

第七章习题 1,2 参考答案

7-1 试计算核素 ^{40}Ca 和 ^{56}Fe 的结合能和比结合能.

分析:此题可采用两种算法,一是按核结合能公式;另一是按魏扎克核质量计算公式.

一.按核子结合能公式计算

解: 1) 对于核素 ^{40}Ca , $A=40$, $Z=20$, $N=20$

由结合能公式 $B=Zm_p+Zm_e-M$

$$= (20 \times 1.007277 + 20 \times 1.008665 - 39.9625)u$$

$$= 0.35625u \times 931.5 \text{ MeV/u} = 331.846 \text{ MeV}$$

$$\text{比结合能 } B/A = 331.846/40 \text{ MeV} = 8.296 \text{ MeV}$$

2) 对于核素 ^{56}Fe , $A=56$, $Z=26$, $N=30$

由结合能公式 $B=Zm_p+Zm_e-M$

$$= (26 \times 1.007277 + 30 \times 1.008665 - 55.9349)u$$

$$= 0.514252u \times 931.5 \text{ MeV/u} = 479.025 \text{ MeV}$$

$$\text{比结合能 } B/A = 479.025/56 \text{ MeV} = 8.554 \text{ MeV}$$

二.按魏扎克公式计算

对于题目中所给的 ^{40}Ca 和 ^{56}Fe 都是偶偶核.

依 $B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_{\text{sys}}(Z-N)^2 + a_p A^{1/2} + B_{\text{壳}}$, 代入相应常数计算也可.

7-2 $1\text{mg}^{238}\text{U}$ 每分钟放出 740 个 α 粒子, 试证明: $1\text{g}^{238}\text{U}$ 的放射性活度为 0.33 微居, ^{238}U 的半衰期为 $4.5 \times 10^9 \text{ a}$.

证: $1\text{mg}^{238}\text{U}$ 每分钟放出 740 个 α 粒子, $1\text{g}^{238}\text{U}$ 的放射性活度为 $A = 740 \times 1000/60$ 贝克 $= 1.233 \times 10^4$ 贝克 $= 1.233 \times 10^4$ 贝克 / 3.7×10^4 (贝克/微居) $= 0.33$ 微居

$$\text{衰变常数 } \lambda = A/N = \frac{\frac{740}{60}}{\frac{1}{238} \times 6.022 \times 10^{23}} = 4.874 \times 10^{-21}$$

$$\begin{aligned} \text{半衰期 } T_{1/2} &= 0.693/\lambda = 0.693/4.874 \times 10^{-21} \text{ 秒} = 1.42 \times 10^{20} \text{ 秒} \\ &= 4.5 \times 10^9 \text{ a.} \end{aligned}$$

得证.

第七章习题 3,4 参考答案

7-3 活着的有机体中, ^{14}C 对 ^{12}C 的比与大气中是相同的, 约为 1.3×10^{-12} . 有机体死亡后, 由于 ^{14}C 的放射性衰变, ^{14}C 的含量就不断减少, 因此, 测量每克碳的衰变率就可计算有机体的死亡时间. 现测得: 取之于某一骸骨的 100g碳的 β 衰变率为 300 次衰变 / min, 试问该骸骨已有多久历史?

解: 100g碳 14 的放射性活度 $A=300$ 次/min=5 次/s, 又 ^{14}C 的半衰期 $T_{1/2}=5730\text{a}$

则 $\lambda_{^{14}\text{C}} = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5730 \times 3.1558 \times 10^7}$ 依 $A=\lambda N$

活着的生物体中 ^{14}C 的个数为 $N=A/\lambda = \frac{5 \times 5730 \times 3.1558 \times 10^7}{0.693} = 1.3047 \times 10^{12}$

个

依公式 $N = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$ 得

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} = \left(\frac{0.693}{5730} \right)^{-1} \times \ln \frac{100 \times 0.9889}{12} \times 1.3 \times 10^{-2} \times 6.022 \times 10^{23} = \left(\frac{0.693}{5730} \right)^{-1} \times 1.598 \text{ 年} = 13216 \text{ 年}$$

答: 该骸骨已有 13216 年历史。

7-4 一个放射性元素的平均寿命为 10d, 试问在第 5 d 内发生衰变的数目是原来的多少?

解: 已知: $\tau=10\text{d}$, 则 $\lambda = \frac{1}{10\text{d}}$

依衰变公式 $N = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$

第 4 天末放射性元素个数为

$$N_4 = N_0 e^{-\frac{4}{10}}$$

第 5 天末放射性元素个数为

$$N_5 = N_0 e^{-\frac{5}{10}}$$

第 5 天内发生的衰变几率为

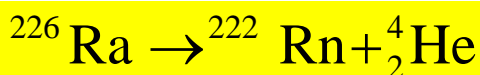
$$\frac{N_5 - N_4}{N_0} = e^{-\frac{4}{10}} - e^{-\frac{5}{10}} = 0.064$$

第七章习题 5,6 参考答案

7-5 试问原来静止的 ^{226}Ra 核在 α 衰变中发射的 α 粒子的能量是多少?

分析要点: 目的是计算粒子的动能. $E_0 = E_\alpha + E_r$

解:



衰变过程中放出的能量为

$$\Delta E = 226.0254\text{u} - 222.0176\text{u} - 4.002603\text{u} = 0.005197\text{u} = 4.8410055\text{MeV}$$

在衰变过程中, 由动量守恒定律得:

$$MV + mv = 0$$

$$V = -mv/M$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \left(1 + \frac{m}{M}\right)E_\alpha$$

$$E_\alpha = \frac{\Delta E}{1 + \frac{m}{M}} \text{MeV} = \frac{4.841055}{1 + \frac{4}{222}} \text{MeV} = 4.755 \text{MeV}$$

衰变中发射的 α 粒子的能量为 4.755 MeV.

7-6 ^{210}Po 核从基态进行衰变, 并伴随发射两组 α 粒子. 其中一组 α 粒子的能量为 5.30 MeV, 放出这组 α 粒子后, 子核处于基态; 另一组 α 粒子的能量为 4.50 MeV, 放出这组 α 粒子后, 子核处于激发态. 试计算: 子核由激发态回到基态时放出的 γ 光子的能量.

分析要点: 母核放出 α 粒子衰变为子核; 减小的能量是衰变能, 衰变能比 α 粒子的能量要大. 因此要用衰变能计算基态和激发态.

解: 依据衰变能计算简便公式

$$\text{由 } E_{00} = \frac{A}{A-4} E_{\alpha 1} = \frac{210}{210-4} \times 5.30 \text{MeV} = 5.403 \text{MeV}$$

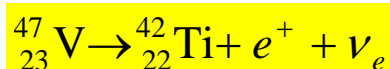
$$E_{01} = \frac{A}{A-4} E_{\alpha 2} = \frac{210}{210-4} \times 4.50 \text{ MeV} = 4.584 \text{ MeV}$$

$$E_{\gamma} = E_{00} - E_{01} = 5.403 - 4.5874 \text{ MeV} = 0.816 \text{ MeV}$$

第七章习题 7,8 参考答案

7-7 ^{47}V 既可发生 β^+ 衰变, 也可发生 K 俘获, 已知 β^+ 的最大能量为 1.89 MeV, 试求 K 俘获过程中放出的中微子的能量 E_{ν} 。

解:



$$E_0 = [M_{\nu} - M_{\text{Ti}} - 2m_e]c^2 = 1.89 \text{ MeV}$$

$$(M_{\text{V}} - M_{\text{Ti}})c^2 = E_0 + 2m_e c^2$$

$$= 1.89 \text{ MeV} + 1.02 \text{ MeV} = 2.91 \text{ MeV}$$

K 俘获



$$E_0 = [M_{\nu} - M_{\text{Ti}}]c^2 - M_K$$

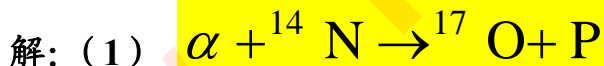
由释放的绝大部分能量由中微子所得

$$E_0 = E_{\nu} = (M_{\text{V}} - M_{\text{Ti}})c^2 = 2.91 \text{ MeV}$$

7-8 试计算下列反应的反应能:



有关核素的质量, 可查阅本书附表.



$$E = E_{\alpha} + E_{\text{N}} - E_{\nu} - E_{\text{p}}$$

$$= [M_{\alpha} + M_{\text{N}} - M_{\text{O}} - M_{\text{P}}]c^2$$

$$= (4.00263 + 14.00307 - 16.99913 - 1.00783) \text{ U}$$

$$= -1.19 \text{ MeV}$$



$$E = [M_{\text{p}} + M_{\text{Be}} - M_{\text{Li}} - M_{\alpha}]c^2$$

$$= \{1.007825 + 9.012183 - 6.015123 - 4.002603\} \text{ U}$$

$$= 2.13 \text{ MeV}$$

第七章习题 9, 10

7-9 试问: 用多大能量的质子轰击固定的氚靶, 才能发生 $p+^3\text{H}\rightarrow n+^3\text{He}$ 反应? 若入射质子的能量为 3.00 MeV, 而发射的中子与质子的入射方向成 90° 角, 则发射的中子和 ^3He 的动能各为多少?

7-10 由原子核的半经验结合能公式, 试导出 β 稳定线上的原子核的 Z 和 A 所满足的关系式.

第七章习题 11, 12

7-11 (1) 试证明: 一个能量为 E_0 的中子与静止的碳原子核经 N 次对碰后, 其能量近似为 $(0.72)^N E_0$.

(2) 热中子能有效地使 ^{235}U 裂变, 但裂变产生的中子能量一般较高 (MeV). 在反应堆中用石墨作减速剂, 欲使能量为 2.0 MeV 的快中子慢化为热中子 (0.025 eV), 需经过多少次对碰?

7-12 轻核 ^{19}F 在质子轰击下的共振反应, 常用作低能加速器的能量定标, 例如:

质子能量 E_p / keV	反应	宽度 / keV
224.4	$^{19}\text{F} (p, \gamma)$	1.0
340.4	$^{19}\text{F} (p, \alpha \gamma)$	4.5
873.5	$^{19}\text{F} (p, \alpha \gamma)$	5.2
935.3	$^{19}\text{F} (p, \alpha \gamma)$	8.0
1085.0	$^{19}\text{F} (p, \alpha \gamma)$	4.0

(1) 试确定 ^{20}Ne 的几个激发能级;

(2) 试求出复合核 ^{20}Ne 相应能级的平均寿命.

第七章习题 13, 14

7-13 设一个聚变堆的功率为 106 kW, 以D+T为燃料, 试计算一年要消耗多少氘? 这么大功率的电站, 若改用煤作燃料, 则每年要消耗多少煤 (煤的燃烧热约为 $3.3 \times 10^7 \text{ J / Ls}$)?

7-14 铁的热中子俘获截面为 2.5b, 试问入射热中子经过 1.0 mm 厚的铁块后被吸收掉百分之几?