

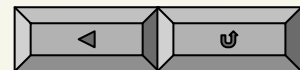


数学物理方法

Mathematical Methods for Physics

武汉大学

物理科学与技术学院





第二篇数学物理方程

Mathematical Equations for Physics

要想探索自然界的奥秘就得解微分方程。

— 牛顿



第六章 定解问题

Mathematical Problem

中心：将物理问题翻译成数学语言

目的：1、如何用数理方程研究物理问题

2、如何导出方程

3、能正确写出定解问题

§ 6.1 引言

Introduction



一、数理方程简介：

1、数学物理方程概念：

数学物理方程是指从物理、工程问题中，导出的反映客观物理量在各个地点、时刻之间相互制约关系的一些偏微分方程。

数学物理方程 $\left\{ \begin{array}{l} \text{线性方程} \\ \text{非线性方程} \end{array} \right.$



一、数理方程简介

§ 6.1 引言

2、数理方程的产生和发展:

(1) 十八世纪初期

$$Taylor: u_{tt} = a^2 u_{xx} + f$$

(2) 十九世纪中期

三类数学物理方程:

波动方程

$$u_{tt} = a^2 \Delta u + f$$

u —波动, a —波速, f —与源有关的函数

输运方程

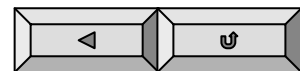
$$u_t = D \Delta u + f$$

u —浓度, D —系数, f —与源有关的已知量

泊松方程

$$\Delta u = -h$$

h —与源有关的已知量, u —表示稳定物理量





一、数理方程简介：

2、数理方程的产生和发展：

(3) 十九世纪末到二十世纪初

高阶方程（梁的横振动）：

$$u_{tt} = a^2 u_{xxxx} + f(x, t)$$

非线性方程

$$KdV: u_t + \sigma u u_x + u_{xxx} = 0$$

$$schrö-dinger: i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta \psi + U(r)\psi$$



二、用数理方法研究问题的步骤

§ 6.1 引言

1、写出定解问题

$\left\{ \begin{array}{l} \text{泛定方程: 数理方程 (一般规律)} \\ \text{定解条件: 初始、边界、衔接条件 (个性)} \end{array} \right.$

如: $y''(t) - 4y = 0$

— 泛定方程

$$y = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t}$$

— 通解

$$\left\{ \begin{array}{l} y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 4 \end{array} \right. \quad \text{— 定解条件}$$



二、用数理方法研究问题的步骤

§ 6.1 引言

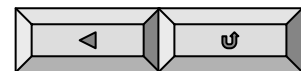
1、写出定解问题

2、求解：

求解方法：行波法、分离变量法、积分变换法、格林函数法、保角变换法、复变函数法、变分法

3、分析解答：

{	物理意义	{	存在
	适定性		唯一
			稳定





三、数理方法的特点





Good-bye!

