第二章习题

2-1　铯的逸出功为 1.9eV，试求：

(1)铯的光电效应阈频率及阈值波长；

(2)如果要得到能量为 1.5eV 的光电子，必须使用多少波长的光照射?

解：（1）∵　$E=h\nu-W$　当 $h\nu$=W 时，ν 为光电效应的最低频率（阈频率），即

$$\nu=W/h=1.9\times1.6\times10^{-19}/6.626\times10^{-34}=4.59\times10^{14}$$

∵　$hc/\lambda=w$　　$\lambda=hc/w=6.54\times10^{-7}$(m)

(2)　∵　$mv^2/2=h\nu-W$

∴　$1.5=h\nu-1.9$　$\nu=3.4/h$　$\lambda=c/\nu=hc/3.4$(m)$=3.65\times10^{-7}$m

2-2　对于氢原子、一次电离的氦离子He^+和两次电离的锂离子Li^{++}，分别计算它们的：

(1)第一、第二玻尔轨道半径及电子在这些轨道上的速度；

(2)电子在基态的结合能；

(3)由基态到第一激发态所需的激发能量及由第一激发态退激到基态所放光子的波长.

解：（1）由类氢原子的半径公式

$$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{Zm_ee^2}n^2 \qquad r_n=a_1\frac{n^2}{Z}$$

由类氢离子电子速度公式 $V_n=\frac{Z\alpha c}{n}$

$$V_n=\frac{1}{137}3\times10^8\frac{Z}{n}=2.19\times10^6\frac{Z}{n}$$

∴H:　$r_{1H}=0.053\times1^2/1\text{nm}=0.053\text{nm}$

$r_{2H}=0.053\times2^2/1=0.212\text{nm}$

$V_{1H}=2.19\times10^6\times1/1=2.19\times10^6(\text{m/s})$

$V_{2H}=2.19\times10^6\times1/2=1.095\times10^6(\text{m/s})$

∴He+:　$r_{1He+}=0.053\times1^2/2\text{nm}=0.0265\text{nm}$

$r_{2He+}=0.053\times2^2/2=0.106\text{nm}$

$V_{1\,He+}$=2.19 ×10^6×2/1=4.38 ×10^6(m/s)

$V_{2\,He+}$=2.19 ×10^6×2/2=2.19 ×10^6(m/s)

Li^{++}:　　$r_{1\,Li++}$=0.053×1^2/3nm=0.0181nm

$r_{2\,Li++}$=0.053×2^2/3=0.071nm

$V_{1\,Li++}$=2.19 ×10^6×3/1=6.57 ×10^6(m/s)

$V_{2\,Li++}$=2.19 ×10^6×3/2=3.28 ×10^6(m/s)

(2)　结合能：自由电子和原子核结合成基态时所放出来的能量，它等于把电子从基态电离掉所需要的能量。

∵　$E_n = -\frac{Rhc}{n^2}Z^2 = -13.6\frac{Z^2}{n^2}$　　　基态时 n=1

H:　　E_{1H}=-13.6eV

He+:　E_{1He+}=-13.6×Z^2=-13.6×2^2=-54.4eV

Li^{++}:　E_{1Li+}=-13.6×Z^2=-13.6×3^2=-122.4eV

(3)　由里德伯公式　$\Delta E = Z^2 R_A hc(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})$ =Z^2×13.6×3/4=10.2Z^2

注意 H、He+、Li++的里德伯常数的近似相等就可以算出如下数值。

2-3　欲使电子与处于基态的锂离子Li^{++}发生非弹性散射，试问电子至少具有多大的动能?

要点分析:电子与锂质量差别较小, 可不考虑碰撞的能量损失. 可以近似认为电子的能量全部传给锂,使锂激发.

解：要产生非弹性碰撞,即电子能量最小必须达到使锂离子从基态达第一激发态,分析电子至少要使Li^{++}从基态n=1 激发到第一激发态 n=2.

因为　$E_n = -\frac{R_{Li++}hc}{n^2}Z^2$

$\Delta E=E_2-E_1=Z^2R_{Li^{++}}hc(1/1^2-1/2^2)\approx 3^2\times 13.6\times 3/4$eV=91.8eV

讨论:锂离子激发需要极大的能量

2-4　运动质子与一个处于静止的基态氢原子作完全非弹性的对心碰撞，欲使氢原子发射出光子，质子至少应以多大的速度运动?

要点分析:质子与氢原子质量相近,要考虑完全非弹性碰撞的能量损失.计算氢原子获得的实际能量使其能激发到最低的第一激发态.

解:　由动量守恒定律得

$m_pV=(m_p+m_H)V'$　∵　$m_p=m_H$

$V'=V/2$

由能量守恒定律,传递给氢原子使其激发的能量为:

$$\Delta E=\frac{1}{2}m_pV^2-\frac{1}{2}(m_p+m_H)V'^2=\frac{1}{4}m_pV^2$$

当氢原子由基态 $n=1$ 跃迁到第一激发态 $n=2$ 时发射光子需要的能量最小，由里德伯公式吸收的能量为

$\Delta E=E_2-E_1=Rhc(1/1^2-1/2^2)=13.6\times3/4\text{eV}=10.2\text{eV}$

∴　$mV^2/4=10.2\text{eV}$　$V^2=(4\times10.2)/m$

$$V=\sqrt{\frac{4\times10.2\text{eV}}{m_p}}=\sqrt{\frac{4\times10.2\times1.6\times10^{-19}\,\text{J}}{1.67\times10^{-27}\,\text{kg}}}=6.25\times10^4\,\text{m/s}$$

∴　$V=6.25\times10^4(\text{m/s})$

讨论:此题要考虑能量传递效率,两粒子质量接近,能量传递效率低.

2-5　(1)原子在热平衡条件下处于不同能量状态的数目是按玻尔兹曼分布的，即处于能量为 En 的激发态的原子数为:

式中N_1是能量为E_1状态的原子数，A为玻尔兹曼常量，g_n和g_1为相应能量状态的统计权重.试问:原子态的氢在一个大气压、20℃温度的条件下，容器必须多大才能有一个原子处在第一激发态?已知氢原子处于基态和第一激发态的统计权重分别为g_1=2 和g_2=8.

(2)电子与室温下的氢原子气体相碰撞，要观察到H_α线，试问电子的最小动能为多大?

2-6　在波长从 95nm 到 125nm 的光带范围内，氢原子的吸收光谱中包含哪些谱线？

要点分析：原子发射谱线和原子吸收谱线对应的能量完全相同，吸收能量激发.

解：　∵　$\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$

对应于波长为 95nm---125nm 光可使氢原子激发到哪些激发态？

按公式　$\lambda=\frac{hc}{E}=\frac{1.24}{E}(\mathrm{nmKeV})$

最高激发能：ΔE_1= 1.24/95KeV=13.052eV

$\Delta E=hcR(13.6)(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})=13.052\mathrm{eV}$　　解之得 n=4.98

∴　依题意，只有从 n=2,3,4 的三个激发态向 n=1 的基态跃迁赖曼系，才能满足.而从 n=3,4 向 n=2 跃迁的能差为 0.66eV 和 2.55eV 较小，所产生的光不在要求范围.

$$E_{41}=(13.6)(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{4^2})=12.75\mathrm{eV}$$

$$\lambda_{41}=\frac{hc}{E_{41}}=\frac{1.24}{0.01275}(\mathrm{nm})=97.25\mathrm{nm}$$

$$E_{31}=(13.6)(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2})=12.09\mathrm{eV}$$

$$\lambda_{31}=\frac{hc}{E_{41}}=\frac{1.24}{0.01209}(\mathrm{nm})=102.56\mathrm{nm}$$

$$E_{21}=(13.6)(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})=10.2\mathrm{eV}$$

$$\lambda_{21}=\frac{hc}{E_{41}}=\frac{1.24}{0.0102}(\mathrm{nm})=121.57\mathrm{nm}$$

其三条谱线的波长分别为 97.3nm,　102.6nm,　121.6nm.

2-7　试问哪种类氢离子的巴耳末系和赖曼系主线的波长差等于

133.7nm?

要点分析：只要搞清楚巴耳末系主线n_{32}和赖曼系主线n_{21}的光谱波长差即可.

解:赖曼系 m=1, n=2；巴耳末 m=2, n=2

设此种类氢离子的原子序数为 Z.依里德伯公式则有

$$\frac{1}{\lambda_B} = R_{A+}Z^2(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}) = \frac{5R_{A+}Z^2}{36}$$ 即

$$\lambda_B = \frac{36}{5R_{A+}Z^2}$$

$$\frac{1}{\lambda_L} = R_{A+}Z^2(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}) = \frac{3R_{A+}Z^2}{4}$$

$$\lambda_L = \frac{4}{3R_{A+}Z^2}$$

$$\lambda_B - \lambda_L = \frac{36}{5R_{A+}Z^2} - \frac{4}{3R_{A+}Z^2} = \frac{88}{15R_{A+}Z^2} = 133.7$$

解之　Z= 2(注意波数单位与波长单位的关系,波长取纳米,里德伯常数为 0.0109737nm^{-1}, 1cm=10^8nm, 即厘米和纳米差十的八次方)

Z=2，它是氦离子.

2-8　一次电离的氦离子He^+从第一激发态向基态跃迁时所辐射的光子，能使处于基态的氢原子电离，从而放出电子，试求该电子的速度.

要点分析:光子使原子激发,由于光子质量轻,能使全部能量传递给原子.

解：He^+所辐射的光子

$$h\nu = E_2 - E_1 = hcR_{He+}Z^2(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}) = 13.6\times 2^2(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}) = 40.8(eV)$$

氢原子的电离逸出功

$$\phi = E_\infty - E_1 = hcR_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty^2}) = 13.6(\text{eV})$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}m_eV^2 = h\nu - \phi$$

$$\frac{1}{2}\times 9.1\times 10^{-31}V^2 = (40.8-13.6)\times 1.6\times 10^{-19}$$

V=3.09×10^6(m/s)

2-9 电子偶素是由一个正电子和一个电子所组成的一种束缚系统，试求出：

(1) 基态时两电子之间的距离；

(2) 基态电子的电离能和由基态到第一激发态的激发能；

(3) 由第一激发态退激到基态所放光子的波长.

要点分析：这个系统类似于氢原子，只不过将正电子取代原子核即可. 将核质量换为正电子质量即可.

解：　考虑到电子的折合质量 $m = \frac{Mm}{M+m} = \frac{m_e}{2}$

里德伯常数变为： $R_A = R\frac{1}{1+\frac{m}{M}} = R\frac{1}{1+\frac{1}{1}} = \frac{R}{2}$

(1)　　因为电子运动是靠电场力作用，与核质量无关，基态时一个电子的轨道半径同玻尔原子中电子的轨道半径：

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}n^2 = 0.053n^2$$

依据质心运动定律，电子与核距离公式. 两电子之间的距离为：

$$r_{ee} = r_1\frac{m_e+M}{M} = 0.053\frac{m_{e^-}+m_{e^+}}{m_{e^+}} = 2\times 0.053\text{nm} = 0.106\text{nm}$$

两个电子之间的距离 $r_{ee} = 0.106\text{nm}$

(2)　依据能量公式

$$E_n=-\frac{R_A hc}{n^2}\to E_1=-\frac{Rhc}{2\times1^2}=-\frac{Rhc}{2}$$

所以基态时的电离能是氢原子电离能 13.6eV 的一半，即 6.8eV . 基态到第一激发态的能量

$$\Delta E=E_2-E_1=\frac{Rhc}{2}(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})=6.8\times\frac{3}{4}=5.1(\text{eV})$$

（3） $$\lambda=\frac{1.24\text{nmKeV}}{\Delta E}=2.43\times10^2\text{nm}$$

2-10 μ^-子是一种基本粒子，除静止质量为电子质量的 207 倍外，其余性质与电子都一样．当它运动速度较慢时，被质子俘获形成μ子原子．试计算:

(1) μ 子原子的第一玻尔轨道半径;

(2) μ 子原子的最低能量;

(3) μ 子原子赖曼线系中的最短波长.

要点分析: 这个系统也类似于氢原子, 只不过将μ^-取代电子, 同时要考虑质量对轨道半径的影响和相对运动的影响, 将质子作为原子核即可.

解:（1）依据: $$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_\mu e^2}n^2$$

$$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_\mu e^2}n^2=\frac{1}{207}\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}n^2=\frac{0.053}{207}n^2(\text{nm})=2.56\times10^{-4}\text{nm}$$

（2） 依 $$E_{\mu n}=-\frac{R_\mu hc}{n^2}$$

$$R_A=\frac{2\pi^2e^4m_e}{(4\pi\varepsilon_0)^2\cdot ch^3}\frac{1}{1+\frac{m}{M}}=R\frac{1}{1+\frac{m}{M}}$$

$$R_\mu=\frac{2\pi^2e^4 207m_e}{(4\pi\varepsilon_0)^2\cdot ch^3}\frac{1}{1+\frac{m}{M}}=207R\frac{1}{1+\frac{m}{M}}=207R\frac{1}{1+\frac{207m_e}{1836m_e}}=186.03R$$

由

$$E_{\mu n}=-\frac{R_{\mu}hc}{n^2}=-\frac{186.03Rhc}{n^2}=-\frac{13.6\times186.03}{n^2}=-\frac{2530}{n^2}(\mathrm{eV})$$

E_1=-2530eV

(3) 由 $\tilde{\nu}=T_1-T_2=\frac{1}{\lambda}$ 知，赖曼线系最短波长的光线应是从 $n\to\infty$ 到 n=1 的跃迁。

依据：$$\lambda=\frac{1.24\mathrm{nmKeV}}{E_1-E_\infty}=\frac{1.24\mathrm{nmKeV}}{2530\mathrm{eV}}=0.49\mathrm{nm}$$

答：μ子原子的第一玻尔轨道半径为 2.85 × 10^{-4}nm;

μ 子原子的最低能量为-2530eV;

μ 子原子赖曼线系中的最短波长为 0.49nm.

讨论：同学们做此题，第三问数字错在仅仅考虑了 μ 子质量，但没有考虑它与质子的相对运动，里德伯常数 [正确为 186.03R] 算错．能级算错进而波长算错.

2-11　已知氢和重氢的里德伯常最之比为 0. 999 728，而它们的核质量之比为m_H/m_D=0. 500 20，试计算质子质量与电子质量之比.

要点分析：用里德伯常量计算质子质量与电子质量之比.

解： 由 $R_A=R\frac{1}{1+\frac{m_e}{M}}$ 得 $R_H=R\frac{1}{1+\frac{m_e}{M_H}}$

$$R_D=R\frac{1}{1+\frac{m_e}{M_D}}$$

$$\frac{R_H}{R_D}=\frac{1+\frac{m_e}{m_D}}{1+\frac{m_e}{m_H}}=\frac{m_H}{m_D}\frac{m_e+m_D}{m_e+m_H}$$

$$=\frac{m_H}{m_D}\frac{\frac{m_H}{m_D}+\frac{m_D}{m_H}}{\frac{m_e}{m_H}}=\frac{\frac{m_H}{m_D}\frac{m_e}{m_H}+1}{\frac{m_e}{m_H}+1}=\frac{0.50020\cdot\frac{m_e}{m_H}+1}{\frac{m_e}{m_H}+1}=0.999728$$

可得

$$\frac{m_e}{m_H}=0.0005445 \qquad \frac{m_H}{m_e}=1836.5=1.8365\times10^3$$

讨论:这是一种测算质子电子质量比的方法.

2-12　当静止的氢原子从第一激发态向基态跃迁放出一个光子时:

(1)试求这个氢原子所获得的反冲速率为多大?

(2)试估计氢原子的反冲能量与所发光子的能量之比.

要点分析:用相对论方式,考虑放出光子的动量,计算原子反冲能量和两者之比.

解:　(1) 依 $h\nu=E_2-E_1=hcR_H(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2})$

$$h\nu=E_2-E_1=hcR_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})=13.6\times\frac{3}{4}=10.2\text{eV}$$

光子的能量为 10.2eV.依 $E^2=p^2c^2+E_0^2$,考虑光子的静止能量为零,对应的动量为

$$p=\sqrt{\frac{E^2-E_0^2}{c^2}}=\sqrt{\frac{E^2}{c^2}}=\frac{E}{c}$$

$$mc=\frac{10.2\text{eV}}{\text{c}}=\frac{10.2eV}{3\times10^8\text{m/s}}$$

$$m_{光子}c=M_{原子}V$$

$$V=\frac{m_{光子}c}{M_{原子}}$$

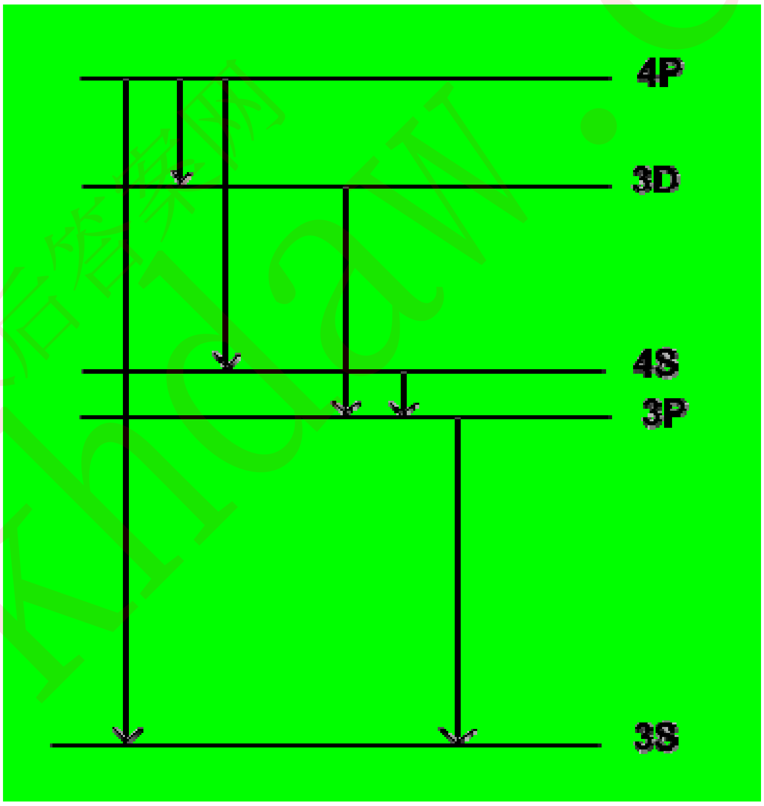
$$V=\frac{m_{光子}c}{M_{原子}}=\frac{10.2eV}{938.272\times10^{6}eV/c^{2}\times c}=3.24(m/s)$$

$$\frac{1}{2}MV^{2}=\frac{m^{2}{}_{光子}c^{2}}{2M_{原子}}$$

(2) $$E_{氢}:E_{光}=\frac{\frac{1}{2}M_{原}V^{2}}{10.2\text{eV}}=\frac{\frac{m^{2}{}_{光子}c^{2}}{2M_{原子}}}{10.2\text{eV}}=\frac{(10.2\ \text{eV})^{2}}{10.2\text{eV}\times2\times938.272eV}=0.54\times10^{-8}$$

讨论：由于氢原子反冲能量比光子能量小的多，所以可忽略氢核的反冲.

2-13　钠原子的基态为 $3S$，试问钠原子从 $4p$ 激发态向低能级跃迁时，可产生几条谱线(不考虑精细结构)？



要点分析：钠光谱分析要依据实验结果，因为它不同于氢，没有规定里德伯公式．分析同时还应注意实际能级高低和跃迁条件 $\Delta\ell=\pm1$，并非是高能级都能向低能级跃迁的.

解：由碱金属能级的跃迁规则可知，只有两能级的轨道角量子数之差满足 $\Delta\ell=\pm1$ 条件，才能发生跃迁。

由题意可知：从基态 3S 到激发态 $4P$ 之间还存在 $3P$、$3D$、$4S$、$4P$ 四个激发态。

(1) 因此从高激发态向低能量态的跃迁，须满足跃迁定则 $\Delta\ell=\pm1$；

(2) 除条件（1）以外，还需注意实际能级的高低。从书上图 10.3 可

以看出。五个能级的相对关系如右图。

直接间接跃迁的有:$4P\to3S$, $4P\to3D$，4P→4S，3D→3P、 4S→3P，3P→3S, 共 6 条谱线。如右图。

注：图中 3D 能级高于 4S,所以做题时，我们应发实验数据为依据，且不可凭空想象能级。可能的跃迁相对应的谱线共 6 条.

2-14 钠原子光谱的共振线(主线系第一条)的波长λ=589.3nm，辅线系线系限的波长λ_∞= 408.6nm，试求：(1) $3S$、$3p$对应的光谱项和能量；(2) 钠原子基态电子的电离能和由基态到第一激发态的激发能.

要点分析：对于氢原子、类氢离子我们都可发用里德伯公式来解决，对于其他原子来说，里德伯常数没给出，因此我们不能直接套用里德伯公式，不能再用确定相对的里德伯常数和光谱项公式直接计算。而应从能级跃迁基本公式，依据碱金属谱线的实验结果分析计算.

解： $\tilde{\nu}=T(n)-T(m)$

$h\nu=E_n-E_m$

(1) 将原子在无穷远处的能量取为零；钠原子的基态为 $3S$,主线系第一条谱线 $3P\to3S$;辅线系线系限谱为$\infty\to3P$, $3P$ 能级的能量值,按光谱项公式辅线系线系限 $\frac{1}{\lambda}=T_{3p}-T_\infty$ $T_\infty\to0$

T_{3p}=1/λ=1/408.6×10^{-9}(m^{-1})=2.447×10^{6}(m^{-1})

按公式

$\lambda=\frac{1.24\text{nmKeV}}{E}$ $E_{3p}=\frac{1.24\text{nmKeV}}{\lambda}=\frac{1.24\text{KeV}}{408.6}=3.03\text{eV}$

$\boldsymbol{E_{3p}=-hcT_{3p}=-3.03\text{eV}}$

3S 能级的能量 从 $3P$ 向 $3S$ 能级跃迁对应于下面的能量关系

$\boldsymbol{E_{ps}=E_{3p}-E_{3s}}$ $E_{ps}=\frac{1.24nmKeV}{\lambda_{ps}}=\frac{1240}{589.3}eV=2.10eV$

$\boldsymbol{E_{3s}=E_{3p}-E_{ps}}$ **=-3.03eV-2.10eV=-5.13eV**

其光谱项为 $\tilde{\nu}_{ps}=T_{3p}-T_{3S}$

$T_{3S}=T_{3p}-\tilde{\nu}_{ps}$ **=2.447×10^{6}m^{-1}-1/589.3×10^{-9} m^{-1}=4.144×10^{6}m^{-1}**

(2) 钠原子的电离能

$$E_{Na} = E_\infty - E_1 = 0-(-5.13)eV = 5.13eV$$

从基态到第一激发态的激发能

$$E_{ps} = \frac{1.24\text{nmKeV}}{\lambda_{ps}} = \frac{1240}{589.3}\text{eV} = 2.10\text{eV}$$