 766.4) \text{ nm}}{769.9 \text{ nm} \times 766.4 \text{ nm}} = 3.678 \times 10^{-3} \text{ eV}\end{aligned}$$

$$\text{于是 } B = \frac{3}{7\mu_B} \times 3.678 \times 10^{-3} \text{ eV} = \frac{3}{7 \times 0.5788 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}} \times 3.678 \times 10^{-3} \text{ eV} = 27.2 \text{ T}$$

4-13) 解:

(1) 在强磁场中, 忽略自旋-轨道相互作用, 这时原子的总磁矩是轨道磁矩和自旋磁矩的适量和, 即有:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} - \frac{e}{m_e} \vec{S} = -\frac{e}{2m_e} (\vec{L} + 2\vec{S}) \quad (1)$$

(2) 此时, 体系的势能仅由总磁矩与外磁场之间的相互作用来确定, 于是有:

$$\begin{aligned}U &= -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e}{2m_e} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \vec{B} = \frac{eB}{2m_e} (L_z + 2S_z) \\ &= \frac{e\hbar B}{2m_e} (m_l + 2m_s) = (m_l + 2m_s) \mu_B B\end{aligned} \quad (2)$$

(3) 钠原子的基态为 $3^2S_{\frac{1}{2}}$, 第一激发态为 3^2P_0 ; 对于 $3S$ 态: $m_l = 0, m_s = \pm \frac{1}{2}$, 因此

(2) 式给出双分裂, 分裂后的能级与原能级的能量差

$$\Delta E_1 = \pm u_B B$$

对于 $3P$ 态, $m_l = 0, \pm 1; m_s = \pm \frac{1}{2}$, (2) 式理应给出 2×3 个分裂, 但 $m_l = -1; m_s = \frac{1}{2}$ 与 $m_l = 1; m_s = -\frac{1}{2}$ 对应的 ΔE 值相同, 故实际上只给出五分裂, 附加的能量差为

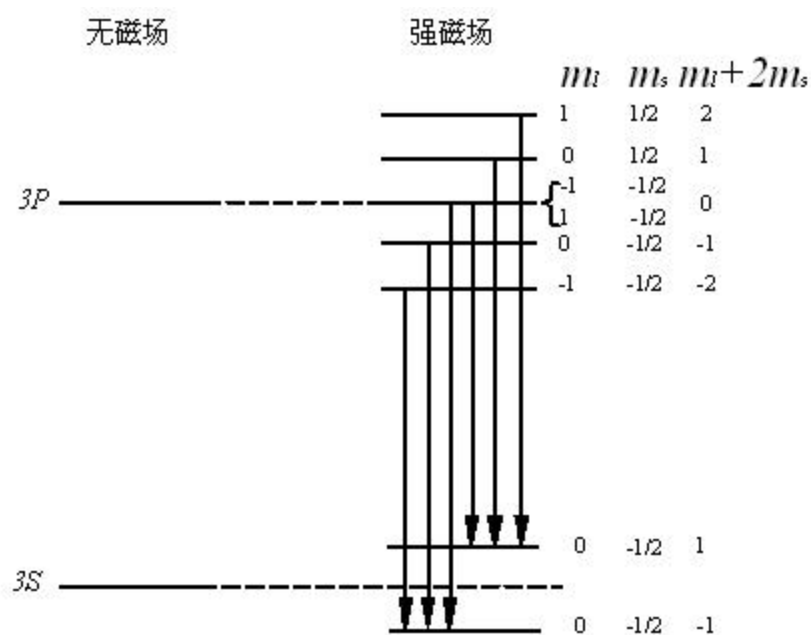
$$\Delta E_2 = (2, 1, 0, -1, -2) u_B B$$

原能级与分裂后的能级如图所示

根据选择规律: $\Delta m_l = 0, \pm 1; \Delta m_s = 0$

它们之间可发生六条跃迁。由于较高的各个能级之间的间距相等, 只产生三个能差值

$(1, 0, -1) \mu_B B$, 因此只能观察到三条谱线, 其中一条与不加磁场时重合。这是, 反常塞曼效应被帕型-巴克效应所取代。



钠原子的3P和3S态在强磁场中的能级分裂和跃迁

4-14) 解: 因忽略自旋-轨道相互作用, 自旋、轨道角动量不再合成 J , 而是分别绕外磁场旋进, 这说明该外磁场是强场。这时, 即原谱线分裂为三条。因此, 裂开后的谱线与原谱线的波数差可用下式表示:

$$\Delta\tilde{\nu} = (1, 0, -1)\tilde{\phi}$$

$$\text{式中 } \tilde{\phi} = \frac{e}{4\pi m_e c} B = 46.7 m^{-1} T^{-1} \cdot B = 46.7 \times 4 m^{-1} = 1.87 \times 10^{-7} nm^{-1}$$

$$\text{因 } \lambda = \frac{1}{\tilde{\nu}}, \text{ 故有 } \Delta\lambda = -\lambda^2 \Delta\tilde{\nu}$$

将 $\lambda, \Delta\tilde{\nu}$ 代入上式, 得:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = -(121.0 nm)^2 \times (1, 0, -1) \cdot \tilde{\phi} = \begin{cases} -2.74 \times 10^{-3} nm \\ 0 \\ 2.74 \times 10^{-3} nm \end{cases},$$

$$\therefore \lambda' = \begin{cases} (121.0 - 0.00274) nm \\ 121.0 nm \\ (121.0 + 0.00274) nm \end{cases}$$

第五章 多电子原子

$$5-2 \text{ 解: } {}^4D_{3/2}: L=2, S=\frac{3}{2}, J=\frac{3}{2}; \quad \text{由 } \hat{J}^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2\hat{L} \cdot \hat{S} \text{ 得}$$

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2) = \frac{1}{2}[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]\hbar^2 = -3\hbar^2$$

5-3 解 对于 $L=2; S=\frac{1}{2}; J=\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$ 由 $\hat{J}^2 = \hat{L}^2 + \hat{S}^2 + 2\hat{L} \cdot \hat{S}$ 得

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2) = \frac{1}{2}[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]\hbar^2$$

当 $L=2; S=\frac{1}{2}; J=\frac{5}{2}$ 时:

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(\hat{L}^2 + \hat{S}^2 - \hat{J}^2) = \frac{1}{2}[\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1) - 2(2+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2 = \hbar^2$$

当 $L=2; S=\frac{1}{2}; J=\frac{3}{2}$ 时:

$$\vec{L} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2}(\hat{L}^2 + \hat{S}^2 - \hat{J}^2) = \frac{1}{2}[\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1) - 2(2+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)]\hbar^2 = -\frac{3}{2}\hbar^2$$

5-4 解:

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S$$

它们的矢量图如图所示。由图可知:

$$P_S^2 = P_L^2 + P_J^2 - 2\|\vec{P}_L\|\|\vec{P}_J\|\cos(\vec{P}_L, \vec{P}_J)。$$

经整理得:

$$\cos(\vec{P}_L, \vec{P}_J) = \frac{L(L+1) + J(J+1) - S(S+1)}{2\sqrt{L(L+1)} \cdot \sqrt{J(J+1)}}$$

对于 $3F_2$ 态, $S=1, L=3, J=2$, 代入上式得:

$$\cos(\vec{P}_L, \vec{P}_J) = \frac{3 \times 4 + 2 \times 3 - 1 \times 2}{2 \times \sqrt{3 \times 4} \times \sqrt{1 \times 2}} = 0.9428,$$

$$(\vec{P}_L, \vec{P}_J) = \cos^{-1} 0.9428 = 19^\circ 28'$$

所以总角动量 \vec{P}_L 与轨道角动量 \vec{P}_J 之间得夹角为 $19^\circ 28'$ 。

5-6 解: **j-j 耦合:**

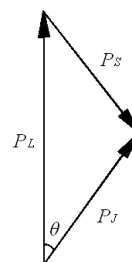
根据 j-j 耦合规则, 各个电子得轨道角动量 \vec{P}_l 和自旋角动量 \vec{P}_s 先合成各自的总角动量 \vec{P}_j , 即

$$\vec{P}_j = \vec{P}_l + \vec{P}_s, j=l+s, l+s-1, \dots |l-s|。$$

于是有: $l_1=2, s_1=1/2$, 合成 $j_1=5/2, 3/2$; $l_2=2, s_2=1/2$, 合成 $j_2=5/2, 3/2$ 。

然后一个电子的 \vec{P}_{j_1} 再和另一个电子的 \vec{P}_{j_2} 合成原子的总角动量 \vec{P}_J , 即 $\vec{P}_J = \vec{P}_{j_1} + \vec{P}_{j_2}$,

$j_1=5/2$ 和 $j_2=5/2$ 合成 $J=5, 4, 3, 2, 1, 0$



$j_1=5/2$ 和 $j_2=3/2$ 合成 $J=4, 3, 2, 1$;

$j_1=3/2$ 和 $j_2=5/2$ 合成 $J=4, 3, 2, 1$;

$j_1=3/2$ 和 $j_2=3/2$ 合成 $J=3, 2, 1, 0$ 。

可见，共 18 种原子态。原子的总角动量量子数为：

$$J=5, 4, 3, 2, 1, 0$$

原子的总角动量为 $P_J = \sqrt{J(J+1)}\hbar$

将 J 值依次代入上式即可求得 P_J 有如下 6 个可能值，即

$$P_J = 5.48\hbar, 4.47\hbar, 3.46\hbar, 2.45\hbar, 1.41\hbar, 0$$

对于 L-S 耦合：

两个电子的轨道角动量 \vec{P}_{l1} 和 \vec{P}_{l2} ，自旋角动量 \vec{P}_{s1} 和 \vec{P}_{s2} 分别先合成轨道总角动量 \vec{P}_L 和

自旋总角动量 \vec{P}_S ，即

$$\vec{P}_L = \vec{P}_{l1} + \vec{P}_{l2} \quad L = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|;$$

$$\vec{P}_S = \vec{P}_{s1} + \vec{P}_{s2} \quad S = s_1 + s_2, \dots, |s_1 - s_2|;$$

$$l_1 = l_2 = 2, \text{ 那么 } L = 4, 3, 2, 1, 0; \quad s_1 = s_2 = \frac{1}{2}, S = 1, 0。$$

然后每一个 \vec{P}_L 和 \vec{P}_S 合成 \vec{P}_J ，即：

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$$

因此有：

	S=0	S=1
L=0	1S_0	3S_1
L=1	1P_1	$^3P_{2,1,0}$
L=2	1D_2	$^3D_{3,2,1}$
L=3	1F_3	$^3F_{4,3,2}$
L=4	1G_4	$^3G_{5,4,3}$

也是 18 种原子态，而原子的总角动量量子数也为：

$$J=5, 4, 3, 2, 1, 0$$

原子的总角动量也为：

$$P_J = 5.48\hbar, 4.47\hbar, 3.46\hbar, 2.45\hbar, 1.41\hbar, 0$$

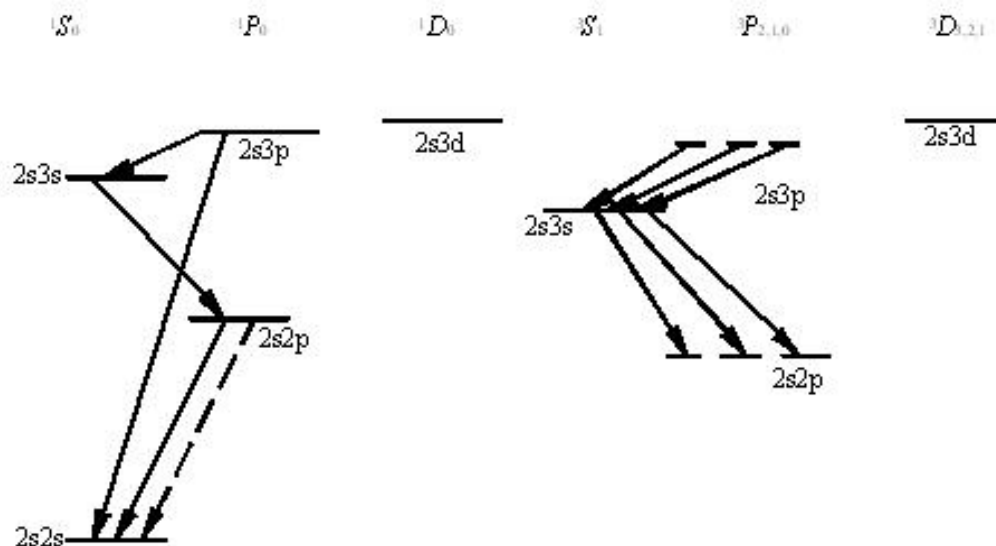
比较上述两种耦合的结果，可见它们的总角动量的可能值、可能的状态数目及相同 J 值出现的次数均相同。

5-8 解:

(1) 要求能级间跃迁产生的光谱线, 首先应求出电子组态形成的原子态, 画出能级图。然后根据辐射跃迁的选择规则来确定光谱线的条数。

$2s2s$ 组态形成的原子态: 1S_0

$2s3p$ 组态形成的原子态: $^1P_1, ^3P_{2,1,0}$



铍原子能级图

其间还有 $2s2p$ 组态形成的原子态: $^1P_1, ^3P_{2,1,0}$; $2s3s$ 组态形成的原子态: $^1S_0, ^3S_1$

根据能级位置的高低, 可作如图所示的能级图。

根据 L-S 耦合的选择规则:

$$\Delta S = 0, \Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1 (0 \rightarrow 0 \text{ 除外})$$

可知一共可产生 10 条光谱线 (图上实线所示)

(2) 若那个电子被激发到 $2P$ 态, 则仅可能产生一条光谱线 (图上虚线所示)

5-10 解:

(1) $(nd)^2$ 组态可形成的原子态有: $^1S_0, ^1D_2, ^1G_4, ^3P_{2,1,0}, ^3F_{4,3,2}$ 。

利用斯莱特方法求解如下:

$$\text{对 } (nd)^2 \text{ 组态: } \begin{cases} L_1 = 2; L_2 = 2 \Rightarrow M_{L_1} = 2, 1, 0, -1, -2; M_{L_2} = 2, 1, 0, -1, -2 \\ S_1 = \frac{1}{2}; S_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow M_{S_1} = \pm \frac{1}{2}; M_{S_2} = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

根据泡利原理: 可能的 M_L 和 M_S 数值如下表

M_S	-1	0	1
M_L			
4		(2, 1/2)(2, -1/2)	

3	(1,-1/2)(2,-1/2)	(1,1/2)(2,-1/2) (1,-1/2)(2,1/2)	(1,1/2)(2,1/2)
2	(0,1/2)(2,-1/2)	(0,1/2)(2,-1/2);(1,1/2)(1,-1/2) (0,-1/2)(2,1/2)	(0,-1/2)(2,-1/2)
1	(0,-1/2)(1,-1/2) (2,-1/2)(-1,-1/2)	(0,1/2)(1,-1/2);(1,1/2)(0,-1/2) (2,1/2)(-1,-1/2);(-1,1/2)(2,-1/2)	(0,1/2)(1,1/2) (2,1/2)(-1,1/2)
0	(1,-1/2)(-1,-1/2) (2,-1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(0,-1/2); (-2,1/2)(2,-1/2) (2,1/2)(-2,-1/2); (-1,1/2)(1,-1/2) (1,1/2)(-1,-1/2)	(1,-1/2)(-1,-1/2) (2,-1/2)(-2,-1/2)
-1	(0,-1/2)(-1,-1/2) (-2,-1/2)(1,-1/2)	(0,1/2)(-1,-1/2);(-1,1/2)(0,-1/2) (-2,1/2)(1,-1/2);(1,1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(-1,1/2) (-2,1/2)(1,1/2)
-2	(0,1/2)(-2,-1/2)	(0,1/2)(-2,-1/2);(-1,1/2)(-1,-1/2) (0,-1/2)(-2,1/2)	(0,-1/2)(-2,-1/2)
-3	(-1,-1/2)(-2,-1/2)	(-1,1/2)(-2,-1/2) (-1,-1/2)(-2,1/2)	(-1,1/2)(-2,1/2)
-4		(-2,1/2)(-2,-1/2)	

$$L=4, S=0 \Rightarrow J=4 \Rightarrow {}^1G_4; \quad L=3, S=1 \Rightarrow J=4,3,2 \Rightarrow {}^3F_{4,3,2};$$

$$L=1, S=1 \Rightarrow J=2,1,0 \Rightarrow {}^3P_{2,1,0}; \quad L=2, S=0 \Rightarrow J=2 \Rightarrow {}^1D_2;$$

$$L=0, S=0 \Rightarrow J=0 \Rightarrow {}^1S_0$$

根据洪特定则和正常次序，可知其中 3F_2 的能量最低。

(2) 钛原子 (Z=22) 基态的电子组态为

$$1S^2 2S^2 2P^6 3S^2 3P^6 3d^2 4S^2。$$

因满支壳层的轨道角动量、自旋角动量及总角动量都等于零，故而未满足支壳层的那些电子的角动量也就等于整个原子的角动量。由(1)中讨论可知， $3d^2$ 组态所形成的原子态中，能量最低的（即基态）为 3F_2 。

5-11 解：

一束窄的原子束通过非均匀磁场后，在屏上接受到的束数由原子的总角动量 J 决定 (2J+1 条)。氦原子 (Z=2) 基态的电子组态 $1s^2$ ，其基态必为 1S_0 ，即 J=0。因此，在屏上只能接受到一束。

硼原子 ($Z=5$) 基态的电子组态为 $1s^2 2s^2 2p^1$, 其基态为 $^1P_{1/2}$, 即 $J = \frac{1}{2}$ 。因此, 在屏上可接受到两束。

5-12 解:

(1) $_{15}P$ 的基态的电子组态: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$, 最外层电子数为满支壳层 (6 个)

$$\text{的一半。则根据洪特定则: } \begin{cases} S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ L = 1 + 0 + (-1) = 0 \\ J = S = \frac{3}{2} \\ 2S + 1 = 4 \end{cases} \quad \text{基态为: } ^4S_{3/2}$$

(2) $_{16}S$ 的基态的电子组态: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$, 最外层电子数大于满支壳层 (6 个)

$$\text{的一半。则根据洪特定则: } \begin{cases} S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 \\ L = 1 + 0 + (-1) + 1 = 1 \\ J = S + L = 2 \\ 2S + 1 = 3 \end{cases} \quad \text{基态为: } ^3P_2$$

(3) $_{17}Cl$ 的基态的电子组态: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$, 最外层电子数大于满支壳层 (6 个)

$$\text{的一半。则根据洪特定则: } \begin{cases} S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\ L = 1 + 0 + (-1) + 1 + 0 = 1 \\ J = S + L = \frac{3}{2} \\ 2S + 1 = 3 \end{cases} \quad \text{基态为: } ^3P_{3/2}$$

(4) $_{18}Ar$ 的基态的电子组态: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$, 最外层电子数等于满支壳层所能

$$\text{容纳的电子数 (6 个) 则根据洪特定则: } \begin{cases} S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \\ L = 1 + 0 + (-1) + 1 + 0 + (-1) = 0 \\ J = 0 \\ 2S + 1 = 1 \end{cases}$$

基态为: 1S_0

第六章 X 射线

6-1)解: $\lambda_{\min} = \frac{1.24(nm)}{V(kV)} \Rightarrow V(kV) = \frac{1.24(nm)}{0.0124(nm)} 100kV$

6-2)解: $\nu_{K\alpha} = 0.246 \times 10^{16} (Z-1)^2 Hz$

$$\nu_{K\alpha} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2.998 \times 10^8}{0.0685 \times 10^{-9}} = 4.38 \times 10^{18} Hz$$

代入解得: $Z=43$

6-3)解: L 吸收限指的是电离一个 L 电子的能量

$$\text{即: } E_{\infty} - E_L = \Delta E_L = h\nu_L = \frac{hc}{\lambda_L}$$

$$\text{而: } \Delta E_K = E_{\infty} - E_K = E_L - E_K + \frac{hc}{\lambda_L}$$

$\lambda_{K\alpha}$ 的 Moseley 公式为: $\nu_{K\alpha} = 0.246 \times 10^{16} (Z-1)^2$

$$\text{而: } h\nu_{K\alpha} = E_L - E_K$$

将 $Z = 60; \lambda_L = 0.19nm$ 代入解得: $\Delta E_K = 42.0KeV$

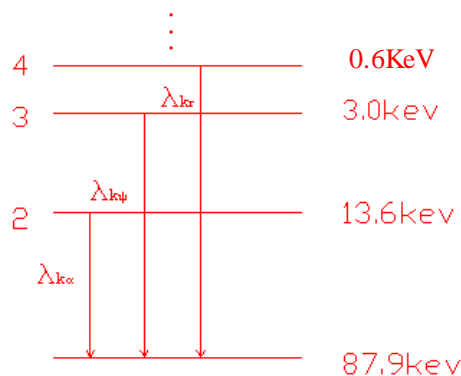
6-5)解: ① K 层电子结合能为: $E_K = \frac{hc}{\lambda_K} = \frac{1.24KeV \cdot nm}{0.0141nm} = 87.9KeV$

由 K_{α} 线的能量体系, $E_{K\alpha} = E_K - E_L$ 得 L 层电子结合能为:

$$E_L = E_K - E_{K\alpha} = 87.9KeV - \frac{hc}{\lambda_K} = 87.9KeV - \frac{1.24KeV \cdot nm}{0.0167nm} = 13.6KeV$$

同理可得: M,N 层电子结合能为: $E_M = 3.0KeV; E_N = 0.6KeV$

由此可得 Pb 原子 K,L,M,N 能级图 (如下图所示)



② 要产生 L 系谱线，必须使 L 层有空穴，所以产生 L 系得最小能量是将 L 电子电离，此能量为 13.6ev 由图可知，L α 系的能量：

$$h\nu_{L\alpha} = E_{L\alpha} = E_L - E_M = 13.6 - 3.0 = 10.6 \text{ KeV}$$

$$\therefore \lambda_{L\alpha} = \frac{hc}{E_{L\alpha}} = 0.117 \text{ nm}$$

6-6)解： 根据布喇格公式，一级衍射加强的条件为： $2d \sin \theta = \lambda$

式中，d 为晶格常数，即晶元的间距，将 $\lambda = 0.54 \text{ nm}$; $\theta = 120^\circ$ 代入得：

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.54 \text{ nm}}{2 \sin 60^\circ} = 0.31 \text{ nm}$$

即： $d = 0.31 \text{ nm}$ 即为所求

6-7)解：

① 散射光子得能量可由下式表示：

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)}, \text{ 其中: } \gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

当： $h\nu = m_e c^2$ 时， $\gamma = 1$

当： $\theta = 180^\circ$ 时， 散射光子的能量 $h\nu'$ 最小：

$$(h\nu')_{\min} = \frac{h\nu}{1 + 2\gamma} = \frac{1}{3} m_e c^2 = \frac{1}{3} \times 0.511 \text{ MeV} = 0.170 \text{ MeV}$$

② 系统动量守恒： $\vec{P} = \vec{P}' + \vec{P}_e$

由矢量图可知： 当 $\theta = 180^\circ$ 时， \vec{P}_e 最大， 此时

$$P_e = P' + P = \frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} = \frac{1}{c}(m_e c^2 + \frac{1}{3}m_e c^2) = \frac{4}{3}m_e c^2$$

$$= 0.681(\text{MeV}/c) = 3.64 \times 10^{-22}(\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s})$$

6-8)解: Compton 散射中, 反冲电子的动能为:

$$E_K = hv \frac{r(1 - \cos \theta)}{1 + r(1 - \cos \theta)}$$

当 $\theta = 180^\circ$ 时, E_K 最大

$$\left(E_K = hv \frac{r}{\frac{1}{1 - \cos \theta} + r} \therefore \theta = 180^\circ \text{时}, \frac{1}{1 - \cos \theta} \text{最小, 亦即: } E_K \text{最大} \right)$$

$$\therefore (E_K)_{\max} = hv \frac{2r}{1 + 2r} = 10 \text{keV}$$

将 $r = \frac{hv}{m_e c^2}$ 代入, 并注意到 $m_e c^2 = 511 \text{keV}$ 得: $(hv)^2 - 10hv - 5 \times 511 = 0$

解此方程得: $hv = 56(\text{keV})$ 即为入射光子的质量

6-9)解:

Compton 波长由 $h\nu = m_p c^2$ 决定

$$\therefore \text{质子的 Compton 波长是: } \lambda_p = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{m_p c^2} = \frac{1.24 \text{KeV} \cdot \text{nm}}{938.3 \text{MeV}} = 1.32 \times 10^{-6} \text{nm}$$

在 Compton 散射中, 反冲粒子的动能为: $E_K = hv \frac{r(1 - \cos \theta)}{1 + r(1 - \cos \theta)}$, 其中 $r = \frac{hv}{m_e c^2}$

$$\text{解得: } (hv)^2 - E_K(hv) - \frac{mc^2 E_K}{1 - \cos \theta} = 0$$

$$hv = \frac{E_k \pm \sqrt{E_k^2 + 4 \frac{mc^2 E_k}{1 - \cos \theta}}}{2} \quad ("+" \text{号对应的正根, } \theta = 180^\circ \text{时最小})$$

$$\therefore (hv)_{\min} = \frac{E_k \pm \sqrt{E_k^2 + 2mc^2 E_k}}{2} = 54.6 \text{MeV}, \text{ 即为入射光子的最小能量}$$

6-13)解: (1) 根据洪特定则求基态电子组态为 $4d^8 5s^1$ 的基态谱项:

对于 $4d^8$ 组态: $n = 8$ (大于满支壳层数10的一半), $l = 2$ 。所以

$$\begin{cases} S_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 1 \\ L_1 = 2 + 1 + 0 + (-1) + (-2) + 2 + 1 + 0 = 3 \end{cases}$$

对于 $5s^1$ 组态: $n = 1$ (等于满支壳层数2的一半), $l = 0$ 。所以 $\begin{cases} S_2 = \frac{1}{2} \\ L_2 = 0 \end{cases}$

所以 $\begin{cases} S = S_1 + S_2 = \frac{3}{2} \\ L = L_1 + L_2 = 3 \\ J = L + S = \frac{9}{2} \text{ (倒转次序)} \\ 2S + 1 = 4 \end{cases}$ 基态谱项为 $^4F_{9/2}$

(2) 由莫塞莱定律知, 铈的 $K_\alpha X$ 射线的能量:

$$E_{K_\alpha} = \frac{3}{4} \times 13.6 (Z - b)^2 = \frac{3}{4} \times 13.6 \times (45 - 0.9)^2 = 19.84 \text{ (KeV)}$$

即为入射光子的能量。在康普顿散射中, 反冲电子和能量为

$$E_K = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos \theta)}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} = 19.84 \text{ KeV} \times \frac{\frac{19.84 \text{ KeV}}{511 \text{ KeV}} (1 - \cos 60^\circ)}{1 + \frac{19.84 \text{ KeV}}{511 \text{ KeV}} (1 - \cos 60^\circ)} = 0.378 \text{ KeV}$$

(3) 按题意有 $(I/I_0)_{Pb} = (I/I_0)_{Al}$

$$e^{-\mu_{Pb} x_{Pb}} = e^{-\mu_{Al} x_{Al}}$$

即

$$\mu_{Pb} x_{Pb} = \mu_{Al} x_{Al}$$

$$\text{所以 } x_{Al} = \frac{\mu_{Pb}}{\mu_{Al}} x_{Pb} = \frac{52.5}{0.765} \times 0.30 \text{ cm} = 21 \text{ cm}$$

计算结果表明: 对铈的 $K_\alpha X$ 射线的吸收, 0.3cm 的铅板等效于 21cm 的铝板,

可见铅对 X 射线的吸收本领比铝大得多.

6-14 解: 因 X 射线经过吸收体后的强度服从指数衰减规律,

$$\text{即 对铜有: } I = I_0 e^{-\mu_m x \rho}$$

$$\text{对锌有: } I' = I_0 e^{-\mu'_m x \rho}$$

于是有： $\frac{I}{I'} = e^{-(\mu'_m - \mu_m)x\rho}$

将 $\frac{I}{I'} = 10$ 代入得：

$$\rho x = \frac{\ln 10}{\mu'_m - \mu_m} = \frac{2.303}{325 - 48} = 8.31 \times 10^{-3} (g/cm^2)$$

因镍的密度 $\rho = 8.9 g/cm^3$ ，可得镍的厚度为 $9.3 \mu m$