



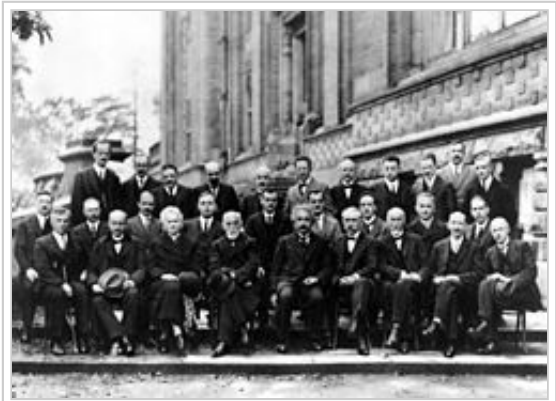
量子力学

维基百科，自由的百科全书

量子力学是物理学的分支，主要描写微观的事物，与相对论一起被认为是现代物理学的两大基本支柱，许多物理学理论和科学，如原子物理学、固体物理学、核物理学和粒子物理学以及其它相关的学科，都是以其为基础。

19世纪末，人们发现旧有的经典理论无法解释微观系统，于是经由物理学家的努力，在20世纪初创立量子力学，解释了这些现象。量子力学从根本上改变人类对物质结构及其相互作用的理解。除透过广义相对论描写的引力外，迄今所有基本相互作用均可以在量子力学的框架内描述（量子场论）。

爱因斯坦可能是在科学文献中最先给出术语“量子力学”的物理学者。^{[1]:86[a]}



1927年第五次索尔维会议，此次会议主题为“电子和光子”，世界上最主要的物理学家聚集在一起讨论新近表述的量子理论。

目录

- - 1 关键现象、历史背景
 - - 1.1 黑体辐射
 - - 1.2 光电效应
 - - 1.3 原子结构
 - - 1.4 物质波
 - - 2 数学基础
 - - 2.1 基础公设
 - - 2.2 量子态与量子算符
 - - 2.3 动力学演化
 - - 3 主要论题
 - - 3.1 测量过程
 - - 3.2 不确定性原理
 - - 3.3 全同粒子
 - - 3.4 量子纠缠
 - - 3.5 量子退相干

- - 4 与其它物理理论的关系
 - 4.1 经典物理
 - 4.2 狭义相对论
 - 4.3 粒子物理学
 - 4.4 广义相对论
- 5 哲学观点
- 6 应用
 - 6.1 电子器件
 - 6.2 计算机
 - 6.3 宇宙学
 - 6.4 化学
 - 6.5 信息学
- 7 参见
- 8 注释
- 9 参考文献
- 10 外部链接

关键现象、历史背景

黑体辐射

理想黑体可以吸收所有照射到它表面的电磁辐射，并将这些辐射转化为热辐射，其光谱特征仅与该黑体的温度有关，与黑体的材质无关。从经典物理学出发推导出的维恩定律在低频区域与实验数据不相符，而在高频区域，从经典物理学的能量均分定理推导出瑞利-金斯定律又与实验数据不相符，在辐射频率趋向无穷大时，能量也会变得无穷大，这结果被称作“紫外灾变”。1900年10月，马克斯·普朗克将维恩定律加以改良，又将玻尔兹曼熵公式重新诠释，得出了一个与实验数据完全吻合普朗克公式来描述黑体辐射。但是在诠释这个公式时，通过将物体中的原子看作微小的量子谐振子，他不得不假设这些量子谐振子的总能量不是连续的，即总能量只能是离散的数值（经典物理学的观点恰好相反）：

$$E_n = nh\nu$$

这里，*n* 是一个整数，*h* 是普朗克常数。

后来，普朗克进一步假设单独量子谐振子吸收和放射的辐射能是量子化的。^{[1]:58-66[2]:364-372}

光电效应

海因里希·赫兹于1887年做实验发现，如果照射紫外光于金属表面，则电子会从金属表面被发射出来，他因此发现了光电效应。1905年，爱因斯坦提出了光量子的理论来解释这个现象。他认为，光束是由一群离散的光量子所组成，而不是连续性波动。这些光量子现今被称为光子，其能量*E*为

$$E = h\nu$$

这里，*ν*是频率。

爱因斯坦大胆地预言，假若光子的频率高于金属的极限频率，则这光子可以给予足够能量来使得金属表面的一个电子逃逸，造成光电效应。电子获得的能量中，一部分被用来将金属中的电子射出，这部分能量叫逸出功，（用*E_w*表示），另一部分成为了逃逸电子的动能：

$$h\nu = E_w + \frac{1}{2}mv^2$$

这里*m*是电子的质量，*v*是其速度。

假若光的频率低于金属的极限频率，那么它无法使得电子获得足够的逸出功。这时，不论辐照度有多大，照射时间有多长，都不会发生光电效应。而当入射光的频率高于极限频率时，即使光不够强，当它射到金属表面时也会观察到光电子发射。罗伯特·密立根后来做实验证明这些理论与预言属实。

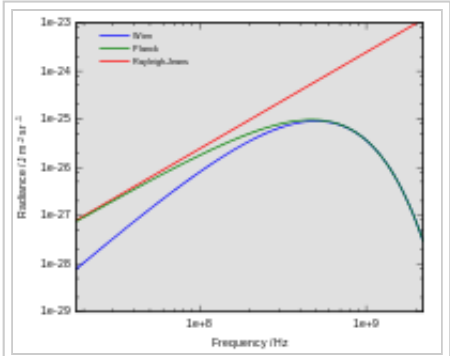
爱因斯坦将普朗克的量子理论加以延伸扩展，他提出不仅仅物质与电磁辐射之间的相互作用是量子化的，而且量子化是一个基本物理特性的理论。通过这个新理论，他得以解释光电效应。^{[3]:1060-1063[1]:67-68}

原子结构

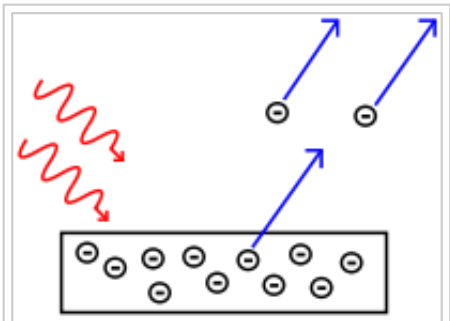
20世纪初，卢瑟福模型被公认为正确的原子模型。这个模型假设带负电荷的电子，像行星围绕太阳运转一样，围绕带正电荷的原子核运转。在这个过程中库仑力与离心力必须平衡。

但是这个模型有两个问题无法解决。首先，按照经典电磁学，这个模型不稳定，由于电子不断地在它的运转过程中被加速，它应该会通过发射电磁波丧失能量，这样它很快就会坠入原子核。其次，实验结果显示，原子的发射光谱是由一系列离散的发射线组成，比如氢原子的发射光谱是由一个紫外线系列（来曼系）、一个可见光系列（巴耳麦系）和其它的红外线系列组成；而按照经典理论原子的发射谱应该是连续的。

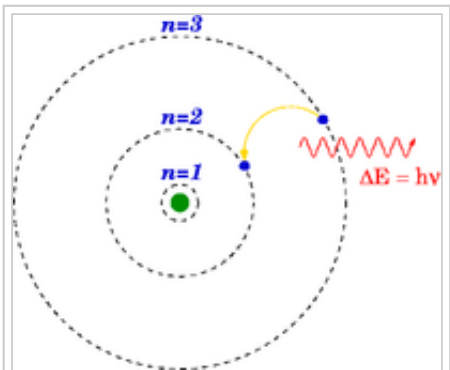
1913年，尼尔斯·玻尔提出了玻尔模型，这个模型引入量子化的概念来解释原子结构和光谱线。玻尔认为，电子只能在对应某些特定能量值*E_n*的轨道上运动。假如一个电子，从一个能量比较高的轨道（*E_n*），跃迁到一个能量比较低的轨道（*E_m*）上时，它发射的光的频率为



普朗克定律（绿）、维恩定律（蓝）和瑞利-金斯定律（红）在频域下的比较，可见维恩定律在高频区域和普朗克定律相符，瑞利-金斯定律在低频区域和普朗克定律相符。



光电效应示意图：来自左上方的光子冲击到金属板，将电子逐出金属板，并且向右上方移去。



按照氢原子或类氢原子的玻尔模型，带负价的电子被局限于原子壳层，它们环绕着尺寸很小的带正价原子核。电子从一个能量较高的轨道跃迁到能量较低的轨道时，会以电磁波的形式将能量差释出。^{[4]:49-82}

$$\nu = \frac{E_n - E_m}{h}$$

反之，通过吸收同样频率的光子，电子可以从低能的轨道，跃迁到高能轨道上。

玻尔模型可以解释氢原子的结构。改善的玻尔模型，还可以解释类氢原子的结构，即 He^+ , Li^{2+} , Be^{3+} 等。但它还不够完善，仍然无法准确地解释其它原子的物理现象。^{[1]:53-57[5]:24-29}

物质波

1924年，路易·德布罗意发表博士论文提出，粒子拥有波动性，其波长 λ_{Broglie} 与动量 p 成反比，以方程表示为^[8]

$$\lambda_{\text{Broglie}} = \frac{h}{p}。$$

这理论称为德布罗意假说，又称为物质波假说。这意味着电子也具有波动性。

1927年，克林顿·戴维森与雷斯特·革末做实验将低能量电子入射于镍晶体，然后测量对于每一个角度的散射强度。从分析实验数据，他们发现，假设加速电势为5.4eV，则在50°之处会出现强劲反射，符合威廉·布拉格于1913年所提出的X射线衍射性质。这惊人的结果证实电子是一种物质波，也证实了物质波假说。这实验就是著名的戴维森 - 革末实验。^{[5]:64-68}

电子的双缝实验可以非常生动地展示出多种不同的量子力学现象。^[9]如右图所示，

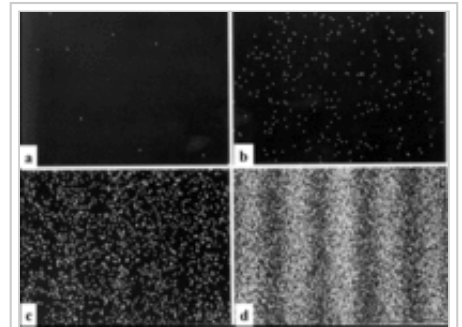
- 打在屏幕上的电子是点状的，这个现象与一般感受到的点状的粒子相同。^[b]
- 电子打在屏幕上的位置，有一定的分布概率，随时间可以看出双缝衍射所特有的条纹图像。假如一个光缝被关闭的话，所形成的图像是单缝特有的波的分布概率。

在图中的实验里，电子源的强度非常低，所发射出的电子与电子之间的距离约为150km，任意两个电子同时存在于电子发射器与探测屏之间的概率微乎其微。显然可以推断，单独电子同时通过了两条狭缝，自己与自己发生干涉，从而出现这个干涉图样。对于经典物理学来说，这个解释非常奇怪。从量子力学的角度来看，电子的分布概率可以用两个分别通过两条狭缝的量子态叠加在一起来解释。这个实验非常具有信服力地展示出电子的波动性。^[7]

数学基础

在二十世纪二十年代，出现了两种量子物理的理论，即维尔纳·海森堡的矩阵力学和埃尔温·薛定谔的波动力学。在1940年代，费曼提出了以路径积分为基础的另一种表述形式，在这种表述里，经典力学的作用量原理扮演重要角色，但不使用的经典作用量原理的单独唯一路径，而是使用无穷多的可能路径的叠加或泛函积分来计算量子幅。^{[10]:122-129}

海森堡主张，只有在实验里能够观察到的物理量（可观察量），才具有物理意义，才可以用理论描述其物理行为，例如，不能直接观察到电子运动于原子里的位置与周期。因此，他着重于研究电子跃迁时所发射光波的离散频率和辐照度，这些是可观察量。但是，他无法实际应用这点于氢原子问题，因为这问题太过复杂，他只能改应用这点于比较简单，但也比较不实际的问题。经过一番努力，他计算出谐振子问题的能谱与零点能量，符合分子光谱学的结果。另外，在海森堡理论中，系统的哈密



外村彰（Akira Tonomura）团队做电子双缝实验得到的干涉图样：每秒约有1000个电子抵达探测屏，电子与电子之间的距离约为150km，两个电子同时存在于电子发射器与探测屏之间的概率微乎其微。图中每一亮点表示一个电子抵达探测屏，^[b]经过一段时间，电子的累积显示出干涉图样。^[7]

顿量是位置和动量的函数，但它们不再具有经典力学中的定义，而是由二阶（代表着过程的初态和终态）傅里叶系数的矩阵给出。海森堡还发现，这些矩阵互不对易。这些论述后来发展成为矩阵力学。^{[1]:161-163}

从德布罗意论文的相对论性理论，薛定谔推导出一种波动方程，称为薛定谔方程；用这方程可以计算出氢原子的谱线，得到与玻尔模型完全相同的答案。波动力学的基礎方程就是薛定谔方程^{[1]:163-164}

薛定谔率先于1926年证明了这两种理论的等价性。稍后，卡尔·埃卡特和沃尔夫冈·泡利也给出类似证明，^{[1]:166}约翰·冯·诺伊曼严格地证明了波动力学和矩阵力学的等价性。^[11]

基础公设

整个量子力学的数学理论可以建立于基础公设。这些公设不能被严格推导出来的，而是从实验结果仔细分析而得到的。从这几个公设，可以推导出整个量子力学。假若量子力学的理论结果符合实验结果，则可以认定这些基础公设正确无误，否则，必需加以修正。至今为止，量子力学已被实验核对至极高准确度，还没有找到任何与理论不符合的实验结果，虽然有些理论很难直觉地用经典物理的概念来理解，例如，波粒二象性、量子纠缠等等。^{[12][13]:211ff[14]:165-167}

- 量子态公设：量子系统在任意时刻的状态（量子态）可以由希尔伯特空间 \mathcal{H} 中的态矢量 $|\psi\rangle$ 来设定，这态矢量完备地给出了这量子系统的所有信息。这公设意味着量子系统遵守态叠加原理，假若 $|\psi_1\rangle$ 、 $|\psi_2\rangle$ 属于希尔伯特空间 \mathcal{H} ，则 $c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$ 也属于希尔伯特空间 \mathcal{H} 。
- 时间演化公设：态矢量为 $|\psi(t)\rangle$ 的量子系统，其动力学演化可以用薛定谔方程表示，

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$$
；其中，哈密顿算符 \hat{H} 对应于量子系统的总能量， \hbar 是约化普朗克常数。根据薛定谔方程，假设时间从 t_0 流易到 t ，则态矢量从 $|\psi(t_0)\rangle$ 演化到 $|\psi(t)\rangle$ ，这过程以方程表示为 $|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t,t_0)|\psi(t_0)\rangle$ ；其中， $\hat{U}(t,t_0) = e^{-i\hat{H}(t-t_0)/\hbar}$ 是时间演化算符。
- 可观察量公设：每个可观察量 A 都有其对应的厄米算符 \hat{A} ，而算符 \hat{A} 的所有本征矢量共同组成一个完备基底。
- 坍缩公设：对于量子系统测量某个可观察量 A ，这动作可以数学表示为将其对应的厄米算符 \hat{A} 作用于量子系统的态矢量 $|\psi\rangle$ ，测量值只能为厄米算符 \hat{A} 的本征值。在测量后，假设测量值为 a_i ，则量子系统的量子态立刻会坍缩为对应于本征值 a_i 的本征态 $|e_i\rangle$ 。
- 波恩公设：对于这测量，获得本征值 a_i 的概率为量子态 $|\psi\rangle$ 处于本征态 $|e_i\rangle$ 的概率幅的绝对值平方。^[c]

量子态与量子算符

量子态指的是量子系统的状态，态矢量可以用来抽象地表现量子态。采用狄拉克标记，态矢量表示为右矢 $|\psi\rangle$ ；其中，在符号内部的希腊字母 ψ 可以是任何符号，字母，数字，或单字。例如，沿着磁场方向测量电子的自旋，得到的结果可以是上旋或是下旋，分别标记为 $|\uparrow\rangle$ 或 $|\downarrow\rangle$ 。^{[15]:93-96}

对量子态做操作定义，量子态可以从一系列制备程序来辨认，即这程序所制成的量子系统拥有这量子态。^{[16]:15-16}例如，使用施特恩-格拉赫实验仪器，设定磁场朝着z-轴方向，如右图所示，可以将入射的银原子束，依照自旋的z-分量分裂成两道，一道为上旋，量子态为 $|\uparrow\rangle$ ，另一道为下旋，量子态为 $|\downarrow\rangle$ ，这样，可以制备成量子态为 $|\uparrow\rangle$ 的银原子束，或量子态为 $|\downarrow\rangle$ 的银原子束。原本银原子束的态矢量可以按照态叠加原理表示为^{[10]:1-4}

$$|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle;$$

其中， α 、 β 是复值系数， $|\alpha|^2$ 、 $|\beta|^2$ 分别为入射银原子束处于上旋、下旋的概率， $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。

在施特恩-格拉赫实验里，可以透过测量而得到自旋的z分量，这种物理量称为可观察量，透过做实验测量可以得到其测值。每一个可观察量都有一个对应的量子算符；将算符作用于量子态，会使得量子态线性变换成另一个量子态。假若变换前的量子态与变换后的量子态，除了乘法数值以外，两个量子态相同，则称此量子态为此算符的本征态，称此乘法数值为此算符的本征值。^{[10]:11-12}可观察量的算符也许会有很多本征值与本征态。根据统计诠释，每一次测量所得到的测值只能是其中的一个本征值，而且，测得这本征值的机会呈概率性，量子系统的量子态也会改变为对应于本征值的本征态。^{[15]:106-109}例如，自旋的z分量是个可观察量 S_z ，做实验

可以得到的测值为 $+\hbar/2$ 或 $-\hbar/2$ 。对应于可观察量 S_z 的量子算符 \hat{S}_z 有两个本征值分别为 $+\hbar/2$ 、 $-\hbar/2$ 的本征态 $|\uparrow\rangle$ 、 $|\downarrow\rangle$ ，所以将量子算符 \hat{S}_z 分别作用于这两个本征态，会得到^{[10]:11-12}

$$\begin{aligned}\hat{S}_z|\uparrow\rangle &= +\frac{\hbar}{2}|\uparrow\rangle, \\ \hat{S}_z|\downarrow\rangle &= -\frac{\hbar}{2}|\downarrow\rangle.\end{aligned}$$

将量子算符 \hat{S}_z 作用于量子态 $|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ ，会得到本征值 $+\hbar/2$ 、 $-\hbar/2$ 的概率分别为 $|\alpha|^2$ 、 $|\beta|^2$ 。假若本征值为 $+\hbar/2$ ，则量子态 $|\psi\rangle$ 会坍缩为量子态 $|\uparrow\rangle$ ；假若本征值为 $-\hbar/2$ ，则量子态 $|\psi\rangle$ 会坍缩为量子态 $|\downarrow\rangle$ 。

动力学演化

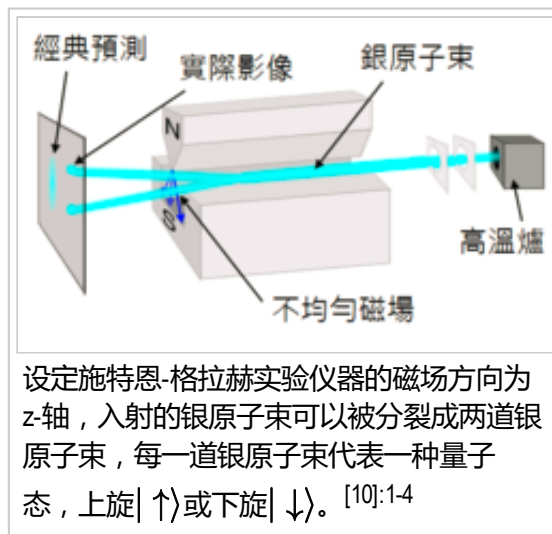
在量子力学公设里，第二项直接提到量子系统的动力学演化，其遵守含时薛定谔方程，因此，量子态的演化在任意时刻可以被完全预测，具有连续性、命定性与可逆性。第四项提到，当对于量子系统作测量时，其量子态会坍缩至几个本征态中的一个本征态，具有不连续性、概率性与不可逆性。怎样调和这两种不同的行为，一种是关于量子态的自然演化，另一种是关于测量引发的演化，这仍旧是未解决的物理学问题，目前主流的看法是透过量子退相干使得系统与外界因量子纠缠而丧失量子系统的相位相干性，但这论述仍旧存在巨大争议，因它无法解释波函数坍缩的后果。^{[16]:7-11}

量子系统的动力学演化可以用不同的绘景来表现。通过重新定义，这些不同的绘景可以互相变换，它们实际上是等价的。假若要专注分析量子态怎样随着时间的流易而演化，时间演化算符怎样影响量子态，则可采用薛定谔绘景。假若要专注了解对应于可观察量的算符怎样随着时间的流易而演化、时间演化算符怎样影响这些算符，则可采用海森堡绘景。^{[10]:80-89}

主要论题

测量过程

量子力学与经典力学的一个主要区别，在于怎样理论论述测量过程。在经典力学里，一个物理系统的位置和动量，可以同时被无限精确地确定和预测。在理论上，测量过程对物理系统本身，并不会造成任何影响，并可以无限精确地进行。在量子力学中则不然，测量过程本身会对系统造成影响。^[17]



怎样才能正确地理论描述对于一个可观察量的测量？设定一个量子系统的量子态，首先，将量子态分解为该可观察量的一组本征态的线性组合。测量过程可以视为对于本征态的一个投影，测量结果是被投影的本征态的本征值。假设，按照某种程序制备出一个系综，在这系综里，每一个量子态都与这量子态相同，现在对于这系综里的每一个量子态都进行一次测量，则可以获得所有可能的测量值（本征值）的机率分布，每个测量值的概率等于量子态处于对应的本征态的概率幅的绝对值平方。

[15]:36-37, 96-100

因此，假设对于两个不同的可观察量 **A** 和 **B** 做测量，改变测量顺序，例如从 **AB** 改变为 **BA**，则可能直接影响测量结果。假若测量结果有所不同，则称这两个可观察量为不相容可观察量；否则，称这两个可观察量为相容可观察量。以数学术语表达，两个不相容可观察量 **A** 和 **B** 的对易算符不等于零：

[15]:110-112

$$[\hat{A}, \hat{B}] \stackrel{def}{=} \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \neq 0.$$

不确定性原理

不确定性原理表明，越能准确地设定粒子的位置，则越不能准确地设定粒子的动量，反之亦然，[18]:引言以方程表示为[15]:110-114

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2};$$

其中， Δx 、 Δp 分别为位置、动量的不确定性。

设想一个定域性的波包，假设波包的尺寸为 **L**。从计数波包的周期数 **N**，可以知道其波数 **k**：

$$k = 2\pi N/L.$$

假若，计数 **N** 的不确定性为 $\Delta N = 1$ ，那么，波数的不确定性是

$$\Delta k = 2\pi/L.$$

根据德布罗意假说， $P = \hbar k$ 。因此，动量的不确定性是

$$\Delta P = \hbar \Delta k = \frac{h}{L}.$$

由于粒子位置的不确定性是 $\Delta X \approx L/2$ ，所以，这两个不相容可观察量的不确定性为[19]:5-6

$$\Delta P \Delta X \approx h/2.$$

全同粒子

粒子具有很多种物理性质，例如质量、电荷、自旋等等。假若两个粒子具有不同的性质，则可以借着测量这些不同的性质来区分这两个粒子。根据许多实验获得的结果，同种类的粒子具有完全相同的性质，例如，宇宙里所有的电子都带有相等数量的电荷。因此，无法依靠物理性质来区分同种类的粒子，必需使用另一种区分法，即跟踪每一个粒子的轨道。只要能够无限精确地测量出每一个粒子的位置，就不会搞不清楚哪一个粒子在哪里。这个适用于经典力学的方法有一个问题，那就是它与量子力学的基本原理相矛盾。根据量子理论，在位置测量期间，粒子并不会保持明确的位置。粒子的位置具

有概率性。随着时间的流易，几个粒子的量子态可能会移动蔓延，因此某些部分会互相重叠在一起。假若发生重叠事件，给每个粒子“挂上一个标签”的方法立刻就失去了意义，就无法区分在重叠区域的两个粒子。^{[15]:201ff}

全同粒子所呈现出的不可区分性，对量子态的对称性，以及多粒子系统的统计力学，有深远的影响。比如说，一个由全同粒子组成的多粒子系统量子态，在交换两个粒子“1”和粒子“2”时，可以证明，不是对称的 ($|\psi_{12}\rangle = +|\psi_{21}\rangle$)，就是反对称的 ($|\psi_{12}\rangle = -|\psi_{21}\rangle$)。具有对称性的粒子被称为玻色子，具有反对称性的粒子被称为费米子。此外自旋的对换也形成对称：自旋为半数的粒子（如电子、质子和中子）是反对称的，因此是费米子；自旋为整数的粒子（如光子）是对称的，因此是玻色子。

由于费米子系统具有反对称性，费米子遵守泡利不相容原理，即两个费米子无法占据同一状态^{[10]:451}。这个原理拥有极大的实用意义。它表明，在由原子组成的物质世界里，电子无法同时占据同一状态，因此在最低状态被占据后，下一个电子必须占据次低的状态，直到所有的状态均被满足为止。这个现象决定了物质的物理和化学特性^{[15]:204,214,218-221}。

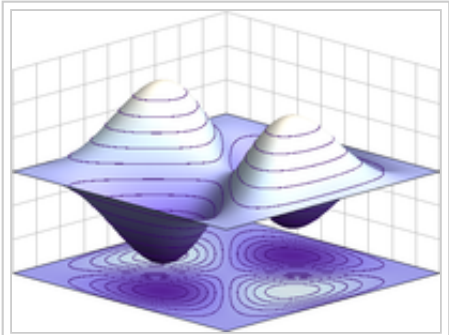
费米子与玻色子的状态的热分布也相差很大：玻色子遵循玻色-爱因斯坦统计，而费米子则遵循费米-狄拉克统计^{[10]:450}。

量子纠缠

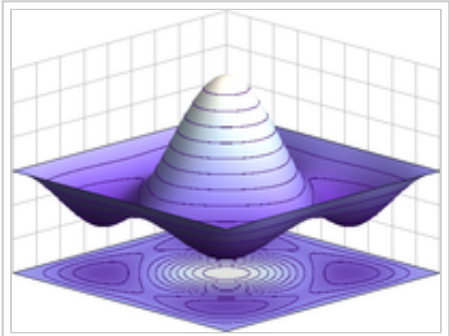
假设两个粒子在经过短暂时间彼此耦合之后，单独搅扰其中任意一个粒子，尽管两个粒子之间可能相隔很长一段距离，还是会不可避免地影响到另外一个粒子的性质，这种关联现象称为量子纠缠。往往由多个粒子组成的量子系统，其状态无法被分离为其组成的单个粒子的状态，在这种情况下，单个粒子的状态被称为是纠缠的。纠缠的粒子有惊人的特性，这些特性违背一般的直觉。比如说，对一个粒子的测量，可以导致整个系统的波泡利刻塌缩，因此也影响到另一个、遥远的、与被测量的粒子纠缠的粒子。这个现象并不违背狭义相对论，因为在量子力学的层面上，在测量粒子前，它们不能被单独各自定义，实际上它们仍是一个整体。不过在测量它们之后，它们就会脱离量子纠缠的状态。^{[16]:27-31:120ff}

量子退相干

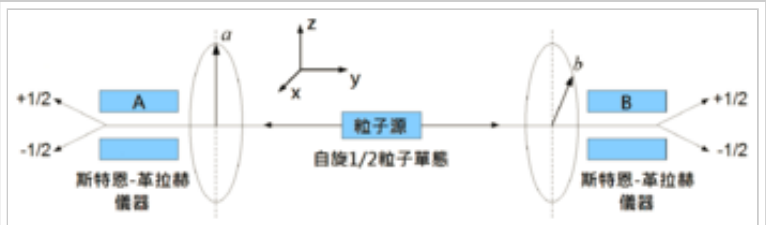
作为一个基本理论，量子力学原则上，应该适用于任何大小的物理系统，也就是说不仅限于微观系统，那么，它应该提供一个过渡到宏观经典物理的方法。量子现象的存在提出了一个问题，即怎样从量子力学的观点，解释宏观系统的经典现象。尤其无法直接看出的是，量子力学中的量子叠加，在宏观世界怎样呈现出来。1954年，爱因斯坦在给马克斯·玻恩的信中，就提出了怎样从量子力学的角度，来解释宏观世界的物理现象的问题，他指出仅仅量子力学现象太“小”无法解释这个问题。^{[20]:62-63}这个问题的另一个例子是由薛定谔提出的薛定谔猫的思想实验。^{[20]:2}



在无限深方形阱里，两个全同费米子的反对称性波函数绘图。^[d]



在无限深方形阱里，两个全同玻色子的对称波函数绘图。^[e]



假设一个零自旋中性π介子衰变成一个电子与一个正电子，这两个衰变产物各自朝着相反方向移动，虽然彼此之间相隔一段距离，它们仍旧会发生量子纠缠现象。

后来，物理学者领会到，上述的思想实验，实际而言并不合乎现实，因为它们忽略了不可避免地与周围环境的相互作用，量子系统会因为这相互作用与环境关联在一起。处于叠加态的量子系统非常容易受周围环境的影响，而且随着时间流易，这量子系统会与环境永无休止地越加深入纠缠，这现象称为“冯纽曼无穷链”（Von Neumann's infinite chain）。在叠加态里，几个相互正交的量子态叠加在一起，彼此相干。量子退相干是一种过程，能够将量子系统的约化密度矩阵对角化，而相干性质就是表示于这约化密度矩阵的非对角元素，所以，叠加态的相干性质会快速消失，无法再被探测到，从而呈现出经典的统计性质。虽然量子系统的叠加态不再具有相干性质，整个量子系统与环境共同组成的联合态仍旧具有相干性质。^{[16]:19-21, 136-138[21]}

对于量子计算机来说，量子退相干也有实际意义。在一台量子计算机中，需要多个量子状态尽可能地长时间保持叠加。退相干时间短是一个非常大的技术问题，因为它会削弱量子叠加效应，但它也是一个必需的因素，因为储存在计算机内的数据必需经过量子测量被读出来。^[22]

与其它物理理论的关系

经典物理

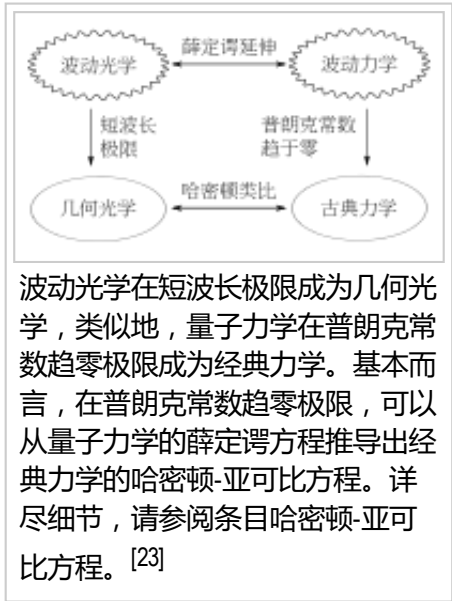
量子力学的预测已被实验核对至极高准确度，是在科学领域中，最为准确的理论之一。^[6]对应原理实现经典力学与量子力学之间的对应关系，根据对应原理，假若量子系统已达到某“经典极限”，则其物理行为可以很精确地用经典理论来描述；这经典极限可以是大量子数极限，也可以是普朗克常数趋零极限。实际而言，许多宏观系统都是用经典理论（如经典力学和电磁学）来做精确描述。因此在非常“大”的系统中，量子力学的特性应该会逐渐与经典物理的特性相近似，两者必须相互符合。^{[24]:190-191}

对应原理对于建立一个有效的量子力学模型是很重要的辅助工具。量子力学的数学基础相当广泛宽松，它仅只要求量子系统的态矢量属于希尔伯特空间，其可观察量是线性的厄米算符，它并没有规定在实际情况下，应该选择哪一种希尔伯特空间、哪些厄米算符。因此，在实际情况下，必须选择相应的希尔伯特空间和算符来描写一个特定的量子系统。而对应原理则是做出这个选择的一个重要辅助工具。这个原理要求量子力学所做出的预言，在越来越大的系统中，逐渐近似经典理论的预言。这个大系统的极限，被称为“经典极限”或者“对应极限”。因此可以使用启发法的手段，来建立一个量子力学的模型，而这个模型的极限，就是相应的经典物理学的模型。^{[24]:190-191[25]:3ff}

在经典系统与量子系统之间，量子相干是一种很明显可以用来区分的性质，具有量子相干性的电子、光子等等微观粒子可以处于量子叠加态，不具有量子相干性的棒球、老虎等等宏观系统不可以处于量子叠加态。量子退相干可以用来解释这些行为。一种应用这性质来区分的工具是贝尔不等式，遭到量子纠缠的系统不遵守贝尔不等式，而量子退相干能够将量子纠缠性质变换为经典统计性质，系统的物理行为因此可以用隐变数理论解释，不再不遵守贝尔不等式。^{[26]:80-82}简略而言，量子干涉是将几个量子态的量子幅总和在一起，而经典干涉则是将几个经典波动的波强总和在一起。对于微观物体，整个系统的延伸尺寸超小于相干长度，因此会产生长程量子纠缠与其它非定域现象，一些量子系统的特征行为。通常，量子相干不会出现于宏观系统。^[27]

狭义相对论

原本量子力学的表述所针对的模型，其对应极限为非相对论性经典力学。例如，众所皆知的量子谐振子模型使用了非相对论性表达式来表达其动能，因此，这模型是经典谐振子的量子版本。^{[15]:40-59}



早期，对于合并量子力学与狭义相对论的试图，涉及到使用共变方程，例如，克莱因-戈尔登方程或狄拉克方程，来取代薛定谔方程。这些方程虽然能够很成功地描述许多量子现象，但它们目有某些不满意的问题，它们无法描述在相对论性状况下，粒子的生成和湮灭。完整的相对论性量子理论需要量子场论的关键发展。量子场论能够将场量子化（而不是一组固定数量的粒子）。第一个量子场论是量子电动力学，它可以精确地描写电磁相互作用。^{[10]:486-514}量子电动力学其对于某些原子性质的理论预测，已被证实准确至10⁸分之一。^{[28]:7}

对于描述电磁系统，时常不需要使用到量子场论的全部功能。比较简单的方法，是将带电粒子当作处于经典电磁场中的量子力学物体。这个手段从量子力学的初期，就已经被使用了。比如说，氢原子的电子状态，可以近似地使用经典的 $1/r$ 库仑势来计算。这就是所谓的半经典方法。但是，在电磁场中的量子起伏起一个重要作用的情况下（比如带电粒子发射一颗光子）这个近似方法就失效了。^{[15]:145-160}

粒子物理学

专门描述强相互作用、弱相互作用的量子场论已发展成功。强相互作用的量子场论称为量子色动力学，这个理论描述亚原子粒子，例如夸克、胶子，它们彼此之间的相互作用。弱相互作用与电磁相互作用也被统一为单独量子场论，称为电弱相互作用。^{[3]:1234-1236}

广义相对论

量子引力是对引力场进行量子化描述的理论，属于万有理论之一。物理学者发觉，建造引力的量子模型是一件非常艰难的研究。半经典近似是一种可行方法，推导出一些很有意思的预测，例如，霍金辐射等等。可是，由于广义相对论（至今为止，最成功的引力理论）与量子力学的一些基础假说相互矛盾，表述出一个完整的量子引力理论遭到了严峻阻碍。尝试结合广义相对论与量子力学是热门研究方向，为当前的物理学尚未解决的问题。当前主流尝试理论有：超弦理论、循环量子引力理论等等。^{[29][30]}


哲学观点

量子力学是经历最严格验证的物理理论之一。至今为止，尚未找到任何能够推翻量子力学的实验数据。大多数物理学者认为，“几乎”在所有情况下，它正确地描写能量和物质的物理性质。虽然如此，量子力学中，依然存在着概念上的弱点和缺陷，除前面所述关于万有引力的量子理论的缺乏以外，现今，对于量子力学的诠释依然存在着严重争议。^{[31][26]:4-5}

从初始到现今，量子力学的各种反直觉论述与结果一直不停地引起在哲学、诠释方面的强烈辩论。甚至一些基础论点，例如，马克斯·玻恩关于概率幅与概率分布的基本定则，也需要经过数十年的严格思考论证，才被学术界接受。^[f]理察·费曼曾经说过一句名言：“我认为我可以有把握地说，没有人懂得量子力学！”^[32]史蒂文·温伯格承认：“依照我现在的看法，完全令人满意的量子力学诠释并不存在。”^[33]

虽然在发表后已经过七十几年光阴，哥本哈根诠释仍旧是最为物理学者接受的对于量子力学的一种诠释。它的主要贡献者是尼尔斯·玻尔与沃纳·海森堡。根据这种诠释，量子力学的概率性论述不是一种暂时补丁，并且最终将会被一种命定性理论取代，它必须被视为一种最终抛弃经典因果论思维的动作。在这里，任何量子力学形式论的良好定义的应用必须将实验设置纳入考量，这是因为不同实验状况获得的结果所具有的互补性。^{[16]:15-16}

未解决的物理学问题：量子理论的描述怎样成为做实验所观查到的大自然实在，这包括量子态叠加、波函数坍缩、量子退相干等等？换句话说，这是一种测量问题，造成波函数坍缩为确定态的量子测量所倚赖的机制为何？



身为量子理论的创始者之一的爱因斯坦很不满意这种非命定性的论述。他认为量子力学不具有完备性，他提出一系列反驳论述，其中最著名的就是爱因斯坦-波多尔斯基-罗森佯谬。这佯谬建立于定域实在论。假设局区域实在论成立，则量子力学不具有完备性。接近三十年以后，约翰·贝尔发布论文表示，对于这个佯谬稍加理论延伸，就会导致对于量子力学与定域实在论出现不同的预言，因此可以做实验检试量子世界到底与哪种预言一致。^{[34][35]}为此，完成了很多相关实验，这些实验确定量子力学的预言正确无误，定域实在论无法描述量子世界。^[36]

休·艾弗雷特三世提出的多世界诠释认为，量子理论所做出的可能性的预言，全部会同步实现，这些现实成为彼此之间毫无关联的平行宇宙。在这种诠释里，波函数不塌缩，它的发展是决定性的。但是由于只身观察者无法存在于所有的平行宇宙里，只能观察在身处的宇宙内发生的事件，而无法观察到其它平行宇宙内发生的事件。这种诠释不需要特殊处理测量动作。在这理论里，薛定谔方程无论何处无论何时都成立。对于任何测量动作，必须将整个系统，测量仪器与被测量物体，全部纳入薛定谔方程的运算。^{[37][38]}测量仪器与被测量物体所有可能的量子态都存在于一种真实的量子叠加，形成了纠缠态。虽然平行宇宙具有命定性，观察者意识到由概率主导的非命定行为，因为观察者只能观察到自身所在的宇宙。多世界诠释能够透过贝尔的检试实验。近期研究发展将多世界诠释与量子退相干理论合并在一起解释主观的波函数坍缩。由于量子退相干机制，纠缠态会快速地演化为经典混合态。^[39]

戴维·玻姆提出了一种非定域性的隐变量理论，称为导航波理论。在这种诠释里，波函数被理解为粒子的一个导航波。从结果上，这个理论预言的实验结果，与非相对论哥本哈根诠释的预言完全一样，因此，使用实验手段无法鉴别这两个解释。虽然这个理论的预言是命定性的，但是由于不确定原理无法推测出隐变量的精确状态，其结果跟哥本哈根诠释的结果一样，使用导航波理论来解释，实验的结果具有概率性。至今为止，还不能确定这个解释是否能够扩展到相对论量子力学上去。路易·德布罗意和其他人也提出过类似的隐变量解释。^{[40][41]}

应用

在许多现代技术装备中，量子效应起了重要的作用，例如，激光的工作机制是爱因斯坦提出的受激发射、电子显微镜利用电子的波粒二象性来增加分辨率、原子钟使用束缚于原子的电子从一个能级跃迁至另一个能级时所发射出的微波信号的频率来计算与维持时间的准确性、核磁共振成像倚赖核磁共振机制来探测物体内部的结构。对半导体的研究导致了二极管和三极管的发明，这些都是现代电子系统与电子器件不可或缺的元件。^{[26]:5-10}

以下列出了一些量子力学的应用，但实际上其应用并不限于这些领域。

电子器件

量子力学在电子器件中得到了广泛应用。比如发光二极管在日常照明中应用中越来越广泛^[42]。现代计算机的基础，微处理器，由上亿个半导体晶体管集成，且随着晶体管数量的增加，晶体管中的量子效应越来越明显。量子力学对于解释和模拟半导体器件中的电学、光学、热学性质等尤其重要。^{[1]:382-386}

量子力学还是量子隧穿器件工作的基础。比如USB非易失性闪存中，信息的存储和读取都通过量子隧穿实现。^[43]

超导电子器件也与量子力学有着密切的关系^[44]。

计算机

相比于晶体管等电子器件，量子计算机的研制则更为前沿。在一些特定算法下，量子计算机的速度会比经典架构的计算机快成千上万倍（比如量子退火算法）。经典计算机使用0和1作为比特，而量子计算机则使用量子位作为基本单位。量子位由不同的电子态叠加形成。^{[26]:91-100}

宇宙学

量子力学能够用来解释很多奇异的宇宙现象，例如，宇宙微波背景的频谱可以用普朗克黑体辐射定律来解释。宇宙微波背景证实了大爆炸理论的正确无误，自此，稳态理论开始式微。从宇宙微波背景可以推论，早期宇宙非常炙热、对于电磁辐射不透明、具有均质性与各向同性，是标准的黑体。^{[46]:273[47]:152}

在恒星的生命终点，当所有核燃料都已用尽，恒星会开始引力坍缩的过程，最终可能变为白矮星、中子星或黑洞。这是因为泡利不相容原理的作用。由于电子遵守泡利不相容原理，因此在坍缩时，假若电子简并压力能够克服引力，就会形成白矮星，否则会继续坍缩，由于中子也遵守泡利不相容原理，这时假若中子简并压力能够克服引力，则会形成中子星，否则就会坍缩成黑洞。^{[48]:286-287}

化学

任何物质的化学性质，均是由其原子或分子的电子结构所决定的。

通过解析包括了所有相关的原子核和电子的多粒子薛定谔方程，可以计算出该原子或分子的电子结构。在实践中，人们认识到，要计算这样的方程实在太复杂，对于许多案例，必需使用简化的模型，找到可行的数学计算方法，才能够找到近似的电子结构，从而确定物质的化学性质。^{[49]:193-195}实际上，量子电动力学是化学的基础原理^[50]。

量子力学可以详细描述原子的电子结构与化学性质。对于只拥有一个束缚电子的氢原子，薛定谔方程有解析解，可以计算出相关的能级与氢原子轨域，而且能级符合氢原子光谱实验的数据，从每一种氢原子轨域可以得到对应的电子概率分布。对于其它种原子（多电子原子），薛定谔方程没有解析解，只能得到近似解，可以计算出近似氢原子轨域的哈特里原子轨域，形状相同，但尺寸与能级模式不一样。使用哈特里原子轨域，可以解释原子的电子结构与化学性质，周期表的元素排列。^{[49]:193-195}

量子力学能够解释，在分子里的束缚电子怎样将分子内部的原子捆绑在一起。对于最为简单，只拥有一个束缚电子的氢分子离子H₂⁺，应用玻恩-奥本海默近似（两个原子核固定不动），薛定谔方程有解析解，可以计算出它的分子轨域。但是对于其它更为复杂的分子，薛定谔方程没有解析解，只能得到近似解，只能计算出近似的分子轨域。理论化学中的分支，量子化学和计算化学，专注于使用近似的薛定谔方程，来计算复杂的分子的结构及其化学性质。^{[49]:235ff}

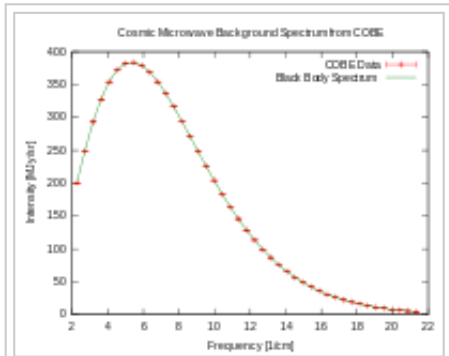
信息学

目前的研究聚焦于找到可靠与能够直接处理量子态的方法。量子系统拥有一种特性，即对于量子数据的测量会不可避免地改变数据，这种特性可以用来侦测出任何窃听动作。倚赖这特性，量子密码学能够保证通信安全性，使得通信双方能够产生并分享一个随机的，安全的密钥，来加密和解密信息。比较遥远的目标是发展出量子电脑。由于量子态具有量子叠加的特性，理论而言，量子电脑可以达成高度并行计算，其计算速度有可能以指数函数快过普通电脑。另外，应用量子纠缠特性与经典通讯理论，量子遥传能够将物体的量子态从某个位置传送至另一个位置。这是正在积极进行的一门学术领域。^[51]

参见

- 普朗克单位制

注释



由FIRAS仪器对COBE观测的宇宙微波背景辐射光谱，为最精确测量的黑体辐射光谱性质，^[45]即使将图像放大，误差范围也极小，无法由理论曲线中分辨观测数据。

- a. [^] 1922年，阿尔伯特·爱因斯坦评价当时对于超导的理论解释：“目前我们对于复合系统的量子力学的深远意义仍一无所知。在这些模糊的概念的基础上，我们距离构造出（能描述超导现象的）理论的目标仍很遥远。^{[1]:86}
- b. [^] 2.0 2.1 虽然每一点表示一个电子抵达探测屏，这事实并不能表现出电子的粒子性，因为探测器是由离散原子组成的，这可以诠释为电子波与离散原子彼此之间的相互作用。^[6]
- c. [^] 使用可观察量 **A** 的基底 e_1, e_2, \dots, e_n ，量子态 $|\psi\rangle$ 可以表示为 $|\psi\rangle = \sum_j c_j |e_j\rangle$ ；其中 c_j 是量子态 $|\psi\rangle$ 处于本征态 $|e_j\rangle$ 的概率幅。根据波恩定则，对于这测量，获得本征值 a_i 的概率为 $|\langle e_i | \psi \rangle|^2 = |c_i|^2$ 。
- d. [^] 反对称性波函数为 $[\sin(x) \sin(3y) - \sin(3x) \sin(y)]/\sqrt{2}$ ， $0 \leq x, y \leq \pi$ 。注意到在 $x = y$ 附近，概率幅绝对值很微小，两个费米子趋向于彼此互相远离对方。
- e. [^] 对称性波函数为 $-\sin(x) \sin(3y) + \sin(3x) \sin(y)]/\sqrt{2}$ ， $0 \leq x, y \leq \pi$ 。注意到在 $x = y$ 附近，概率幅绝对值较大，两个费米子趋向于彼此互相接近对方。
- f. [^] 玻恩诠释波函数为在某时间、某位置找到粒子的概率幅。这是一种粒子论。波函数也可以诠释为“在某时间、某位置发生相互作用的概率幅”。这较宽松的诠释方式可以适用于波动论或粒子论。^[6]

参考文献

1. [^] 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 Kragh, Helge. Quantum Generations: A History of Physics in the Twentieth Century Reprint. Princeton University Press. 2002. ISBN 978-0691095523.
2. [^] Abraham Pais. Subtle is the Lord : The Science and the Life of Albert Einstein: The Science and the Life of Albert Einstein. Oxford University Press. 23 September 1982. ISBN 978-0-19-152402-8.
3. [^] 3.0 3.1 Halliday, David; Resnick, Robert; Walker, Jerl, Fundamental of Physics 7th, USA: John Wiley and Sons, Inc., 2005, ISBN 0-471-23231-9
4. [^] Akhlesh Lakhtakia (Ed.); Salpeter, Edwin E. Models and Modelers of Hydrogen. American Journal of Physics (World Scientific). 1996, **65** (9): 933. Bibcode:1997AmJPh..65..933L. doi:10.1119/1.18691. ISBN 981-02-2302-1.
5. [^] 5.0 5.1 French, Anthony, An Introduction to Quantum Physics, W. W. Norton, Inc., 1978
6. [^] 6.0 6.1 6.2 Hobson, Art. There are no particles, there are only fields. American Journal of Physics. 2013, **81** (211). doi:10.1119/1.4789885.
7. [^] 7.0 7.1 Tonomura, Akira; et al. Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. American Journal of Physics. 1988, **57** (2): 117–120. doi:10.1119/1.16104.
8. [^] Davisson, Clinton. The Discovery of Electron Waves. Nobel Lectures, Physics 1922-1941. Amsterdam: Elsevier Publishing Company. 1965 [2007-09-17].
9. [^] 费曼, 理查·雷顿, 罗伯·山德士, 马修. 费曼物理学讲义 III (1) 量子行为. 台湾: 天下文化书. 2006: pp. 38–60. ISBN 986-417-672-2.
10. [^] 10.0 10.1 10.2 10.3 10.4 10.5 10.6 10.7 10.8 Sakurai, J. J.; Napolitano, Jim, Modern Quantum Mechanics 2nd, Addison-Wesley, 2010, ISBN 978-0805382914
11. [^] von Neumann, John. Mathematical Foundations of Quantum Mechanics 1996. Princeton Univ. Press. 1932. ISBN 0-691-02893-1.
12. [^] Zurek, Wojciech. Quantum Darwinism, Classical Reality, and the randomness of quantum jumps. Physics Today. 2014, **67** (10): 44–45.
13. [^] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloë. Quantum Mechanics Volume 1. Hermann. ISBN 978-2-7056-8392-4.
14. [^] Nouredine Zettili. Quantum Mechanics: Concepts and Applications. John Wiley & Sons. 17 February 2009. ISBN 978-0-470-02678-6.
15. [^] 15.0 15.1 15.2 15.3 15.4 15.5 15.6 15.7 15.8 Griffiths, David J., Introduction to Quantum Mechanics (2nd ed.), Prentice Hall, 2004, ISBN 0-13-111892-7
16. [^] 16.0 16.1 16.2 16.3 16.4 Laloe, Franck, Do We Really Understand Quantum Mechanics, Cambridge University Press, 2012, ISBN 978-1-107-02501-1
17. [^] Krips, Henry. Measurement in Quantum Theory. Stanford Encyclopedia of Philosophy. Aug 22, 2007.
18. [^] Jan Hilgevoord; Jos Uffink. The Uncertainty Principle. Stanford Encyclopedia of Philosophy. 12 July 2016.
19. [^] Vladimir B. Braginsky; Farid Ya Khalili. Quantum Measurement. Cambridge University Press. 25 May 1995. ISBN 978-0-521-48413-8.
20. [^] 20.0 20.1 E. Joos; 等. *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Springer. 2003. ISBN 3-540-00390-8.
21. [^] Schlosshauer, Maximilian. "Decoherence, the Measurement Problem, and Interpretations of Quantum Mechanics". *Reviews of*

- Modern Physics. arXiv:quant-ph/0312059.
22. ^ Zurek, Wojciech, Decoherence and the Transition from Quantum to Classical—Revisited, Los Alamos Science, 2002, **27**
 23. ^ Joas, Christian; Lehner, Christoph. The classical roots of wave mechanics: Schrödinger's transformations of the optical-mechanical analogy (PDF). *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*. 2009, **40** (4): 338–351. ISSN 1355-2198.
 24. ^ **24.0 24.1** W.M. de Muynck. *Foundations of Quantum Mechanics, an Empiricist Approach*. Springer Science & Business Media. 30 September 2002. ISBN 978-1-4020-0932-7.
 25. ^ J.R. Nielsen. *The Correspondence Principle (1918 - 1923)*. Elsevier. 1 January 1976. ISBN 978-0-08-087101-1.
 26. ^ **26.0 26.1 26.2 26.3** Haroche, Serge; Raimond, Jean-Michel. *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons* 1st. Oxford University Press. 2006. ISBN 978-0198509141.
 27. ^ Between classical and quantum (PDF). [2012-08-19].
 28. ^ Feynman, Richard. *QED: The Strange Theory of Light and Matter*. Princeton University Press. 1985. ISBN 978-0-691-12575-6.
 29. ^ Smolin, Lee. *Three Roads to Quantum Gravity*: 129–148. 2001. ISBN 0-465-07835-4.
 30. ^ Kiefer, Claus. *Quantum Gravity: General Introduction and Recent Developments*. *Annalen der Physik*. 2005, **15**: 129–148. arXiv:gr-qc/0508120. Bibcode:2006AnP...518..129K. doi:10.1002/andp.200510175.
 31. ^ 曾谨言. *量子力学教程：量子力学百年*. 科学出版社. : ix-xxi. ISBN 7-03-010982-1.
 32. ^ *The Character of Physical Law* (1965) Ch. 6; also quoted in *The New Quantum Universe* (2003), by Tony Hey and Patrick Walters
 33. ^ Weinberg, S. "Collapse of the State Vector" (<http://arxiv.org/abs/1109.6462>), *Phys. Rev. A* **85**, 062116 (2012).
 34. ^ Bell, John. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox, *Physics* **1** 3, 195-200, Nov. 1964
 35. ^ Aspect A. Bell's inequality test: more ideal than ever. *Nature*. 1999-03-18, **398** (6724): 189–90. Bibcode:1999Natur.398..189A. doi:10.1038/18296.
 36. ^ *Action at a Distance in Quantum Mechanics* (Stanford Encyclopedia of Philosophy). Plato.stanford.edu. 2007-01-26 [2012-08-18].
 37. ^ Everett, Hugh. *Theory of the Universal Wavefunction* (PDF). Princeton University. 1956, 1973: 1-140.
 38. ^ Everett, Hugh. *Relative State Formulation of Quantum Mechanics*. *Reviews of Modern Physics*. 1957, **29**: 454–462. Bibcode:1957RvMP...29..454E. doi:10.1103/RevModPhys.29.454.
 39. ^ H. Dieter Zeh, *On the Interpretation of Measurement in Quantum Theory* (<http://www.rzuser.uni-heidelberg.de/~as3/FP70.pdf>), *Foundation of Physics*, vol. 1, pp. 69–76, (1970).
 40. ^ Bohm, David. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden Variables" I. *Physical Review*. 1952, **85**: 166–179. Bibcode:1952PhRv...85..166B. doi:10.1103/PhysRev.85.166.
 41. ^ Bohm, David. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden Variables", II. *Physical Review*. 1952, **85**: 180–193. Bibcode:1952PhRv...85..180B. doi:10.1103/PhysRev.85.180.
 42. ^ 张守进 尤信介. *光电科技：现代的电光石火*. 科技部. "由于发光二极管有这么多优良的特性，因此在我们日常生活中的使用已经越来越普遍。"
 43. ^ Seabaugh, Alan. *The Tunneling Transistor*. *IEEE Spectrum*. 30 Sep 2013. "The flash memory inside our USB sticks, cellphones, and other gadgets uses tunneling to inject electrons across oxide barriers into charge-trapping regions."
 44. ^ 日本成功实现铋单原子膜的超导化. *每日头条*. 2016-08-26.
 45. ^ White, M. Anisotropies in the CMB. *Proceedings of the Los Angeles Meeting*, DPF 99. UCLA. 1999. arXiv:astro-ph/9903232. Bibcode:1999dpf.conf.....W.
 46. ^ Jean-Louis Basdevant. *Lectures on Quantum Mechanics*. Springer Science & Business Media. ISBN 978-0-387-37744-5.
 47. ^ Barbara Sue Ryden. *Introduction to cosmology*. Addison-Wesley. 2003. ISBN 978-0-8053-8912-8.
 48. ^ Martin Bojowald. *The Universe: A View from Classical and Quantum Gravity*. John Wiley & Sons. 5 November 2012. ISBN 978-3-527-66769-7.
 49. ^ **49.0 49.1 49.2** David W. Oxtoby; H. Pat Gillis; Alan Campion. *Principles of Modern Chemistry*, 7th ed.. Cengage Learning. May 2011. ISBN 978-0-8400-4931-5.
 50. ^ Richard P. Feynman; Robert B. Leighton; Matthew Sands. *The Feynman Lectures on Physics* **1**. Addison–Wesley. 1964: 2–8. ISBN 0-201-02115-3.
 51. ^ Michael A. Nielsen; Isaac L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press. 9 December 2010. ISBN 978-1-139-49548-6.

外部链接

- 国立交通大学物理系视听教学：量子力学导论 (http://ocw.nctu.edu.tw/course_detail.php?bgid=1&gid=3&nid=386#VCuak4l0xwE)。

取自“<https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=量子力学&oldid=42928402>”

- 本页面最后修订于2017年1月22日 (星期日) 23:12。
- 本站的全部文字在知识共享 署名-相同方式共享 3.0协议之条款下提供，附加条款亦可能应用（请参阅使用条款）。

Wikipedia®和维基百科标志是维基媒体基金会的注册商标；维基™是维基媒体基金会的商标。

维基媒体基金会是在美国佛罗里达州登记的501(c)(3)免税、非营利、慈善机构。