1.1：试用量子化条件, 求一维谐振子的能量。

解：量子化条件式:

$$\oint pdq = nh$$

总能量：

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

解得：

$$p = \sqrt{2m(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2})}$$

代入：

$$\oint pdq = nh$$

得：

$$\oint \sqrt{2m(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2})}dx = nh$$

设a为动能为0点的位移，则：$E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$

则有：

$$2\int_{-a}^{a} m\omega\sqrt{a^2 - x^2}dx = nh$$

解出a代入E $E = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$

得：

$$E = \frac{h\omega}{2\pi} = n\hbar\omega$$

- 相速度和群速度（1.7）

相速度：等相位面移动的速度，只适用于平面波

$$\varphi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)} = Ae^{i(kx-Et)}$$

相位：ϕ=kx-ωt　得到：dϕ=k dx-ω dt，

由dϕ=0 得 相速度$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p}$

群速度：波的包络传播的速度

$$\varphi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int \psi(k)e^{i(kx-\omega t)}dk$$

如果ω不依赖k，则波包稳定，不传播（下面能看出）；

那么，　ω依赖k，$\omega=\omega(k)$

波包位置用波包的极值点描述：$\frac{d\phi}{dk}=x-\frac{d\omega}{dk}t=0$

得：$x = \frac{d\omega}{dk}t$　由此的 $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

相速度能大于光速，但群速度不能。

如相对论自由电子：

$$E=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p=\frac{m_0v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

相速度：$\frac{E}{p}=\frac{c^2}{v}$

群速度：$\frac{dE}{dp}=v$

所以：$v_pv_g=c^2$

请问下列波函数中，哪些与ψ_1描写同一状态？

$$\psi_1 = e^{i2x/\hbar}, \qquad \psi_2 = e^{-i2x/\hbar}, \qquad \psi_3 = e^{i3x/\hbar},$$

$$\psi_4 = -e^{i2x/\hbar}, \qquad \psi_5 = 3e^{-i(3x+\pi\hbar)/\hbar}, \qquad \psi_6 = (4+2i)e^{i2x/\hbar}.$$